



HAL
open science

Identification des propriétés élastiques et du chargement d'une structure micrométrique par mesure de champs

Fabien Amiot, François Hild, Jean-Paul Roger

► To cite this version:

Fabien Amiot, François Hild, Jean-Paul Roger. Identification des propriétés élastiques et du chargement d'une structure micrométrique par mesure de champs. 17e Congrès français de mécanique, Aug 2005, Troyes, France. hal-04262515

HAL Id: hal-04262515

<https://hal.science/hal-04262515>

Submitted on 27 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Identification des propriétés élastiques et du chargement d'une structure micrométrique par mesure de champs

Fabien Amiot,^{1,2} François Hild,¹ Jean Paul Roger²

¹LMT-Cachan, ENS de Cachan / CNRS-UMR 8535 / Université Paris 6
61 avenue du président Wilson, 94235 Cachan Cedex

²Laboratoire d'Optique Physique, ESPCI / CNRS-UPR A0005
10 rue Vauquelin, 75005 Paris
amiot@optique.espci.fr

Résumé :

L'utilisation d'un dispositif interférométrique permet la mesure du champ de déplacement de MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems). On impose à un microlevier ($70 \times 20 \times 1.2 \mu\text{m}^3$) un chargement mécanique sans contact, sans pouvoir faire d'hypothèse sur le type de chargement. Le problème d'identification des propriétés élastiques du levier est alors difficile du fait des inconnues sur le chargement. On présente alors une technique d'identification basée sur une "méthode d'écart à l'équilibre" permettant de résoudre ce problème.

Abstract :

A shear-interferometer, which is suitable for measuring the displacement field of MEMS, is developed. An unknown electrostatic load is applied to a microcantilever ($70 \times 20 \times 1.2 \mu\text{m}^3$). The identification of the elastic properties of the cantilever is difficult because of the unknown loading. An identification technique is derived from the "equilibrium gap method" to solve this problem. The displacement field measured by the shear interferometer is used to identify simultaneously the loading type, heterogeneous loading parameters and the heterogeneous elastic properties of the cantilever.

Mots-clefs :

méthode optique de mesure de champ ; MEMS ; identification de propriétés et de chargement

1 Introduction

De nombreux microsystèmes et micro-objets, comme des microleviers, ont été proposés comme détecteurs physiques, chimiques ou biologiques [1]. L'adsorption d'espèces à la surface peut introduire des contraintes de surface qui provoquent une flexion statique du levier [2]. Parallèlement, plusieurs modèles ont été proposés pour expliquer la flexion d'un microlevier lorsque l'on provoque une réaction d'hybridation d'ADN greffé à sa surface [3, 4, 5]. La discrimination de ces modèles se heurte à la pauvreté des données expérimentales recueillies. On montre la faisabilité d'une mesure de champ de déplacement pour l'identification des effets mécaniques introduits par une réaction biochimique en cherchant à identifier simultanément le champ de propriétés élastiques d'un levier et le chargement mécanique (a priori inconnu) qui s'y applique lorsque le levier est utilisé comme une armature de condensateur. Contrairement à une approche développée précédemment [6], qui supposait le type de chargement connu, celui-ci est ici paramétré et la minimisation d'un indicateur de l'écart à l'équilibre de la structure permet la détermination du type de chargement effectivement appliqué.

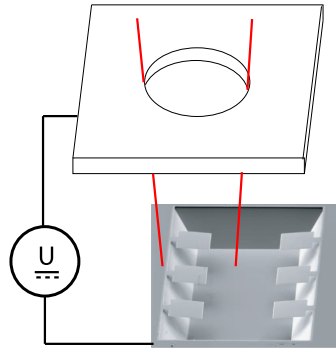


FIG. 1 – Dispositif utilisé.

