



**HAL**  
open science

## Modélisation en microfluidique du transport de ponts liquides dans l'arbre pulmonaire

Cédric Ody, Charles Baroud

► **To cite this version:**

Cédric Ody, Charles Baroud. Modélisation en microfluidique du transport de ponts liquides dans l'arbre pulmonaire. 17e Congrès Français de Mécanique, 2005, Troyes, France. pp.1-6. hal-04275416

**HAL Id: hal-04275416**

**<https://hal.science/hal-04275416v1>**

Submitted on 8 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation en microfluidique du transport de ponts liquides dans l'arbre pulmonaire

Cédric Ody et Charles N. Baroud

Laboratoire d'Hydrodynamique de l'Ecole Polytechnique (LadHyX)  
Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex  
baroud@ladhyx.polytechnique.fr

## Résumé :

*Nous nous intéressons à la formation et au transport de ponts liquides dans des réseaux de microcanaux, afin de modéliser le transport de liquide dans le poumon. En particulier, nous avons développé un montage expérimental qui permet de produire des ponts liquides de taille définie et de suivre leur évolution dans un microcanal en PDMS. Nous trouvons que la relation entre la pression de forçage et la vitesse du liquide ne se décrit pas par une simple loi de Poiseuille, mais doit également prendre en compte les effets capillaires dûs aux interfaces avant et arrière.*

## Abstract :

*We are interested in the formation and transport of liquid bridges in microchannels, in view of modeling the transport of liquid in the pulmonary airways. For this, we have developed an experimental device to allow the controlled formation and measurements of liquid bridges. Our results indicate that the velocity/pressure relationship of a liquid bridge cannot be simply accounted for by viscous dissipation. Interfacial effects have to be taken into account to arrive at good agreement with experiments.*

## 1 Introduction

Le transport de gouttes dans des microcanaux fluidiques a déjà fait l'objet de plusieurs études (voir e.g. les articles de revue (1; 2)). Ces questions sont particulièrement intéressantes pour la microfluidique discrète, où l'on imagine des réactions chimiques se déroulant dans les réacteurs naturels que sont les gouttes. D'autres applications se situent dans la formation de micro-émulsions et de colloïdes, où la microfluidique est utilisée pour produire des gouttes de taille contrôlée (3).

Cependant, un autre écoulement diphasique nécessite encore beaucoup d'attention : quand une gouttelette de liquide mouillant est introduite dans un microcanal, elle prend la forme d'un pont en adhérant aux parois. Le déplacement de ces ponts liquides dans des microcanaux a jusqu'à présent souffert d'un manque d'attention, même s'il représente le complément du problème de transport de gouttes. En particulier, le mouvement du fluide séparant les gouttes discrètes peut dominer la dynamique dans le microcanal si, par exemple, le fluide mouillant est très visqueux, ou si les conditions de mouillage sont telles que les effets interfaciaux dominent. Enfin, la motivation principale de notre étude est d'utiliser les techniques microfluidiques pour modéliser le transport de liquide (tel que le mucus) dans le réseau de bronches pulmonaires.

Parmi les questions intéressantes sur le transport de ponts liquides, nous nous penchons ici sur la relation entre leur vitesse de déplacement et la pression imposée. L'écoulement à l'intérieur du liquide peut s'approcher par un écoulement de Poiseuille pour le cas d'un pont long. Néanmoins, lorsque la longueur de celui-ci décroît, les effets aux extrémités deviennent dominants, introduisant des divergences par rapport à la loi de Poiseuille. Nous verrons par la suite le montage expérimental qui nous permet de répondre à ces questions, puis analyserons les mesures par le biais de la mécanique des fluides des interfaces.

