



HAL
open science

Démélange non linéaire d'images hyperspectrales à l'aide de fonctions radiales de base et de moindres carrés orthogonaux

Yoann Altmann, Nicolas Dobigeon, Stephen McLaughlin, Jean-Yves Tourneret

► To cite this version:

Yoann Altmann, Nicolas Dobigeon, Stephen McLaughlin, Jean-Yves Tourneret. Démélange non linéaire d'images hyperspectrales à l'aide de fonctions radiales de base et de moindres carrés orthogonaux. 23ème Colloque du Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2011), Sep 2011, Bordeaux, France. pp.521-524. <hal-04246296>

HAL Id: hal-04246296

<https://hal.science/hal-04246296v1>

Submitted on 18 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Démélange non-linéaire d'images hyperspectrales à l'aide de fonctions radiales de base et de moindres carrés orthogonaux

Yoann ALTMANN¹*, Nicolas DOBIGEON¹, Steve MACLAUGHLIN², Jean-Yves TOURNERET¹

¹Université de Toulouse, IRIT-ENSEEIH, France

²School of Engineering, University of Edinburgh, U.K.

Yoann.Altmann@enseeiht.fr, Nicolas.Dobigeon@enseeiht.fr
steve.mclaughlin@ed.ac.uk, jean-yves.tourneret@enseeiht.fr

Résumé – Cet article étudie un réseau de fonctions radiales de base pour le démixage d'images hyperspectrales. Le réseau proposé suppose que les réflectances des pixels observés sont des mélanges de composantes spectrales pures (extraites d'une bibliothèque spectrale ou estimées par un algorithme d'extraction de spectres purs), dont les proportions (abondances) sont inconnues. Cette étude propose d'estimer les abondances du modèle considéré à l'aide d'une combinaison linéaire de fonctions radiales de base dont les poids sont estimés en utilisant des données d'apprentissage. La contribution majeure de cet article est l'étude d'un algorithme de moindres carrés orthogonaux, qui permet de réduire le nombre de centres du réseau permettant l'estimation des abondances. L'estimateur des abondances associé au réseau est combiné à un algorithme d'estimation sous contraintes pour assurer les contraintes de positivité et de somme-à-un des abondances. Les performances de l'algorithme de démixage non-linéaire sont évaluées par des simulations sur des images synthétiques et réelles.

Abstract – This paper studies a linear radial basis function network (RBFN) for unmixing hyperspectral images. The proposed RBFN assumes that the observed pixel reflectances are nonlinear mixtures of known endmembers (extracted from a spectral library or estimated with an end-member extraction algorithm), with unknown proportions (usually referred to as abundances). We propose to estimate the model abundances using a linear combination of radial basis functions whose weights are estimated using training samples. The main contribution of this paper is to study an orthogonal least squares algorithm which allows the number of RBFN centers involved in the abundance estimation to be significantly reduced. The resulting abundance estimator is combined with a fully constrained estimation procedure ensuring positivity and sum-to-one constraints for the abundances. The performance of the nonlinear unmixing strategy is evaluated with simulations conducted on synthetic and real data.

1 Introduction

Le démixage spectral est largement utilisé en télédétection pour l'analyse d'images hyperspectrales. Pour ce démixage, il est communément admis que les pixels d'une image hyperspectrale sont des mélanges de composantes spectrales associées à des matériaux purs (appelés endmembers). D'un point de vue physique, les proportions de ces spectres purs (appelées abondances) doivent satisfaire des contraintes de positivité et de somme-à-un. Le modèle de mélange le plus utilisé est le modèle de mélange linéaire (MML) qui a été largement étudié dans la littérature. Cependant, ce modèle a également montré des limitations qui ont motivé l'introduction de modèles de mélange non-linéaires. On peut citer les modèles basés sur des mélanges intimes [1] ou des mélanges bilinéaires [2, 3]. Malheureusement, ces modèles de mélange ne sont pas adaptés à toutes les non-linéarités. Par exemple, les modèles bilinéaires ont pour propriété intéressante de prendre en compte des effets de multi-trajets, comme les réflexions multiples sur différents composants. Cependant, ils ne peuvent pas correctement modéliser les non-linéarités induites par des mélanges intimes [4]. Inversement, les modèles de mélanges intimes ne sont pas adaptés à la présence de réflexions multiples. Cet article considère un réseau de fonctions radiales de base (RBFs) qui a été présenté dans [5] pour le démixage spectral non-linéaire. L'utilisation de RBFs pour le démixage spectral est motivée en particulier par le théorème d'ap-