2 Dispositif expérimental

Le dispositif utilisé exploite le fait que les MEMS étudiés sont recouverts d'une couche d'or, conductrice, qui peut constituer une armature d'un condensateur. L'autre armature est une tôle d'aluminium emboutie rapportée au-dessus de la matrice des microleviers. Elle comporte un trou de 0.6 mm de diamètre, permettant le passage du faisceau du microscope (figure 1). Si l'on impose une différence de potentiel $V_1 - V_2$ entre les armatures d'un condensateur, il apparaît entre elles un champ électrique $\underline{E}_e = -\underline{\nabla}V$. Chaque armature porte une charge surfacique $\pm\sigma$ définie par

$$\sigma = E_e \varepsilon, \quad (1)$$

où ε est la constante diélectrique du milieu. Les armatures vont s'attirer, quel que soit le signe de $(V_1 - V_2)$. Si l'on considère un élément de surface dS , la force dF élémentaire exercée sur celui-ci est

$$dF = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon} dS. \quad (2)$$

La surface du conducteur étant une surface équipotentielle, le champ électrique et la force dF sont normaux à la surface. On peut donc assimiler ce chargement à un champ de pression

$$p = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon}. \quad (3)$$

Le champ de déplacement résultant est alors mesuré à l'aide d'un dispositif d'imagerie interférométrique semblable à celui décrit dans [6].

3 Identification

Sachant qu'on ne peut pas faire d'hypothèse sur l'allure de la répartition de pression (du fait notamment de la présence du trou dans l'armature supérieure), on va chercher à identifier à la fois le champ de contraste élastique et la forme du champ de pression. D'autre part, comme ce champ de pression concerne également l'extrémité du levier, on assimile le chargement mécanique à un champ de pression auquel se superpose un couple pur C appliqué à l'extrémité du levier. Du fait des effets de pointe, on considère le rapport $\beta = \frac{C}{C_{pN}}$, où C_{pN} est le couple nodal dû à la pression identifiée sur l'élément N , comme inconnu.

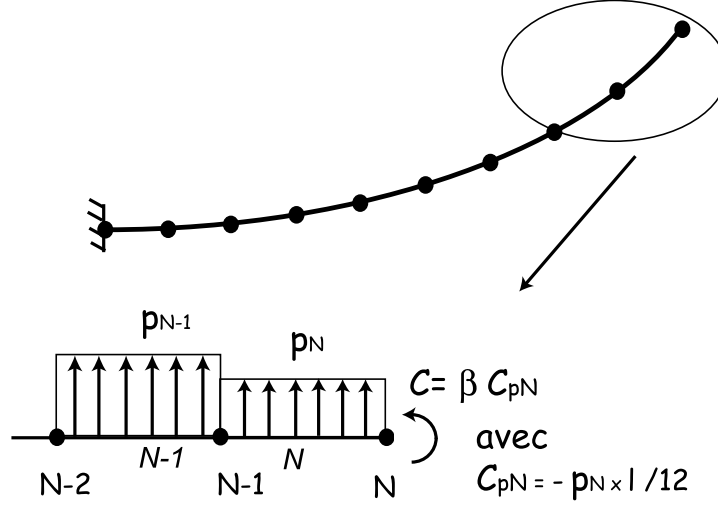


FIG. 2 – Discretisation de la structure poutre et modélisation paramétrée du chargement.

3.1 Problème inverse

Le problème consiste alors, mesurant le champ de déplacement de la structure, à identifier :

- le champ de contraste élastique,
- le champ de pression sur la face supérieure du levier (qui se traduit par un ensemble de forces et couples nodaux),
- le chargement à l'extrémité du levier, modélisé par le rapport β .

On se base sur une formulation faible du problème présenté sur la figure 2. Le contraste des propriétés élastiques est modélisé par un champ d'endommagement \underline{D} . On écrit l'équilibre de chacun des noeuds à partir de l'expression de l'énergie potentielle élastique

$$E_p = \frac{EI}{2} \sum_{n=1}^N (1 - D_n) f(v_{n-1}, v_n, \theta_{n-1}, \theta_n) - \sum_{m=1}^N (F_m v_m + C_m \theta_m). \quad (4)$$

où $\frac{EI(1-D_n)}{2} \times f$ représente l'énergie de déformation de l'élément en fonction de ses déplacements nodaux. Avec la fonction f choisie, $C_{pN} = -\frac{p_N l}{12}$. Il vient

