



HAL
open science

Vers la mathématisation de situations ancrées dans le réel : une proposition de grille d'analyse

Charlotte Derouet, Sonia Yvain-Prébiski

► To cite this version:

Charlotte Derouet, Sonia Yvain-Prébiski. Vers la mathématisation de situations ancrées dans le réel : une proposition de grille d'analyse. ETM 7: Septième Symposium d'Etude sur le Travail Mathématique, Jun 2022, Strasbourg, France. hal-04243693

HAL Id: hal-04243693

<https://hal.science/hal-04243693>

Submitted on 16 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

VERS LA MATHEMATISATION DE SITUATIONS ANCREES DANS LE REEL : UNE PROPOSITION DE GRILLE D'ANALYSE

Charlotte Derouet

Université de Strasbourg, UL, UHA, LISEC UR2310

Sonia Yvain-Prébiski

CY Cergy Paris Université, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, Univ. Lille,
UNIROUEN, LDAR

Dans les prescriptions curriculaires à tous les niveaux, en France comme internationalement, le développement de compétences liées à la modélisation de situations extra-mathématiques est mis en avant. L'objectif de cette contribution est de présenter un outil théorique et méthodologique d'analyse a priori et a posteriori permettant d'étudier la prise en compte ou non par les acteurs (élèves, enseignants, formateurs) de la nécessité de mathématiser une situation ancrée dans le réel pour pouvoir envisager un traitement mathématique. Après avoir présenté notre cadre théorique, nous montrerons l'opérationnalité de notre outil pour conduire une analyse a priori d'une situation intitulée « Aire de baignade ».

Le travail de modélisation prend une place de plus en plus importante dans les programmes de mathématiques en France comme à l'international. Dès l'école primaire, les enseignants sont invités à proposer des situations réelles ou tout au moins ancrées dans une certaine réalité. Cependant, de telles situations amènent les élèves à mettre en œuvre une démarche différente de celle rencontrée dans la résolution de problèmes intra-mathématiques, dans la mesure où ces situations nécessitent au préalable d'être rendues accessibles par un traitement mathématique. Cette étape, qui relève de la mathématisation horizontale, est constitutive de l'activité de modélisation comme nous le détaillerons plus loin.

Dans cette contribution, nous allons présenter un outil théorique et méthodologique que nous avons élaboré et nous montrerons son opérationnalité pour analyser *a priori* une situation ancrée dans le réel. Cet outil a été construit pour étudier *a posteriori* la prise en compte (ou non) par les élèves, les enseignants et/ou formateurs de la nécessité de ce travail de mathématisation horizontale. Cette recherche s'inscrit dans un projet plus vaste sur l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation au sein d'un dispositif de formation continue français inspiré des Lesson Study (Derouet & Yvain-Prébiski, 2021), que nous ne présenterons pas ici.

CADRAGE THEORIQUE

Nous faisons le choix de définir un modèle mathématique et la modélisation mathématique à partir des travaux d'Israël (1996). Ainsi dans notre étude, un modèle mathématique est « un fragment de mathématique appliqué à un fragment de réalité, [...] non seulement un seul modèle peut décrire différentes situations réelles, mais le

même fragment de réalité peut être représenté à l'aide de modèles différents. » (Israël, 1996, p. 11). De là, la modélisation mathématique est une démarche de construction d'un modèle exprimé en langage mathématique permettant de mettre en relation les éléments choisis d'un fragment de réalité en lien avec la question à étudier (Yvain-Prébiski, 2018).

D'une situation ancrée dans le réel, nous nous intéressons à comment rendre cette situation accessible par un traitement mathématique, processus que Treffers repris par Freudenthal (1991) dans le cadre de la Realistic Mathematics Education (RME) appelle mathématisation horizontale (MH) :

Treffers, in his thesis of 1978, distinguished horizontal and vertical mathematising not sharply but with due reservations : Horizontal mathematising, which makes a problem field accessible to mathematical treatment (mathematical in the narrow formal sense) versus vertical mathematising, which effects the more or less sophisticated mathematical processing. (Freudenthal, 1991, p. 40)

De notre étude sur la mathématisation horizontale dans le cadre de la RME et en appui sur les travaux d'Israël (1996), nous dégagons deux étapes intermédiaires pour passer de la situation extra-mathématique à un problème mathématique (Yvain-Prébiski, 2021) :

- Le choix d'un fragment de réalité à partir duquel on va se questionner, et le choix d'aspects pertinents (éléments de contexte, grandeurs...) du fragment de réalité pour envisager un traitement mathématique conduisant à un problème susceptible d'un traitement mathématique (PSTM),
- La mise en relation des aspects pertinents retenus conduisant au problème mathématique qui va être étudié.

