



HAL
open science

Les orbites planétaires sont-elles circulaires ?

Emmanuel Rollinde, Clément Maisch

► **To cite this version:**

Emmanuel Rollinde, Clément Maisch. Les orbites planétaires sont-elles circulaires? : Une ingénierie didactique associant mathématiques et sciences en cycle 3. Grand N, Revue de mathématiques, de sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire, 2023, 111, pp.5-39. hal-04227613

HAL Id: hal-04227613

<https://hal.science/hal-04227613>

Submitted on 3 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LES ORBITES PLANETAIRES SONT-ELLES CIRCULAIRES ?

Sous -titre : Une ingénierie didactique associant mathématiques et sciences en cycle 3

Emmanuel ROLLINDE¹

CY Cergy Paris Université, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, Univ. Lille, UNIROUEN, LDAR, F-95000 Cergy-Pontoise, France

Clément MAISCH²

CY Cergy Paris Université, Université de Paris, Univ Paris Est Créteil, Univ. Lille, UNIROUEN, LDAR, F-95000 Cergy-Pontoise, France

Résumé : Cette étude cherche à observer l'expression et la circulation des conceptions du cercle qu'ont les élèves au cours d'une séance de sciences en 6^{ème}, conçue et menée par deux didacticiens de la physique. Cette séance est construite autour du planétaire, une représentation en deux dimensions du système solaire. Les élèves doivent reconnaître puis démontrer le caractère non-circulaire de plusieurs orbites de planètes. Une ingénierie didactique a été mise en place selon différentes variables didactiques telles que : la taille du planétaire, l'excentricité des orbites proposées ou encore les instruments à disposition. Les observations de trois classes montrent que les élèves passent d'une conception continue du cercle, visuelle et en lien avec le tracé d'un compas, à une conception discrète en lien avec la mesure du rayon.

Mots-clés : cercle, astronomie, interdisciplinarité, mesure, cycle 3.

INTRODUCTION : GEOMETRIE ET OBSERVATION DES ORBITES PLANETAIRES EN CYCLE 3 ET EN ASTRONOMIE

L'étude de la trajectoire des planètes du système solaire permet de proposer des regards croisés de différentes disciplines scolaires. La place de la Terre dans le système solaire, la possibilité de vie (la zone habitable) et les différentes unités de temps (jour, mois, saisons, années) peuvent être étudiées en cours de Sciences de la vie et de la Terre (SVT). La construction de maquettes ou de codes informatiques (tels que le logiciel Scratch) reproduisant le mouvement des planètes peut être travaillée en technologie. Les notions de trajectoire et de vitesse, et leurs grandeurs associées, sont pertinentes à la fois en sciences physique et en mathématiques car elles allient la géométrie, le

¹ emmanuel.rollinde@cyu.fr

² clement.maisch@cyu.fr

thème des « grandeurs et mesures », présent dans le programme de l'école élémentaire, et les relations entre les grandeurs. Nous nous intéressons spécifiquement dans cet article à une séance permettant la réalisation d'activités en classe de 6^{ème} alliant géométrie et acte de mesurage autour de la question de la forme des orbites planétaire. Son implémentation en classe de 6^{ème} dans le contexte d'un projet de sciences va être analysée en termes de conceptions des élèves sur le cercle et de démarche de modélisation. Par la suite, la séance proposée pourra être mise en place par des enseignants de mathématiques ou de physique-chimie en 6^{ème}, et par des professeurs des écoles en cycle 3.

A ce niveau, les élèves de cycle 3 ont déjà travaillé la figure du cercle en mathématiques. Nous pouvons faire l'hypothèse qu'ils ont également été confrontés en sciences à des images d'orbites de planètes autour du Soleil. Dans le contexte de l'explication des saisons, ces images montrent souvent des orbites très elliptiques (Lee, 2010). Au contraire, lors de séances d'introduction au système solaire, les planètes sont souvent représentées alignées pour montrer leur ordre, et les orbites sont supposées circulaires, car « le Soleil est au centre » (tout en utilisant parfois des représentations très allongées pour parler des saisons...). L'objectif pédagogique de la séance présentée ici est de permettre aux élèves de confronter leurs modèles des orbites issus de ces différentes expériences aux propriétés géométriques du cercle, à l'aide de différents actes de mesurage. Nous envisageons donc un transfert de la notion de cercle. Le transfert est défini comme une *“utilisation directe de connaissances mobilisées dans un premier domaine [ici, les mathématiques] pour une activité dans un second domaine [ici, les sciences et l'astronomie]”* (Bransford & Schwartz, 1999, cité par Rogalski & Veillard, 2002, p.54). Nous proposons de favoriser une évolution concomitante des modèles mathématiques des élèves avec un travail empirique de mesurage, en accord avec la démarche de modélisation proposée à l'école aujourd'hui (voir Hestenes, 2006 ; Sensevy et .al., 2008 ; Rollinde, 2020 dans le contexte de l'enseignement de l'astronomie et Yvain-Prébiski, 2021a dans le contexte de la classe de mathématiques).