proximation universelle qui affirme que toute fonction non-linéaire peut être approximée par une combinaison de RBFs avec une précision donnée [6, p. 208].

Cet article se concentre sur une approche supervisée où l'apprentissage du réseau utilise des données expertisées (dont les abondances sont connues). Ces données sont utilisées pour inverser la fonction non-linéaire reliant les observations aux abondances. La contribution principale de cet article est l'étude d'un nouvel algorithme d'apprentissage supervisé, sélectionnant un nombre limité de centres issus des données expertisées. Cette approche, similaire à la stratégie de [7], permet de réduire la complexité calculatoire de la phase d'apprentissage du réseau. Une variante de l'algorithme proposé permet d'assurer les contraintes de positivité et de somme-à-un des abondances.

2 Réseau linéaire à fonctions radiales de base

Le spectre d'un pixel observé \mathbf{y} (dans L bandes spectrales) est supposé être un mélange de R composantes spectrales pures \mathbf{m}_r , $r = 1, \dots, R$, obéissant au modèle non-linéaire suivant

$$\mathbf{y} = f_{\mathbf{M}}(\mathbf{a}) + \mathbf{n}, \quad (1)$$

où $\mathbf{M} = [\mathbf{m}_1, \dots, \mathbf{m}_R]$ est une matrice connue contenant les endmembers (provenant d'une bibliothèque spectrale ou estimés à l'aide d'un algorithme d'extraction de pôles de mélange), $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_R]^T$ est le vecteur des abondances, satisfaisant les contraintes de positivité

*Recherche soutenue financièrement par le Ministère de la Défense - Direction Générale de l'Armement.

et de somme à un, f_M est une fonction non-linéaire de \mathbb{R}^R dans \mathbb{R}^L paramétrée par \mathbf{M} et \mathbf{n} est un vecteur de bruit additif. Le modèle de mélange étudié dans cet article s'inspire des travaux effectués dans [5]. L'idée développée dans [5] est d'exprimer les abondances estimées comme des combinaisons linéaires de N RBFs

$$\hat{\mathbf{a}}^T = \sum_{n=1}^N \phi_n(\mathbf{y}) \mathbf{w}_n, \quad (2)$$

où $\mathbf{w}_n = [w_{n,1}, \dots, w_{n,R}]^T$ est le vecteur de poids du n ème élément de l'image d'apprentissage, $\phi^T(\mathbf{y}) = [\phi_1(\mathbf{y}), \dots, \phi_N(\mathbf{y})]$ contient les projections de \mathbf{y} sur les N fonctions RBFs (correspondant aux N pixels d'une image expertisée). L'utilisation de la structure proposée (combinaisons linéaires de fonctions RBFs) est principalement motivée par sa capacité à approximer toute non-linéarité avec une bonne précision [8]. En particulier, aucune connaissance a priori sur f_M n'est requise et le modèle (2) est suffisamment général pour prendre en compte les mélanges linéaires et non-linéaires. Dans le contexte de démixage hyperspectral, le modèle (2) permet d'inverser les relations entre le vecteur d'observation \mathbf{y} et le vecteur d'abondances \mathbf{a} défini dans (1). Cette étude se focalise sur des RBFs de forme gaussienne, paramétrées par leurs centres \mathbf{c}_i et une variance commune σ^2 . La projection du vecteur d'observation \mathbf{y} sur la n ème fonction de base est ainsi définie par

$$\phi_n(\mathbf{y}) \triangleq \phi(\mathbf{y}, \mathbf{c}_n) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{c}_n\|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3)$$