Ces deux étapes relèvent de la mathématisation horizontale au sens de Treffers dans la mesure où elles permettent de rendre accessible une situation extra-mathématique par un traitement mathématique.

La figure 1 illustre ces premières étapes à partir d'une situation ancrée dans le réel (Yvain-Prébiski, 2021).

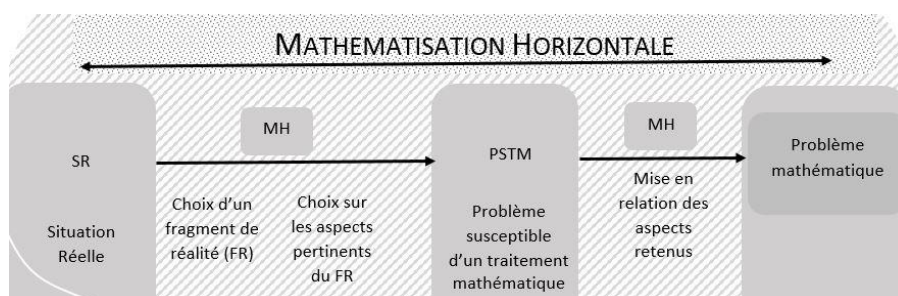


Figure 1. Etapes relatives à la mathématisation horizontale (MH)

Cycle de modélisation de départ

Nous prenons comme point de départ le cycle de modélisation proposé par Blum et Leiss (2007) qui est, selon Hankeln et Hersant (2020), « reconnu comme le plus pertinent pour l'analyse cognitive ». Dans ce cycle, le point de départ du processus est une situation du monde réel, que le solveur lit et « comprend », qui va amener (phase 1) à la construction d'une représentation mentale de la situation réelle (Borromeo Ferri, 2006), appelé *situation model*, que l'on pourrait traduire par modèle de situation. Le modèle de situation est simplifié pour ne garder que ce qui est important pour le solveur, au regard de la question qu'il se pose. Les simplifications sont plus ou moins automatiques ; ils sont le fait de choix conscients ou non du solveur. Le modèle de situation est ensuite idéalisé, simplifié ou structuré (phase 2) pour obtenir un *real model* (Kaiser, 1995). Le *real model* est mathématisé (phase 3), c'est-à-dire traduit en langage mathématique pour obtenir un modèle mathématique de la situation de départ. Un traitement mathématique (phase 4) entraîne des résultats mathématiques, interprétés en « résultats réels » (phase 5) qui seront validés ou non par rapport au modèle de situation (phase 6). Puis, si les résultats obtenus semblent cohérents, ils seront présentés comme prédictions sur la situation réelle (phase 7).

Pour compléter ce cycle, nous avons fait le choix comme Coulange (1998) de séparer, dans la démarche de modélisation, le domaine réel (extra-mathématique) du domaine mathématique par un troisième domaine, le domaine « pseudo-concret » (Derouet, 2022). Cette idée de « pseudo-concret » est empruntée à Henry (1999) qui définit un modèle pseudo-concret comme « une sorte d'abstraction et de simplification de la réalité perçue dans sa complexité, dans la mesure où certains choix sont faits pour ne retenir que ce qui semble pertinent de cette situation vis-à-vis du problème étudié » (p. 28). Le domaine pseudo-concret ne relève donc plus de la réalité mais ne relève pas encore du domaine mathématique, notamment car il n'est pas exprimé en langage mathématique.

De cette description de la démarche de modélisation, nous retenons le domaine pseudo-concret et le modèle pseudo-concret, associé à un problème pseudo-concret (problème réel modifié du fait des simplifications/idéalisations), qui nous paraissent plus appropriés que le terme *real model* dans le cycle de modélisation de Blum et Leiss (2007). Cela nous amène à considérer le cycle de modélisation en figure 2 (Derouet, 2022).

