



HAL
open science

Introduire le logiciel de la géométrie dynamique pour améliorer l'apprentissage des fonctions numériques au lycée

Abdoul Massalabi Nouhou, Moussa Mohamed Sagayar

► To cite this version:

Abdoul Massalabi Nouhou, Moussa Mohamed Sagayar. Introduire le logiciel de la géométrie dynamique pour améliorer l'apprentissage des fonctions numériques au lycée. Approche interdisciplinaire dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques: Quels projets et quels enjeux pour l'Afrique?, Association de Didacticiens des Mathématiques Africains (ADIMA), Aug 2022, Hammamet (Tunisie), Tunisie. hal-04239888

HAL Id: hal-04239888

<https://hal.science/hal-04239888>

Submitted on 12 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Open licence - etalab

Introduire le logiciel de la géométrie dynamique pour améliorer l'apprentissage des fonctions numériques au lycée

Abdoul Massalabi Nouhou
Moussa Mohamed Sagayar
Université Abdou Moumouni (Niger)

RÉSUMÉ

Cette contribution se situe dans le cadre de l'étude des usages d'un environnement de logiciel dynamique en enseignement – apprentissage des fonctions numériques au lycée. Nous nous intéressons particulièrement à l'amélioration de l'apprentissage des fonctions numériques au lycée à travers le logiciel de la géométrie dynamique GeoGebra. Le cadre théorique s'articule autour des registres de représentations sémiotiques et de la théorie de la médiation sémiotique. L'expérience a porté sur une classe ordinaire de mathématiques de la terminale scientifique (18-19 ans) d'un établissement public. Deux séances sur l'étude de fonctions numériques à variable réelle ont été observées et les stratégies de résolutions des problèmes ont été analysées. Les résultats nous ont permis de constater au cours de la résolution du problème 1 que la plupart des élèves font facilement l'introduction du registre algébrique mais se trouvent déstabilisés lorsqu'il s'agit d'utiliser le registre graphique concerné. Malgré l'introduction de GeoGebra les élèves ont eu du mal à mobiliser les différents registres de représentation de la fonction. Les résultats nous ont permis de constater au cours de la résolution du problème 2 que les élèves arrivent avec une certaine facilité à bien gérer l'introduction et l'utilisation du registre algébrique mais aussi à utiliser le registre graphique et celui numérique du tableau des valeurs. L'introduction de GeoGebra comme outil de médiations a permis aux élèves de s'investir un peu plus que d'habitude dans cette deuxième séance, en assumant directement la responsabilité d'effectuer les tâches mathématiques inhabituelles pour introduire ou utiliser les registres de représentation sémiotique des fonctions numériques.

Mots clé : Mathématiques et TICE, GeoGebra, fonction numérique, registres de représentation, apprentissage.

1. INTRODUCTION

Les fonctions numériques occupent une position centrale dans la plupart des secteurs d'activités. Dans le contexte scolaire, la maîtrise des fonctions numériques est décisive pour effectuer des études supérieures dans le domaine des mathématiques, des sciences et techniques. Au Niger, les fonctions sont introduites dès le collège tout d'abord avec l'introduction des fonctions affines en troisième c'est-à-dire la dernière année du 1^{er} cycle du secondaire (15-16 ans). Puis l'étude des fonctions élémentaires (fonctions affines par intervalles, fonctions carrée, fonctions inverses, fonctions racines carrées, fonctions cubiques, fonctions cosinus et fonctions sinus) commence dès la seconde c'est-à-dire la 1^{ère} année du lycée (16-17) à partir de l'étude de leurs propriétés générales (le domaine de définition, la sens de variation et la représentation graphique). C'est à partir de la première c'est-à-dire 2^{ème} année du lycée (17-18), que les fonctions polynômes et les fonctions rationnelles sont introduite mais aussi les outils théoriques

classiques de l'analyse (dérivée, limite, continuité) sont introduits dans l'étude des fonctions de références. Les fonctions exponentielles et les fonctions logarithmes sont introduites en terminale c'est-à-dire 3^{ème} année du lycée (18-19). Parallèlement les élèves de la terminale consolident l'utilisation des outils théoriques de l'analyse par l'étude des fonctions de références (fonctions polynômes, fonctions homographiques, fonctions exponentielle et fonctions logarithme).

Le choix des fonctions numériques dans cette étude est motivé d'une part par le niveau non satisfaisant des élèves nigériens en mathématiques et d'autre part le souci de dynamiser l'enseignement-apprentissage des mathématiques qui semblent limiter les fonctions des élèves au statut d'exécutants de calculs ou de techniques sans opportunités de construction de sens.

2. PROBLÉMATIQUE

2.1 La notion de fonction et son apprentissage au lycée

Le terme de « fonction » a été introduit à la fin du XVII^{ème} siècle par Leibniz pour désigner des quantités qui sont dépendant d'une variable. Mais les premières utilisations de la notion fonction remontent à l'antiquité sous la forme de correspondances de deux grandeurs. Les Babyloniens (vers 1800 av. J.C.) utilisaient la correspondance entre deux grandeurs pour déterminer les jours (la table de calcul du carré d'un nombre ou tables astronomiques). Les mathématiciens grecs de l'époque antique comme Hipparque de Nicée (vers 190-120 av. J.C.) utilisait des tables des cordes pour calculer des grandeurs et distances du soleil et de la lune. Les Pythagoriciens utilisaient le tableau de valeurs pour rendre compte de la dépendance entre deux grandeurs enfin de modéliser les phénomènes naturels ou de schématiser des lieux géométriques. Ces périodes marquent l'introduction de la représentation des tableaux de correspondances d'une fonction. Mais, il a fallu au moyen âge pour obtenir une véritable émergence de la notion de la fonction avec l'introduction de l'« algèbre » et de l'expression algébrique de la fonction sous forme des phrases Al-Khwarizmi (780-850). L'introduction de l'algèbre moderne par Viète (1540 – 1603) et de la géométrie analytique par Descartes (1596 – 1650) ont permis d'introduire l'expression analytique de la fonction et la représentation et graphique mais surtout la mise en corrélation des différents modes de représentations d'une fonction: courbe, tableau de correspondance, formule algébrique et expression analytique.

Pour Duval (1993) la compréhension de la fonction implique une articulation cohérente des différentes registres sémiotiques qui entre en jeu dans la résolution du problème.