Cette approche est cohérente avec l'histoire de l'astronomie. En effet, depuis 400 av JC jusqu'à la théorie d'Einstein utilisée aujourd'hui, l'étude des mouvements des astres (Soleil, planètes, lunes...) dans le ciel nocturne s'est toujours basée sur l'utilisation des mathématiques (Linton, 2004). La géométrie est restée le domaine privilégié des astronomes jusqu'à l'arrivée du calcul différentiel qui a conduit à la formalisation des lois de Newton. Selon la terminologie proposée par Earle (2014), la géométrie “pratique” a permis l'amélioration des techniques d'observations et de détermination des positions des astres, tandis que l'aspect formel de la géométrie “pure” a permis d'enrichir les modèles qui rendent compte des mouvements observés. En restant dans le contexte de l'astronomie grecque, de 400 av J.C. (Platon) à 1500 ap JC (Copernic), les mouvements des planètes ont été interprétés alternativement dans deux modèles :

- 1) L'observation “naturelle” du monde depuis la Terre incite à placer la Terre au centre (système géocentrique, proposé par Héraclite en 300 av JC puis Ptolémée en 200 ap JC) – ce système conduit cependant à des formes complexes avec des cercles superposés à d'autres cercles (les épicycles) qui ne sont pas satisfaisants du point de vue de la géométrie pure ;
- 2) En plaçant le Soleil au centre (système héliocentrique), les astronomes (Aristarque en 200 av JC puis Copernic en 1500 ap JC) ont pu proposer une vision plus “abstraite” (Earle, 2014) qui décrit les mêmes phénomènes avec des formes géométriques simples, toujours circulaires.

Il faut attendre l'amélioration des méthodes d'observation, avec Galilée en particulier, et le travail de relevé effectué par Tycho Brahé, pour que les observations imposent la distinction entre cercle et ellipse.

Kepler conclut que l'orbite de Mars est une ellipse parfaite, ou tout du moins ne diffère pas

sensiblement d'une telle ellipse, après avoir essayé d'autres formes telles que les cercles ou les ovales (...) L'ellipse rend compte élégamment de la description empirique et de l'explication physique en les combinant dans une sorte d'harmonie. (Earle, 2014, p.40, traduction des auteurs).

La première section de cet article fournit un rappel de quelques éléments de la recherche en didactique des mathématiques autour de la figure du cercle à l'école primaire, afin de préciser les conceptions *a priori* d'un élève en classe de 6^{ème}. Le dispositif pédagogique et la structure de la séance sont décrits en section II et III. Les questions de recherche associées à l'analyse *a priori* et *a posteriori* de cette séance sont explicitées en section IV. L'analyse *a priori* de la séance (section V) permettra d'identifier l'ensemble des stratégies et des conceptions qui pourraient être observées au cours des différentes phases de la séance. Enfin, la section VI présentera les résultats de l'analyse *a posteriori* des séances qui ont été menées en classe de sixième. La comparaison de ces deux analyses permettra de discuter de la pertinence de cette séance pour le transfert de la notion de cercle dans le contexte de l'astronomie.

I. LA FIGURE DU CERCLE A L'ECOLE PRIMAIRE

Les auteurs de cette recherche étant didacticiens des sciences, nous ne prétendons pas à une revue de littérature exhaustive sur le thème de la figure du cercle à l'école primaire. L'objectif de cette partie est de fournir les éléments nécessaires (résumés en fin de section dans le Tableau 1) pour la compréhension de l'analyse *a priori* et *a posteriori* qui va suivre, en nous basant sur les travaux de recherche effectués en didactique des mathématiques. Nous considérons les recherches menées en classe au niveau de l'école primaire, car la séance que nous analysons a été mise en place au cycle 3 en première année de collège (l'âge des élèves de cette classe est de 11 ans en moyenne) dans un cours de sciences qui se base sur les apprentissages mathématiques des années précédentes.

1. Définition et programme

Nous reprenons ici les définitions du cercle proposées par Artigue (1982) en ne conservant que celles qui font sens pour des élèves de l'école primaire.