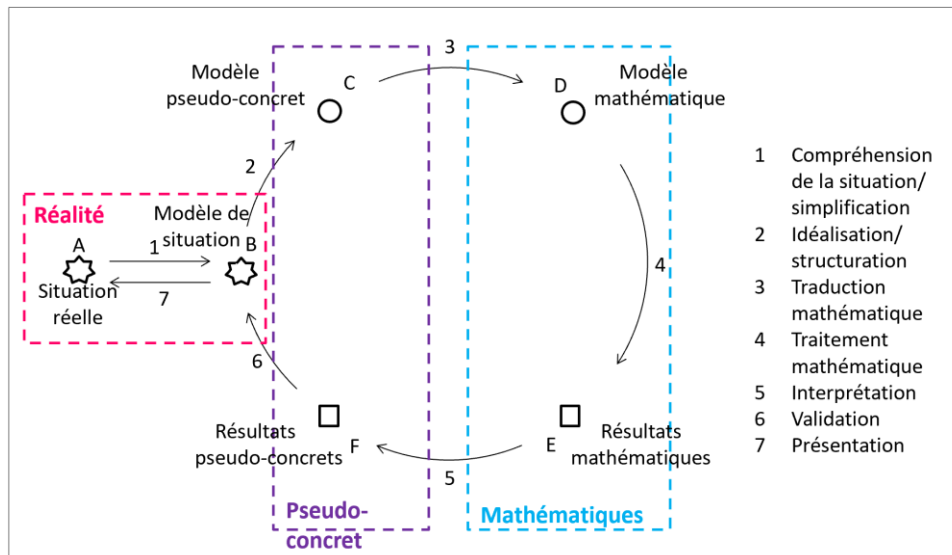


Figure 2. Cycle de modélisation (Derouet, 2022)

Associées à ce cycle de modélisation, nous distinguons les hypothèses de travail et les hypothèses de modèle (Derouet, 2022). Henry (2003) a introduit ses deux types d'hypothèses dans le cadre de la modélisation en probabilités. Selon nous, ces types d'hypothèses peuvent être généralisés au-delà du domaine des probabilités. Les hypothèses simplificatrices¹ de travail (HST) sont à relier au modèle pseudo-concret. Elles permettent de lister l'ensemble des choix faits permettant de décrire un modèle pseudo-concret dans un langage courant. Les hypothèses simplificatrices de modèle (HSM), à relier au modèle mathématique, permettent quant à elles de définir le modèle dans le langage mathématique approprié. Les hypothèses de modèle sont la traduction mathématique plus ou moins directe des hypothèses de travail. Il n'est pas exclu que certains choix restent encore à faire lors de la phase 3. Il faut avoir conscience que plusieurs choix différents peuvent être faits quant aux hypothèses de travail/modèle, qui peuvent donc amener à des modèles pseudo-concret/mathématique différents.

Cycle de modélisation et mathématisation

Le cycle considéré ci-dessus ne permet pas de mettre suffisamment en évidence les spécificités de la mathématisation horizontale ; nous proposons donc dans cette contribution de combiner l'approche de Yvain-Prébiski (2021) et de Derouet (2022), qui nous semblent complémentaires, pour affiner notre cycle de modélisation.

Le travail associé aux phases 1, 2 et 3 relèvent de la mathématisation horizontale. L'étape de modèle de situation met en évidence la nécessité d'émettre des premières hypothèses simplificatrices sur la situation réelle avant d'émettre des hypothèses

¹ Nous avons ajouté le qualificatif « simplificatrices » pour être en cohérence avec les termes employés par Yvain-Prébiski (2021) et pour montrer que ces deux types d'hypothèses précisent ce qu'elle appelle hypothèses simplificatrices.

simplificatrices de travail, sur l'identification des variables qui influent sur la situation réelle puis de les mettre en relation, pour décrire un modèle pseudo-concret. Plusieurs choix différents d'hypothèses sont possibles, qui génèrent autant de problèmes susceptibles d'un traitement mathématique (certains autres ne permettant pas de traitement mathématique, tout du moins à un niveau scolaire donné). Une combinaison de plusieurs hypothèses simplificatrices de travail amène à un modèle pseudo-concret particulier, associé à un problème mathématique (figure 1) mais encore en langage courant d'où le fait que nous utiliserons la terminologie problème pseudo-concret, qui sera associé à un problème mathématique, une fois celui-ci en langage mathématique.

Nous pouvons alors enrichir notre cycle de modélisation (figure 3) en mettant en évidence les étapes relatives au travail de MH (figure 1).