Pour Duval (1993) la fonction est d'abord les expressions algébrique et graphique, il explique que :

« la lecture des représentations graphiques suppose la perception des variations correspondantes qui suppose une attitude contraire à la pratique appellative associant un point à un couple de nombres ».

Dans le contexte scolaire nigérien, la notion de fonction est introduite dès la fin du premier cycle du secondaire pour être consolidée au niveau du lycée. Les fonctions sont introduites dans une approche générale avec des propriétés générales des fonctions élémentaires, l'introduction des notions des limites, continuités et des dérivées des fonctions à partir de l'étude des fonctions usuelles apparaissant comme outil de résolution de problème. A la fin du cycle (en terminale) les notions sont approfondies à travers l'étude des fonctions homographiques, des fonctions trigonométriques, des fonctions exponentielles et des fonctions logarithmes. Les programmes officiels de l'enseignement de mathématiques au lycée recommandent la promotion de la démarche de résolution de problèmes à travers les expressions algébriques et graphiques

d'une fonction. A ces deux registres, il s'ajoute le registre de la langue d'enseignement (le français). Michel Artigue souligne que :

La recherche a bien mis en évidence les difficultés que beaucoup d'élèves éprouvent à détacher l'objet fonction de ses représentations, notamment ses représentations algébriques qui sont les plus utilisées, ainsi qu'à jouer avec flexibilité des différents registres, pour choisir le plus approprié à la résolution de telle ou telle tâche. (Artigue, 2009, p. 24)

Pour la résolution des problèmes des fonctions numériques de nombreux registres sont susceptibles d'intervenir (Coppé et al., 2007, p. 160). Selon Artigue (2009), on distingue habituellement 6 registres pour la notion de fonction : le registre de la langue naturelle, le registre numérique des tables de valeurs, le registre algébrique des formules, le registre graphique des courbes, le registre graphique des tableaux de variation et le registre symbolique intrinsèque.

A ceci s'ajoute les difficultés des élèves à résoudre des problèmes sur les fonctions. Les élèves ont souvent l'habitude d'associer la fonction numérique à son expression algébrique. Cela peut s'expliquer par la prédominance du registre algébrique dans l'approche d'enseignement des fonctions (Dufour, 2011). Pour Fernando (1998) les difficultés des élèves sont dues aux obstacles extrinsèques de type didactique (les approches d'enseignement des fonctions au lycée) et aux obstacles intrinsèques au sens où les élèves éprouvent des difficultés à mobiliser de manière cohérente les différents registres de représentation des fonctions.

2.2. GeoGebra, représentation naturelle des registres

GeoGebra est un logiciel de la géométrie dynamique créé par Markus Hohenwarter pour améliorer le processus d'apprentissage des mathématiques. L'acronyme GeoGebra dérive de deux mots : **Geo** de **Géométrie** et **Gebra** d'**Algèbre**. GeoGebra est une application interactive de géométrie, d'algèbre, de statistiques et de calcul formel (voir figure 1), destinée à l'apprentissage et à l'enseignement des mathématiques et des sciences de l'école primaire à l'université. Ce logiciel de la géométrie dynamique est libre d'accès, ce qui facilite son utilisation dans les établissements publics des pays en développement. Il peut être utilisé dans plusieurs langues notamment le français. Il est disponible sur plusieurs plateformes et sites Web. GeoGebra est utilisé dans d'autres disciplines éducatives. GeoGebra peut être installé et utilisé sur les ordinateurs, les tablettes numériques et des téléphones android.

