



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites nickel zinc

Bertrand Vieille, Olivier Hubert, René Billardon

► **To cite this version:**

Bertrand Vieille, Olivier Hubert, René Billardon. Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites nickel zinc. 17e Congrès Français de Mécanique, 2005, Troyes, France. hal-04276576

**HAL Id: hal-04276576**

**<https://hal.science/hal-04276576v1>**

Submitted on 9 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Modélisation de l'effet des contraintes mécaniques sur le comportement magnétique des ferrites nickel zinc

Bertrand Vieille, Olivier Hubert & René Billardon

*Ecole Normale Supérieure de Cachan  
Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan  
61, Avenue du Président Wilson, 94230 Cachan  
Bertrand.Vieille@imt.ens-cachan.fr*

### Résumé :

*L'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites est étudié de façon expérimentale (essai en traction et compression sur des éprouvettes parallélépipédiques et de compression sur des tores) et par une modélisation multiéchelle. Le modèle multiéchelle repose sur trois échelles : le domaine magnétique, le grain et le polycristal. A l'échelle du domaine magnétique, une minimisation de l'énergie totale permet de calculer l'orientation de l'aimantation sous les effets couplés de la contrainte mécanique, du champ magnétique appliqué et de l'orientation cristalline. A partir de ce calcul énergétique, une fonction de distribution permet d'estimer les fractions volumiques des différents domaines du grain. Le comportement du polycristal est calculé par homogénéisation du comportement d'un nombre suffisant de grains.*

### Abstract :

*The effect of stresses on the magnetic behaviour of ferrites has been investigated by the use of experiments (parallelepipedic samples, subjected to compression and tensile stresses and toric samples subjected to compressive stress states) and a multiscale model. The numerical model is based upon three scales : the magnetic domain, the single crystal and the polycrystal. At the scale of the magnetic domain, a minimisation of the potential energy gives the orientation of magnetisation under the effect of magnetic field, stresses, and crystal orientation. At the scale of the single crystal, the volume fractions of domains of different orientations are computed from their respective energies through a balance equation. The isotropic polycrystalline behaviour is deduced from the averaging of the behaviour of a sufficient number of grains.*

### Mots-clefs :

**couplages magnéto-mécaniques ; modèle multi-échelle ; ferrite nickel zinc**

## 1 Introduction

Les propriétés magnétiques en régime statique et dynamique des matériaux magnétiques doux tels que les ferrites sont très sensibles aux contraintes mécaniques appliquées. Ce phénomène macroscopique est dû au fait qu'une contrainte mécanique modifie à la fois la structure en domaines magnétiques du matériau et l'orientation de l'aimantation de chacun de ces domaines. Le matériau étudié est une ferrite  $Ni_{0.48}Zn_{0.52}Fe_2O_4$ . Ce matériau polycristallin est obtenu à partir d'une poudre d'oxydes métalliques par un procédé de frittage, ceci implique que les orientations des grains au sein du matériau sont aléatoires et indépendantes les unes des autres, le comportement du matériau est donc considéré comme isotrope.

Ces phénomènes de couplage ont été étudiés expérimentalement et modélisés par une méthode multi-échelle qui a été précédemment développé pour prédire le comportement magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques doux [1, 2, 3]. Pour les montages expérimentaux deux types d'éprouvettes ont été utilisés : des éprouvettes parallélépipédiques et des éprouvettes toriques, toutes usinées dans un disque de ferrite obtenu par frittage.

## 2 Caractérisation expérimentale de l'effet d'une contrainte mécanique sur le comportement magnétique

### 2.1 Essais de traction avec des éprouvettes parallélépipédiques

Compte tenu du comportement mécanique de type fragile du matériau, il est indispensable d'utiliser un montage ayant une très grande stabilité dans la contrainte appliquée et capable d'appliquer les chargements sans choc : une machine de traction à masses pesantes a été choisie (figure 1(a)). Compte tenu de la section de l'éprouvette (12,5mm \* 2,5mm) ce montage nous permet d'atteindre une contrainte maximum de 12MPa dans l'éprouvette.

Les mesures magnétiques sont réalisées à l'aide de deux bobinages disposés autour de l'éprouvette : dans le premier on impose un courant afin de créer un champ magnétique, on mesure la tension aux bornes du second bobinage afin de calculer l'aimantation du matériau (figure 1(b)).

Les jauges de déformations collées sur l'éprouvette ont servi à des mesures de magnétostriction non présentées ici.