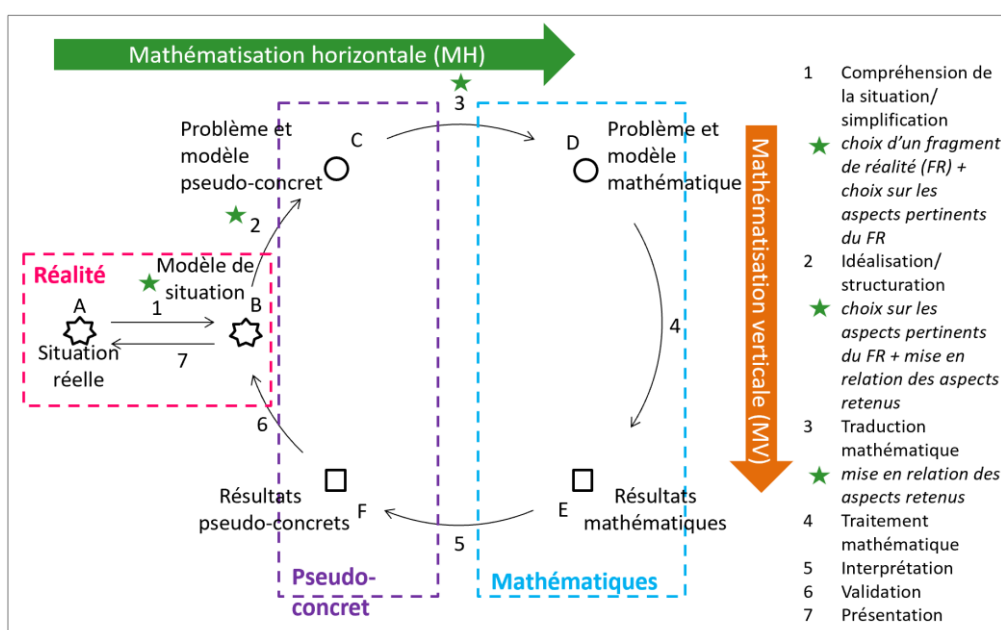


Figure 3. Cycle de modélisation mathématique pour notre étude

Nous ne faisons pas apparaître les interconnexions possibles entre les deux aspects de la mathématisation et les différentes phases car nous considérons ce cycle comme un outil pour le chercheur, mais bien entendu dans le travail effectif de l'élève ou même dans les pratiques du modélisateur expert toutes les phases ne sont pas forcément explicitées ou visibles et des allers-retours sont possibles entre ces différents aspects (Yvain-Prébiski, 2021). En revanche, même si les choix faits par le solveur ne sont pas nécessairement visibles, ils sont sous-jacents au choix d'un modèle.

L'objectif de cette contribution est de montrer comment notre cadrage théorique présenté ci-dessus nous outille pour piloter des analyses de situations ancrées dans le réel. Nous nous restreignons ici à montrer l'opérationnalité de notre outil théorique et méthodologique pour analyser *a priori* une situation ancrée dans le réel, en mettant en évidence les choix et les hypothèses simplificatrices sous-jacents aux

modèles mathématiques. La visée de cet outil est d'étudier *a posteriori* la prise en compte ou non par les élèves, les enseignants et/ou les formateurs d'enseignants de la nécessité de mathématiser une situation ancrée dans le réel pour pouvoir envisager un traitement mathématique. Comme l'illustre notre cycle de modélisation (figure 3), cette mathématisation qui relève principalement de la MH nécessite de faire des choix avant l'élaboration d'un modèle mathématique. Nous visons, dans le projet plus global (non étudié ici), à donner à voir si ces choix sous-jacents au modèle mathématique sont explicites ou implicites pour les élèves, les enseignants et les formateurs.

PRESENTATION ET MISE A L'EPREUVE D'UN OUTIL D'ANALYSE DE SITUATION DE MODELISATION

A l'aide de notre cadrage théorique, nous allons mener une analyse *a priori* d'une situation ancrée dans le réel intitulée « Aire de baignade » issue d'une formation continue (Derouet et Yvain-Prébiski, 2021). Cette situation a été choisie et conçue par l'équipe de formation du groupe Activités de l'IREM de Rouen, et non par les chercheuses.

La situation « Aire de baignade »

La situation de modélisation « Aire de baignade » (figure 4) est analysée ici dans une perspective de mise en œuvre dans une classe de troisième ou seconde en France (grade 9-10). Nous focaliserons notre analyse sur l'ensemble du processus permettant de passer de la situation ancrée dans le réel (situation réelle) à un problème mathématique.

