



**HAL**  
open science

# Une construction du groupe $G_{32}$ de Shephard-Todd via le groupe de Weyl de type $E_6$

Cédric Bonnafé

► **To cite this version:**

Cédric Bonnafé. Une construction du groupe  $G_{32}$  de Shephard-Todd via le groupe de Weyl de type  $E_6$ . 2023. hal-04248838

**HAL Id: hal-04248838**

**<https://hal.science/hal-04248838>**

Preprint submitted on 18 Oct 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# UNE CONSTRUCTION DU GROUPE $G_{32}$ DE SHEPHARD-TODD VIA LE GROUPE DE WEYL DE TYPE $E_6$

par

CÉDRIC BONNAFÉ

---

*Résumé.* — Il est connu que le quotient du groupe dérivé du groupe de réflexions complexe  $G_{32}$  de Shephard-Todd (qui est de rang 4) par son centre est isomorphe au groupe dérivé du groupe de Weyl de type  $E_6$ . Nous montrons que cet isomorphisme peut se réaliser via la puissance extérieure deuxième et en profitons pour proposer une construction alternative du groupe  $G_{32}$ .

Notons  $G_{32}$  le groupe de réflexions complexe construit par Shephard-Todd [ShTo] et notons  $E_6$  un groupe de Weyl de type  $E_6$  (qui est noté  $G_{35}$  dans la classification de Shephard-Todd). Notons  $\mathbf{Sp}_4(\mathbb{F}_3)$  (resp.  $\mathbf{SO}_5(\mathbb{F}_3)$ ) le groupe symplectique (resp. orthogonal) de dimension 4 (resp. 5) sur le corps fini à trois éléments  $\mathbb{F}_3$ . Notons  $\Omega_5(\mathbb{F}_3)$  l'image de  $\mathbf{Sp}_4(\mathbb{F}_3)$  dans  $\mathbf{SO}_5(\mathbb{F}_3)$  à travers le morphisme naturel  $\mathbf{Sp}_4(\mathbb{F}_3) \rightarrow \mathbf{SO}_5(\mathbb{F}_3)$  : c'est le sous-groupe distingué d'indice 2 de  $\mathbf{SO}_5(\mathbb{F}_3)$ . Pour finir, si  $G$  est un groupe, notons respectivement  $D(G)$  et  $Z(G)$  son groupe dérivé et son centre et, si  $d$  est un entier naturel non nul, notons  $\mu_d$  le groupe des racines  $d$ -ièmes de l'unité dans  $\mathbb{C}$ .

Il est montré dans [LeTa, théo. 8.43 et 8.54] que  $G_{32} \simeq \mu_3 \times \mathbf{Sp}_4(\mathbb{F}_3)$  et que  $E_6 \simeq \mathbf{SO}_5(\mathbb{F}_3)$ . En particulier,

$$(*) \quad D(G_{32})/\mu_2 \simeq \Omega_5(\mathbb{F}_3) \simeq D(E_6).$$

L'objet de cette note est de présenter une explication élémentaire directe de l'isomorphisme  $D(G_{32})/\mu_2 \simeq D(E_6)$ , qui permet en fait de construire le groupe de réflexions complexe  $G_{32}$  à partir du groupe de réflexions rationnel  $E_6$ . Cette construction utilise le morphisme classique  $\mathbf{SL}_4(\mathbb{C}) \rightarrow \mathbf{SO}_6(\mathbb{C})$ , et suit les mêmes lignes que notre précédent article [Bon] (dans lequel nous construisons le groupe de réflexions complexe  $G_{31}$  en partant du groupe de Weyl de type  $B_6$ ).

Cette note ne prétend pas démontrer un résultat profond : nous la voyons plutôt comme un joli exemple d'application de la théorie classique des groupes de réflexions (invariants, théorie de Springer,...).

**Remarque.** Il est montré dans [LeTa, théo. 8.53] que  $G_{33} \simeq \mu_2 \times \Omega_5(\mathbb{F}_3)$ . En particulier, cela donne indirectement un isomorphisme  $D(G_{33}) \simeq D(E_6)$ . Mais nous ne connaissons pas de construction de cet isomorphisme qui soit dans le même esprit que ci-dessus.