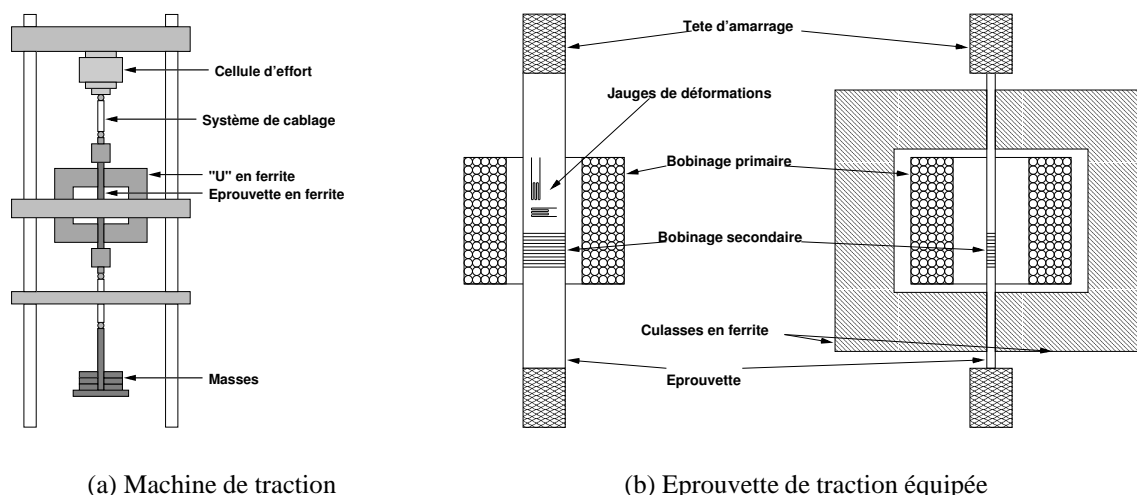


FIG. 1 – Montage de traction

### 2.2 Essais de compression avec des éprouvettes parallélépipédiques

Les essais de compression ont été réalisés sur une machine d'essais hydraulique, bien que les conditions de stabilité ne soient pas optimales, comme énoncé ci-dessus. La résistance du matériau est plus importante en compression qu'en traction mais les éprouvettes sont très élancées et le comportement de type fragile, donc pour éviter le flambage, on utilisera donc deux éprouvettes de ferrite collées de part et d'autre d'une âme centrale évidée en laiton, matériau amagnétique qui possède des caractéristiques mécaniques proches de celles de notre ferrite. On crée également une interface en polymère thermodurcissable entre les mors de la machine et la ferrite afin de répartir au mieux la pression de serrage et d'éviter la ruine de l'éprouvette.

### 2.3 Essais de compression avec des éprouvettes toriques

Deux types d'essais ont été réalisés sur les éprouvettes toriques ([4]) :

- Un essai de compression axiale : l'éprouvette est soumise à une compression uniforme axiale

(figure 2(a)). Le champ magnétique appliqué étant orthoradial, la contrainte a donc une direction perpendiculaire au champ magnétique, on qualifie cet essai de compression perpendiculaire.

- Un essai de compression radiale : l'éprouvette est soumise à une pression sur sa circonférence (figure 2(b)), dans ce cas, la direction de la contrainte principale est parallèle au champ magnétique, on parle de compression parallèle.

L'épaisseur du tore ne peut être négligée par rapport au rayon, le champ magnétique ne peut

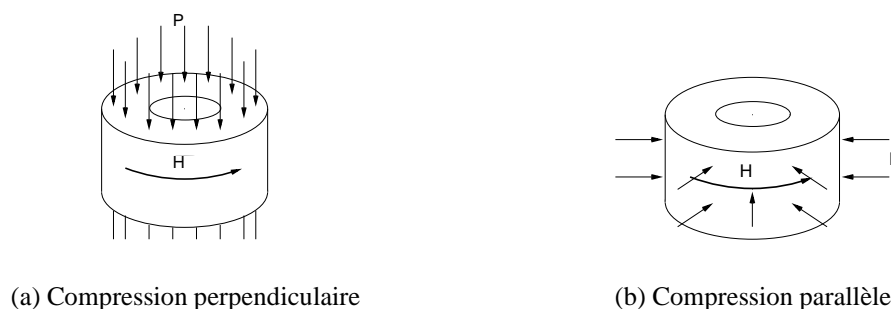


FIG. 2 – Montages de compression perpendiculaire et parallèle des éprouvettes toriques

