



**HAL**  
open science

## Étude des surfaces de début de transformation des alliages à mémoire de forme anisotropes

Karine Taillard, Sylvain Calloch, Christophe Bouvet, Christian LExcellent

► **To cite this version:**

Karine Taillard, Sylvain Calloch, Christophe Bouvet, Christian LExcellent. Étude des surfaces de début de transformation des alliages à mémoire de forme anisotropes. 17e Congrès français de mécanique, 2005, Troyes, France. hal-04270502

**HAL Id: hal-04270502**

**<https://hal.science/hal-04270502>**

Submitted on 4 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation des surfaces de début de transformation des AMF isotropes et anisotropes

Karine Taillard<sup>1</sup>, Sylvain Calloch<sup>2</sup>, Christophe Bouvet<sup>3</sup>, Christian Lexcellent<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique et Technologie  
61, avenue du Président Wilson  
94235 CACHAN Cedex

<sup>2</sup> Laboratoire de Mécanique des Structures Navales  
2, rue François Verny  
29806 BREST Cedex 9

<sup>3</sup> Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse  
118, route de Narbonne  
31062 TOULOUSE Cedex

<sup>4</sup> Laboratoire de Mécanique Appliquée R. Chaléat  
24, rue de l'épître  
25000 BESANCON

## Résumé :

*Les propriétés des Alliages à Mémoire de Forme (AMF) sont dues à une transformation de phase solide-solide appelée transformation martensitique. Pour des températures supérieures à  $A_f$  (Austénite finish) toutes les déformations mécaniques sont réversibles : c'est ce qu'on appelle la pseudo élasticité. Ce comportement n'est pas facile à modéliser en 3D bien que les phénomènes 1D soient bien connus. Par conséquent, il est nécessaire de définir une contrainte équivalente de début de transformation pour les AMF. Par ailleurs, Arbab Chirani et Patoor [1] et Lexcellent et al. [2] font remarquer que la texture initiale des AMF a une influence forte sur la forme de ces surfaces seuil de transformation. A partir de détections de surfaces seuil expérimentales, nous définirons une contrainte équivalente pour les AMF tant isotropes qu'anisotropes.*

## Abstract :

*The specific behavior of Shape Memory Alloys (SMA) is due to a solid-solid transformation called martensitic transformation. For temperatures greater than  $A_f$  (Austenite finish) all stress-induced strain is recoverable : this behavior is called pseudo elasticity. The 3D behavior of SMA is not easy to model despite the 1D behavior is well known. Consequently, the definition of an equivalent stress of onset transformation is required. Otherwise, Arbab Chirani and Patoor [1] and Lexcellent and al. [2] underline that the texture of SMA has many influence on the shape of the stress yield surface. After experimental yield surface detection, we define an equivalent stress for both isotropic and textured SMA.*

## Mots clefs :

**Alliages à Mémoire de Forme , contrainte équivalente , essais de détection, texture**

## 1 Introduction

Les propriétés des Alliages à Mémoire de Forme (AMF) et en particulier le comportement pseudoélastique sont utilisées dans de nombreuses applications tridimensionnelles. C'est pourquoi il est nécessaire de développer des modèles spécifiques pour la pseudoélasticité sous sollicitations mécaniques 3D. Un modèle phénoménologique a récemment été proposé par Bouvet et al. [4]. Il est basé sur deux surfaces seuil de début de transformation et a été validé par de nombreux essais sous chargements multiaxiaux. Ce modèle, dans sa version initiale, ne concerne que les AMF isotropes. Néanmoins, l'influence de la texture cristallographique initiale est connue pour avoir une influence importante sur la forme de la surface de transformation directe ([1],[2]). L'objectif de cet article est d'étendre la modélisation par surface seuil de début de transformation aux AMF anisotropes, puis de valider les choix effectués en la comparant à des surfaces seuils déterminées expérimentalement en traction – torsion, traction – pression interne et bi-compression.

## 2 Caractérisation expérimentale des surfaces de début de transformation

Dans cette partie nous étudierons deux AMF polycristallins : l'un de type cuivreux (Cu 87.33wt% - Al 11.33wt% - Be 0.49wt%) fourni par la société Tréfilmétaux et l'autre de type Ni 50.7at%-Ti de Special Metals. Les éprouvettes de Cu-Al-Be sont obtenues par tréfilage puis traitées thermiquement (20 minutes à 650°C puis trempe à l'eau bouillante pendant une heure). Les températures de transformation du Cu-Al-Be sont obtenues par des mesures de résistance électrique :  $A_s=19^\circ\text{C}$ ,  $A_f=32^\circ\text{C}$ ,  $M_s=21^\circ\text{C}$ ,  $M_f=-7^\circ\text{C}$ . Les températures de transformation du Ni-Ti sont mesurées par Analyse Calorimétrique Différentielle (ACD) :  $A_s=-2.5^\circ\text{C}$ ,  $A_f=21^\circ\text{C}$ ,  $M_s=-4^\circ\text{C}$ ,  $M_f=-29^\circ\text{C}$ .