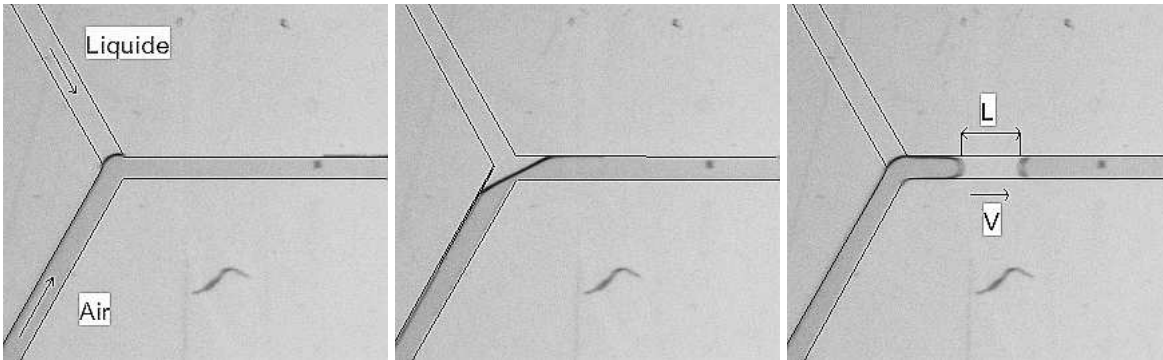


FIG. 1 – Séquence d’images montrant les moments initiaux de la formation et du transport d’un pont liquide. Les positions des interfaces avant et arrière sont repérées pour chaque image et les vitesses et longueurs des ponts sont ensuite déterminées. La branche du haut correspond à l’introduction de liquide, celle du bas est reliée à la source de pression.

## 2 Montage expérimental

Les expériences sont menées dans un montage microfluidique classique. Des microcanaux de section  $55 \times 260 \mu\text{m}$  sont fabriqués en poly(diméthylsiloxane) (PDMS), en utilisant la technique de lithographie souple (4). Ces canaux, en forme de Y, permettent de former des ponts liquides et de suivre leur mouvement à travers une caméra numérique reliée à un stéréomicroscope.

Deux entrées et une sortie sont utilisées (Fig. 1). Une entrée est reliée à un pousse-seringue et permet l’injection de liquide ; nous utilisons la perfluorodécane (viscosité  $\mu_{\text{liq}} \simeq 5 \text{ cP}$ , tension de surface  $\gamma \simeq 15 \text{ mN/m}$  (5)) qui mouille bien les parois et présente l’avantage de ne pas être absorbée dans le PDMS. La deuxième entrée permet d’imposer une pression d’air constante, en contrôlant la hauteur d’une colonne d’eau. Trois pressions sont appliquées, correspondant à des colonnes d’eau de 1.5, 2.5 et 4.0 cm, soit 150, 250 et 400 Pa respectivement. Cependant, la précision sur la mesure de la pression est limitée par la lecture de la position du ménisque, qui ne peut être connue qu’à environ  $\pm 0.2 \text{ cm}$ .

Pour chaque point expérimental, un volume de liquide est injecté, en utilisant le pousse-seringue, jusqu’à ce que le pont se forme à l’intersection des trois branches. Le liquide, alors soumis à la pression de l’air, se détache et commence son trajet dans le canal de sortie. A travers une séquence d’images, nous mesurons la position instantanée du pont pour en déduire ensuite la taille et la vitesse de celui-ci. Nos résultats portent sur les ponts transportés dans des canaux prémouillés. Pour ce faire, du liquide est introduit dans le canal sec afin de déposer un film sur les parois. Les premiers ponts formés, dont la longueur diminue notablement, ne sont pas étudiés et les mesures présentées ci-dessous concernent les suivants. Ainsi, la variation de longueur  $L$  des ponts qui nous intéressent n’excède guère 2% et nous vérifions que leur vitesse  $V$  peut être considérée constante pendant tout leur trajet.