donc pas être considéré comme constant dans toute l'éprouvette ; dans le cas de la compression parallèle, l'état de contrainte local varie également en fonction du rayon :

$$\vec{H} = \frac{H_0}{r} \vec{e}_\theta \quad \sigma_t(r) = \frac{-P \left(1 + \left(\frac{r_i}{r}\right)^2\right)}{1 - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2} \text{ et } \sigma_r(r) = \frac{-P \left(1 - \left(\frac{r_i}{r}\right)^2\right)}{1 - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2} \quad (1)$$

où  $\sigma_t$  et  $\sigma_r$  désignent respectivement les composantes tangentielle et radiale de la contrainte,  $r$  le rayon local,  $r_i$  et  $r_e$  les rayons intérieur et extérieur du tore ( $r_i = 3\text{mm}$  et  $r_e = 7\text{mm}$ ).

### 3 Modèle magnéto-élastique multi-échelle

La ferrite polycristalline étudiée ici est supposée présenter deux niveaux distincts d'hétérogénéité :

- Chaque grain est divisé en domaines magnétiques d'orientation différente ; dans cette étude la description est limitée à la fraction volumique des familles de domaines magnétiques (ensembles de domaines d'une même orientation de l'aimantation) et à l'orientation de l'aimantation dans chacune de ces familles de domaines.

- Le second niveau d'hétérogénéité du matériau est lié à sa structure granulaire : chaque grain du matériau présente une orientation cristallographique particulière.

#### 3.1 Expression de l'énergie d'une famille de domaines magnétiques

Le grain de ferrite Ni-Zn présente une anisotropie magnétique avec 4 directions de facile aimantation (les directions nommées [111]), pour chacune de ces directions il y a 2 sens possibles ce qui fait 8 orientations différentes, on considère donc 8 familles de domaines magnétiques pour chaque grain. L'orientation de l'aimantation de chaque famille de domaines peut être différente de la direction de facile aimantation du domaine et on la repère par deux angles  $\varphi$  et  $\psi$ . Cette orientation varie en fonction de la contrainte appliquée et du champ magnétique. La description de la structure en domaines magnétiques de chaque grain repose ainsi sur 24

variables internes : 8 fractions volumiques et 16 angles.

Pour chaque famille de domaines magnétiques, l'énergie potentielle interne peut s'écrire sous la forme suivante :

$$W_\alpha = -\mu_0 \vec{M}_\alpha \cdot \vec{H} + (W_{an})_\alpha + (W_{\mu-\sigma})_\alpha + (W_{el})_\alpha \quad (2)$$

Le premier terme représente l'énergie du champ magnétique extérieur (également appelée énergie de Zeeman) qui modélise l'effet du champ magnétique macroscopique  $\vec{H}$  et  $\vec{M}_\alpha$  est l'aimantation dans la famille de domaines  $\alpha$ .

Le terme  $(W_{an})_\alpha$  décrit l'énergie dite d'anisotropie magnéto-cristalline qui s'exprime :

$$(W_{an})_\alpha = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_1^2\gamma_3^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (3)$$

où  $K_1$  et  $K_2$  sont des paramètres du matériau et  $\gamma_i$  sont les cosinus directeurs de la direction de l'aimantation dans le repère du cristal.

Le terme  $(W_{\mu-\sigma})_\alpha$  représente l'énergie magnéto-élastique qui quantifie l'effet de la contrainte locale  $\sigma$  :

$$(W_{\mu-\sigma})_\alpha = -\frac{3}{2}\lambda_{100} \left( (\gamma_1^2 - \frac{1}{3})\sigma_{11} + (\gamma_2^2 - \frac{1}{3})\sigma_{22} + (\gamma_3^2 - \frac{1}{3})\sigma_{33} \right) - 3\lambda_{111}(\gamma_1\gamma_2\sigma_{12} + \gamma_2\gamma_3\sigma_{23} + \gamma_1\gamma_3\sigma_{13}) \quad (4)$$

où  $\lambda_{ijk}$  est le coefficient de magnétostriction du grain de ferrite dans la direction [ijk].

Le terme  $(W_{el})_\alpha$  décrit l'énergie élastique classique :

$$(W_{el})_\alpha = -\frac{1}{2}\sigma : E^{-1} : \sigma \quad (5)$$

où E représente le tenseur de rigidité élastique.

L'état de contrainte  $\sigma$  est supposé être uniforme dans tout le grain. Autrement dit, les interactions élastiques entre grains ne sont pas prises en compte. Pour simplifier la modélisation, le champ magnétique et la contrainte sont considérés comme constants dans les grains.