### 1. Le morphisme $\mathbf{SL}_4(\mathbb{C}) \rightarrow \mathbf{SO}_6(\mathbb{C})$

Nous rappelons ici la construction de ce morphisme, en reprenant certaines notations de [Bon]. Fixons un espace vectoriel complexe  $V$  de dimension 4 et notons

$$\begin{aligned} \Lambda : \mathbf{GL}(V) &\longrightarrow \mathbf{GL}(\wedge^2 V) \\ g &\longmapsto \wedge^2 g \end{aligned}$$

le morphisme naturel de groupes algébriques. Notons que  $\wedge^2 V$  est de dimension 6 et que

$$(1.1) \quad \text{Ker } \Lambda \simeq \mu_2 = \{\pm \text{Id}_V\}.$$

Les listes de valeurs propres d'éléments de  $\mathbf{GL}(V)$  ou  $\mathbf{GL}(\wedge^2 V)$  seront toujours données avec multiplicités. Si  $g \in \mathbf{GL}(V)$  admet pour valeurs propres  $a, b, c$  et  $d$ , alors

$$(1.2) \quad \Lambda(g) \text{ admet } ab, ac, ad, bc, bd \text{ et } cd \text{ comme valeurs propres.}$$

En particulier,

$$(1.3) \quad \det \Lambda(g) = (\det g)^3.$$

Fixons maintenant un générateur  $\varepsilon$  de l'espace vectoriel unidimensionnel  $\wedge^4 V$ . Le choix de ce générateur permet d'identifier  $\mathbb{C}$  et  $\wedge^4 V$  et de définir la forme bilinéaire

$$\begin{aligned} \beta_\wedge : \wedge^2 V \times \wedge^2 V &\longrightarrow \mathbb{C} \\ (x, y) &\longmapsto x \wedge y. \end{aligned}$$

Cette forme bilinéaire est symétrique et non dégénérée. Par définition du déterminant,

$$(1.4) \quad \beta_\wedge(\Lambda(g)(x), \Lambda(g)(y)) = (\det g) \beta_\wedge(x, y)$$

pour tous  $g \in \mathbf{GL}(V)$  et  $x, y \in \wedge^2 V$ . Pour des raisons de dimension et de connexité, l'image de  $\mathbf{GL}(V)$  à travers  $\Lambda$  est la composante neutre  $\mathbf{CO}(\wedge^2 V)^\circ$  du groupe conforme orthogonal  $\mathbf{CO}(\wedge^2 V) = \mathbf{CO}(\wedge^2 V, \beta_\wedge)$  et  $\Lambda$  induit un isomorphisme de groupes algébriques

$$(1.5) \quad \mathbf{SL}(V)/\mu_2 \simeq \mathbf{SO}(\wedge^2 V).$$

Le lemme élémentaire suivant nous sera utile (dans cet article, nous noterons  $j$  une racine primitive cubique de l'unité).

**Lemme 1.6.** — Soit  $g \in \mathbf{SO}(\wedge^2 V)$  admettant pour valeurs propres  $j, j, j, j^2, j^2$  et  $j^2$ . Alors il existe un unique élément  $\tilde{g} \in \mathbf{SL}(V)$ , admettant  $1, j, j$  et  $j$  comme valeurs propres, et tel que

$$\Lambda^{-1}(\{g, g^{-1}\}) = \{\pm \tilde{g}, \pm \tilde{g}^{-1}\}.$$

*Démonstration.* — Soit  $h \in \mathbf{SL}(V)$  tel que  $\Lambda(h) = g$ . Alors  $\Lambda^{-1}(\{g, g^{-1}\}) = \{\pm h, \pm h^{-1}\}$ . Notons  $a, b, c$  et  $d$  les valeurs propres de  $h$ . D'après (1.2), quitte à réordonner les valeurs propres de  $h$ , on peut supposer que  $ab = ac = j$ . En particulier,  $b = c$ . Donc  $bd = cd$ , ce qui force  $bd = cd = j^2$  (car sinon  $j$  serait une valeur propre de  $g$  avec multiplicité  $\geq 4$ ). Toujours d'après (1.2),  $(ad, bc) = (j, j^2)$  ou  $(ad, bc) = (j^2, j)$ .