## 3 Résultats et Discussion

Les mesures expérimentales de vitesses pour les trois pressions sont présentées en Fig. 2, d’abord en fonction de la longueur du pont  $L$ , puis en fonction de son inverse,  $L^{-1}$ . Alors que les courbes de gauche montrent bien une décroissance de la vitesse pour les ponts longs, les courbes

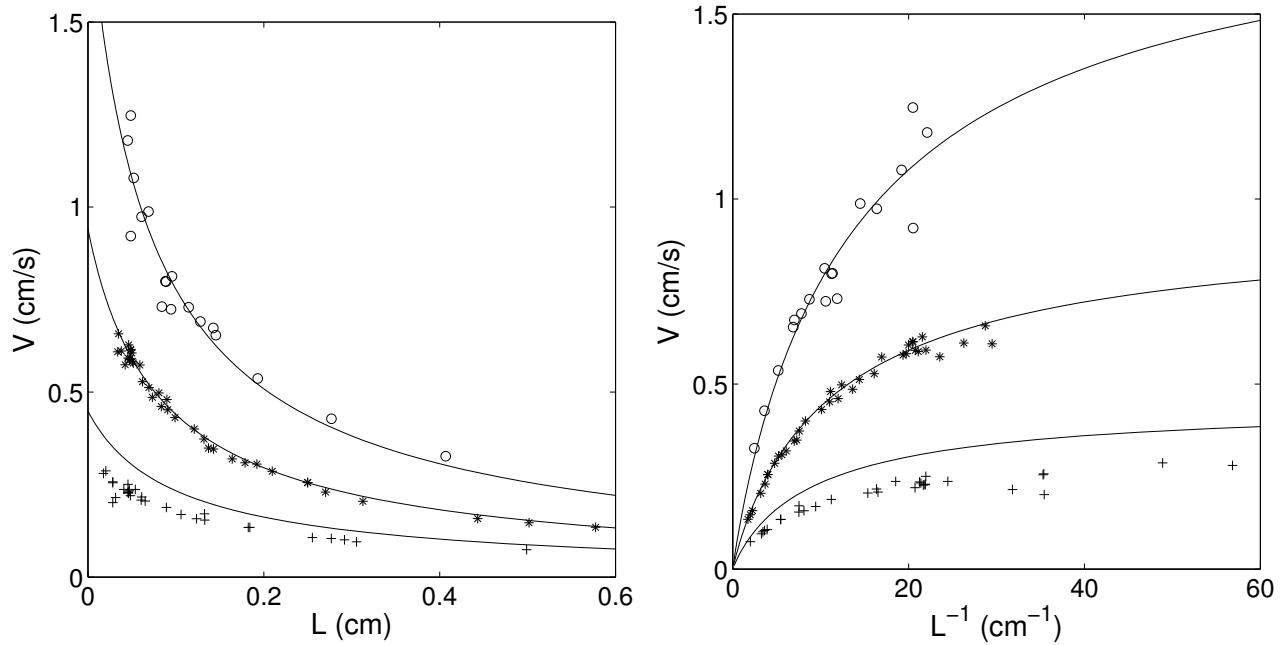


FIG. 2 – Mesures de la vitesse en fonction de la longueur  $L$  et de son inverse  $L^{-1}$  : (+)  $P_1 = 150$  Pa, (\*)  $P_2 = 250$  Pa, et (o)  $P_3 = 400$  Pa. Les courbes théoriques tiennent compte des effets visqueux et capillaires (voir texte).

de droite permettent de voir l'écart qui se forme par rapport à la linéarité (pression  $\propto L^{-1}$ ) prédite par la loi de Poiseuille.

Les courbes en trait continu correspondent à la modélisation théorique et prennent en compte les pertes visqueuses ainsi que les effets capillaires. Dans ce qui suit, nous développons cette modélisation avec ses deux composantes.