Le paramètre σ^2 est choisi comme la distance quadratique moyenne entre les N pixels de l'image d'apprentissage, de sorte que les RBFs ne soient pas trop piquées ou trop plates. On peut noter qu'il existe d'autres méthodes permettant de déterminer σ^2 [9, p. 123]. La section suivante décrit la contribution majeure de cet article, i.e., une procédure de sélection d'un nombre $M \ll N$ réduit de centres $\{\mathbf{c}_n\}_{n=1, \dots, M}$ impliqués dans (2).

3 Estimation des centres des RBFs à l'aide de des moindres carrés orthogonaux

Le principal problème lié au modèle de démixage (2) est la détermination des centres des fonctions radiales. Pour cela, on propose, comme dans [5], d'utiliser des données expertisées (i.e., avec vecteurs d'abondances connus). Ainsi, on considère N pixels d'apprentissage $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N$ et leurs abondances associées $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N$. Les centres du réseau et leurs poids associés $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N$ sont déterminés à l'aide de ces données expertisées et de la méthode des moindres carrés orthogonaux (MCO) décrite dans cette section. D'après (2), les vecteurs d'abondances des pixels d'apprentissage sont décomposés en combinaisons linéaires de RBFs

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N]^T = \Phi \mathbf{W} + \mathbf{E}, \quad (4)$$

où $\phi(\mathbf{y}) = [\phi_1(\mathbf{y}), \dots, \phi_N(\mathbf{y})]^T \in \mathbb{R}^N$ contient les projections de \mathbf{y} sur les N fonctions radiales, $\Phi = [\phi(\mathbf{y}_1), \dots, \phi(\mathbf{y}_N)]^T = [\phi_1, \dots, \phi_N]$ est une matrice de taille $N \times N$, $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N]^T$, \mathbf{A} est une matrice de taille $N \times R$ contenant les abondances de ces pixels et \mathbf{E} est une matrice d'erreur de projection de taille $N \times R$. La procédure d'apprentissage proposée dans [5] consiste à estimer la matrice de poids \mathbf{W} en résolvant un problème des moindres carrés associé à (4). Cependant, des problèmes numériques peuvent se poser pour de grandes valeurs de N , par exemple parce que la matrice Φ est mal

conditionnée. Pour éviter ce problème, on propose dans cette étude de réduire la complexité du modèle (2) en sélectionnant un nombre réduit $M \ll N$ de centres. Pour cela, les N pixels d'apprentissage sont initialement considérés comme centres potentiels. L'utilisation d'une matrice de permutation Π de taille $N \times N$, permet de réarranger les colonnes de Φ dans une matrice $\Phi^{(\Pi)}$

$$\mathbf{A} = \Phi \Pi \Pi^T \mathbf{W} + \mathbf{E} = \Phi^{(\Pi)} \mathbf{W}^{(\Pi)} + \mathbf{E}, \quad (5)$$

où $\Phi^{(\Pi)} = \Phi \Pi$, $\mathbf{W}^{(\Pi)} = \Pi^T \mathbf{W}$. Il est important de noter que Π est choisie de sorte que les M premières colonnes de $\mathbf{W}^{(\Pi)}$ contiennent les projections de $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N$ sur les M centres de plus grand intérêt. En décomposant $\Phi^{(\Pi)}$ comme une concaténation de deux sous-matrices $\Phi_{1:M}^{(\Pi)}$ et $\Phi_{M+1:N}^{(\Pi)}$ contenant les M colonnes pertinentes et les $N-M$ colonnes non pertinentes de $\Phi^{(\Pi)}$, la matrice d'abondances peut s'écrire

$$\mathbf{A} = \Phi_{1:M}^{(\Pi)} \mathbf{W}_M^{(\Pi)} + \mathbf{E}_M, \quad (6)$$