### 2.1 Principe de la détection

La machine hydraulique est asservie en déformation proportionnelle, par exemple en traction - cisaillement, jusqu'à détection d'une perte de linéarité dans le plan (contrainte de von Mises, déformation de von Mises) qui signifie que l'on est au début de la transformation austénite - martensite. Le critère retenu pour la perte de linéarité est un offset de type déformation résiduelle. Le pilotage de la machine est réalisé à l'aide du logiciel Labview.

### 2.2 Description des essais

Sur le Ni-Ti qui présente une texture isotrope, nous déterminerons expérimentalement la surface seuil en traction - cisaillement à partir d'essais de traction - torsion sur éprouvettes tubulaires minces. Dans le cas du Cu-Al-Be, isotrope transverse d'axe 3, outre la surface seuil de traction cisaillement, nous déterminerons également la surface seuil en bi-traction à l'aide d'essais de traction - pression interne sur éprouvettes tubulaires minces et d'essais de bi-compression sur des éprouvettes cubiques [3].

### 2.3 Résultats

#### 2.3.1 Sur Ni-Ti

La figure 1 montre le résultat expérimental en traction - torsion dans le plan ( $\sigma, \tau$ ). Il faut noter que le seuil de début de transformation est traction est plus faible que celui en compression.

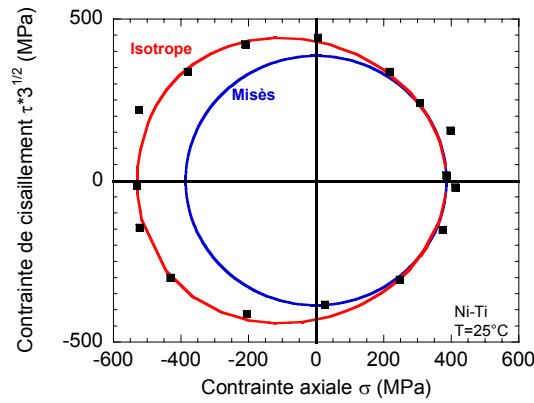


FIG. 1 – Surface seuil du Ni-Ti en traction - torsion : les points sont les valeurs expérimentales, les traits continus les surfaces théoriques.

### 2.3.2 Sur Cu-Al-Be

La figure 2 montre les résultats expérimentaux dans le plan des contraintes principales ( $\sigma_{11}, \sigma_{22}$ ) et dans le plan des contraintes de traction – cisaillement ( $\sigma_{33}, \tau_{13}$ ). On retrouve encore une fois la dissymétrie entre traction et compression, et la bonne symétrie des surfaces vis-à-vis du sens de cisaillement. Par contre, le seuil en cisaillement est plus élevé que pour un alliage isotrope. Le léger décalage observé en cisaillement provient d'un défaut d'alignement lors du montage de l'éprouvette.

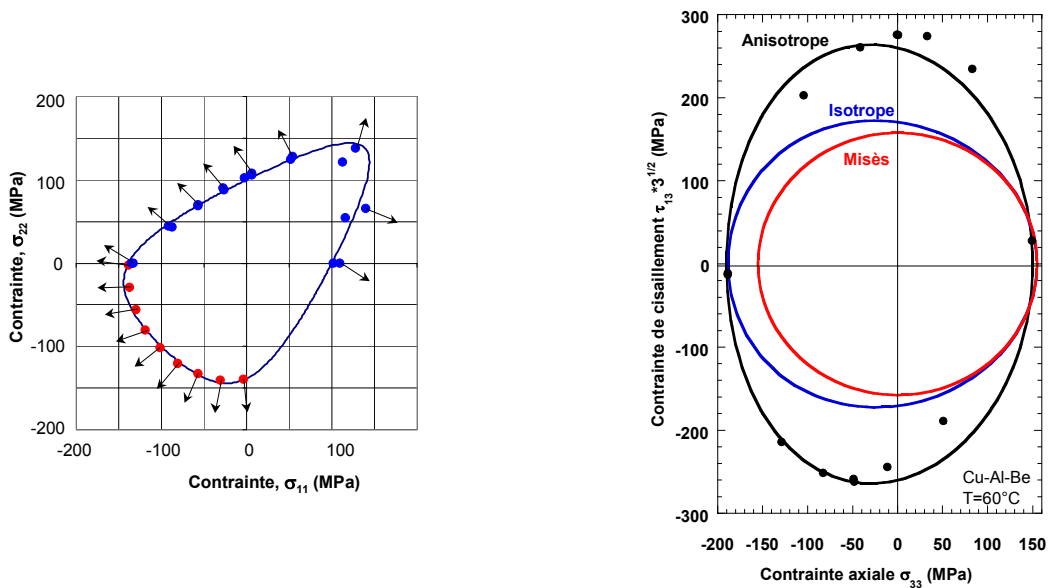


FIG. 2 – Surfaces seuil du Cu-Al-Be en bicompresion traction-pression interne et en traction-torsion : les points sont les valeurs expérimentales, les traits continus les surfaces théoriques.