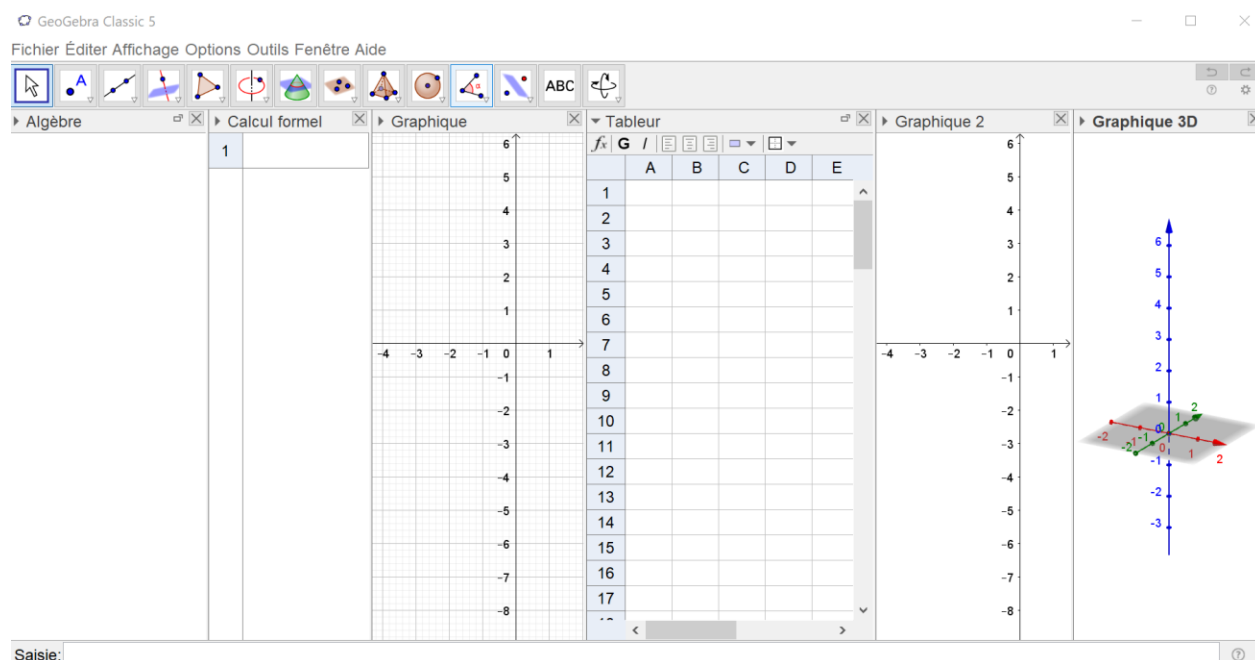


Figure 1 : la barre de saisie, les fenêtres et la barre outils de GeoGebra

Pour ce qui est de l'enseignement et de l'apprentissage des fonctions, GeoGebra peut permettre à l'utilisateur de travailler sur plusieurs fenêtres (d'algébrique, du graphique, du calcul formel, la feuille du tableur). Il peut être utilisé comme environnement d'exploration active de la fonction numérique en tant qu'objet mathématique (Freiman et al., 2009, p. 39). La barre de saisie est utilisée pour écrire des expressions algébriques et symboliques de l'objet fonction. La fenêtre algébrique permet d'afficher les écritures algébriques. La fenêtre graphique permet simultanément d'afficher la représentation graphique de la fonction (la courbe et le graphe) une fois que la saisie de la fonction numérique est correcte. La fenêtre de calcul formel permet de saisir des expressions symboliques de la fonction et d'effectuer les calculs usuels de l'analyse fonctionnelle (résolution d'une équation ou d'une inéquation, calcul des bornes, calcul de la dérivée, calcul de l'intégrale, etc.). La fenêtre de feuille de calcul du tableur permet de saisir les antécédents, de calculer les images directes ou des images indirectes, de déterminer les coordonnées d'un point et établir une table de correspondance $(x; y)$. L'introduction du logiciel de la géométrie dynamique GeoGebra peut offrir aux élèves la possibilité de mobiliser de manière cohérente plusieurs registres de représentations sémiotiques de la fonction mathématique au cours du processus d'apprentissage.

Partant de ces différents constats la présente recherche tentera d'étudier l'introduction d'un logiciel de la géométrie dynamique et du calcul formel pour améliorer le processus de l'apprentissage des fonctions numériques au lycée. Nous chercherons à répondre à la question de recherche suivante : L'introduction du logiciel de la géométrie dynamique GeoGebra impose – t elle – aux élèves du lycée de revoir leurs stratégies de résolutions de problèmes sur les fonctions numériques?

3. CADRE THÉORIQUE

3.1 Approche des registres de représentation sémiotique

La sémiotique vient du mot grec *sémiosis* qui signifie action de marquer d'un signe. Elle s'intéresse donc aux relations des signes entre eux (syntaxe), aux relations entre signes et signifiés (sémantique) et à l'utilisation des signes (pragmatique). La sémiotique permet l'étude des systèmes de signes. Duval (1993) définit les registres de représentations sémiotiques comme des modes de représentations des objets mathématiques. La conceptualisation de la fonction par les élèves passe par trois stades : la formation des représentations de la fonction dans différents registres, le traitement de ces représentations dans chaque registre et la conversion entre ces représentations d'un registre à un autre (Duval, 2002).

Les fonctions usuelles peuvent ainsi acquérir dans ce processus le statut d'objet puis peu à peu d'objet abstrait ou concept de fonction (Anderson, 2015). Selon Coppé, Dorier et Yavuz (2007), il y a 6 principaux registres susceptibles d'intervenir en apprentissage des fonctions numériques: le registre de la langue naturelle (Rl), le registre algébrique des formules (Ra), le registre graphique de courbes (Rg), le registre numérique des tableaux de valeurs (Rn), et le registre graphique des tableaux de variation (Rtv) et le registre symbolique intrinsèque (Rs). (Bloch, 2005) a relevé que l'apprentissage de la notion de fonction au lycée nécessite que les élèves se familiarisent avec les registres de représentations de la fonction. Les connaissances sur plusieurs registres facilitent les activités de traitements au sein des registres et les activités de conversions des registres par les élèves. Pour Duval (1993) les conversions de registres de représentation de l'objet fonction permettent d'enrichir les représentations mentales du concept et sa conceptualisation c'est-à-dire la compréhension de la notion chez l'élève.

3.2. Théorie de médiation sémiotique

La théorie de médiation sémiotique (TMS) est introduite par Bussi & Mariotti (2008). Elle vise la transposition du concept de la médiation sémiotique dans le domaine de la didactique des mathématiques. La théorie de médiation sémiotique offre un cadre pour étudier l'activité mathématique comme une activité médiatisée. La fonction de médiation est exercée par l'artefact (outil) et les signes (Falcade, 2006). Le processus de construction de connaissances mathématiques est alors considéré comme une conséquence d'une activité mathématique instrumentée par différents types de signes (mathématiques, symboliques, langagière, gestuels, technique etc.). Dans cette perspective, le processus de construction des connaissances est double en mettant en évidence *les liens artefact/tâche et artefact/connaissance mathématique*. L'artefact permet d'accomplir des tâches spécifiques favorisant l'émergence des significations personnelles à travers la production des signes liées à l'activité avec l'artefact. L'objectif étant celui d'apprendre, alors l'utilisation de l'artefact est reliée à une connaissance mathématique spécifique.

Certains éléments de l'approche instrumentale en didactiques des mathématiques (Rabardel, 1999), ont été adaptés par la théorie de la médiation sémiotique notamment la différence entre *artefact* et *instrument* ou la notion de *genèse instrumentale*. L'artefact est un objet matériel ou symbolique en soi alors que l'instrument est une entité mixte composé de l'artefact et de ses schèmes d'utilisation. Le processus de la genèse instrumentale permet à l'utilisateur (l'élève) de transformation de l'artefact en instrument. GeoGebra dans les mains des élèves, son usage peut influencer le processus de construction de connaissances sur les registres de représentations sémiotiques des fonctions numériques.

4. ÉLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES

Le choix méthodologique de cette recherche porte sur une recherche expérimentale dans un établissement secondaire du Niger.

Dans un premier temps, nous avons pris contact avec l'administration scolaire de l'établissement public dans lequel nous volons mener cette recherche. Nous nous sommes ensuite concertés avec les enseignants des mathématiques à propos des difficultés réelles des élèves du lycée pour l'apprentissage des fonctions numériques au cours du cycle du lycée et sur leur rapport au TIC en enseignement – apprentissage de mathématiques. Les enseignants de mathématiques ne sont pas experts en technopédagogie mais ils tous une expérience sur utilisation des logiciels pour l'enseignement des mathématiques.

Dans un deuxième temps, Ces enseignants de mathématiques se sont réunis dans leur unité pédagogique (UP) pour proposer deux situations problèmes en tenant compte des difficultés des élèves sur les fonctions numériques dont les résolutions nécessitent la mobilisation de plusieurs registres de représentations sémiotiques. L'enseignant de la terminale scientifique a enfin adapté le contenu en fonction des conditions d'enseignement – apprentissage de sa classe de mathématiques.