où $\mathbf{W}_M^{(\Pi)}$ (resp. $\mathbf{W}_{N-M}^{(\Pi)}$) contient les M premières (resp. les $N-M$ dernières) lignes de $\mathbf{W}^{(\Pi)}$ et \mathbf{E}_M est une nouvelle matrice d'erreur telle que $\mathbf{E}_M = \Phi_{M+1:N}^{(\Pi)} \mathbf{W}_{N-M}^{(\Pi)} + \mathbf{E}$. La matrice de permutation Π et le nombre de centres M peuvent être déterminés en effectuant une recherche exhaustive pour minimiser $\|\mathbf{E}_M\|_F^2$ (où $\|\cdot\|_F$ est la norme de Frobenius). Cependant, cette méthode requiert un coût calculatoire prohibitif. Pour éviter ce problème, la procédure de sélection de centres proposée est effectuée de manière itérative (i.e., $M = 1, 2, \dots$), comme dans [7], en utilisant une décomposition QR de $\Phi^{(\Pi)}$. En effet, la matrice d'abondances peut s'écrire¹

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{W}^{(\Pi)} + \mathbf{E} = \mathbf{Q} \Theta + \mathbf{E}, \quad (7)$$

où $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N]$ est une matrice $N \times N$ dont les colonnes sont orthogonales et $\Theta = \mathbf{R} \mathbf{W}^{(\Pi)}$ est une nouvelle matrice de poids de taille $N \times R$. Après décomposition de la matrice \mathbf{Q} en deux sous-matrices $\mathbf{Q}_{1:M}$ et $\mathbf{Q}_{M+1:N}$, contenant les colonnes pertinentes et non-pertinentes de \mathbf{Q} , la matrice d'abondance s'écrit

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}_{1:M} \Theta_M + \mathbf{E}_M, \quad (8)$$

où Θ_M contient les M premières lignes de Θ . Pour toute matrice de permutation Π permettant de sélectionner les centres, (8) est utilisée pour estimer Θ_M d'après le principe des moindres carrés.

Pour déterminer la meilleure matrice de permutation et un critère d'arrêt pour l'algorithme proposé, on définit un critère d'erreur approprié. En utilisant l'orthogonalité de \mathbf{Q} , l'énergie associée aux abondances en sortie du réseau peut s'écrire

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T \mathbf{A} &= \sum_{n=1}^N \theta_n^T \mathbf{q}_n^T \mathbf{q}_n \theta_n + \mathbf{E}^T \mathbf{E} \\ &= \sum_{m=1}^M \theta_m^T \mathbf{q}_m^T \mathbf{q}_m \theta_m + \mathbf{E}_M^T \mathbf{E}_M. \end{aligned} \quad (9)$$

Pour mesurer la contribution des M premiers centres, on considère alors l'énergie relative associée à $\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_M$, définie par

$$\epsilon_M = \frac{\left\| \sum_{m=1}^M \theta_m^T \mathbf{q}_m^T \mathbf{q}_m \theta_m \right\|_F}{\left\| \mathbf{A}^T \mathbf{A} \right\|_F}. \quad (10)$$

1. La décomposition QR de $\Phi^{(\Pi)}$ devrait être notée $\Phi^{(\Pi)} = \mathbf{Q}^{(\Pi)} \mathbf{R}^{(\Pi)}$ mais l'exposant (Π) est enlevé pour simplifier les notations.

TABLE 1 – Algorithme de sélection de centres.

