



HAL
open science

Présentation d'une formulation dynamique pour la convection naturelle turbulente en cavité

Ridouane Ezzouhri, Patrice Joubert, Anne Sergent

► **To cite this version:**

Ridouane Ezzouhri, Patrice Joubert, Anne Sergent. Présentation d'une formulation dynamique pour la convection naturelle turbulente en cavité. Congrès Français de Mécanique, Aug 2005, Troyes, France. pp.1-6. hal-04243601

HAL Id: hal-04243601

<https://hal.science/hal-04243601v1>

Submitted on 16 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Présentation d'une formulation dynamique pour la convection naturelle turbulente en cavité

Ridouane EZZOUHRI^{1*}, Patrice JOUBERT¹ & Anne SERGENT²

¹ LEPTAB-Université de La Rochelle, Avenue Michel Crépeau, 17042 La Rochelle cedex

² LIMSI-CNRS BP 133, 91403 Orsay

* auteur correspondant : rezzouhr@univ-lr.fr

Résumé :

Ce travail concerne le développement d'outils numériques de type Simulation des Grandes Échelles pour l'étude des écoulements de convection naturelle turbulente dans des cavités de type habitat. Nous comparons ici les résultats du modèle dynamique de Germano et d'une approche dynamique appliquée au modèle local de diffusivité de sous-maille [1] dans le cas d'une cavité 2D différentiellement chauffée. Ces résultats sont comparés avec ceux d'une simulation numérique directe (DNS).

Abstract :

This work concerns the study of natural buoyant turbulent flows in enclosures with a Large Eddy Simulation approach. We compare the results between the dynamic model of Germano and those of a local subgrid diffusivity model we developed [1] in the case of a square differentially heated cavity. The results are compared with those of a Direct Numerical Simulation (DNS).

Mots-clefs :

Convection naturelle turbulente, Simulation des Grandes Échelles, Modèles de sous-maille

1 Introduction

Les écoulements de convection naturelle turbulente dans des configurations représentatives de l'habitat sont caractérisés par des nombres de Rayleigh de l'ordre de 10^{10} à 10^{12} . Ce type d'écoulements restent de nos jours difficilement accessibles en 2D avec la simulation numérique directe (DNS), et hors de portée en 3D. Dans le but d'atteindre avec des temps de calcul raisonnables ces régimes fortement instationnaires et turbulents, nous avons choisi d'utiliser une approche de type Simulation des Grandes Échelles (SGE), qui contrairement à la DNS repose sur une séparation des différentes échelles de l'écoulements et ne calcule alors que les grandes échelles en résolvant le système d'équations de Navier Stokes sur un maillage plus grossier que celui de la DNS, les petites échelles de l'écoulement étant prises en compte par des modèles de sous-maille. Nous présentons dans ce papier des premiers résultats concernant la comparaison du modèle dynamique associé a une analogie de Reynolds pour la diffusivité de sous-maille et le modèle local de diffusivité de sous-maille a constante fixe et dynamique dans le cas d'une cavité différentiellement chauffée en 2D.

2 Problématique et équations du mouvement

Dans une cavité carrée, 2D, fermée, circule un écoulement d'air de Prandtl=0,71 à un nombre de Rayleigh de 5.10^{10} . Cet écoulement est mis en mouvement par les parois verticales

isothermes différentiellement chauffées. Les parois horizontales de la cavité sont considérées adiabatiques et une condition d'adhérence est appliquée sur toutes les parois de l'enceinte.

2.1 les équations du mouvement

Pour un fluide newtonien incompressible répondant à l'hypothèse de Boussinesq (écart de température faible entre les parois verticales), le système des équations filtrées de la SGE s'exprime sous-forme adimensionnelle de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(Pr Ra^{-1/2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + Pr \bar{\theta} \delta_{iz} \\ \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{\theta}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(Ra^{-1/2} \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \right) \right) - \frac{\partial h_j}{\partial x_j} \end{cases} \quad (1)$$

Les grandeurs caractéristiques utilisées sont la hauteur de la cavité H , la différence de température entre les deux parois verticales ΔT , et la vitesse de convection naturelle $\frac{\kappa}{H} Ra^{1/2}$. On définit τ_{ij} , tenseur des contraintes de sous-maille ($\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j$) et h_j , vecteur flux thermique de sous-maille ($h_j = \bar{u}_i \bar{\theta} - \bar{u}_i \bar{\theta}$), qui sont tous les deux à modéliser.