(D1) Le cercle de centre O et de rayon R est, dans le plan, l'ensemble des points situés à la distance R de O.

(D2) Le cercle est une courbe fermée de courbure constante.

(D3) Le cercle est une courbe admettant une infinité d'axes de symétrie.

La définition D1 correspond à une approche discrète du cercle - point à point, tandis que les définitions D2 et D3 correspondent à une approche continue. Il est notable que la définition D2 a un aspect visuel, perceptif, avec un lien fort avec le compas. D'après Artigue, ce tri des formes géométriques par la perception visuelle d'une courbure constante est faisable très tôt, bien avant que la notion de distance soit accessible. La définition D3 est à mettre en lien avec le diamètre non pas en tant que corde de longueur maximale, qui n'est pas au niveau de l'école primaire, mais en tant que droite coupant le cercle en deux parties symétriques.

Bulf et *al.* (2021) font le lien entre ces définitions et le programme de l'école primaire. En maternelle, l'élève apprend à reconnaître et nommer la forme avec des gabarits (cycle 1), puis avec le compas pour pouvoir le tracer (cycle 2), en accord avec la définition D2 (sans introduire la notion de courbure). La reconnaissance de la symétrie fait le lien avec la définition D3. Les caractéristiques du cercle (centre, rayon, diamètre) sont introduites dans le contexte d'une "construction avec contrainte" en fin de cycle 2. Le compas, en tant qu'instrument qui compare et reporte des longueurs sera utilisé en cycle 3, mettant alors l'accent sur la définition D1. Cette

définition ponctuelle et basée sur la mesure de longueurs est omniprésente en sixième. Il est à noter que le programme du cycle 4 au collège évoque peu le cercle. Ainsi, le cercle défini comme lieu des points à même distance du centre (D1) est l'approche privilégiée en fin de primaire et dans le secondaire. Par conséquent, la recherche du centre d'un cercle, incluse dans la proposition didactique de Bulf et *al.* (2021), est rare dans les manuels de cycle 3. Lorsqu'elle a lieu, cette recherche se fait par la recherche de symétrie, donc par le tracé des diamètres.

Pour finir cette partie sur les programmes, nous rappelons le cas d'un exercice classique, basé sur la définition D1, de reconnaissance de cercle. Cet exercice, proposé dans un manuel de CE2, est décrit par Bulf et Celi (2016, p. 25). L'image de l'énoncé montre plusieurs oiseaux volant autour d'un nichoir. A côté de chaque oiseau se trouve un disque noir de petite taille (appelé "point"). Les élèves doivent alors déterminer les oiseaux qui se trouvent sur un même cercle dont le nichoir serait le centre. Les enfants doivent donc assimiler le point à l'image. Au-delà de la question de contrat didactique, cette situation amène à réfléchir à la question de la précision de la mesure. Pour mesurer la distance « du centre au point », faut-il prendre le bec ou la queue de l'oiseau ; quel élément du nichoir faut-il définir comme le « centre » ? Cette réflexion nous amène à penser que la définition D1 est naturellement reliée à l'acte de mesurage, en particulier dans un contexte non mathématique où les "points" sont des objets (IREM de Grenoble, 1981). La question de l'acte de mesurage et son enseignement a déjà été soulevée par la littérature (Brousseau, 2001 ; Passelaigue & Munier, 2015 ; Chesnais & Munier, 2015). Chesnais et Munier (2015, p. 213) expliquent qu'une des difficultés de l'enseignement de la mesure porte sur la capacité de « *traiter l'écart entre une forme de réalité (matérielle) et le modèle, entre l'empirique et le théorique, le mesurage matériel et le travail « abstrait » sur la mesure.* ». Ici nous considérerons donc l'acte de mesurage comme la recherche d'une cohérence entre une figure réelle (ici, la forme d'une orbite identifiée à une série de points, représentés par des disques) et un modèle (le cercle) au travers d'une action instrumentée. Dans le cas d'une action non-instrumentée, nous parlerons d'estimation.

Ces éléments de définition seront repris plus loin dans le contexte des variables didactiques associées au planétaire en tant que milieu. Avant cela, nous allons présenter les principales conceptions des élèves autour de la figure du cercle.