Une classe de mathématiques de la terminale scientifique de 21 élèves (18 – 19 ans) a été observée au cours de notre expérimentation. Pour les observations des deux séances, nous avons privilégié une approche naturaliste pour observer les pratiques de l'enseignant et les activités des élèves dans une classe ordinaire de mathématiques (Caliskan-Dedeoglu, 2006). Le logiciel GeoGebra a été intégré dans des tablettes numériques. Avant de commencer le cours, l'enseignant reparti les élèves de sa classe en plusieurs groupes et chaque groupe de travail est doté d'une tablette.

Notre démarche se veut constructiviste et intégrant le logiciel de la géométrie dynamique GeoGebra dans le processus d'apprentissage des fonctions numériques et pour permettre aux élèves de mobiliser les différents registres de représentation sémiotique des fonctions au cours de résolution des problèmes.

5. RÉSULTATS ET DISCUSSION

La situation problème 1 a été proposée pour étudier une fonction polynôme à partir de sa représentation graphique.

Situation problème 1

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$

- 1) Représenter à l'aide de GeoGebra la courbe représentative C_f de f sur un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ unité 1 cm.
- 2) Utiliser cette représentation graphiquement pour :
 - a) Préciser la valeur de la dérivée f' de la fonction f en $x = -1$?
 - b) Dresser le tableau de variation de f
 - c) Résoudre graphiquement les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = 4$
 - d) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 0$
- 3) Soit $(T): y = -(x + 2)$ l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse -2 . Représenter (T) dans le même repère puis déterminer la position de C_f par rapport à (T) .

Pour répondre à la question 1), les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules. Les stratégies possibles sont :

- La stratégie algébrique des formules qui consiste à déterminer l'expression algébrique de la fonction f adaptée à l'outil de saisie de GeoGebra (traitement algébrique). Écrire l'expression algorithmique adaptée à la barre de saisie, $f(x) = (1/2)x^2 + x$ de la fonction polynôme $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$ pour obtenir les représentations algébrique et graphique de la fonction sur l'interface (conversion de l'algébrique vers le graphique) (voir la figure 2).

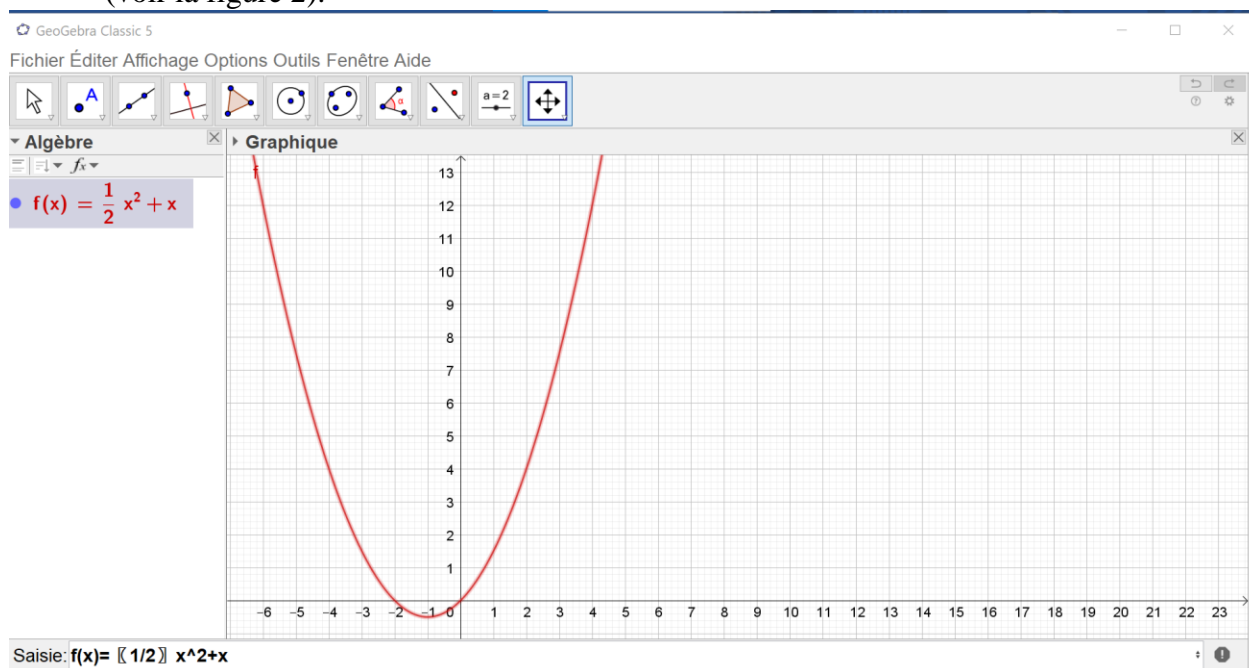


Figure 2 : Saisie de la fonction polynôme et ses représentations sur l'interface

- La stratégie algébrique des formules qui consiste à partir d'une expression algébrique de la fonction f , tracer la courbe point par point sur papier/cayon.

Les élèves sont parvenus à mobiliser le registre algébrique des formules sur l'interface de GeoGebra.

Pour répondre à la question 2) plus précisément au niveau des quatre sous questions, les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules et le registre graphique de la courbe. Les stratégies possibles sont :

- Les stratégies graphiques des courbes consistent à partir d'une courbe de la fonction polynôme, pour identifier que le minimum de f est atteint pour la valeur de $x = -1$ donc $f'(-1) = 0$. A partir de la courbe de la fonction polynôme, établir un tableau de variations. (conversion). A partir de la courbe de la fonction polynôme, trouver les solutions des équations $f(x) = 0$ et $f(x) = 4$. A partir de la courbe de la fonction polynôme, trouver les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$.
- Les stratégies algébriques des formules qui consistent à partir de l'expression algébrique de la fonction polynôme, déterminer la dérivée première de la fonction (conversion) puis calculer $f'(-1)$ (traitement). A partir de l'expression algébrique de la fonction polynôme, établir un tableau de variations. (conversion). Résoudre algébriquement les

équations $f(x) = 0$ et $f(x) = 4$ (traitement). Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) \leq 0$ (traitement).