Aire de baignade

Les moniteurs d'une colonie de vacances souhaitent amener 120 enfants se baigner tous ensemble dans un lac.
Pour délimiter une aire de baignade, ils disposent d'une ligne d'eau de longueur 25 m.

Article D1332-10 Transféré par Décret n°2008-990 du 18 septembre 2008 - art. 1
Modifié par Décret n°2006-676 du 8 juin 2006 - art. 2 () JORF 10 juin 2006 (extrait)

La fréquentation maximale instantanée en baigneurs présents dans l'établissement ne doit pas dépasser trois personnes pour 2 mètres carrés de plan d'eau en plein air et une personne par mètre carré de plan d'eau couvert.

Pourront-ils respecter la législation ?

Figure 4. Énoncé de la situation étudiée

Analyse mathématique de la situation

Afin de clarifier notre propos, nous définissons plusieurs termes que nous allons utiliser par la suite :

- Zone de baignade : contrairement au vocabulaire employé dans la situation, nous utiliserons le terme « zone de baignade » pour désigner la partie du lac délimitée pour la baignade ;
- Aire de la zone de baignade : pour parler de la superficie de la zone de baignade (et non aire de baignade, pour ne pas provoquer de confusion entre grandeur et objet) ;
- Plage : partie terrestre accolée à la zone de baignade (un bord du lac).

Voici quelques éléments mathématiques pour aborder ce problème en troisième ou seconde (grades 9 ou 10). Nous prenons le parti dans cette section de ne pas détailler les choix sous-jacents, mais d'aller directement au problème et au modèle mathématique (nous y reviendrons ensuite). Pour ne pas dépasser 3 personnes pour 2 mètres carrés dans l'aire de baignade, il faut au minimum une zone de baignade de 80 m², en utilisant un modèle de proportionnalité. On peut ensuite envisager plusieurs formes de zone de baignade : rectangulaire, polygonale quelconque, demi-circulaire... Avec une ligne d'eau de 25m, la zone de baignade en demi-cercle a une aire supérieure à 80m², en revanche la zone rectangulaire a une aire inférieure.

Deux approches sont possibles pour aborder ce problème : soit on teste des formes de zone de baignade et on vérifie si on peut mettre les 120 enfants à l'intérieur en respectant la loi (approche 1), soit on cherche pour quelle aire de zone de baignade on peut mettre 120 personnes puis on vérifie si on peut atteindre cette aire suivant les formes de zone de baignade choisie (approche 2).

Dans le cadre de notre recherche, nous cherchons quels sont les éléments relevant de la mathématisation horizontale sous-jacents à ces modèles mathématiques et donc quels sont les choix, les hypothèses simplificatrices sous-jacents. Nous cherchons aussi à mettre en évidence d'autres modèles mathématiques possibles, liés à d'autres choix faits.

De la situation réelle au modèle de situation

Les premiers éléments de la mathématisation horizontale se situent au niveau du passage de la situation réelle donnée au modèle de situation (phase 1) : celle-ci demande déjà de faire des choix sur différents aspects de fragments de réalité considérés.

Les choix et les simplifications en lien avec la compréhension du problème réel notamment, portent sur différents fragments de réalité et sont liées à des questions sur la situation :

- Le lac : Dans quel lac les enfants vont-ils se baigner ? Un lac est-il en plein air ? Quelle est l'aire du lac ?

- Contexte de la baignade : Quels âges ont les enfants de la colonie² ? Tous les enfants veulent-ils se baigner ? Les animateurs se baignent-ils avec les enfants ? Combien y a-t-il d'animateurs qui se baignent ? Quelle interprétation du « tous ensemble » ? Les enfants se baignent-ils tous au même moment ? Y a-t-il d'autres personnes extérieures au groupe qui se baignent au même moment dans la zone de baignade ?
- Règlements : Quelles réglementations prenons-nous en compte pour résoudre ce problème ?
- Le décret : S'applique-t-il ici ? La règle des 3 personnes pour 2 m² s'applique-t-elle pour les personnes dans l'eau ou aussi à proximité ?
- La zone de baignade : Comment comprendre « aire de baignade » de l'énoncé ? Qu'est-ce qu'une zone de baignade ? Quelles contraintes pour former la zone de baignade ? Y a-t-il une zone de baignade aménagée et surveillée déjà existante sur le lac ? Ou est-ce une zone de baignade à construire ?
- La ligne d'eau : Qu'est-ce qu'une ligne d'eau ? A quoi sert la ligne d'eau ? Comment la ligne d'eau tient-elle en place ? Quelle est la longueur de la ligne d'eau ?