### 3.1 Pertes visqueuses

Afin de décrire le comportement des ponts de longueur importante, nous appliquons la loi de Hagen-Poiseuille à l'ensemble air-pont liquide. Nous écrivons la chute de pression due à la viscosité  $\Delta P_{\text{vis}}$  pour le déplacement d'un pont à une vitesse  $V$  :

$$\Delta P_{\text{vis}} = -\alpha[\mu_{\text{liq}}L + \mu_{\text{air}}(L_{\text{canal}} - L)]V, \quad (1)$$

où  $\mu_{\text{air}}$  est la viscosité de l'air ( $1.8 \times 10^{-2}$  cP),  $L_{\text{canal}} = 2.5$  cm est la longueur totale du canal, et  $\alpha$  tient compte de la géométrie de celui-ci. Pour un microcanal rectangulaire (largeur  $w$ , hauteur  $h$ ),  $\alpha$  peut s'approximer, à 10% près (2), comme :

$$\alpha \simeq \frac{12}{h^2} \cdot \left[ 1 - 6 \cdot \frac{h \cdot 2^5}{w \cdot \pi^5} \right]^{-1}. \quad (2)$$

Sans les effets interfaciaux, on aurait l'équilibre de  $\Delta P_{\text{visc}}$  avec la pression de forçage et la vitesse de l'écoulement serait prédite par l'équation (1). Ceci n'est pas le cas pour un pont liquide, comme l'indique la Fig. 3, où la vitesse correspondant aux pertes visqueuses est représentée en trait discontinu. Même si la forme générale de la courbe correspond à celle mesurée, l'écart entre les valeurs de vitesse expérimentales et théoriques est important. No-

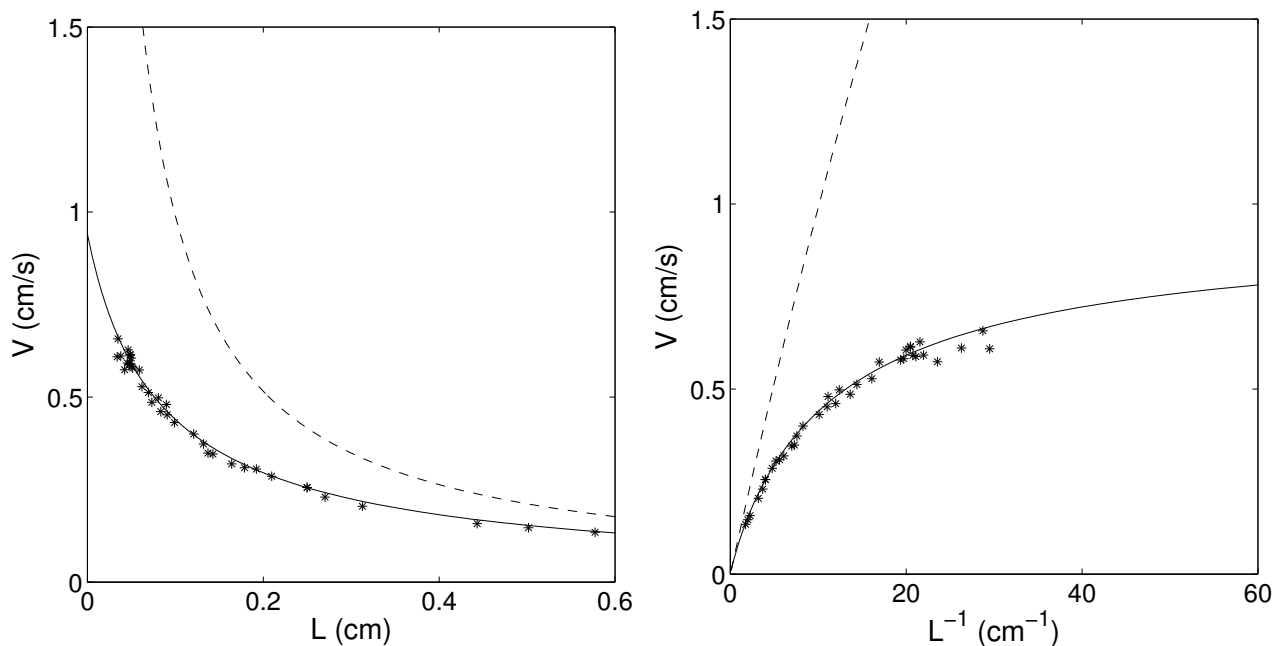


FIG. 3 – Modèles visqueux (- -) et visqueux/capillaire (-) comparés aux mesures expérimentales pour une pression de forçage  $P = 250$  Pa.

tons cependant qu'il se réduit pour les longueurs importantes, confirmant notre intuition qu'une modélisation purement visqueuse est valable pour des ponts longs.