Si  $(ad, bc) = (j, j^2)$ , alors  $b = c = d$  et  $b^2 = j^2$ , donc  $b = c = d = \eta j$  et  $a = \eta$ , pour un  $\eta \in \{\pm 1\}$ . Quitte à remplacer  $h$  par  $-h$ , les valeurs propres de  $h$  sont donc  $1, j, j, j$  et donc  $h$  est bien le seul élément de  $\Lambda^{-1}(\{g, g^{-1}\})$  admettant cette liste de valeurs propres.

Si  $(ad, bc) = (j^2, j)$ , alors  $d = jb = jc$  et  $b^2 = j$ , ce qui force  $a = b = c = \eta j^2$  et  $d = \eta$ , pour un  $\eta \in \{\pm 1\}$ . Quitte à remplacer  $h$  par  $-h$ , les valeurs propres de  $h$  sont donc  $1, j^2, j^2, j^2$  et donc  $h^{-1}$  est bien le seul élément de  $\Lambda^{-1}(\{g, g^{-1}\})$  admettant  $1, j, j, j$  comme liste de valeurs propres.  $\square$

**Corollaire 1.7.** — Soit  $g \in \mathbf{SO}(\wedge^2 V)$  admettant pour valeurs propres  $j, j, j, j^2, j^2$  et  $j^2$ . Alors  $g$  et  $g^{-1}$  ne sont pas conjugués dans  $\mathbf{SO}(\wedge^2 V)$ .

*Démonstration.* — Supposons trouvé  $w \in \mathbf{SO}(\wedge^2 V)$  tel que  $wgw^{-1} = g^{-1}$ . Notons  $\omega$  et  $\gamma$  des antécédents respectifs de  $w$  et  $g$  dans  $\mathbf{SL}(V)$ . Alors  $\Lambda(\omega\gamma\omega^{-1}) = g^{-1} = \Lambda(\gamma^{-1})$ . Cela montre que  $\gamma^{-1}$  est conjugué à  $\gamma$  ou à  $-\gamma$ , ce qui est impossible suite à l'examen des possibles listes de valeurs propres de  $\gamma$  effectué dans la preuve du lemme 1.6.  $\square$

## 2. Construction de $G_{32}$

Voyons le groupe  $E_6$  comme un sous-groupe fini de  $\mathbf{O}(\wedge^2 V)$  engendré par des réflexions. Posons

$$\mathbf{jSO}(\wedge^2 V) = \langle \mathbf{SO}(\wedge^2 V), j \text{Id}_{\wedge^2 V} \rangle$$

et 
$$\sqrt[3]{\mathbf{SL}}(V) = \{g \in \mathbf{GL}(V) \mid \det(g)^3 = 1\} = \langle \mathbf{SL}(V), j \text{Id}_V \rangle.$$

Alors

$$(2.1) \quad \Lambda^{-1}(\mathbf{jSO}(\wedge^2 V)) = \sqrt[3]{\mathbf{SL}}(V).$$

Nous définissons alors

$$W = \Lambda^{-1}(\langle \mathbf{D}(E_6), j \text{Id}_{\wedge^2 V} \rangle).$$

C'est un sous-groupe de  $\sqrt[3]{\mathbf{SL}}(V)$ . Le but de cette note est de montrer que  $W$  est isomorphe au groupe de réflexions complexes  $G_{32}$  de Shephard-Todd. Remarquons pour commencer que

$$(2.2) \quad \mu_6 \subset W.$$

**2.A. Réflexions dans  $W$ .** — La liste des degrés de  $E_6$  est 2, 5, 6, 8, 9, 12 alors que celle de ses codegrés est 0, 3, 4, 6, 7, 10 (voir [Bro, table A.3]). En particulier, exactement 3 des degrés sont divisibles par 3, ce qui montre [Spr, théo. 3.4] que  $E_6$  contient un élément  $w_3$  admettant la valeur propre  $j$  avec multiplicité 3. Nous noterons  $C_3$  la classe de conjugaison de  $w_3$  dans  $W$ . Puisqu'aussi exactement 3 des codegrés sont divisibles par 3, cela implique, par exemple grâce à [LeMi, théo. 1.2], que  $w_3$  est régulier au sens de Springer [Spr, §4] (c'est-à-dire admet un vecteur propre pour la valeur propre  $j$  dont le stabilisateur dans  $E_6$  est trivial). Puisque  $E_6$  est un groupe rationnel,  $w_3$  admet aussi  $j^2$  comme valeur propre avec multiplicité 3. En conclusion, les valeurs propres de  $w_3$  sont  $j, j, j, j^2, j^2$  et  $j^2$ . En particulier,  $\det w_3 = 1$  et donc