Les stratégies mobilisées par les élèves en termes des registres de représentation sémiotiques de la fonction polynôme au cours de la résolution de la question a été la stratégie algébrique des formules.

Pour répondre à la question 3), les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules, le registre graphique des courbes ou le registre graphique des tableaux des variations. Les stratégies possibles sont :

- La stratégie algébrique des formules classique qui consiste à calculer algébriquement le polynôme $f(x) - y$ (traitement). A partir de l'expression algébrique de $f(x) - y$, établir un tableau de signe (conversion) puis interpréter algébriquement les positions relatives de courbe de f par rapport à la tangente (T) (conversion).

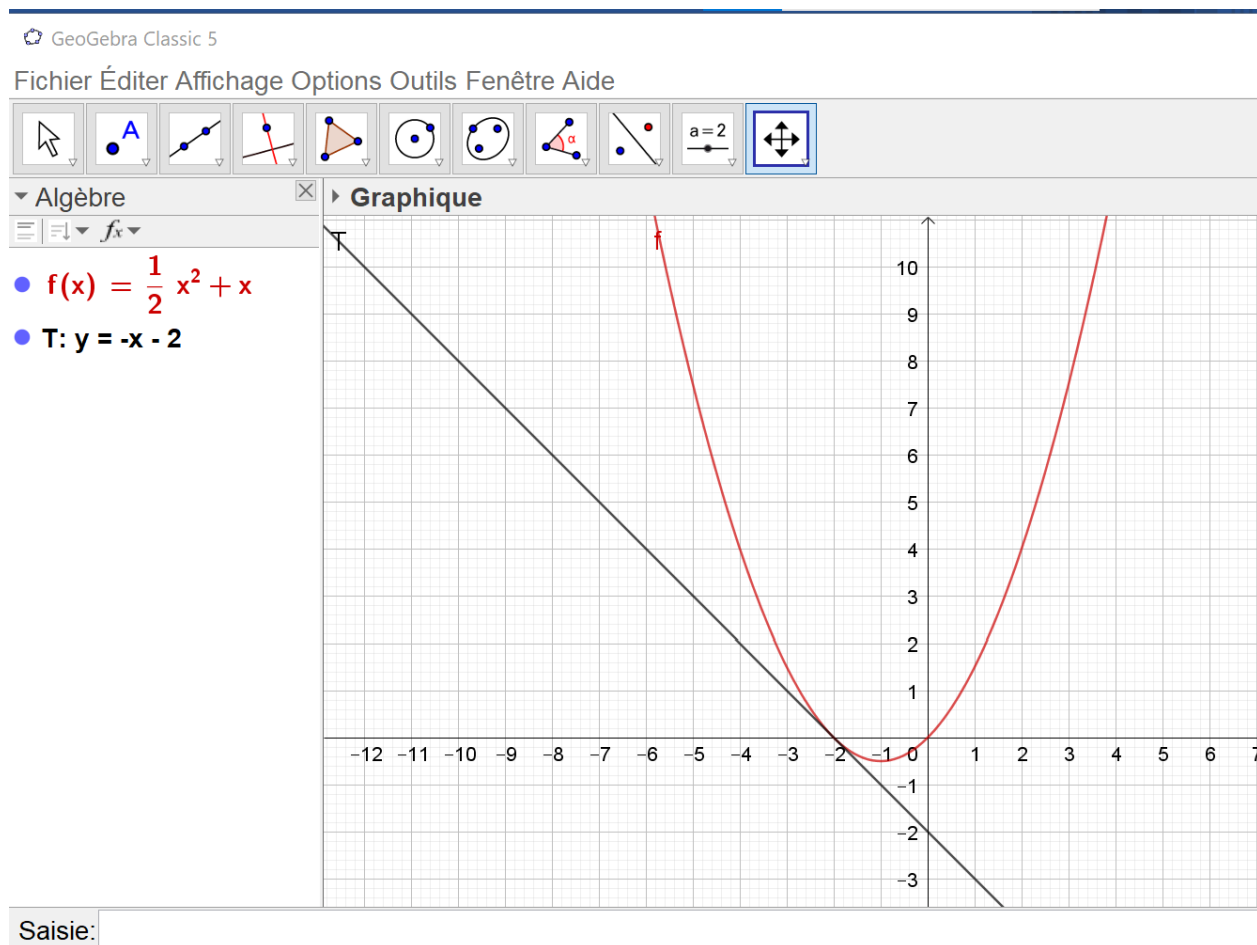


Figure 3 : tracé de la tangente (T) à l'aide de GeoGebra

- La stratégie algébrique des formules classique qui consiste à calculer algébriquement le polynôme $f(x) - y$ (traitement). A partir de l'expression algébrique de $f(x) - y$, établir un tableau de signe (conversion) puis interpréter graphiquement les positions relatives de courbe de f par rapport à la tangente (T) (conversion).

- La stratégie algébrique des formules à l'aide des outils GeoGebra consiste à déterminer l'expression algébrique de la tangente (T) adaptée à l'outil de saisi de GeoGebra (traitement algébrique) puis obtenir le tracé sa courbe représentative (conversion de l'algébrique vers le graphique). Ensuite, interpréter algébriquement les positions relatives de la courbe de f par rapport à la tangente (T) (traitement).
- La stratégie algébrique des formules à l'aide des outils GeoGebra consiste à déterminer l'expression algébrique de la tangente (T) adaptée à l'outil de saisi de GeoGebra (traitement algébrique) puis obtenir le tracé sa courbe représentative (conversion de l'algébrique vers le graphique). Ensuite, interpréter graphiquement les positions relatives de la courbe de f par rapport à la tangente (T) (traitement).

La stratégie mobilisée par les élèves en termes des registres de représentation sémiotiques de la fonction polynôme au cours de la résolution de la question est le registre algébrique des formules pour calculer la limite à l'infinie de $(f(x) - y)$ et observer que le résultat a été égal à zéro. Toutes fois, ils se sont servis de l'interface pour tracer l'asymptote oblique et vérifier le résultat grâce à la commande du calcul formel.