### 3.2 Calcul des variables internes du domaine magnétique

Par souci de simplification, on suppose que la valeur de la fraction volumique d'une famille de domaines n'influe pas sur la direction de son aimantation, par contre, l'orientation de l'aimantation peut, en revanche, jouer sur la fraction volumique de la famille de domaines. Grâce à cette hypothèse, le calcul des variables internes peut être décomposé en deux étapes : d'abord le calcul de l'orientation de l'aimantation puis le calcul des fractions volumiques.

Le calcul de l'orientation de l'aimantation de chaque famille de domaines  $\alpha$  est effectuée par minimisation de l'énergie potentielle du domaine par rapport aux deux angles  $\varphi_\alpha$  et  $\psi_\alpha$ .

Une fois la minimisation d'énergie effectuée pour chacun des 8 domaines du grain, les fractions volumiques sont calculées en utilisant une fonction de type Boltzmann. Afin de distinguer les interactions entre les domaines d'orientations opposées et les interactions entre des domaines de directions différentes, la relation de Boltzmann est définie comme le produit de deux fonctions :

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W_\alpha) + \exp(-A_s \cdot W_{-\alpha})}{\sum_\alpha \exp(-A_s \cdot W_\alpha)} \cdot \frac{\exp(-B_s \cdot W_\alpha)}{\exp(-B_s \cdot W_\alpha) + \exp(-B_s \cdot W_{-\alpha})} \quad (6)$$

Le premier terme décrit la répartition entre les domaines de directions différentes et le second la répartition entre les deux domaines de même direction initiale mais de sens opposé. En première approximation l'aimantation moyenne du grain est calculée de la façon suivante :

$$\vec{M} = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \vec{M}_\alpha \quad (7)$$

### 3.3 Modélisation du polycristal

Dans une seconde phase, l'état magnéto-élastique de l'échantillon polycristallin est obtenu par homogénéisation du comportement magnéto-élastique d'un nombre suffisamment grand de grains (de l'ordre de 120 dans les exemples présentés dans la suite et pour ce type de matériau). On rappelle que les échantillons de matériau sont obtenus par frittage et donc on les suppose isotropes ; les orientations cristallographiques des grains du polycristal sont donc issues d'un tirage aléatoire.

## 4 Identification des paramètres du modèle avec les résultats expérimentaux sur les éprouvettes parallélépipédiques

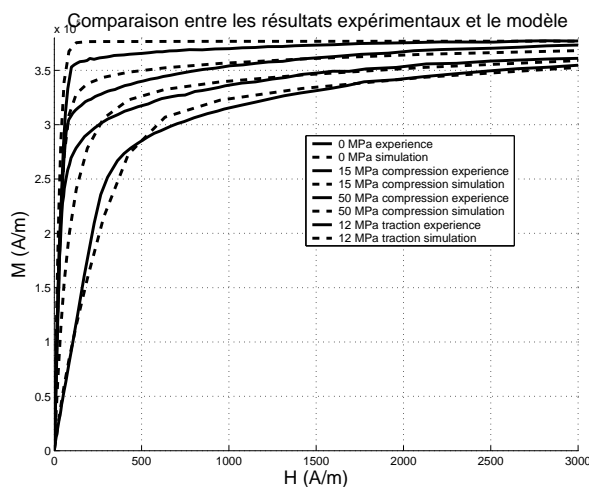
Les paramètres  $A_s$  et  $B_s$  de l'équation (6) sont identifiés à partir des résultats expérimentaux de traction sur les éprouvettes parallélépipédiques uniquement. Par comparaison itérative entre les résultats de la simulation et les résultats expérimentaux en traction, on ajuste ces deux paramètres. Avec ce type de chargement, le champ magnétique appliqué est parallèle à la direction de la contrainte mécanique appliquée et sa valeur est constante dans toute l'éprouvette.

Aucun ajustement des paramètres n'a été effectué pour les résultats en compression.