$$w_3 \in \mathbf{D}(E_6) = E_6 \cap \mathbf{SO}(\wedge^2 V).$$

D'après [Spr, théo. 4.2(iii)], le centralisateur de  $w_3$  dans  $E_6$  est d'ordre  $6 \cdot 9 \cdot 12$  ce qui montre que

$$(2.3) \quad |C_3| = 2 \cdot 5 \cdot 8 = 80.$$

De plus [Spr, théo. 4.2(iii)], si  $w \in E_6$ , alors

$$(2.4) \quad w \in C_3 \text{ si et seulement si } \dim \text{Ker}(w - j \text{Id}_V) = 3.$$

Ainsi, si  $w \in C_3$ , alors  $w^{-1} \in C_3$  mais  $w^{-1}$  n'est pas conjugué à  $w$  dans  $\mathbf{D}(E_6)$  (en vertu du corollaire 1.7).

Notons maintenant  $\text{Ref}(W)$  l'ensemble des réflexions de  $W$ . Si  $s \in \text{Ref}(W)$ , les valeurs propres de  $\Lambda(s)$  sont  $1, 1, 1, \det(s), \det(s), \det(s)$ . Puisque  $\det(s) \in \{j, j^2\}$ , les valeurs propres de  $\det(s)\Lambda(s)$  sont donc  $j, j, j, j^2, j^2, j^2$ . Il découle de (2.4) que  $\det(s)\Lambda(s) \in C_3$ . On a donc défini une application

$$\begin{aligned} \lambda : \text{Ref}(W) &\longrightarrow C_3 \\ s &\longmapsto \det(s)\Lambda(s). \end{aligned}$$

Le résultat suivant nous sera fort utile :

**Lemme 2.5.** — *L'application  $\lambda$  est bijective.*

*Démonstration.* — Tout d'abord, si  $\lambda(s) = \lambda(s')$ , alors il existe  $\xi \in \mathbb{C}^\times$  tel que  $s' = \xi s$ . Puisque  $s$  et  $s'$  sont des réflexions, cela n'est possible que si  $\xi = 1$ , et donc  $s = s'$ . Cela montre l'injectivité de  $\lambda$ .

Montrons maintenant la surjectivité. Soit  $w \in C_3$ . D'après le corollaire 1.7, il existe un unique  $\tilde{w} \in \Lambda^{-1}(\{w, w^{-1}\})$  ayant pour valeurs propres  $1, j, j, j$ . Alors  $j^2\tilde{w}$  et  $j\tilde{w}^{-1}$  sont des réflexions vérifiant

$$\lambda(j^2\tilde{w}) = \det(j^2\tilde{w})\Lambda(j^2\tilde{w}) = j^8 \cdot j^4\Lambda(\tilde{w}) = \Lambda(\tilde{w})$$

$$\text{et} \quad \lambda(j\tilde{w}^{-1}) = \det(j\tilde{w}^{-1})\Lambda(j\tilde{w}^{-1}) = j^4 \cdot j^2\Lambda(\tilde{w}^{-1}) = \Lambda(\tilde{w})^{-1}.$$

Donc  $w \in \{\lambda(j^2\tilde{w}), \lambda(j\tilde{w}^{-1})\}$ , ce qui montre la surjectivité de  $\lambda$ .  $\square$

On déduit alors de (2.3) et du lemme 2.5 que

$$(2.6) \quad |\text{Ref}(W)| = 80.$$

**2.B. Structure de  $W$ .** — Notre résultat principal est le théorème 2.7 ci-dessous : la preuve que nous proposons ici n'utilise aucune propriété du groupe  $G_{32}$  ni la classification des groupes de réflexions complexes et peut donc être vu comme une construction alternative de  $G_{32}$  à partir de  $E_6$  (nous utilisons en revanche des propriétés de  $E_6$ ).