2. Les conceptions des élèves de primaire

Artigue et Robinet (1982) ont montré que le cercle est souvent perçu comme un objet de savoir transparent, dont la connaissance est reliée à sa reconnaissance perceptive. Son tracé étant rendu facile par l'utilisation du compas, il n'est pas mis en lien avec la connaissance des propriétés du cercle. Au contraire, les calculs associés (périmètre et aire) sont plus complexes que pour les figures du carré et rectangle, et donc moins travaillés. Cependant, Artigue et Robinet (1982) ont également montré que les élèves de primaire sont capables de mobiliser plusieurs conceptions (p. 58). Ces conceptions, en reprenant les termes de Balacheff (1995, p. 8), correspondent aux « caractérisations pragmatiques » des différentes stratégies mises en place par les élèves pour résoudre un problème « opératoire ou diagnostique » sur les figures du cercle (dans notre contexte). Or, ces conceptions, lorsqu'elles sont associées aux trois définitions du cercle, peuvent permettre de « *mettre l'accent sur des éléments géométriques, des relations entre ces éléments, différents* » (Artigue & Robinet, 1982, p.17). Avant de les décrire, nous insistons sur le fait que chaque conception est correcte (la propriété est bien vérifiée par le cercle), mais incomplète (elle ne permet pas de prouver qu'une figure est un cercle, au contraire des définitions D1 à D3). L'objectif de la séance présentée dans les parties II et III sera de permettre aux élèves de mettre en jeu plusieurs conceptions afin de leur permettre de prendre conscience de leur complémentarité. Les élèves devront également expliciter les relations mathématiques sous-jacentes à ces conceptions afin de pouvoir les confirmer par des mesures.

Le cercle est dans un premier temps essentiellement perçu comme une ligne et non comme un ensemble de points. Le passage du continu au discret pose une difficulté.

Les premières conceptions que les enfants ont du cercle sont des conceptions globales. L'enrichissement des conceptions par l'adjonction de conceptions ponctuelles ne se fait pas aisément. Piaget avait souligné il y a déjà longtemps la difficulté qu'ont les enfants à concevoir une droite comme un ensemble de points, difficulté du même ordre que celle observée ici. (Artigue, 1982, p.49)

Bulf et al. (2021) observent également que, face à un ensemble de points, les élèves préfèrent dire que le cercle est “un ensemble de points qu’on relie”. Il y a donc nécessité de “voir” cette ligne.

Plus globalement, les élèves se dégagent très difficilement des procédures « à l’œil » qui peuvent être assimilées à de l’estimation. Pizarro et al. (2015) définissent l’estimation (d’après Bright, 1976, p.89) comme « une procédure pour obtenir une mesure ou une valeur de mesure sans l’aide d’instrument de mesure. Cela correspond à une procédure mentale qui inclue des aspects visuels et de manipulation ». Artigue et Robinet (1982) observent des élèves qui utilisent le pliage pour retrouver le diamètre d’un cercle. Cette stratégie de reconnaissance d’un cercle se rapproche d’une preuve via la définition D3 (Bulf et al., 2021). Notre objectif est de permettre aux élèves d’aller vers une preuve mathématique via l’utilisation de la définition D1, ponctuelle, qui permet un acte de mesurage réalisable en fin de cycle 3, au contraire des définitions D2 et D3.

Duval et Godin (2005) décrivent trois voies possibles pour décrire une figure : perceptive, propriétés géométriques et instruments de construction. A partir des éléments présentés ici, nous définissons les conceptions des élèves qui seront utilisées dans l’analyse par la suite, en les associant chacune à une définition (Tableau 1) :

- C1 (instrument) : La pointe et le crayon du compas tiennent lieu de centre et de “point”. L’écartement est relié au rayon du cercle ; conception reliée à D1.
- C1bis (propriété) : le cercle est vu comme ensemble de points à une distance constante d’un centre. Cette conception, identique à la définition D1, n’existe a priori pas - ou très peu, chez les élèves de primaire (Bulf et al., 2021).
- C2 (instrument-perceptive) : le cercle est une figure continue tracée par le compas. C2 associe alors l’aspect continu de la définition D2 (sans en utiliser la propriété d’axe de courbure) et une vérification visuelle.
- C3 (propriété-perceptive) : le cercle est constitué de parties symétriques (définition D3). C3 n’est pas reliée à l’utilisation du compas. Elle associe les voies “propriété géométriques” (via D3) et “perception”, car Artigue et Robinet (1982) ont montré que les élèves se limitent souvent à deux axes (verticaux et horizontaux); ce qui ne permet donc pas de vérifier “l’infinité des axes de symétrie”.
- C3bis (propriété) : les diamètres sont considérés comme des axes de symétrie de même longueur se coupant en un seul point, le centre du cercle.