2.2 Modélisation des termes de sous-maille

2.2.1 Contraintes et viscosité de sous-maille

La plupart des modèles de sous-maille utilisent le concept d'une viscosité de sous-maille ν_{sm} pour modéliser le déviateur du tenseur τ_{ij} . On a alors :

$$\bar{\tau}_{ij}^d = \bar{\tau}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{2} \bar{\tau}_{kk} = -2\nu_{sm} \bar{S}_{ij} \quad (2)$$

où $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ est le tenseur du taux de déformation des échelles résolues. Le modèle de sous-maille le plus simple est celui de Smagorinsky, qui utilise la modélisation fonctionnelle et qui définit la viscosité de sous-maille scalaire ν_{sm} , d'unité $L^2 T^{-1}$, en fonction d'une longueur de référence, en l'occurrence la taille du filtre implicite lié au maillage de calcul $\bar{\Delta}$, et d'un temps de référence issu d'une contribution des gradients des vitesses des échelles résolues en $1/\sqrt{|\bar{S}^2|}$, avec $|\bar{S}^2| = 2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}$:

$$\nu_{sm} = C_s \bar{\Delta}^2 |\bar{S}^2|^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

C_s est une constante, dont la valeur théorique est de 0,18 en turbulence homogène isotrope. Afin de pouvoir adapter localement la valeur de cette constante à la structure de l'écoulement turbulent, Germano a proposé une approche dynamique [2], qui consiste à évaluer la constante du modèle de sous-maille à travers l'application d'un deuxième niveau de filtrage, appelé filtre test, de taille $\tilde{\Delta}$. Lilly a proposé par la suite de lever l'indétermination sur la constante à l'aide d'une procédure aux moindres carrés [3]. Le principal avantage de cette approche est qu'elle permet de calculer en tout point du maillage la valeur de la constante associée au modèle, qui peut varier aussi bien en espace qu'en temps. Ceci permet de s'affranchir du choix d'une constante à fixer pour chaque cas d'écoulement considéré. La constante dynamique peut cependant varier très rapidement en temps et en espace, et prendre également des valeurs négatives. Aussi

l'introduction d'un lissage en espace où en temps de la constante s'avère nécessaire en pratique afin de prévenir des difficultés de convergence numérique du fait de trop fortes fluctuations.

$$C_{dyn} = \frac{\widehat{\overline{L_{ij} M_{ij}}}}{\overline{\widehat{M_{ij} M_{ij}}}} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} - \overline{L_{ij}} &= \widetilde{\overline{u_i u_j}} - \widetilde{\overline{u_i} \widetilde{u_j}} \\ - \overline{M_{ij}} &= 2 \left[\left(\overline{\Delta^2} \left| \overline{S^2} \right|^{\frac{1}{2}} \overline{S_{ij}} \right) - \widetilde{\overline{\Delta^2}} \left| \widetilde{\overline{S^2}} \right|^{\frac{1}{2}} \widetilde{\overline{S_{ij}}} \right], \text{ où } (\widehat{\quad}) \text{ désigne l'étape de lissage.} \end{aligned}$$

2.2.2 Flux thermique et diffusivité de sous-maille

De manière analogue au tenseur des contraintes de sous-maille, le flux thermique de sous-maille est estimé au moyen d'une diffusivité de sous-maille κ_{sm} par :

$$h_j = -\kappa_{sm} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \quad (5)$$