- 1: Initialisation ($M = 1$)
- 2: **for** $n = 1 : N$ **do**
- 3: Calculer $\mathbf{q}_1^{(n)} = \phi_n$
(Définir une matrice de permutation $\mathbf{\Pi}$ telle que
 $\Phi^{(\mathbf{\Pi})} = [\phi_n, \phi_1, \dots, \phi_{n-1}, \phi_{n+1}, \dots, \phi_N]$)
- 4: Calculer $\theta_1^{(n)}$ d'après (8)
- 5: Calculer $\epsilon_1^{(n)}$ d'après (10)
- 6: **end for**
- 7: Déterminer n_1 tel que $\epsilon_1 = \epsilon_1^{(n_1)} = \max_n \epsilon_1^{(n)}$,
Poser $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_1^{(n_1)}$, $\tilde{\mathbf{c}}_1 = \mathbf{y}_{n_1}$
- 8: Itérations ($M \geq 2$)
- 9: **for** $M = 1, 2, \dots$ **do**
- 10: $M = M + 1$
- 11: **for** $n = 1 : N, n \neq n_1, \dots, n_{M-1}$ **do**
- 12: Calculer $\mathbf{q}_M^{(n)}$ à partir de $\phi_n, \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{M-1}$
(Définir une matrice de permutation $\mathbf{\Pi}$ telle que
 $\Phi^{(\mathbf{\Pi})} = [\phi_{n_1}, \dots, \phi_{n_{M-1}}, \{\phi_i, i \notin \{n_1, \dots, n_{M-1}\}\}]$)
- 13: Calculer $\theta_M^{(n)}$ d'après (8)
- 14: Calculer $\epsilon_M^{(n)}$ d'après (10)
- 15: **end for**
- 16: Déterminer n_M tel que $\epsilon_M = \epsilon_M^{(n_M)} = \max_n \epsilon_M^{(n)}$,
Poser $\mathbf{q}_M = \mathbf{q}_M^{(n_M)}$, $\tilde{\mathbf{c}}_M = \mathbf{y}_{n_M}$
- 17: **end for**

La procédure itérative est répétée (pour $M = 1, 2, \dots$) jusqu'à ce que $\Delta_M = |\epsilon_{M-1} - \epsilon_M|$ soit inférieur à un seuil $\rho > 0$ donné. L'algorithme résultant est résumé dans la Table 1. Il est important de noter que l'algorithme fournit M centres pertinents $\tilde{\mathbf{c}}_1 = \mathbf{y}_{n_1}, \dots, \tilde{\mathbf{c}}_M = \mathbf{y}_{n_M}$ (issus des N centres initiaux) qui seront utilisés pour l'estimation des abondances. La section suivante propose une modification de l'algorithme qui assure les contraintes de positivité et de somme-à-un des abondances.

4 Estimation sous contraintes des abondances

Une fois que les M centres les plus pertinents $\{\tilde{\mathbf{c}}_m\}_{m=1, \dots, M}$ associés à $\{\phi_{n_m}\}_{m=1, \dots, M}$ et la matrice de poids correspondantes $\mathbf{W}_M^{(\mathbf{\Pi})}$ ont été sélectionnés (grâce à la méthode précisée dans la section 3), le réseau résultant est utilisé pour estimer le vecteur d'abondances associé à une nouvelle observation \mathbf{y} . Le vecteur d'abondance estimé de \mathbf{y} pourrait être défini comme la sortie $\hat{\mathbf{a}}$ du réseau

$$\hat{\mathbf{a}} = \sum_{m=1}^M \tilde{\phi}_m(\mathbf{y}) \mathbf{w}_m^{(\mathbf{\Pi})} = \mathbf{W}_M^{(\mathbf{\Pi})T} \tilde{\phi}(\mathbf{y}), \quad (11)$$

où $\tilde{\phi}(\mathbf{y}) = [\tilde{\phi}_1(\mathbf{y}), \dots, \tilde{\phi}_M(\mathbf{y})]^T$ est la projection de \mathbf{y} sur les M centres $\{\tilde{\mathbf{c}}_m\}_{m=1, \dots, M}$ et $\mathbf{W}_M^{(\mathbf{\Pi})} = [\mathbf{w}_1^{(\mathbf{\Pi})}, \dots, \mathbf{w}_M^{(\mathbf{\Pi})}]^T$. Cependant, les contraintes de positivité et de somme-à-un ne sont pas nécessairement vérifiées en utilisant (11) (même si ces contraintes peuvent être satisfaites pour les données d'apprentissage). Pour satisfaire ces contraintes, on propose de considérer le problème d'optimisation sous contraintes suivant