### 3.2 Prise en compte des effets capillaires

Ainsi, pour des ponts courts ou de taille moyenne, il est important de considérer les effets de capillarité. Les forces capillaires s'opposent au mouvement à travers les variations des rayons de courbure avant et arrière du pont, ce qui se traduit par une pression de Laplace adverse. Ces questions ont été traitées dans la référence (6) pour un tube de section circulaire et nous adaptons ci-dessous leur calcul à un tube rectangulaire.

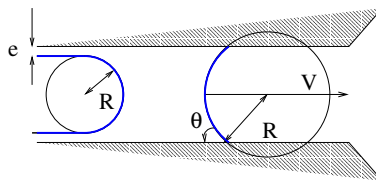


FIG. 4 – Les rayons de courbure avant et arrière d'un pont se déplaçant à vitesse  $V$ .

- Les rayons de courbure pour un pont avançant à vitesse  $V$  sont fixés comme suit (Fig. 4) :
- A l'arrière, le rayon est fixé par le film déposé après le passage, l'angle de contact est supposé nul. Nous approximations les deux rayons de courbure à l'arrière du pont par  $R_1 = (w/2) - e_w$  et  $R_2 = (h/2) - e_h$ , où  $e_w$  et  $e_h$  sont les épaisseurs de film déposé dans la largeur et la hauteur respectivement.
  - A l'avant, le rayon est déterminé par l'équilibre entre la tension de surface, qui tend à minimiser les rayons de courbure, et la viscosité qui ralentit le mouvement du liquide aux parois. A vitesse constante, ceci produit un angle d'équilibre  $\theta$  constant, que nous

supposons le même dans la largeur et l'épaisseur ; les rayons avant et arrière s'écrivent ainsi  $R_1 = h/2 \cos \theta$  et  $R_2 = w/2 \cos \theta$ .

Les effets capillaires peuvent alors s'exprimer, d'après la loi de Laplace, de la manière suivante :

$$\Delta P_{\text{cap}} = \gamma \cos \theta \left( \frac{2}{h} + \frac{2}{w} \right) - \gamma \left( \frac{2}{h - 2e_h} + \frac{2}{w - 2e_w} \right), \quad (3)$$

ce qui peut se simplifier, en constatant que  $\theta$ ,  $2e_h/h$  et  $2e_w/w \ll 1$  :

$$\Delta P_{\text{cap}} = -\gamma \left[ \frac{2}{h} \cdot \left( \frac{\theta^2}{2} + \frac{e_h}{h} \right) + \frac{2}{w} \cdot \left( \frac{\theta^2}{2} + \frac{e_w}{w} \right) \right]. \quad (4)$$

Pour estimer les valeurs numériques des épaisseurs  $e_h$  et  $e_w$ , nous avons recours à la loi de Bretherton, soit  $2e_h/h = 2e_w/w = 3.88(\mu V/\gamma)^{2/3}$  (7). Pour l'angle dynamique de contact  $\theta$ , la loi de Tanner prédit  $\theta = \kappa(\mu V/\gamma)^{1/3}$ , où  $\kappa$  est un facteur numérique (8). Ces deux lois ne sont pas applicables *strictu sensu* à notre cas de canal rectangulaire, mais nous les utilisons ici pour obtenir un ordre de grandeur des valeurs pertinentes, permettant alors de transformer l'équation (4) :

$$\Delta P_{\text{cap}} = -\gamma(3.88 + \kappa^2/2) \left( \frac{2}{h} + \frac{2}{w} \right) \left( \frac{\mu V}{\gamma} \right)^{2/3}. \quad (5)$$