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{p_{n,n+1}}}{\partial v_i} &= \frac{EI}{2} \{ (1 - D_n) g^- + (1 - D_{n+1}) g^+ \} - F_i = 0 \\ \frac{\partial E_{p_{n,n+1}}}{\partial \theta_i} &= \frac{EI}{2} \{ (1 - D_n) h^- + (1 - D_{n+1}) h^+ \} - C_i = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

avec les fonctions g^- , g^+ , h^- , h^+ obtenues par dérivation de f

$$\begin{aligned} g^-(v_i, v_{i-1}, \theta_i, \theta_{i-1}) &= \frac{24}{l^3} (v_i - v_{i-1}) - \frac{12}{l^2} (\theta_{i-1} + \theta_i) \\ g^+(v_i, v_{i+1}, \theta_i, \theta_{i+1}) &= \frac{24}{l^3} (v_i - v_{i+1}) + \frac{12}{l^2} (\theta_i + \theta_{i+1}) \\ h^-(v_i, v_{i-1}, \theta_i, \theta_{i-1}) &= \frac{12}{l^2} (v_{i-1} - v_i) + \frac{4}{l} (\theta_{i-1} + 2\theta_i) \\ h^+(v_i, v_{i+1}, \theta_i, \theta_{i+1}) &= \frac{12}{l^2} (v_i - v_{i+1}) + \frac{4}{l} (2\theta_i + \theta_{i+1}) \end{aligned} \quad (6)$$

où l est la longueur de l'élément, v et θ représentent les champs cinématiques mesurés. On considère ici le champ de pression comme inconnu, au même titre que le champ d'endommagement $(1 - \underline{D})$. On écrit un système linéaire de $2(N + 1)$ équations à $2N$ inconnues (et deux modes de corps rigide), avec $N = 2^\alpha$

$$\underline{M}\underline{\Lambda} = \underline{0} \quad (7)$$

avec

$$\underline{\Lambda}^t = [(1 - D_1), p_1, (1 - D_2), p_2, \dots, (1 - D_{2\alpha}), p_{2\alpha}] \quad (8)$$

\underline{M} est alors une matrice qui ne dépend que des mesures (projetées sur une base de champ cinématiquement admissible), de la longueur de l'élément et du paramètre β . La condition $\underline{\Lambda} = \underline{0}$ est une solution triviale. Dans le domaine des petites perturbations, on considère le comportement de la structure comme linéaire. Si \underline{X} est solution, alors $h\underline{X}$ est solution $\forall h \in \mathfrak{R}^*$. Par conséquent, la solution $\underline{\Lambda}$ non triviale est le vecteur associé à la valeur singulière la plus faible de \underline{M} (qui doit être nulle à la précision de la machine près). D'où

$$\underline{\Lambda} = \vartheta \underline{v}_0 \quad (9)$$

avec \underline{v}_0 vecteur associé à la valeur singulière la plus faible. Le signe de ϑ est imposé en première approche par la contrainte $(1 - D_i) > 0$. On détermine alors le chargement et les propriétés élastiques à une constante multiplicative près. On trouvera une étude de la sensibilité de cette technique au bruit de mesure dans [6]. L'écart à l'équilibre après résolution est alors quantifié à l'aide du résidu \underline{F}_r

$$\underline{M} \underline{v}_0 = \underline{F}_r \quad (10)$$

et de l'indicateur global W_r , défini comme le travail du résidu dans le champ de déplacement local $U_{m\pm}$, c'est-à-dire le champ de déplacements généralisés \underline{U}_m duquel est soustrait le déplacement de corps rigide des éléments adjacents

$$W_r = \sum_i |F_r(i) U_{m\pm}(i)|. \quad (11)$$

Cet indicateur est alors normé par l'énergie de déformation de la structure

$$w_r = \frac{W_r}{E_d}. \quad (12)$$

La quantité w_r est indépendante de l'échelle de contrainte et définit la qualité de l'identification.