Définitions	D1 : ensemble de points situés à la même distance (rayon) d’un centre	D2 : courbe fermée de courbure constante	D3 : courbe fermée possédant une infinité d’axes de symétries qui se coupent en un point
Conceptions	C1 : le cercle tracé au compas avec la pointe	C2 : le cercle comme une ligne	C3 : le cercle a deux parties qui peuvent se plier l’une

	(centre) et le crayon (point) C1 bis : D1	(tracé par le compas)	sur l'autre
--	---	--------------------------	-------------

Tableau 1 : résumé des définitions (Artigue, 1982) et conceptions du cercle attendues en fin d'école élémentaire

II. DISPOSITIF PEDAGOGIQUE

Duval et Godin (2005) insistent sur la nécessité, à l'école élémentaire, d'un enseignement sur le cercle qui ne se limite pas à une approche "1D" (donc une ligne, en lien avec la conception C2) mais qui permet de travailler également la dimension "0" (point, C1). L'objectif de la recherche présentée ici est de construire une situation didactique faisant émerger plusieurs définitions du cercle parmi celles répertoriées ci-dessus, faisant ainsi le lien entre 1D (définitions D2 et D3) et 0D (définition D1). Nous ne considérons pas le passage du disque en tant que « cercle-plein » (2D) au cercle (1D). Nous présentons maintenant le dispositif pédagogique utilisé pour travailler les formes des orbites dans cette perspective.

L'observation du système solaire est souvent faite à l'école à travers l'utilisation de planétarium (dans des centres de médiation ou avec des logiciels tels que ©Stellarium ou ©Celestia ; voir Brazell & Espinoza, 2009, et Plummer, 2009). Cependant, les planétariums proposent une vision projetée sur la voûte céleste. Pour pouvoir observer et effectuer des mesures sur la forme des orbites, nous utilisons une ressource pédagogique spécifique : le planétaire humain (Figure 1 et Annexe 1). Le planétaire est une carte spatio-temporelle des déplacements des planètes autour du Soleil. Les trajectoires continues des corps célestes sont décrites par une succession de disques discrets. Ce choix contient en lui-même deux difficultés du point de vue de la géométrie : tout d'abord, le lien entre les descriptions continues et discrètes des formes géométriques ; ensuite le lien entre la position (considérée ponctuelle à l'échelle du planétaire) et le disque dont le centre n'est pas indiqué mais qui définit cette position. Ces éléments seront discutés lors de l'analyse des activités des élèves.

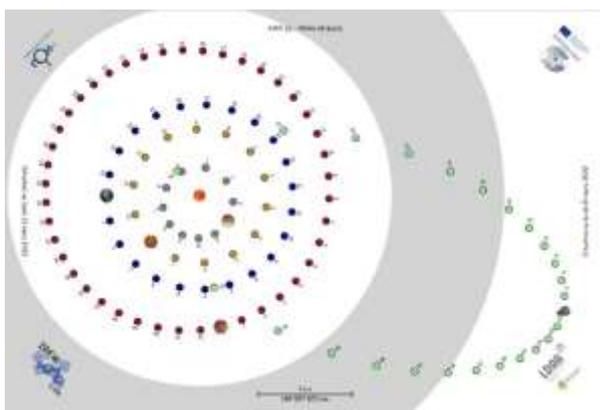


Figure 1 : les positions des objets (planètes internes et comète) sont représentées à intervalle de temps réguliers sous la forme de disques.

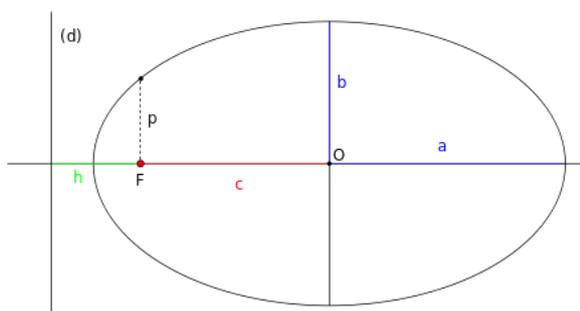


Figure 2 : une ellipse avec ses axes de longueur $2a$ (grand axe) et $2b$ (petit axe), son centre (O), un foyer (F) et la directrice associée (d). ©Wikipedia

Le planétaire qui a été utilisé pour la séance présentée dans cet article, représente les orbites des quatre planètes internes (de Mercure à Mars) ainsi que d'une comète, Encke (disques verts sur la