Il ressort de ces différents résultats des stratégies mobilisées par les élèves en termes des registres de représentation sémiotiques de la fonction polynôme au cours de la résolution du problème 1 que ces derniers ont privilégié les stratégies algébriques par rapport aux stratégies graphiques par rapport au registre graphique. Les observations des activités ont montré que les élèves arrivent avec facilité à introduire le registre algébrique, à faire des traitements algébriques adapter à l'aide de l'outil de saisi et à faire des calculs algébriques simples. L'utilisation de l'outil graphique étaient rester basique malgré la présence des outils de visualisation et de construction qui existent dans l'environnement GeoGebra. Cela témoigne des difficultés à mobiliser les stratégies graphiques au cours des résolutions des tâches mathématiques avec GeoGebra. Pour interpréter les positions relatives de la courbe et de la tangente, les élèves ont mobilisé la stratégie algébrique. Nous avons observé que les élèves n'ont pas utiliser l'outil de calcul formel de GeoGebra et l'outil tableur. Malgré l'introduction de GeoGebra, avec un potentiel d'apprentissage des fonctions numériques mobilisant plusieurs registres, les élèves ont eu du mal à détacher la fonction avec la représentation algébrique (Artigue, 2009). Ils n'ont pas pu mobiliser tout le potentiel didactique de cet outil notamment celui lié à l'apprentissage des fonctions en mobilisant les différents registres de représentation sémiotiques.

Mais en dépit de cela cette première expérience à montrer les élèves de notre expérimentation peuvent transformer GeoGebra en instrument d'apprentissage des fonctions numériques. Il peut à cet effet influencer le processus de construction de connaissances de ses élèves sur les registres de représentations sémiotiques des fonctions numériques.

La situation problème 2 a été proposée pour étudier une fonction homographique et sa représentation graphique.

Situation problème 2

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 2x + 3 + \frac{4}{x-5}$

- 1) Donner le domaine de définition de la fonction f
- 2) Etudier la variation de la fonction f (sens de variation et tableau de variation)
- 3) Montrer que $y = 2x + 3$ est une asymptote oblique a la courbe C_f à ∞

- 4) Tracer la courbe de la fonction f et ces asymptotes dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 5) Montrer que $I(5; 13)$ est un centre de symétrie à C_f
- 6) Résoudre l'équation $f(x) = 0$, graphiquement et par calcul.
- 7) Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$, graphiquement et par calcul

Pour répondre à la question 1), les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules. Les stratégies possibles sont :

- La stratégie algébrique des formules qui consiste à partir de l'expression algébrique de la fonction $f(x) = 2x + 3 + \frac{4}{x-5}$, écrire l'expression algorithmique adaptée à la barre de saisie de GeoGebra $f(x) = 2x + 3 + 4/(x - 5)$ pour obtenir les représentations algébriques et graphiques sur l'interface puis déterminer le domaine de définition de f (conversion du registre algébrique au registre).

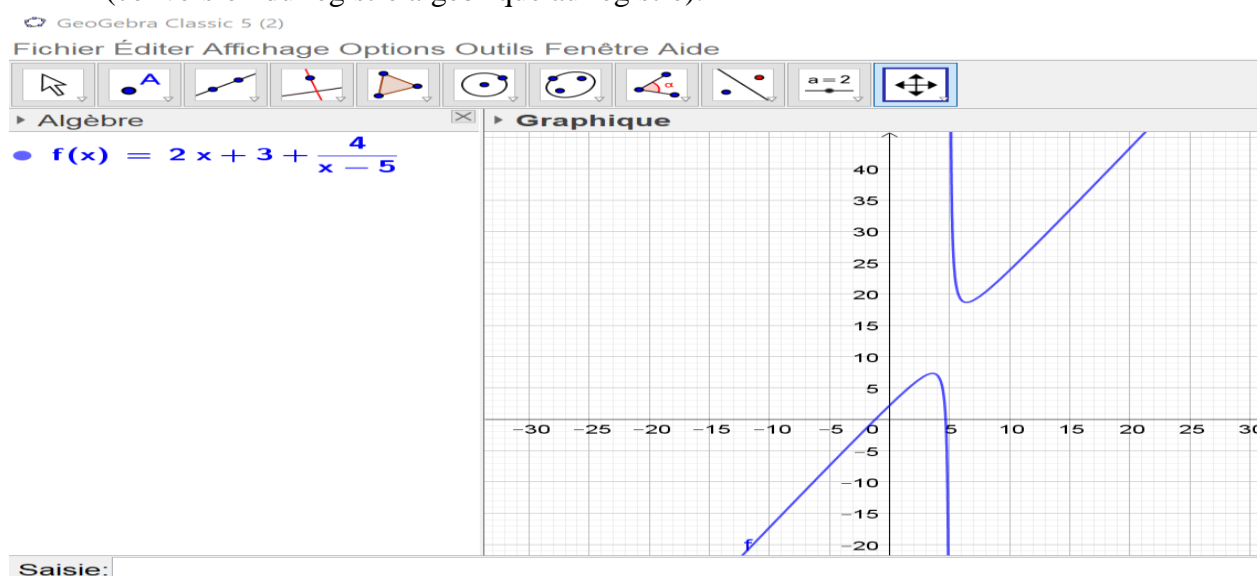


Figure 4 : la représentation algébrique et graphique de la fonction homographique

- La stratégie algébrique à l'aide de GeoGebra qui consiste à déterminer l'expression algébrique de la fonction f adaptée à l'outil de saisie de GeoGebra (traitement). Puis à partir d'une expression algébrique de la fonction f , tracer une courbe de f (conversion). Enfin, à partir de la courbe représentative de f , déterminer le domaine de définition de cette fonction.

Les élèves sont parvenus le registre algébrique des formules sur l'interface de GeoGebra pour représenter la fonction homographique. Mais, ils ont eu des difficultés à se servir des outils de GeoGebra pour observer, interpréter graphiquement la représentation graphique de la fonction f et déterminer le domaine de définition de cette fonction homographique. Ceci les a contraints à revenir et à utiliser la forme la stratégie algébrique classique pour déterminer le domaine de définition de la fonction f .

Pour répondre à la question 2), les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules ou le registre graphique des courbes. Les stratégies de résolution possibles sont :

- La stratégie algébrique des formules qui consiste à partir de l'expression algébrique de la fonction homographique, établir un tableau de variations. (conversion)
- La stratégie graphique des courbes qui consiste à partir de la courbe de la fonction homographique, établir un tableau de variations. (conversion).

La stratégie mobilisée par les élèves en termes des registres de représentation sémiotiques de la fonction homographique au cours de la résolution de la question a été la stratégie algébrique mais ils se sont toutefois servis de l'interface graphique pour observer les variations de la courbe et visualiser les coordonnées de points remarquables.