En général la diffusivité de sous-maille est évaluée à partir d'une analogie de Reynolds avec un nombre de Prandtl de sous-maille constant ($\kappa_{sm} = \frac{\nu_{sm}}{Pr_{sm}}$), ce qui suppose de fait un alignement des petites échelles thermiques par rapport aux échelles dynamiques. Cette analogie, associée à l'approche dynamique pour ν_{sm} (eq.4) constituera par la suite le modèle dynamique de base désigné par DYNAM. Afin d'éviter cette hypothèse d'alignement des échelles, restrictive en convection naturelle, Sergent et al. [1], [4] ont proposé un modèle local de diffusivité de sous-maille en reprenant l'approche du modèle d'échelle mixte de Ta Phuoc et Sagaut [5]. Ce modèle est constitué d'une partie fonctionnelle issue de la contribution des gradients de température et de vitesse représentée par le vecteur $\overline{T}_i = \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \overline{S_{ij}}$, pondérée par le flux thermique de sous-maille évalué à la coupure entre les échelles résolues et les échelles de sous-maille, $\overline{\Phi}_{sm} = 0,5(\widetilde{u_j} - \overline{u_j})^2 (\widetilde{\theta} - \overline{\theta})^2$. Ce modèle qui sera désigné par l'acronyme LOCAL, possède alors la capacité de s'ajuster aux caractéristiques locales de l'écoulement et de s'annuler naturellement dans les zones bien résolues de l'écoulement et près des parois. Ceci conduit à l'expression suivante de la diffusivité de sous-maille :

$$\kappa_{sm} = \frac{C_l}{\Delta \theta} \left(\overline{\Delta^3} \left| \overline{T^2} \right|^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\overline{\Delta} \left| \overline{\Phi}_{sm} \right|^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

où C_l est la constante du modèle local (fixe), $\left| \overline{T^2} \right| = 2\overline{T_i T_i}$ et $\Delta \theta$ est l'écart caractéristique de température du problème étudié ($\Delta \theta = 1$ pour notre cas). De bons résultats ont été obtenus avec ce modèle par rapport à la DNS, aussi bien pour des configurations 2D [1], [4], que plus récemment en 3D [6]. Il s'avère qu'avec ce modèle, il n'est pas nécessaire d'introduire un modèle explicite pour la viscosité de sous-maille et l'introduction d'une diffusion numérique par l'utilisation du Schéma Quick présente une dissipation suffisante et correctement localisée pour les petites échelles dynamiques [1], [4]. L'approche dynamique peut être également appliquée à ce modèle pour déterminer C_l :

$$C_{l(dyn)} = \frac{\widehat{\overline{E_j Q_j}}}{\overline{\widehat{Q_j Q_j}}} \quad (7)$$

où $\bar{E}_j = \widetilde{\bar{u}}_j \bar{\theta} - \widetilde{\bar{u}}_j \widetilde{\bar{\theta}}$ et $\bar{Q}_j = \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \bar{\Delta}^2 \left| \widetilde{\bar{T}}^2 \right|^{\frac{1}{4}} \left| \bar{\Phi}_{sm} \right|^{\frac{1}{4}} \right) - \bar{\Delta}^2 \frac{\partial \widetilde{\bar{\theta}}}{\partial x_j} \left| \widetilde{\bar{T}}^2 \right|^{\frac{1}{4}} \left| \widetilde{\bar{\Phi}}_{sm} \right|^{\frac{1}{4}}$. Nous désignerons par la suite cette approche dynamique du modèle local par l'acronyme LOCAL-DYNAM.

3 Procédure numérique

L'intégration en temps des équations filtrées est réalisée par une méthode de projection qui assure une précision à l'ordre deux. La discrétisation temporelle associe un schéma d'Euler retardé pour la dérivation en temps, une formulation implicite des termes de diffusion et une extrapolation explicite de type Adams-Bashforth pour les termes non linéaires. La discrétisation spatiale est réalisée suivant une méthode de volumes finis à maillages décalés. Les termes diffusifs sont traités par un schéma d'ordre deux en espace. Les termes non-linéaires de l'équation de l'énergie sont traités par un schéma centré, et nous avons utilisé un schéma Quick pour traiter ceux des équations de conservation de la quantité de mouvement. Ce choix a été justifié dans des études précédentes [1], [4]. Dans le cas d'un calcul DNS un schéma centré est utilisé pour tous les termes non-linéaires.