En faisant des choix et hypothèses qui sont raisonnables d'être attendus dans le contexte scolaire lors de cette phase et en les combinant, nous pouvons aboutir à un nouveau problème simplifié : 120 personnes exactement veulent se baigner au même moment, sans autres personnes extérieures, dans une zone de baignade à construire sur un lac (en plein air) très grand, en respectant le décret. Pour délimiter la zone de baignade, elles disposent d'une ligne d'eau de 25 m (la zone de baignade est attenante à la plage et la ligne d'eau n'est pas à disposer le long de la délimitation plage/lac). Pourront-ils respecter les contraintes du décret donné, à savoir construire une zone de baignade pour laquelle il est possible de ne pas dépasser 3 personnes pour 2m² ?

Les choix effectués portent sur la compréhension du problème et pour certains relèvent clairement d'une simplification de la réalité : en dehors du décret qui n'est en fait pas applicable en l'état sur un lac³, il n'est en vérité pas raisonnable que 120 enfants se baignent simultanément en colonie et encore moins sans animateurs...

Le nouveau problème débouchant sur une question principale, peut amener deux sous-questions (si l'on se place dans l'approche 2) :

- Quelle aire doit faire la zone de baignade pour respecter le décret ? (Q1)

² L'âge des enfants influence, en France, la réglementation en termes d'encadrement de baignade.

³ En réalité, ce texte de loi s'applique seulement pour des lieux de type « piscine extérieure » ou « plan d'eau aménagée », avec une entrée payante ou au moins contrôlée, et il signifie que le nombre de personnes présentes dans ces lieux ne doit pas dépasser 3 personnes pour 2m² (pour les bassins extérieurs).

- Existe-t-il une forme de zone de baignade dont l'aire est supérieure à celle nécessaire pour respecter le décret ? (Q2)

Pour aborder ces questions, de nouveaux choix vont être nécessaires.

Du modèle de situation au modèle pseudo-concret

La question Q1 porte essentiellement sur le fragment de réalité « Le décret » mais qui a été au préalable mis en relation avec les choix faits dans « Règlements » et « Contexte de la baignade » lors de la phase précédente. Pour aborder cette question, reste alors à supposer une relation de proportionnalité entre le nombre de personnes dans l'eau et l'aire de la zone de baignade. Nous ne développerons pas davantage cette question car le travail de modélisation associé est moins riche que pour la question Q2.

Lors de cette phase, les choix à effectuer pour la question Q2 sont beaucoup plus nombreux et il y a plus de possibilités d'hypothèses simplificatrices de travail.

Pour plusieurs fragments de réalité, des questions se posent. Par exemple, pour le fragment de réalité « Le lac », les questions suivantes sont à prendre en compte : Comment prendre en compte les mouvements de l'eau du lac ? Quelle est la forme globale du lac ? Pour « La zone de baignade » : A-t-elle une aire qu'elle ne doit pas dépasser ? Quelle forme doit prendre la zone de baignade ? Pour le fragment de réalité « La plage » : La délimitation plage/lac doit être de quelle forme ? Pour « La ligne d'eau » : Peut-on la plier ? la courber ? la tordre ? La ligne d'eau est-elle sécable ? A-t-on suffisamment de matériel (flotteurs) pour que la zone de baignade ait n'importe quelle forme ? Doit-on prendre en compte l'épaisseur de la ligne d'eau ou non pour déterminer l'aire de la zone de baignade ? Quelle forme prend la ligne d'eau ?

Bien entendu, les questions portant sur des fragments de réalité différents peuvent faire doublon. Ces différentes questions peuvent aboutir à différentes hypothèses simplificatrices et différentes combinaisons de choix sont alors possibles (certaines hypothèses sont dépendantes, d'autres non).

Le tableau 1 présente un modèle pseudo-concret envisageable et sous-jacent à un des modèles mathématiques attendus des enseignants (grades 9 ou 10). Il est décrit par les différentes hypothèses simplificatrices de travail associées ainsi que les choix déjà faits à la phase précédente, qui peuvent relever notamment de données de l'énoncé du problème. Dans le tableau sont présentés des choix, nous n'argumentons pas ici les raisons de ces choix. Certaines hypothèses peuvent sembler redondantes mais nous les avons gardées car elles portent sur des fragments de réalité différents.