$$\min_{\mathbf{a}} \left\| \tilde{\phi}(\mathbf{y}) - \mathbf{W}_M^{(\mathbf{\Pi})T} \mathbf{a} \right\|_2^2, \quad (12)$$

sous contraintes de positivité et de somme-à-un pour \mathbf{a} , où $\|\cdot\|_2$ est la norme ℓ_2 et $\mathbf{W}_M^{(\mathbf{\Pi})T\dagger}$ est la pseudo-inverse de $\mathbf{W}_M^{(\mathbf{\Pi})T}$. Le problème de minimisation (12) a été explicitement étudié dans [10] où

l'algorithme FCLS a été présenté. L'algorithme FCLS considère la contrainte de somme-à-un des abondances comme une équation d'observation supplémentaire dans le critère à minimiser. On obtient alors le problème d'optimisation suivant

$$\min_{\mathbf{a}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\phi}(\mathbf{y}) \\ \delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{W}_M^{(\mathbf{\Pi})T\dagger} \\ \delta \mathbf{1}_R^T \end{bmatrix} \mathbf{a} \right\|_2^2 \quad (13)$$

sous les contraintes de positivité de vecteur d'abondances, où $\delta \in \mathbb{R}$ contrôle l'impact de la contrainte de somme-à-un et $\mathbf{1}_R \in \mathbb{R}^R$ est un vecteur de uns. Il est important de noter qu'une grande valeur de δ augmente l'importance de la contrainte de somme-à-un (c.f. [10] pour plus de détails). Toutes les simulations ont été effectuées dans cette étude avec $\delta = 10^5$.

5 Simulations

5.1 Images synthétiques

Les performances du modèle de démélange proposé sont mesurées en procédant au démélange de trois images synthétiques. Les $R = 3$ spectres purs associés à ces images (herbe verte, peinture verte et acier galvanisé) sont extraits de la bibliothèque spectrale fournie avec le logiciel ENVI. La première image synthétique I_1 est générée suivant un modèle de mélange linéaire (i.e., $f_M(\mathbf{a}) = \mathbf{M}\mathbf{a}$). Une seconde image I_2 est générée suivant le modèle bilinéaire présenté dans [3], appelé "Modèle de Fan" (FM), et une troisième image I_3 est générée suivant le modèle bilinéaire présenté dans [2], appelé "Modèle de Nascimento" (NM). Pour chaque image, l'apprentissage s'effectue à l'aide d'ensembles de 2500 pixels synthétiques (notés T_1, T_2 et T_3) obtenus en utilisant les modèles de mélange correspondant. Pour chaque image, les vecteurs d'abondances \mathbf{a}_n , (pour $n = 1, \dots, 2500$) sont générés uniformément sur le simplexe défini par les contraintes de positivité et d'additivité. Toutes les images sont bruitées par un bruit additif gaussien de rapport signal-à-bruit $\text{SNR} = L^{-1} \sigma^{-2} \|f_M(\mathbf{a})\|^2 \simeq 15\text{dB}$. Le seuil de la procédure de sélection de centres est fixé arbitrairement à $\rho = 10^{-4}$ assurant un compromis entre complexité du réseau et bonne caractérisation de mélange.