3.2 Identification du chargement réel

L'indicateur défini est une fonction de deux variables : le champ cinématique mesuré \underline{U}_m et le paramètre β qui décrit le chargement à l'extrémité du levier

$$w_r = w_r(\underline{U}_m, \beta). \quad (13)$$

Une première estimation du paramètre β décrivant au mieux le chargement est obtenue en minimisant w_r par rapport à β

$$w_{r0} = \min_{\beta} w_r(\underline{U}_m, \beta) = w_r(\underline{U}_m, \beta_0) \quad (14)$$

En pratique, on peut toujours obtenir une valeur initiale β_0 tel que w_{r0} soit égal à 0, à la précision de la machine près. Néanmoins, des simulations numériques montrent que la valeur trouvée s'éloigne de la valeur réelle quand le niveau de bruit qui affecte les mesures croît. Si ce niveau de bruit est faible, la valeur recherchée β_{sol} est proche de β_0 , et on peut l'approcher en suivant la démarche suivante :

- En choisissant une valeur de $\beta = \beta^*$ proche de β_0 , on peut chercher $\delta \underline{U}_{min}$ tel que $w_r(\underline{U}_m + \delta \underline{U}_{min}, \beta^*) = 0$ (méthode de Newton) . Comme le gradient $\frac{\partial w_r}{\partial \underline{U}}$ comporte des

valeurs singulières nulles à la solution, le champ $\delta\mathbf{U} = \delta\mathbf{U}_{min} + \delta\mathbf{U}_c$ est estimé en choisissant $\delta\mathbf{U}_c$ tel que $\delta\mathbf{U}$ maximise la probabilité qu'il soit la projection d'un bruit gaussien décorrélé sur une base cinématiquement admissible.

- Un des effets du bruit de mesure est que le champ mesuré ne vérifie pas les conditions aux limites cinématiques \mathbf{U}_d supposées. Aussi, on peut définir l'indicateur

$$\kappa(\beta^*) = \|\delta\mathbf{U}(\beta^*) - \mathbf{U}_d\| \quad (15)$$

Au voisinage de β_0 , $\delta\mathbf{U}(\beta^*)$ évolue linéairement avec $\beta^* - \beta_0$. Le choix d'une norme 2 dans l'équation (15) rend κ quadratique par rapport à β^* . Une estimation du paramètre β représentatif du chargement sur la structure est alors obtenue en minimisant κ .

4 Application à des champs mesurés

On applique la technique décrite ci-dessus aux champs obtenus expérimentalement à l'aide du dispositif présenté au paragraphe 2. Les champs de déplacement ont été obtenus dans des conditions qui assurent une reproductibilité (écart-type entre deux champs mesurés pour le même état de chargement) des mesures de l'ordre de 100pm. Le champ observé couvre la totalité du levier. Comme montré dans [6], c'est le rapport bruit / signal qui impose le niveau de discrétisation maximal si la représentation choisie pour le chargement est correcte. Le déplacement maximum étant de l'ordre de 30nm, une discrétisation à 2 éléments semble être le maximum admissible.

β	w_r	valeur singulière minimale
0	2.79	1.8×10^{-4}
$\beta_0 = -1.45$	4.59×10^{-14}	0
$\beta_{sol} = -1.34$	5.5×10^{-2}	8.01×10^{-6}

TAB. 1 – Valeurs de l'indicateur d'erreur w_r et la valeur singulière minimale pour 3 valeurs de β caractéristiques (w_r et β sont sans dimension).

Le tableau 1 présente l'indicateur d'erreur pour diverses valeurs de β . Pour $\beta = 0$, on obtient une valeur de w_r bien supérieure (2 ordres de grandeur) à celle attendue pour ce niveau de bruit. Les champs identifiés sont peu probables, puisque l'on identifie une pression négative près de l'encastrement du levier (voir figure 3). On annule cet indicateur pour $\beta = \beta_0$, qui donne une estimation de la solution β_{sol} , minimisant $\kappa(\beta^*)$. Pour $\beta = \beta_{sol}$, l'indicateur d'erreur est cette fois du bon ordre de grandeur (voir [6]), et les champs identifiés sont plausibles (figure 3). Une raideur plus grande près de l'encastrement est en effet probablement la conséquence d'une gravure incomplète.