**Théorème 2.7.** — *Le groupe  $W$  :*

- (a) *est d'ordre 155 520 ;*
- (b) *est engendré par des réflexions d'ordre 3 ;*
- (c) *est irréductible et primitif ;*
- (d) *admet 12, 18, 24, 30 comme liste de degrés.*

*Démonstration.* — Notons  $E_6^\# = \langle D(E_6), j \text{Id}_{\wedge^2 V} \rangle$  et  $W^+ = W \cap \mathbf{SL}(V)$ . Rappelons que  $|E_6| = 51\,840$ . Donc

$$(2.8) \quad |D(E_6)| = 25\,920, \quad |E_6^\#| = 77\,760, \quad |W| = 155\,520 \quad \text{et} \quad |W^+| = 51\,840.$$

Cela montre entre autres (a). De plus,

$$(2.9) \quad Z(W) = \mu_6 \quad \text{et} \quad W/\mu_6 \simeq D(E_6).$$

Soit  $\mathcal{R} = \{\det(s)^{-1}s \mid s \in \text{Ref}(W)\}$ . Posons

$$G = \langle \text{Ref}(W) \rangle \quad \text{et} \quad H = \langle \mathcal{R} \rangle.$$

L'énoncé (b) est équivalent à l'énoncé

$$(\#) \quad W = G.$$

Tout d'abord,  $\Lambda(\mathcal{R}) = C_3$  et donc  $\Lambda(H) = D(E_6)$  (car ce dernier est simple et  $C_3$  est une classe de conjugaison). En particulier,  $W = H \cdot \mu_6$  et donc, puisque  $H \subset G \cdot \mu_3$ , on obtient

$$W = G \cdot \mu_6,$$

ce qui est presque le résultat attendu (#). Avant de montrer (#), remarquons que, puisque  $\Lambda(H) = D(E_6)$ , cela implique que  $H$  (et donc  $G$ ) agit de façon irréductible sur  $V$ . De plus, si  $G$  n'est pas primitif, alors  $G$  (et donc  $H$ ) serait monomial [LeTa, lem. 2.12], ce qui impliquerait que  $\Lambda(H) = D(E_6)$  serait aussi monomial, ce qui n'est pas le cas. Donc

$$(\clubsuit) \quad G \text{ est irréductible et primitif.}$$

L'énoncé (c) en découle.

Nous terminons en montrant simultanément (b) et (d). Soient  $d_1, d_2, d_3, d_4$  les degrés de  $G$ . Il découle de (2.6) et par exemple de [Bro, théo. 4.1] que

$$(\diamond) \quad \begin{cases} d_1 d_2 d_3 d_4 = |G|, \\ d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 84. \end{cases}$$

Le morphisme  $\det : G \rightarrow \mu_3$  est surjectif (car  $\det(s) \in \{j, j^2\}$  pour tout  $s \in \text{Ref}(W)$ ), ce qui implique que  $\mu_3 \subset G$  (car  $G/(G \cap \mu_6) \simeq D(E_6)$  est simple). Il reste à montrer que  $|G| \neq |W|/2 = 77760$ .

Supposons donc que  $|G| = 77760$ . Puisque  $\mu_3 \subset G$ , tous les  $d_i$  sont divisibles par 3 et, puisque  $\mu_6 \not\subset G$ , au moins un des  $d_i$  (mettons  $d_4$ ) n'est pas divisible par 6. Écrivons  $e_i = d_i/3$ . Alors

$$\begin{cases} e_1 e_2 e_3 e_4 = 960 = 2^6 \cdot 3 \cdot 5, \\ e_1 + e_2 + e_3 + e_4 = 28, \\ e_4 \text{ est impair.} \end{cases}$$

De la deuxième égalité, on déduit qu'un autre des  $e_i$  (mettons  $e_3$ ) est impair. D'autre part, d'après la deuxième égalité, au moins l'un des  $e_i$  (mettons  $e_2$ ) est pair et donc  $e_1$  est aussi pair. La première égalité montre que  $e_1$  ou  $e_2$  (mettons  $e_2$ ) est divisible par 8. Donc  $e_2 \in \{8, 16, 24\}$ . Une rapide inspection des cas possibles montre qu'alors  $e_1 = 4, e_2 = 16$  et  $\{e_3, e_4\} = \{3, 5\}$ . Les degrés de  $G$  sont donc 9, 12, 15 et 48. Puisque 16 divise l'un des degrés de  $G$ , il découle alors de [Spr, théo. 3.4(i)] que  $G = H \times \mu_3$  contient un élément d'ordre 16, donc  $H$  contient un élément d'ordre 16 et donc  $D(E_6) = \Lambda(H)$  contient un élément d'ordre 8, ce qui n'est pas le cas (voir la remarque 2.11 ci-dessous pour une preuve de ce fait n'utilisant que la théorie de Springer). Cela contredit le fait que  $|G| = 77760$ . On a donc bien montré (#), c'est-à-dire