Finalement, nous combinons les équations (5) et (1), pour écrire  $\Delta P + \Delta P_{\text{vis}} + \Delta P_{\text{cap}} = 0$ , où  $\Delta P$  est la pression relative appliquée par le réservoir pressurisé à l'entrée du canal. Cette relation nous permet de calculer la courbe théorique reliant la vitesse du pont à sa longueur, tracée sur la Fig. 3 en trait plein, ainsi que sur la Fig. 2.

### 3.3 Discussion et perspectives

En considérant le liquide contenu dans le pont, la loi de Poiseuille prédit une vitesse qui croît linéairement avec  $L^{-1}$ . Pour des ponts longs ( $L > 0.4$  cm), la vitesse obtenue par cette loi est en bon accord avec la vitesse observée expérimentalement. Pour les ponts courts cependant, les vitesses observées sont trop basses par rapport à la prédiction théorique, même après l'addition des effets visqueux dans l'air qui introduit une nonlinéarité dans la relation  $V(L^{-1})$  (Fig. 3).

En rajoutant les termes de pression de Laplace au modèle théorique, nous trouvons un très bon accord entre les courbes théoriques et expérimentales. Ceci est spécialement vrai pour les deux valeurs élevées de la pression (250 et 450 Pa) sur la Fig. 2. Pour  $P = 150$  Pa, nous trouvons un désaccord d'environ 20%, ce qui pourrait s'expliquer par une erreur dans la mesure de la position du ménisque.

Cependant, notre analyse demeure incomplète. En effet, la valeur du paramètre  $\kappa$  dans l'équation (4) est inconnue. Même si nous avons utilisé une valeur ( $\kappa = 5$ ) voisine des valeurs publiées dans la littérature,  $\kappa$  a été traité comme paramètre libre afin d'approximer au mieux les valeurs mesurées par les courbes théoriques. Une bonne connaissance de ces paramètres, à travers l'extension à une géométrie rectangulaire des lois de Tanner et de Bretherton, manque toujours. Ceci fait l'objet de nos études actuelles qui visent à varier la viscosité du liquide et sa tension de surface indépendamment, ainsi que la géométrie des microcanaux.

Cette étude nous mènera aussi à des questions relatives au passage d'un pont liquide à travers une bifurcation, avec le souhait de pouvoir appliquer de futurs résultats aux écoulements dans l'arbre pulmonaire.

## Références

- [1] C.N. Baroud et H. Willaime. Multiphase flows in microfluidics. *Comptes rendus de physique*, 5 :547–555, 2004.
- [2] H.A. Stone, A.D. Strook, et A. Ajdari. Engineering flows in small devices : Microfluidics toward a lab-on-a-chip. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, pages 381–411, 2004.
- [3] D.R. Link, S.L. Anna, D.A. Weitz, et H.A. Stone. Geometrically mediated breakup of drops in microfluidic devices. *Phys. Rev. Lett.*, 92(5) :054503, 2004.
- [4] S.R. Quake et A. Scherer. From micro- to nano-fabrication with soft materials. *Science*, 290 :1536–1540, November 2000.
- [5] H. Song, J.D. Tice, et R.F. Ismagilov. A microfluidic system for controlling reaction networks in time. *Angew. Chem., Int. Ed.*, 42, 2003.
- [6] J. Bico et D. Quéré. Falling slugs. *J. Coll. and Interface Science*, 243 :262–264, 2001.
- [7] F.P. Bretherton. The motion of long bubbles in tubes. *J. Fluid Mech.*, 10 :166–188, 1961.
- [8] L.H. Tanner. The spreading of silicone oil drops on horizontal surfaces. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 12 :1473–1484, 1979.