Figure 1). Nous utiliserons dans la suite le mot “corps” pour parler des planètes et de la comète. Les positions de chaque corps le long de son orbite sont représentées à intervalle de temps constant par des disques (intervalles de 16 jours terrestres pour les planètes, 48 jours terrestres pour la comète). Toutes les orbites sont dessinées dans le référentiel héliocentrique, le Soleil est donc fixe. Les positions sont obtenues via le site internet de l’IMCCE³, avec une précision nettement suffisante pour différencier les excentricités de chaque orbite. L’excentricité est définie comme : $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ (voir figure 2). Les orbites planétaires ont une excentricité inférieure à 0.1 sauf pour Mercure dont l’excentricité est de 0.2, tandis que celle de l’orbite de la comète Encke est de 0.6. Ainsi les orbites planétaires sont “proches” du cercle ($e = 0$) tandis que la forme de l’orbite de la comète est “visiblement” différente d’un cercle (Kepler n’avait pas accès aux orbites des comètes). Il est à noter que (1) aucune orbite n’est un cercle (autrement dit, les excentricités des ellipses ne sont jamais égales à zéro), et (2) toutes les orbites sont des ellipses dont le Soleil est un des deux foyers donc (3) le Soleil n’est jamais le centre d’une orbite.

Le planétaire peut être imprimé sur une feuille pour un travail sur table ou être dessiné au sol avec une échelle d’un mètre pour la distance Terre-Soleil (cette distance définit l’Unité Astronomique⁴). Nous parlerons respectivement de “planétaire imprimé” et de “planétaire humain”. Le lecteur pourra trouver une description du planétaire et des différents usages possibles en classe dans les articles de Abboud et Rollinde (2021) et Rollinde (2021).

III. LA SITUATION

La situation étudiée a été mise en place dans un collège parisien avec trois classes de 6^{ème} (11-12 ans), année de transition entre le cycle 3 (fin de primaire et classe 6^{ème}) et le cycle 4 (de la classe de 5^{ème} à la 3^{ème} au collège). Une spécificité de ce travail porte sur le fait que le savoir en jeu (la définition d’un cercle) va être traité dans le cadre d’un projet de sciences. Nous avons fait le choix de cette classe de fin de cycle 3, car nous rappelons ici que la situation proposée n’a pas pour but d’introduire la notion de cercle, mais d’observer le transfert de ce qui a été enseigné en primaire en y ajoutant un travail sur une démarche de modélisation incluant un acte de mesurage. La séance a été conduite par les auteurs de cette recherche en présence des enseignants de Physique-Chimie ou de SVT de chaque classe. Le point de vue d’un des enseignants qui a conduit la séance l’année suivante sera évoqué dans la Discussion afin de discuter des différences entre la séance assurée par le chercheur et celle assurée par l’enseignant. Dans la suite, par souci de simplicité, nous notons « enseignant » la personne qui mène la séance (tout en ayant conscience de l’importance du paramètre « enseignant » dans le rapport des élèves à la séance menée).

La situation, qui va être décrite plus en détail ci-dessous, peut être résumée par une question : Est-ce que la série de disques qui représente l’orbite d’un corps du système solaire sur le planétaire correspond à une série de points sur un cercle ? Cette question, transposée pour les élèves, prend la forme suivante : Est-ce que les orbites des planètes et de la comète sont circulaires ? La question initiale posée aux élèves sera “Quelle est la forme des orbites des planètes et de la comète ?” car elle n’induit aucune information sur la réponse. Cette question va être travaillée dans différents milieux dans lesquels les élèves pourront mobiliser différentes conceptions. Pour cela nous proposons une situation d’enseignement en quatre phases, au cours desquelles les élèves vont suivre une fiche de suivi individuelle (cf. Annexe 1). Les seules formes qui peuvent décrire les orbites et qui sont connues par les élèves à ce niveau sont le cercle et l’ovale (qui correspond à une

³ Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides, <https://www.imcce.fr/>

⁴ Environ 150 millions de kilomètres.

approximation géométrique de l'ellipse construite avec des arcs de cercle uniquement). Il sera ensuite demandé aux élèves de trouver une méthode pour vérifier la cohérence de la forme proposée avec les positions des séries de disques sur chaque orbite. Dans ce contexte, seule la forme circulaire pourra être vérifiée.

Nous décrivons tout d'abord les spécificités de chaque phase de manière générale ainsi que les variables didactiques sur lesquelles notre travail s'appuie. Ensuite, nous décrivons la résolution "experte" de cette situation. Enfin, nous entrons dans une analyse plus fine des stratégies qui pourront être mobilisées par les élèves pour répondre à la question posée.