Hypothèses simplificatrices de travail (HST) et données de l'énoncé retenus	
1	Le lac est aussi grand que l'on veut (en termes de superficie), au-delà de 1km ² : à savoir il est beaucoup plus grand que l'aire nécessaire pour accueillir les 120

	enfants
2	On considère que l'eau du lac est immobile (pas de vague).
3	Le lac est supposé de forme "globalement" arrondie.
4	La zone de baignade doit être délimitée (fermée). La zone doit être accolée à un bord du lac (ce bord est appelé la plage). La délimitation plage/lac constitue une partie de la délimitation de la zone de baignade.
5	La zone de baignade est à construire à l'aide d'une ligne d'eau de longueur 25 m.
6	Il n'est pas concevable que l'aire de la zone de baignade soit « trop grande ».
7	La zone de baignade est nécessairement rectangulaire.
8	La délimitation plage/lac est considérée rectiligne.
9	La ligne d'eau sert à délimiter la zone de baignade. Elle n'est pas à disposer le long de la délimitation plage/lac.
10	La ligne d'eau tient à l'aide de flotteurs reliés au sol.
11	La ligne d'eau a une longueur de 25 m.
12	On considère que la ligne d'eau peut prendre toutes les formes que l'on souhaite.
13	On considère que la ligne d'eau n'est pas sécable.
14	On considère que l'on a autant de flotteurs que l'on veut.
15	On considère que la ligne d'eau n'a pas d'épaisseur.
16	La ligne d'eau est composée de lignes droites seulement.

Tableau 1. Description d'un modèle pseudo-concret pour aborder la question Q2

Du modèle pseudo-concret au modèle mathématique

Les hypothèses simplificatrices de travail pourraient être encore plus précises. Par exemple pour l'hypothèse 16 : on pourrait préciser que la ligne d'eau est composée de 3 lignes droites, mais ce choix peut survenir seulement lors des hypothèses simplificatrices de modèle (à la phase 3).

En tout cas, le modèle pseudo-concret décrit dans le tableau 1 amène à un modèle mathématique « modèle rectangulaire » (figure 5) qui prend appui notamment sur trois hypothèses simplificatrices de modèle mises en relation, issues des HST exposées ci-dessus :

- La délimitation plage/lac est un segment.
- La zone de baignade est un rectangle.
- La ligne d'eau est une ligne brisée composée de 3 lignes rectilignes.



Figure 5. Le modèle mathématique rectangulaire

Pour arriver à ce modèle mathématique, on aurait pu envisager un autre modèle pseudo-concret par exemple en modifiant l'hypothèse 12 par l'hypothèse simplificatrice de travail « la ligne d'eau est partiellement rigide », et donc ne peut pas prendre toutes les formes possibles. Ce qui n'empêcherait pas d'aboutir à une HSM qui permettrait d'envisager le modèle mathématique rectangulaire. Cela met bien en lumière que plusieurs modèles pseudo-concret différents peuvent conduire à un même modèle mathématique.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

A travers cette analyse *a priori*, nous avons mis en évidence l'opérationnalité de notre outil théorique et méthodologique. Selon nous, il permet de bien identifier les choix et les hypothèses simplificatrices sous-jacents à un choix de modèle mathématique. Que ces choix soient explicites ou implicites, qu'ils soient conscients ou inconscients pour l'élève, l'enseignant ou le formateur, ces choix sont nécessairement embarqués dans un modèle mathématique. Ils sont nécessaires pour réussir à traiter mathématiquement une situation ancrée dans le réel. Ce travail qui relève de la mathématisation horizontale est un enjeu majeur dans la démarche de modélisation.

Dans le cadre de notre projet de recherche plus vaste (Derouet & Yvain-Prébiski, 2021), une de nos questions de recherche est : Comment est prise en compte, dans la formation continue étudiée, la nécessité de mathématiser la situation ancrée dans la vie réelle pour la rendre accessible par un travail mathématique (si cela est pris en compte) ? Nos hypothèses de recherche sont, dans le contexte d'une situation ancrée dans le réel, que les enseignants et les formateurs :

- Soit, n'ont pas toujours conscience des choix sous-jacents à un modèle mathématique.
- Soit, en ont conscience, mais n'en font pas un enjeu de formation ou d'enseignement (Yvain-Prébiski & Chesnais, 2019).