La table 1 montre le nombre de centres sélectionnés. On peut noter que moins de 20 centres (sur 2500 initiaux) sont suffisants pour décrire les trois modèles de mélange. Il est important de noter que les centres sélectionnés en supposant le modèle FM (Figure 1), correspondent à des pixels purs mais aussi à des pixels de mélanges qui permettent de décrire le modèle de mélange. La qualité du démélange peut se mesurer en comparant les abondances estimées et les abondances réelles. On utilise ainsi la racine de l'erreur quadratique moyenne $\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{n=1}^N \|\tilde{\mathbf{a}}_n - \mathbf{a}_n\|^2 / NR}$ où \mathbf{a}_n et $\tilde{\mathbf{a}}_n$ sont les vecteurs d'abondances réels et estimés du n ème pixel de l'image. La table 1 montre les RMSEs associées aux images de test I_1, I_2, I_3 en utilisant les images d'apprentissage T_1, T_2, T_3 . Dans chaque cas, l'algorithme RBF standard et sa version avec contraintes (notée CRBF) sont considérés. Ces résultats montrent l'intérêt des algorithmes proposés. En effet, les performances en terme de RMSE ne sont pas significativement modifiées quand la procédure de sélection des centres est utilisée et l'algorithme permet de réduire significativement la complexité calculatoire de l'étape d'apprentissage en utilisant un nombre de centres M très réduit. De plus, la détermination de σ^2 explicitée dans la section 2 est validée sur ces images synthétiques. Si l'ordre de grandeur de σ^2 s'éloigne de la distance quadratique moyenne entre les pixels de l'image d'apprentissage, les performances du réseau en terme de RMSEs diminueraient sensiblement.

TABLE 2 – RMSEs des images de test et nombre de centres après MCO

	RMSE ($\times 10^{-1}$)				M
	sans MCO		avec MCO		
	RBF	CRBF	RBF	CRBF	
I_1	0.409	0.407	0.411	0.403	11
I_2	0.391	0.378	0.376	0.393	13
I_3	0.541	0.532	0.547	0.544	17

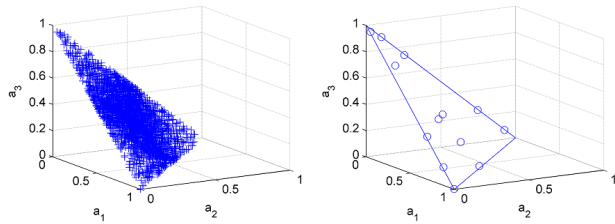


FIGURE 1 – Centres initiaux (gauche) et les $M = 13$ centres sélectionnés (FM).

5.2 Image réelle

L'image réelle considérée dans cette section est composée de $L = 189$ bandes spectrales et a été enregistrée en 1997 par "the Airborne Visible Infrared Imaging Spectrometer" (AVIRIS) au dessus de Moffett Field (Etats-Unis). Une image de taille 50×50 pixels a été sélectionnée pour évaluer la procédure de démixage proposée. La scène est principalement composée d'eau, de végétation et de terre. Les spectres purs ont été extraits par l'algorithme VCA [11] avec $R = 3$. Ces spectres purs ont permis de générer 2500 pixels d'apprentissage suivant les 3 modèles de mélange présentés dans la section précédente. Les vecteurs d'abondances \mathbf{a}_n , $n = 1, \dots, 2500$ ont été générés uniformément dans le simplexe défini par les contraintes de positivité et de somme-à-un. Toutes les images d'apprentissage ont été bruitées par un bruit additif blanc et gaussien correspondant à $\text{SNR} \approx 15\text{dB}$. La figure 3 montre les cartes d'abondances estimées par le CRBF dont les centres ont été déterminés à l'aide de l'algorithme MCO (l'apprentissage a été mené avec des pixels générés suivant le modèle FM). Ces cartes sont similaires à celles qui seraient obtenues avec la méthode d'optimisation présentée dans [3], qui suppose un modèle de mélange connu. De plus, la structure de réseau proposée (CRBF) permet de correctement inverser la relation (linéaire ou non) entre les vecteurs d'abondance et les observations. Ces résultats sont très encourageants.