## 3 Définition d'une contrainte équivalente

Dans cette partie, on cherche à définir une contrainte seuil de début de transformation capable de prendre en compte les observations expérimentales précédentes. L'objectif de ce critère macroscopique est de décrire la limite du domaine, dans l'espace des contraintes, dans lequel la transformation austénite - martensite n'est pas activée.

Du fait que la transformation martensitique a lieu sans changement de volume, on peut faire l'hypothèse, dans le cas isotrope et dans le cas anisotrope, que le critère de début de transformation  $\sigma_{eq}$  est indépendant du premier invariant des contraintes  $\bar{P}$ .

### 3.1 Cas isotrope

#### 3.1.1 Construction

Pour un AMF isotrope, Bouvet *et al.* [4] ont proposé la définition (1) pour la contrainte équivalente :

$$\sigma_{eq} = \sigma_{eq}(\bar{\sigma}, y_\sigma) = \bar{\sigma} \cdot g(y_\sigma) \quad (1)$$

Avec

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma_D : \sigma_D} \quad (2)$$

$$y_\sigma = \frac{27 \det(\sigma_D)}{2 \bar{\sigma}^3}$$

où  $\bar{\sigma}$  est la contrainte équivalente de von Mises,  $y_\sigma$  le troisième invariant du tenseur des contraintes et  $g$  une fonction définie par (3) avec  $a$  un paramètre matériau variant entre 0 et 1.

$$g(y_\sigma) = \cos\left(\frac{1}{3} \cdot \cos^{-1}(1 - a \cdot (1 - y_\sigma))\right) \quad (3)$$

#### 3.1.2 Identification et validation

L'identification est faite sur les résultats en traction torsion du Ni-Ti : seuls les points en traction pure et compression pure sont utilisés pour identifier les paramètres  $\sigma_{eq}$  et  $a$ . On obtient ainsi une bonne coïncidence entre la courbe modélisée et les points expérimentaux (FIG 1) ce qui permet de valider le modèle choisi.

### 3.2 Cas anisotrope

#### 3.2.1 Construction

Pour un AMF anisotrope, nous avons vu sur le cas du Cu-Al-Be que le modèle isotrope n'est pas adapté. Il faut donc étendre le modèle précédent. Pour cela, et afin d'éviter des problèmes de non convexité des surfaces, on choisit de se placer dans un espace de contraintes virtuelles dilatées  $\tilde{\sigma}$ , tel que l'hyper ellipsoïde de Hill se transforme en hyper sphère. Dans cet espace dilaté, on retrouve le cas isotrope.

Pour passer de l'espace des contraintes réelles  $\underline{\sigma}$  à l'espace des contraintes virtuelles  $\tilde{\underline{\sigma}}$  il faut faire une transformation affine. Si on prend un critère de Hill de la forme (4).

$$F \cdot (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G \cdot (\sigma_{33} - \sigma_{22})^2 + H \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{33})^2 + 2L \cdot \sigma_{12}^2 + 2M \cdot \sigma_{13}^2 + 2N \cdot \sigma_{23}^2 = 1 \quad (4)$$

Les seuils de début de transformation en traction  $\sigma_{11t}^0, \sigma_{22t}^0, \sigma_{33t}^0$  et en cisaillement  $\sigma_{12c}^0, \sigma_{13c}^0, \sigma_{23c}^0$  permettent d'identifier les coefficients de Hill : F, G, H, L, M et N.

$$\begin{cases} F + H = \frac{1}{\sigma_{11t}^0} \\ F + G = \frac{1}{\sigma_{22t}^0} \\ G + H = \frac{1}{\sigma_{33t}^0} \end{cases} \quad \begin{cases} L = \frac{1}{2 \cdot \sigma_{12c}^0} \\ M = \frac{1}{2 \cdot \sigma_{13c}^0} \\ N = \frac{1}{2 \cdot \sigma_{23c}^0} \end{cases} \quad (5)$$