1. Les phases

Les classes observées ont toutes participé à une première séance de découverte du planétaire d'une durée d'une heure durant le mois précédant la séance étudiée ici. Au cours de cette première séance, les élèves ont identifié les différents objets du planétaire (les planètes internes, la comète, le Soleil, les positions successives sur chaque orbite). Ils ont également appris à se déplacer en rythme sur chaque orbite et ont comparé les vitesses des planètes.

Les quatre phases qui composent la séance qui nous intéresse sont présentées succinctement ci-dessous et illustrées dans l'Annexe 2.

La première phase de notre séance a lieu sur le planétaire humain. Les élèves sont assis autour de la bache et n'ont pas encore reçu la fiche de suivi individuelle. L'enseignant commence par un rappel collectif des observations de la séance précédente et continue en demandant à plusieurs groupes d'élèves de se déplacer sur les orbites des planètes puis de la comète. Ainsi, tous les élèves se seront déplacés sur une orbite. La fiche de suivi individuel est alors distribuée, et les élèves doivent répondre pour la première fois à la question : "Que penses-tu de la forme de l'orbite ?". Une ligne de justification est laissée libre pour chaque orbite.

Pour la seconde phase, les élèves doivent formuler par écrit une méthode permettant de vérifier si la forme d'une orbite est un cercle ou non. Pour cela, les élèves se mettent en groupe, autour d'une table, pour pouvoir discuter autour de cette question. Ils peuvent tester leurs méthodes au travers d'une série de 6 images sur la fiche individuelle représentant des formes typiques d'orbites planétaires (voir Annexe 3 et détails dans la discussion sur la variable didactique VD2). Ces orbites affichent une variété de formes allant d'une ellipse très excentrée (f) à un cercle parfait (e). Après une estimation "visuelle" de la forme de ces orbites, ils peuvent tester la méthode qu'ils ont proposée avec les instruments mis à disposition tels que des double-décimètres, des compas ou encore des cordelettes.

La troisième phase prolonge la phase 2. Les élèves restent avec les mêmes groupes, et doivent vérifier leur hypothèse sur la forme des orbites planétaires obtenues à la phase 1, à l'aide de la même méthode sur un planétaire imprimé au format A4.

Enfin, toute la classe se retrouve sur le planétaire humain pour la quatrième phase. L'enseignant demande à chaque groupe de présenter la méthode utilisée en l'appliquant sur le planétaire humain. Pour cela, un mètre droit, un mètre de charpentier et une corde leur sont fournis. Aucun compas de tableau n'est fourni et si les élèves le souhaitent, ils peuvent utiliser leur double-décimètre. La discussion collective qui suit doit permettre de formuler une conclusion sur la validité de l'hypothèse d'une orbite circulaire pour chaque planète.

2. Les variables didactiques en jeu

(VD1) La taille du planétaire. Lorsque les élèves sont sur le planétaire humain (phase 1 et 4), la distance entre la Terre et le Soleil est de 1 mètre. Une vision globale peut être obtenue en se plaçant physiquement sur le bord du planétaire. Les élèves peuvent percevoir le déplacement des planètes

et de la comète en se plaçant sur une position le long de l'orbite et en avançant ensuite en rythme. Les élèves vont travailler également sur des orbites tracées sur la fiche individuelle (phase 2 et 3). Les orbites tracées dans la phase 2 sont de plus petites tailles que sur la représentation du planétaire imprimée. La vision globale des figures est alors directement accessible.

(VD2) Le choix des orbites représentées. La présence de l'orbite de la comète est un choix important, qui n'est pas possible dans des planétaires ayant uniquement des orbites circulaires. La présence de cette orbite "visuellement" elliptique a pour objectif de proposer des exemples opposés, en accord avec les principes pédagogiques énoncés par Coles et Brown (2016, p. 153). Les positions des points le long des orbites utilisées dans la phase 2 ne sont pas contraintes par l'intervalle de temps entre deux positions. Il est alors possible de proposer des positions plus ou moins régulières le long de la trajectoire.

(VD3) Les positions des planètes sont représentées par des disques et non des points. ce choix est initialement esthétique afin de permettre de visualiser clairement les positions. Cependant, nous notons qu'il va amener les élèves à s'interroger sur le lieu des points où positionner une règle ou une corde s'ils veulent faire une mesure de distance entre deux objets (voir également Bulf & Celi, 2016, p.25). Ce choix permet donc d'aborder avec les élèves la question de l'incertitude sur la mesure (au-delà de la simple "épaisseur du crayon" qui est toujours supposée négligeable).