Pour répondre à la question 3), les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules, le registre graphique des courbes ou le registre graphique des tableaux des variations. Les stratégies possibles sont :

- La stratégie algébrique des formules qui consiste à déterminer l'expression algébrique de l'équation de la droite adaptée à l'outil de saisi de GeoGebra (traitement). Puis à partir de l'expression algébrique de l'équation de la droite, tracer cette droite courbe représentative (conversion de l'algébrique vers le graphique). Enfin étudier les tendances de la courbe et de droite lorsque x vers l'infini (traitement) puis interpréter le résultat (conversion)
- La stratégie algébrique des formules qui consiste à calculer algébriquement la limite à l'infini de $f(x) - y$ (traitement) puis interpréter le résultat (conversion).

La stratégie mobilisée par les élèves en termes des registres de représentation sémiotiques de la fonction homographique au cours de la résolution de la question est le registre algébrique des formules pour calculer la limite à l'infini de $(f(x) - y)$ et observer que le résultat a été égal à zéro. Toutes fois, ils se sont servis de l'interface pour tracer l'asymptote oblique et vérifier le résultat grâce à la commande du calcul formel.

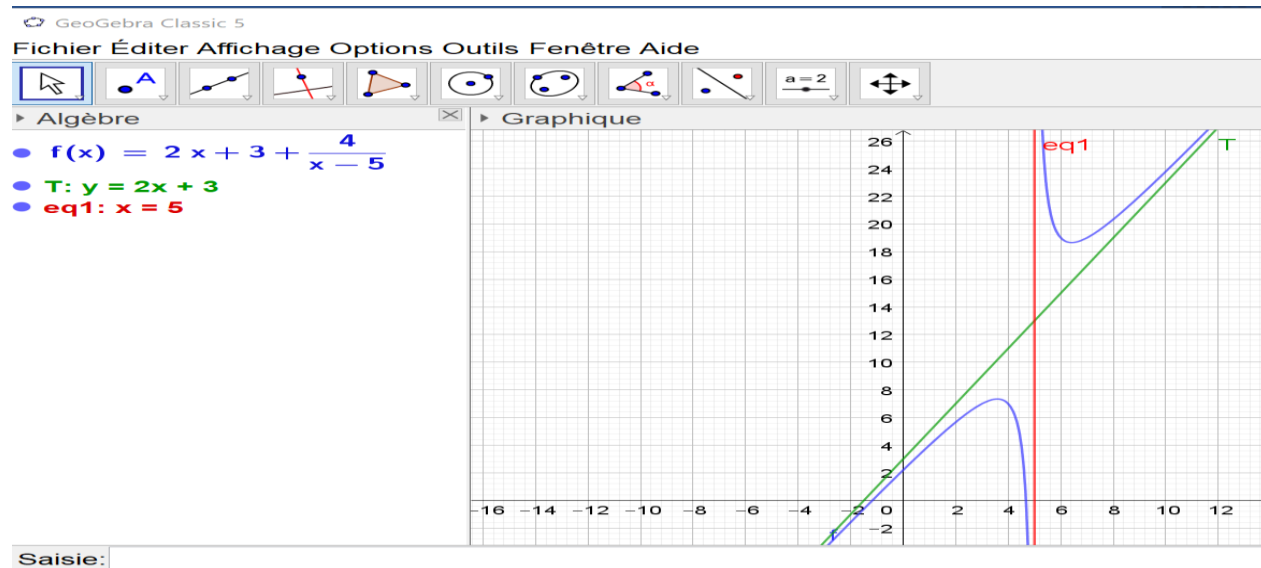


Figure 5 : Représentations algébrique et graphique de la fonction f et des asymptotes

Pour répondre à la question 4), les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules, le registre graphique des courbes ou le registre graphique des tableaux des variations. Les stratégies possibles sont :

- La stratégie algébrique des formules qui consiste à déterminer les expressions algébriques de la fonction f et des équations des droites adaptées à l'outil de saisi de GeoGebra (traitement). A partir des expressions algébriques de la fonction, de l'asymptote oblique et

de l'asymptote verticale, tracer la courbe représentative de la fonction et ses deux asymptotes (conversion de l'algébrique vers le graphique).

- La stratégie algébrique des formules qui consiste à partir des expressions algébriques de la fonction, de l'asymptote oblique et de l'asymptote verticale, tracer point par point la courbe et ses deux asymptotes.

Puisse qu'ils aient déjà tracé la courbe de la fonction f et l'asymptote oblique, les élèves ont choisi de mobiliser même stratégie algébrique des formules pour tracer l'asymptote verticale au $x = 5$ dans le processus de résolution de cette question.

Pour répondre à la question 5), les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules, le registre graphique des courbes ou le registre graphique des tableaux des variations. Les stratégies possibles sont :

- Stratégie graphique des courbes qui consiste à déterminer le point de concours des asymptotes (traitement) puis établir une conjoncture (conversion)
- La stratégie algébrique des formules qui consiste à partir des coordonnées du point $I(a; b)$, déterminer $f(2a - x) + f(x) = 2b$ (traitement) puis en déduire que I est un centre de symétrie (conversion)

La stratégie mobilisée par les élèves en termes des registres de représentation sémiotiques de la fonction homographique au cours de la résolution de la question a été la stratégie algébrique des formules.

Pour répondre à la question 6), les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules, le registre graphique des courbes ou le registre graphique des tableaux des variations. Les stratégies possibles sont :

- La stratégie graphique des courbes qui consiste à partir de la courbe de la fonction polynôme, trouver les solutions des équations $f(x) = 0$.
- La stratégie algébrique des formules qui consiste à résoudre algébriquement les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = 4$ (traitement)

La stratégie mobilisée par les élèves en termes des registres de représentation sémiotiques de la fonction homographique au cours de la résolution de la question a été la stratégie algébrique.

Pour répondre à la question 7), les élèves sont appelés à mobiliser le registre algébrique des formules, le registre graphique des courbes ou le registre graphique des tableaux des variations. Les stratégies possibles sont :

- La stratégie graphique des courbes qui consiste à partir de la courbe de la fonction polynôme, trouver les solutions de l'inéquation $f(x) > 0$
- La stratégie algébrique des formules qui consiste à résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) > 0$ (traitement).