4 Résultats

Des calculs DNS ont été réalisés sur une grille de 512x1024 noeuds et serviront de résultats de référence. Les calculs de la SGE ont été réalisés sur une grille de 64x130 noeuds suivant les directions horizontales et verticales (X et Z). Les noeuds en X sont resserrés près des parois verticales suivant une loi hyperbolique, et les noeuds suivant Z sont régulièrement repartis. Les caractéristiques des différents calculs réalisés sont regroupés ci dessous :

Cas	Type	Modèles	Constantes	Remarques
1	DNS	512x1024 noeuds
2	SGE	LOCAL	$C_l = 0,6$
3	SGE	DYNAM	$C_{dyn}, Pr_{sm} = 0,6$	$(\nu_{sm}, \kappa_{sm}) \geq -0,1(\nu_{mol}, \kappa_{mol})$
4	SGE	LOCAL-DYNAM	$C_{l(dyn)}$	$\kappa_{sm} \geq -0,1\kappa_{mol}$

TAB. 1 – Caractéristiques des calculs

Dans le cas des approches dynamiques (cas 3 et 4), nous avons autorisé ν_{sm} et κ_{sm} à prendre des valeurs faiblement négatives, ce qui est généralement interprété comme la capacité de l'approche dynamique à représenter la cascade inverse d'énergie des petites vers les grosses structures de l'écoulement. Quelques résultats obtenus avec ces différents cas sont présentés sur les fig. 1 à fig. 4. Pour les profils de vitesse verticale près de la paroi chaude fig. 2(a), on constate un bon accord à mi-hauteur des cas 2 et 4 avec la DNS, tandis qu'aux 3/4 de la paroi fig. 2(b), le modèle local (cas 2) est bien meilleur que les approches dynamiques. Ce modèle est celui qui permet la meilleure représentation du champ d'isovaleurs de la fonction de courant (fig. 4(b)). Pour la stratification thermique au centre de la cavité fig. 1(b), on constate une amélioration de la reproduction de l'allure complexe du profil de température pour le cas 4 par rapport au modèle dynamique de base (cas 3) et au modèle local (cas 2), ce qui apparaît également sur les isothermes de la (fig. 3). Les échanges de chaleur le long de la paroi chaude sont présentées sur la fig. 1(a). dans le premier tiers de la couche limite ($Z < 0,5$), les profils des approches dynamiques cas (3 et 4) sont en bon accord avec la DNS par rapport au modèle local, mais des

différences sensibles apparaissent dans la partie aval ($Z \geq 0,5$), où seul le modèle local reproduit l'augmentation très localisée des transferts à l'endroit où les tourbillons se détachent de la couche limite, avec cependant un détachement trop précoce (observé à $Z=0,58$) par rapport à la DNS (observé à $Z=0,72$), qui entraîne une surévaluation des échanges globaux (cf.tab 2). Le modèle dynamique de base prédit lui aussi un détachement, mais beaucoup trop précoce (observé à $Z=0,4$), qui entraîne également une surévaluation des échanges. Le modèle local dynamique (cas 4) ne prédit pas quant à lui une augmentation des transferts dans cette zone, mais donne une valeur de l'échange global en bon accord avec la DNS.

	DNS	LOCAL	DYNAM	LOCAL-DYNAM
Nusselt	151,06	163,28	156,08	153

TAB. 2 – Transferts thermiques à la paroi chaude (échanges globaux)

5 Conclusions

Au vu des résultats obtenus, nous pouvons conclure que le modèle local de diffusivité de sous-maille est globalement le plus apte à reproduire les résultats de la DNS. L'approche dynamique appliquée à ce modèle permet d'améliorer la représentation du champ thermique en partie centrale de la cavité par rapport au cas d'une constante fixée a priori, mais s'accompagne d'une moins bonne représentation de la dynamique de l'écoulement dans les zones de recirculation en partie amont des couches limites chaude et froide. Ces conclusions, obtenues dans cette première étude en 2D, nécessitent d'être confirmées en 3D.