A partir de ces valeurs on peut calculer les coefficients de la matrice  $\underline{\underline{D}}$  de passage entre  $\underline{\sigma}$  et  $\underline{\tilde{\sigma}}$  :

$$\underline{\tilde{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\sigma} \quad (4)$$

$$\underline{\underline{Dd}} = \begin{bmatrix} \frac{2A}{3} \cos^2(\theta) + \frac{2B}{3} \sin^2(\theta) + \frac{1}{3} & -\frac{A}{3} \cos^2(\theta) - \frac{B}{3} \sin^2(\theta) + \frac{1}{3} & -\frac{A}{3} \cos^2(\theta) - \frac{B}{3} \sin^2(\theta) + \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ sym & \left(\frac{A+B}{6} + \frac{B}{2}\right) \cos^2(\theta) + \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{6}\right) \sin^2(\theta) + \frac{1}{3} & \left(\frac{A-B}{6} - \frac{B}{2}\right) \cos^2(\theta) + \left(\frac{B}{6} - \frac{A}{2}\right) \sin^2(\theta) + \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ sym & sym & \left(\frac{A+B}{6} + \frac{B}{2}\right) \cos^2(\theta) + \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{6}\right) \sin^2(\theta) + \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{N} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\underline{\underline{D}} = \frac{\underline{\underline{Dd}}}{\sqrt{\frac{1}{2}[(Dd_{11} - Dd_{12})^2 + (Dd_{11} - Dd_{13})^2 + (Dd_{12} - Dd_{13})^2]}} \quad (6)$$

Avec les coefficients définis par (7) et (8) :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{3}{2} \cdot (F + H) \\ \beta = \frac{1}{2} F + \frac{1}{2} H + 2 \cdot G \\ \gamma = \sqrt{3} \cdot (H - F) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} A^2 = \alpha \cdot \cos^2(\theta) + \beta \cdot \sin^2(\theta) + \gamma \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \\ B^2 = \alpha \cdot \sin^2(\theta) + \beta \cdot \cos^2(\theta) - \gamma \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \\ \theta = \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{\gamma}{\beta - \alpha}\right) \end{cases} \quad (8)$$

Et les composantes des contraintes sont prises dans l'ordre (9) :

$$\underline{\sigma} = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}] \quad (9)$$

On peut alors réécrire la contrainte équivalente pour un AMF anisotrope (10).

$$\sigma_{eq} = \sigma_{eq}(\bar{\sigma}, y_{\bar{\sigma}}) = \bar{\sigma} \cdot g(y_{\bar{\sigma}}) \quad (10)$$

### 3.2.2 Identification et validation

Les valeurs des paramètres F, G, H, M, N et  $a$  sont identifiés sur le Cu-Al-Be à partir des points expérimentaux en traction pure sur les axes 1 et 3, en compression pure sur l'axe 1 et en cisaillement pur 13 suivant les équations (5).

Paramètre	Valeur
$a$	0,7
$F$	0,240
$G=H$	0,192
$M=N$	0,23

On peut voir sur la figure FIG 2 qu'il existe une bonne coïncidence entre les points expérimentaux et la surface seuil anisotrope définie. Ceci permet de valider les choix effectués.

### Conclusion

La construction des contraintes équivalentes proposées est faite grâce au développement de plusieurs essais multiaxiaux complémentaires : bi compression, traction - torsion et traction – pression interne. Ces essais permettent également de valider les choix effectués. En outre, ces propositions de contraintes équivalentes ont été comparées au modèle micro - macro de Arbab Chirani et Patoor [1], ce qui fournit une seconde validation [5].

### Références

- [1] S. Arbab Chirani, E. Patoor, "Influence of the crystallographic texture on transformation surfaces in SMA", The 3rd Japan-France Seminar on Intelligent Materials and Structures, 2000
- [2] C. LExcellent, A. Vivet, C. Bouvet, S. Calloch, P. Blanc, "Experimental and numerical determination of the initial surface of phase transformation under biaxial loading in some polycrystalline SMA", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 50, 2002, pp.2717-2735
- [3] C. Bouvet, S. Calloch, C. LExcellent, "Mechanical behavior of a Cu-Al-Be SMA under multiaxial proportional and nonproportional loadings", J. Eng. Mat. Techn., Vol. 124, 2002, pp.112-124
- [4] C. Bouvet, S. Calloch, C. LExcellent, "A phenomenological model for pseudoelasticity of SMA under multiaxial proportional and nonproportional loadings", Eur. J. Mech. A, 2004, Vol. 23, pp.37-6
- [5] S. Arbab Chirani, K. Taillard, S. Calloch, C. LExcellent et E. Patoor, "Evolution de la fraction volumique de martensite dans les alliages à mémoire de forme sous chargement multiaxial", CFM, 2005.