La stratégie mobilisée par les élèves en termes des registres de représentation sémiotiques de la fonction homographique au cours de la résolution de la question a été la stratégie algébrique.

Il ressort de ces différents résultats sur les stratégies possibles et les stratégies mobilisées par les élèves en termes des registres de représentation sémiotiques de la fonction homographique la prédominance chez les élèves pour la mobilisation des stratégies algébriques au cours du processus de résolution du problème par rapport aux stratégies graphiques des courbes et ceux du tableau de variations. Les observations des tâches réalisées lors de la résolution du problème ont

montré que les élèves arrivent avec facilité à introduire le registre algébrique au cours des résolutions des tâches. Ils arrivent avec plus de facilité à identifier et à utiliser le registre graphique et le registre des tableaux de variations concernés.

L'introduction du logiciel de la géométrie dynamique GeoGebra à amener les élèves à à surmonter les difficultés de mobilisation de manière cohérente les registres concernés par la résolution du problème Fernando (1998) et à assumer directement la responsabilité d'effectuer les tâches mathématiques inhabituelles sur l'objet fonction (Bloch, 2005). Comme le souligne Duval (1993), des telles stratégies peuvent enrichir les représentations mentales de la notion de la fonction chez les élèves .

6. CONCLUSION ET PERSPECTIVE

Cette recherche porte sur l'introduction d'un logiciel de la géométrie dynamique GeoGebra pour améliorer le processus de l'apprentissage des fonctions numériques au lycée. Les premiers résultats ont montré que les élèves sont parvenus avec facilité à introduire le registre algébrique notamment à écrire l'expression algébrique algorithmique avec GeoGebra et à faire les calculs algébriques. En dépit de la présence du registre graphique à côté de celui algébrique, les élèves ont plus mobilisé le registre algébrique. Ce qui montre que malgré le potentiel de GeoGebra à faire mobiliser plusieurs registres, les élèves ont eu du mal à se détacher du registre algébrique au cours de la résolution du problème 1 (Artigue, 2009). Cependant, cette activité a permis aux élèves d'apporter une distinction entre les deux registres de représentation de cette fonction polynôme. Les deuxièmes résultats ont également montré que les élèves arrivent avec plus de facilités à mobiliser les registres algébrique et graphique pour résoudre le problème 2.

Ainsi la présence du registre graphique à côté du registre algébrique ainsi que d'autres registres dans l'environnement GeoGebra a imposé aux élèves de revoir leurs stratégies de résolution des problèmes des fonctions numériques au lycée. Une telle approche associant l'utilisation de l'outil informatique GeoGebra en lien avec l'apprentissage des mathématiques, les fonctions numériques à variables réelles au lycée, peut permettre aux élèves de surmonter les difficultés d'apprentissage de la fonction numérique (Fernando,1998) et aux enseignants de mathématiques de changer la prédominance du registre algébriques dans l'enseignement des fonctions (Dufour, 2011).

D'autres recherches peuvent conduite sur les notions importantes de l'analyse au lycée (limites, continuité, dérivabilité, primitives etc) en première et en terminales pour offrir des possibilités de surmontés des obstacles extrinsèques de type didactique et aux obstacles intrinsèques au sens où les élèves éprouvent des difficultés à mobiliser de manière cohérente les différents registres de représentation des fonctions. aux formateurs enseignants de mathématiques, aux futures enseignants, au enseignants et aux élèves des

La présente recherche a relevé les difficultés des élèves à utiliser tous les outils de GeoGebra indispensables à l'utilisation de plusieurs registres de représentation sémiotiques au cours du processus de résolution des problèmes des fonctions numériques. C'est pourquoi la question de maîtrise des fonctionnalités des outils GeoGebra par les élèves lycée et son effet sur la mobilisation les stratégies possibles semblent également importantes à creuser dans le cadre de cette recherche. Il reste donc un travail à faire.

BIBLIOGRAPHIE

- ANDERSON, J. R. (2015). *Cognitive Psychology and Its Implications; Eighth Edition*. Worth Publishers. http://125.234.102.146:8080/dspace/handle/DNULIB_52011/7662
- ARTIGUE, M. (2009). L'enseignement des fonctions à la transition lycée–université. *Actes du XV^e Colloque CORFEM, 2008*, 25- 44.
- BLOCH, I. (2005). Un milieu graphique pour l'apprentissage de la notion de fonction au lycée. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 7(1).
- BUSSI, M. B., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom : Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *Handbook of international research in mathematics education*, 746.
- CALISKAN-DEDEOGLU, N. (2006). *Usages de la géométrie dynamique par des enseignants de collège. Des potentialités à la mise en oeuvre : Quelles motivations, quelles pratiques?* [PhD Thesis]. Université Paris-Diderot-Paris VII.
- COPPE, S., Dorier, J.-L., & Yavuz, I. (2007). De l'usage des tableaux de valeurs et des tableaux de variations dans l'enseignement de la notion de fonction en France en seconde. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(2), 151- 186.
- DUFOUR, S. (2011). *L'utilisation des représentations par deux enseignantes du collégial pour l'introduction de la dérivée*.
- DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37- 65.
- DUVAL, R. (2002). Comment décrire et analyser l'activité mathématique? Cadres et registres. *Actes de la journée en hommage à Régine Douady*, 7, 83- 105.
- FALCADE, R. (2006, juillet 8). *Théorie des Situations, médiation sémiotique et discussions collectives dans des séquences d'enseignement qui utilisent Cabri-géomètre et qui visent à l'apprentissage des notions de fonction et graphe de fonction*. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00085202>
- FERNANDO, H.-E. (1998). Systèmes sémiotiques de représentation liés au concept de fonction. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 6, 7, 26.
- FREIMAN, V., MARTINOVIC, D., & KARADAG, Z. (2009). Découvrir le potentiel éducatif du logiciel dynamique GeoGebra : Communauté de collaboration et de partage. *Bulletin AMQ Association Mathématique du Québec*, 49(4), 34- 49.
- RABARDEL, P. (1999). Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques (p. 203-213). Présenté à *Dixième université d'été de didactique des mathématiques, Caen*. Consulté à l'adresse <http://ergoserv.psy.univparis8.fr/Site/Groupes/Modele/Articles/Public/ART372248700765426887.PDF>.