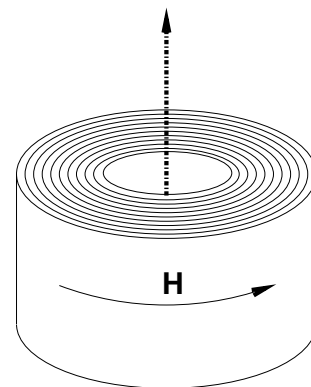
Tous les autres paramètres matériaux sont donnés :

$$M_s = 380000 \text{ A/m} \quad K_1 = -1700 \text{ J/m}^3 \quad K_2 = -5 \text{ J/m}^3 \quad \lambda_{100} = -4,5 \cdot 10^{-6} \quad \lambda_{111} = -26 \cdot 10^{-6}$$

Le modèle est capable de reproduire les deux principales caractéristiques de la courbe d'aiman-



(a) Identification des paramètres du modèle et comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux



(b) Découpage du tore en tubes concentriques

FIG. 3 –

tation sous contrainte :

- La diminution de susceptibilité, qui est liée au signe de l'énergie magnéto-élastique (négatif pour une contrainte de traction appliquée parallèlement au champ magnétique pour ce matériau) ;
- L'inflexion de la courbe qui est due à l'effet de la contrainte à la fois sur la structure en domaines et sur les rotations de l'aimantation.

## 5 Application aux éprouvettes toriques

Avec ce type d'éprouvettes, le champ magnétique n'est plus constant et dans le montage de compression parallèle, on a aussi une variation de la contrainte suivant le rayon. Pour tenir compte de cette non-homogénéité du champ magnétique et de la contrainte dans l'éprouvette, on la discrétise en un ensemble de tubes concentriques minces dans lesquels on considère que le champ et la contrainte sont constants (figure 3(b)). Dans les calculs présentés, on a utilisé un découpage en 24 tubes concentriques de même volume. Là encore, aucun paramètre du modèle n'a été ajusté : on utilise les valeurs de paramètres issues de l'essai de traction.

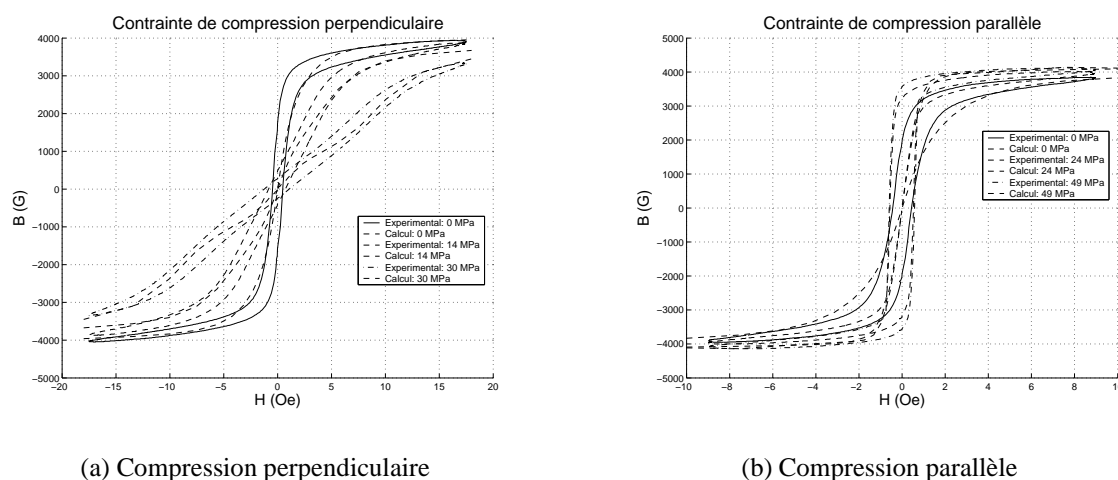


FIG. 4 – Application aux éprouvettes toriques

## 6 Conclusion

Les résultats du modèle sont très proches des résultats expérimentaux, le principal intérêt du modèle multi-échelle est sa capacité à prédire l'effet de la contrainte mécanique sur le comportement magnétique, y compris dans le cas d'une sollicitation multiaxiale hétérogène (compression parallèle). Des développements futurs du modèle permettront d'améliorer la modélisation des interactions entre les grains grâce à une méthode d'homogénéisation autocohérente.

## Références

- [1] N. Buiron. *Modélisation multiéchelle du comportement magnétoélastique couplé des matériaux ferromagnétiques doux*. PhD thesis, ENS Cachan, 2000.
- [2] L. Daniel. *Modélisation multiéchelle du comportement magnétoélastique des matériaux ferromagnétiques texturés*. PhD thesis, ENS Cachan, 2003.
- [3] R. Billardon L. Daniel, O. Hubert. A multiscale model for magneto-elastic couplings. *J. Phys. IV*, Pr 9 :187–196, 1999.
- [4] O. Acher M. Ledieu. New achievements in high-frequency permeability measurements of magnetic materials. *JMMM*, Mars 2003.