5 Conclusion

On a présenté l'utilisation d'une technique de mesure interférométrique de champ de déplacement induit par un dispositif de chargement sans contact (électrostatique). Le champ de déplacement mesuré est utilisé pour identifier le champ de propriétés élastiques, le champ et le type de chargement. L'algorithme est formulé à partir de l'écart à l'équilibre de la structure, et on dispose d'un indicateur de la qualité des mesures quand le type de chargement est identifié.

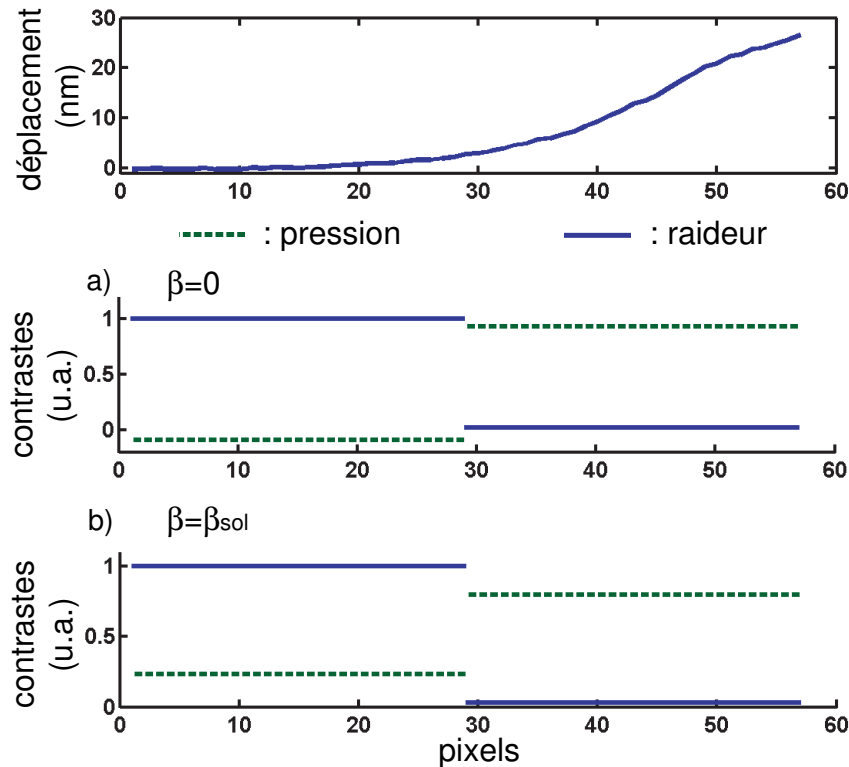


FIG. 3 – Résultats de l'identification pour 2 éléments, pour $\beta = 0$ (a) et $\beta = \beta_{sol}$ (b).

La discrimination de modèles de chargement est envisagée à partir de mesures de champs de déplacements.

Références

- [1] R. Raiteri, M. Grattarola, H.J. Butt, P. Skladal. Micromechanical cantilever-based biosensors. *Sensors and Actuators B*, 79: 115-126, 2001.
- [2] K.M. Hansen, H.F. Ji, G. Wu, R. Datar, R. Cote, A. Majumdar, T. Thundat. Cantilever-based optical deflection assay for discrimination of DNA single-nucleotide mismatches. *Anal. Chem.*, 73: 1567-1571, 2001.
- [3] G. Wu, H. Ji, K. Hansen, T. Thundat, R. Datar, R. Cote, M.F. Hagan, A.K. Chakraborty, A. Majumdar. Origin of nanomechanical cantilever motion generated from biomolecular interactions. *PNAS*, 98: 1560-1564, 2001.
- [4] F.H. Hagan, A. Majumdar, A.K. Chakraborty. Nanomechanical forces generated by surface grafted DNA. *J. Phys. Chem. B*, 106(39): 10163-10173, 2002.
- [5] F. Liu, Y. Zhang, Z.-C. Ou-Yang. Flexoelectric origin of nanomechanical deflection in DNA-microcantilever system. *Biosensors and Bioelectronics*, 18: 655-660, 2003.
- [6] F. Amiot, F. Hild, J.P. Roger. Measuring the displacement field of microcantilevers under electrostatic loading to identify their mechanical properties. In *Proceedings SEM X*, CD-ROM, 7p., 2004.