Références

- [1] A. Sergent. *Approche numérique d'écoulements de convection naturelle en cavité par la simulation des grandes échelles*. PhD thesis, Université de la Rochelle, 12/2000.
- [2] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W.H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids A*, (3-7) :1760–1765, 1991.
- [3] D.K. Lilly. A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids A*, (4-3) :633–635, 1992.
- [4] A. Sergent, P. Joubert, and P. Le Quéré. Development of a local subgrid diffusivity model for large eddy simulation of buoyancy driven flows : application to a square differentially heated cavity. *Num. Heat trans ; part A*, 44(8) :789–810, 2003.
- [5] P. Sagaut. Numerical simulations of separated flows with subgrid models. *Rech. Aérospatiale*, (vol.1) :51–63, 1996.
- [6] J. Salat, S. Xin, P. Joubert, A. Sergent, F. Penot, and P. Le Quéré. Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. *International journal of Heat and Fluid Flow*, 25 :824–832, 2004.

Remerciements :

Ce travail s'inscrit dans le cadre du thème "Contrôle des instabilités, de la transitions et des transferts des écoulements thermo-convectifs en cavités" du réseau de laboratoires AMETH. Les calculs présentés ont été réalisés sur la machine NEC Sx5 de l'Idris.

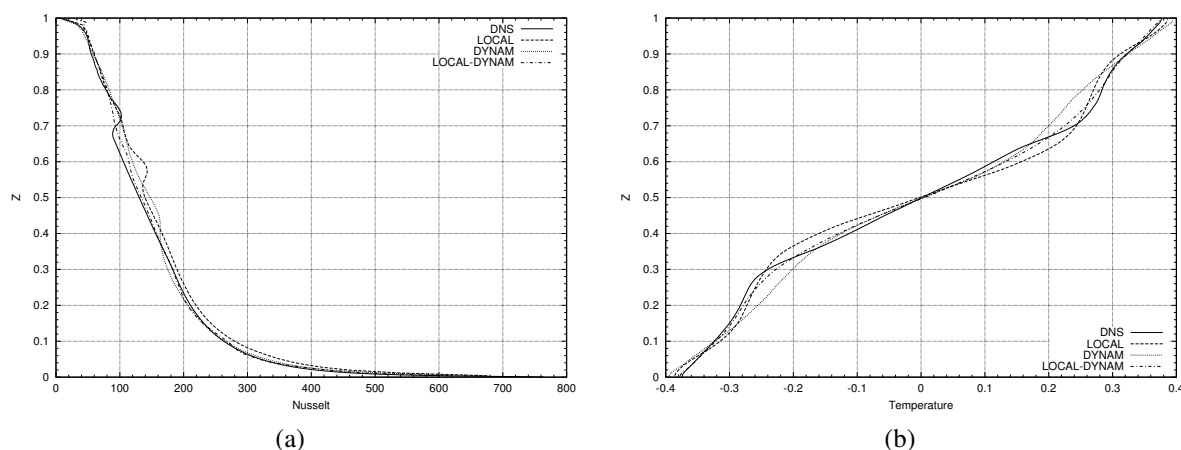


FIG. 1 – profils de Nusselt le long de la paroi chaude (à gauche), et de la température le long de la ligne centrale $X=0,5$ (à droite)