$$W = \langle \text{Ref}(W) \rangle = G.$$

C'est l'énoncé (b). En particulier,  $\mu_6 \subset W$  et donc tous les  $d_i$  sont divisibles par 6. Posons  $a_i = d_i/6$ . Alors ( $\diamond$ ) implique que

$$\begin{cases} a_1 a_2 a_3 a_4 = 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5, \\ a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 14, \end{cases}$$

De la même manière que précédemment, puisque  $\mu_{12} \not\subset W$ , on peut supposer que  $a_3$  et  $a_4$  sont impairs et que  $a_1$  et  $a_2$  sont pairs. Une rapide inspection des cas possibles implique que  $\{a_1, a_2\} = \{2, 4\}$  et  $\{e_3, e_4\} = \{3, 5\}$ . Cela termine la preuve de (d).  $\square$

**Corollaire 2.10.** — *Le groupe  $W$  est isomorphe au groupe de réflexions  $G_{32}$  de Shephard-Todd.*

*Démonstration.* — Cela résulte du théorème 2.7 et de la classification des groupes de réflexions complexes [ShTo].  $\square$

Le corollaire 2.10 donne ainsi une explication au fait, mentionné dans l'introduction, que  $D(G_{32})/\mu_2 \simeq D(E_6)$  : l'isomorphisme est réalisé par  $\Lambda$ .

**Remarque 2.11.** — Dans la preuve du théorème 2.7, nous avons utilisé le fait que  $D(E_6)$  ne contient pas d'élément d'ordre 8. Ce fait peut s'obtenir facilement par un calcul par ordinateur par exemple, mais nous en proposons ici une preuve n'utilisant que la théorie de Springer. Soit  $w \in E_6$  un élément d'ordre 8. Alors  $w$  admet forcément parmi ses valeurs propres une racine primitive huitième de l'unité  $\zeta$ . Comme un seul des degrés de  $E_6$  et un seul des codegrés de  $E_6$  est divisible par 8, cela implique que  $w$  est un élément régulier au sens de Springer [LeMi, théo. 1.2]. Alors [Spr, théo. 4.2(v)] la liste des valeurs propres de  $w$  est  $\zeta^{-1}, \zeta^{-4}, \zeta^{-5}, \zeta^{-7}, \zeta^{-8}, \zeta^{-11}$ , et donc  $\det(w) = \zeta^{-36} = -1$ . Donc  $w \notin D(E_6)$ .

### Références

- [Bon] C. BONNAFÉ, *Une (nouvelle?) construction du groupe de réflexions complexe  $G_{31}$* , Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie **45** (2003), 133-143.
- [Bro] M. BROUÉ, *Introduction to complex reflection groups and their braid groups*, Lecture Notes in Math. **1988**, Springer-Verlag, Berlin, 2010. xii+138 pp.
- [LeMi] G. I. LEHRER & J. MICHEL, *Invariant theory and eigenspaces for unitary reflection groups*, Comptes Rendus Acad. Sci. **336** (2003), 795-800.
- [LeTa] G. I. LEHRER & D. E. TAYLOR, *Unitary reflection groups*, Australian Mathematical Society Lecture Series **20**, Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
- [Spr] T.A. SPRINGER, *Regular elements of finite reflection groups*, Invent. Math. **25** (1974), 159-198.
- [ShTo] G. C. SHEPHARD & J. A. TODD, *Finite unitary reflection groups*, Canad. J. Math. **6** (1954), 274-304.

---

18 octobre 2023

CÉDRIC BONNAFÉ, IMAG, Université de Montpellier, CNRS, Montpellier, France  
*E-mail* : cedric.bonnafe@umontpellier.fr