Dans le cadre de ce projet, l'outil d'analyse présenté dans cette communication devrait nous permettre de mettre en évidence la prise en compte ou non de la mathématisation horizontale au sein d'un dispositif de formation d'enseignants, à la fois au niveau de la formation et au niveau des classes. Cela donnera à voir dans quelles phases du cycle de modélisation sont prises en compte ou non les hypothèses

simplificatrices et si cela engendre des difficultés ou des blocages de formation (côté formateur), d'enseignement (côté enseignants) ou d'apprentissage (côté élèves).

Nous faisons l'hypothèse qu'il convient de choisir le modèle de situation avec la classe, et même certaines hypothèses simplificatrices de travail, avant d'aller plus loin dans le processus de modélisation (au risque de compliquer le travail de l'enseignant). En effet, il y a beaucoup de choix à faire. Certains choix sont moins « importants » que d'autres ou tout au moins impactent dans une moindre mesure le travail de modélisation. Si on laisse autant de choix ouverts, la première mise en commun doit revenir sur ces choix possibles avant de rentrer dans le travail mathématique adossé à ces choix. En effet, cela permettra d'éviter de se focaliser sur le traitement mathématique (mathématisation verticale) sans comprendre, ni même savoir, quels choix ont été faits pour les mises en relation réalisées. Impossible alors de confronter le résultat mathématique à la situation « réelle » puisqu'on ignore les choix réalisés dans le réel avant le traitement mathématique.

Pour conclure, les recherches sur la modélisation mathématique sont souvent axées sur la pertinence du modèle mathématique choisi, mais rarement sur la mathématisation horizontale et donc sur les choix à faire sous-jacents à l'élaboration ou à l'utilisation d'un modèle mathématique. Cet outil théorique détaillé ici nous semble pertinent pour se centrer sur les hypothèses simplificatrices inhérentes au choix d'un modèle mathématique.

REFERENCES

Blum, W. et Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems ? The example “Sugarloaf” and the DISUM Project. Dans C. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum et S. Khan (Dir.), *Mathematical modelling (ICTMA12) – Education, engineering and economics* (p. 222–231). Horwood.

Coulange, L. (1998). Les problèmes « concrets » à « mettre en équation » dans l'enseignement. *Petit x*, 47, 33-58.

Derouet, C. (2022). Caractérisation de démarches de modélisation probabiliste. *Les annales de didactique et de sciences cognitives*, 27, 89-131. <https://journals.openedition.org/adsc/1349>

Derouet, C., & Yvain-Prébiski, S. (2021). Premiers jalons d'une recherche sur l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation au sein d'un dispositif de formation continue français inspiré des Lesson Study. Dans N. S. Anwandter Cuellar, C. Corriveau, V. Robert, & F. Venant (Dir.), *La formation continue en enseignement des mathématiques dans le contexte sociopolitique actuel : entre contraintes et libertés. Actes du Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec 2021* (pp. 84–96). Université du Québec en Outaouais.

- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer Academic.
- Hankeln, C., & Hersant, M. (2020). Processus de modélisation et de problématisation en mathématiques à la fin du lycée. Une étude de cas dans une perspective de didactique comparée. *Education et Didactique*, 14(3), 39–67.
- Henry, M. (1999). L'introduction des probabilités au lycée : un processus de modélisation comparable à celui de la géométrie. *Repères-IREM*, 36, 15–34.
- Henry, M. (2003). Des lois de probabilité continues en terminale S, pourquoi et pour quoi faire ? *Repères - IREM*, 51, 5–25.
- Israël, G. (1996). *La mathématisation du réel : essai sur la modélisation mathématique*. Seuil Eds.
- Yvain-Prébiski S. & Chesnais A. (2019) Horizontal mathematization : A potential lever to overcome obstacles to the teaching of modelling. Dans U.T Jankevist & M. Veldhuis (Dir.), *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1284–1291). Freudenthal Group Freudenthal Institute, ERME.
- Yvain-Prébiski, S. (2021). Didactical adaptation of professional practice of modelling : a case study. Dans F.K.S. Leung, G.A. Stillman, G. Kaiser, & K.L. Wong (Dir.), *Mathematical Modelling Education in East and West. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. (pp. 305-319). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_26