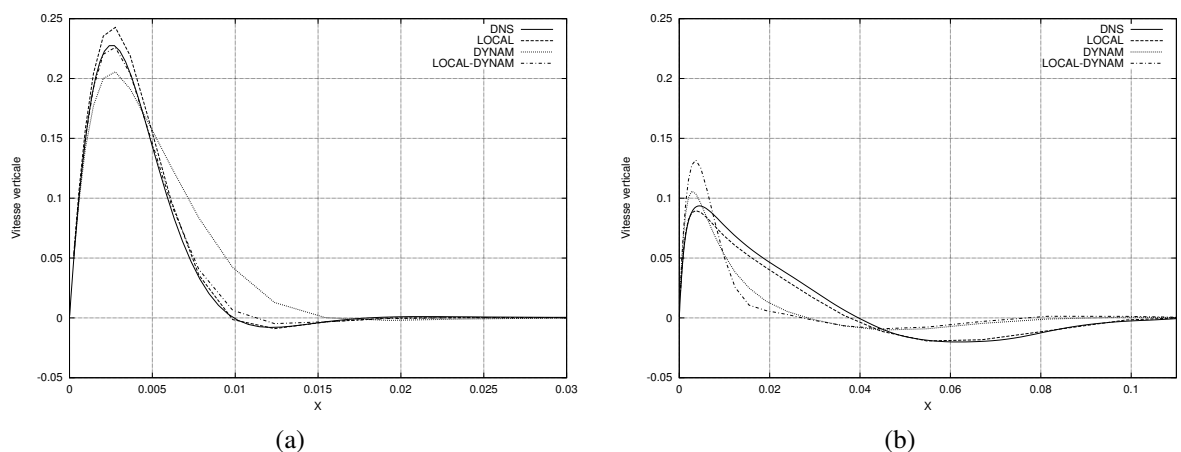


FIG. 2 – profils de couches limites verticales à la cote $Z=0,5$ (à gauche), et $Z=0,75$ (à droite)

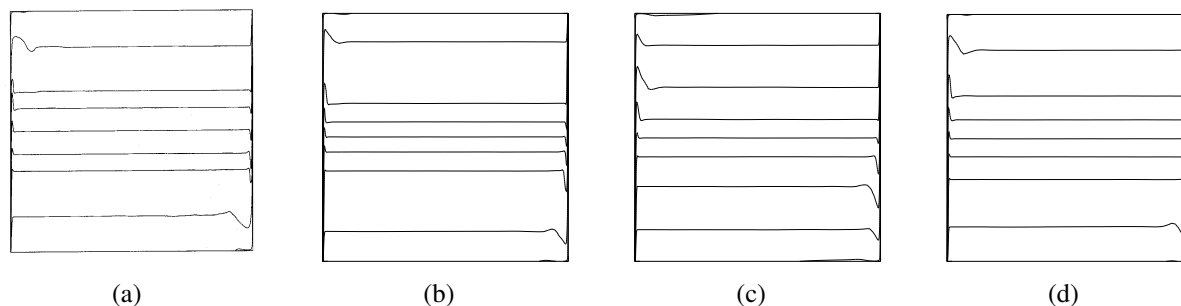


FIG. 3 – Champs d'isothermes : (a)DNS (b)LOCAL (c)DYNAM (d)LOCAL-DYNAM

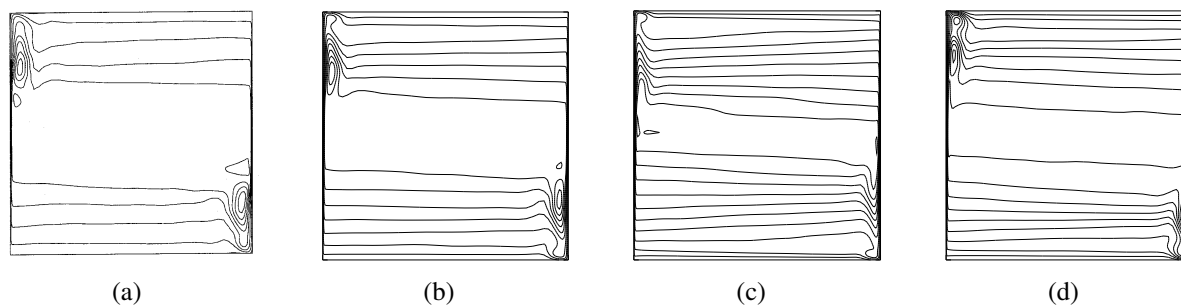


FIG. 4 – Champs d'isovaleurs de la fonction de courant : (a)DNS (b)LOCAL (c)DYNAM (d)LOCAL-DYNAM