6 Conclusion

Un nouvel algorithme de démixage non-linéaire basé sur l'utilisation de réseau à fonctions radiales de base a été présenté pour l'imagerie hyperspectrale. Cet algorithme a permis de sélectionner un nombre limité de centres les plus pertinents à partir de données d'apprentissage à l'aide de moindres carrés orthogonaux. Cette méthode a permis de réduire la complexité du réseau sans dégradation significative de la qualité de démixage. Une modification de l'algorithme initial a été proposée pour satisfaire les contraintes de positivité et de somme-à-un des abondances. Cette étude a fourni des résultats encourageants. La mise-à-jour adaptative des poids et centres du réseau font partie des perspectives pour le démixage spectral non supervisé. Des algorithmes basés sur l'apprentissage de dictionnaires [12] pourraient éga-

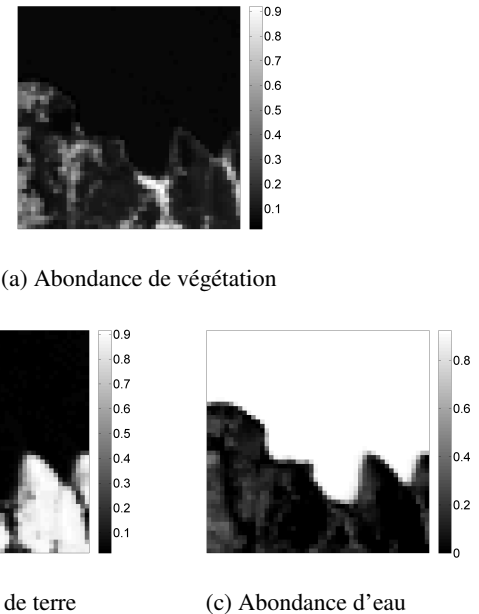


FIGURE 2 – Cartes d'abondance estimées (CRBF appliqué à FM).

lement être étudié pour la sélection des centres de réseau à fonctions radiales de base.

Références

- [1] B. W. Hapke, "Bidirectional reflectance spectroscopy. I. Theory," *J. Geophys. Res.*, vol. 86, pp. 3039–3054, 1981.
- [2] J. M. P. Nascimento and J. M. Bioucas-Dias, "Nonlinear mixture model for hyperspectral unmixing," in *Proc. SPIE Image and Signal Processing for Remote Sensing XV*, L. Bruzzone, C. Notarnicola, and F. Posa, Eds., vol. 7477, no. 1. SPIE, 2009, p. 747701.
- [3] W. Fan, B. Hu, J. Miller, and M. Li, "Comparative study between a new nonlinear model and common linear model for analysing laboratory simulated-forest hyperspectral data," *Remote Sensing of Environment*, vol. 30, no. 11, pp. 2951–2962, June 2009.
- [4] A. Halimi, Y. Altmann, N. Dobigeon, and J.-Y. Tourneret, "Nonlinear unmixing of hyperspectral images using a generalized bilinear model," *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, 2010, to appear.
- [5] K. J. Guilfoyle, M. L. Althouse, and C.-I. Chang, "A quantitative and comparative analysis of linear and nonlinear spectral mixture models using radial basis function neural networks," *IEEE Geosci. and Remote Sensing Lett.*, vol. 39, no. 8, pp. 2314–2318, Aug. 2001.
- [6] S. Haykin, *Neural networks : a comprehensive foundation*, 2nd ed. New Jersey : Prentice-Hall, 1999.
- [7] S. Chen, C. Cowan, and P. Grant, "Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 2, no. 2, pp. 302–309, March 1991.
- [8] J. Park and I. W. Sandberg, "Universal approximation using radial basis function networks," *Neural Computation*, vol. 3, no. 2, pp. 246–257, June 1991.
- [9] S. Theodoridis and K. Koutroumbas, *Pattern recognition*. London : Academic Press Inc, 1999.
- [10] D. C. Heinz and C.-I Chang, "Fully constrained least-squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery," *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, vol. 29, no. 3, pp. 529–545, March 2001.
- [11] J. M. Nascimento and J. M. Bioucas-Dias, "Vertex component analysis : A fast algorithm to unmix hyperspectral data," *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, vol. 43, no. 4, pp. 898–910, April 2005.
- [12] C. Richard, J. C. Bermudez, and P. Honeine, "Online prediction of time series data with kernels," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, no. 3, pp. 1058–1067, March 2009.