(VD4) Le matériel à disposition pour mettre en œuvre la stratégie élaborée par les élèves (ficelle, compas, double décimètre, mètre de charpentier ou mètre droit). En prolongement des réflexions de Bulf et Celi (2016) sur l'utilisation du compas (outil traceur de cercle ou pour comparer et reporter des longueurs), nous supposons cette variable comme fondamentale dans les stratégies proposées par les élèves. Ce matériel est aussi dépendant des situations : par exemple pour le travail sur le planétaire humain l'absence de compas de tableau mais la présence d'un mètre droit. Par ailleurs, selon les situations, les élèves peuvent dessiner sur le planétaire (Phase 2 et 3), peuvent matérialiser des formes continues (Phase 4, avec une corde) ou ne peuvent pas laisser de traces (Phase 1). Ces différents tracés peuvent permettre aux élèves de tester leurs stratégies (perceptive et continue, conception C2), et d'améliorer la précision de leurs mesures (en particulier pour la recherche du centre).

Le Tableau 3 reprend les variables didactiques et précise leur évolution au cours des quatre phases.

	Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4
VD1 – Taille	Humain	A4/petites vignettes	A4/une page	Humain
VD2 – Variété des orbites	Comète vs planètes	Orbites (clairement non) circulaires	Différentes excentricités	Différentes excentricités
VD3 - Position des planètes sous formes de disques	Disques ($\varnothing=10\text{cm}$)	Disques ($\varnothing=0,5\text{cm}$)	Disques ($\varnothing=0,5\text{cm}$)	Disques ($\varnothing=10\text{cm}$)
VD4 - Matériel	Pas de matériel	- compas	- compas	- pas de compas

	pour tracer ou mesurer	- double décimètre - ficelle	- double- décimètre - ficelle	- ficelle - mètre-droit - mètre-charpentier
--	---------------------------	---------------------------------	-------------------------------------	---

Tableau 3 : évolution des variables didactiques au cours des différentes phases

3. Résolution “experte” de la situation

Nous décrivons ici une résolution experte du point de vue des auteurs (didacticiens de la physique) sur la question de la forme circulaire des orbites planétaires. Cette résolution n’est pas à destination des élèves, mais a pour but de permettre au lecteur de suivre une démarche de modélisation préconisée par les auteurs (Sensevy et *al.*, 2008). (1) Un modèle mathématique est proposé (qui correspond à l’hypothèse posée. Par exemple, l’hypothèse selon laquelle “les orbites sont des cercles” implique la proposition du modèle circulaire pour décrire les orbites planétaires (2) ce modèle conduit à des prédictions quantifiées sur la valeur d’une grandeur (3) la même grandeur va être estimée ou/et mesurée (ou calculée à partir de plusieurs mesures) à l’aide d’appareils de mesure utilisés dans le monde empirique (ici, le planétaire humain - pour les astronomes, les images du ciel) ; la valeur empirique de cette grandeur ainsi obtenue est associée à une incertitude, définissant ainsi un intervalle de confiance. (4) Si la valeur de cette grandeur prédite par le modèle n’est pas incluse dans cet intervalle de confiance, alors le modèle est rejeté. Si la valeur est incluse dans cet intervalle, le modèle est cohérent. Dans le contexte de mesures effectuées par une classe de 6^{ème}, l’incertitude associée à la mesure est *estimée* et non pas calculée. Nous insistons sur le fait qu’un modèle ne peut jamais être *prouvé* : il est soit *rejeté* par, soit *cohérent* avec, les données empiriques.

Le modèle géométrique le plus immédiat pour des élèves de 6^{ème} est celui d’un cercle centré sur le Soleil. Ce modèle prédit que la distance entre le Soleil et les différents points représentés sur le planétaire doit être constante. Nous définissons alors la grandeur Δl comme étant égale à la différence entre la plus grande et la plus petite distance entre un point de l’orbite et le centre. La prédiction du modèle est donc $\Delta l_{\text{modèle}}=0$. Les valeurs réelles de Δl pour chaque orbite, que nous notons ici Δl_{orbite} , sont obtenues à partir des valeurs connues des demi-grands axes ($a/2$), des demi-petits axes ($b/2$) et de l’excentricité (e) pour chaque orbite (Figure 2, premières lignes du Tableau 2). La plus courte distance du Soleil à l’ellipse est égale à $a(1-e)$ tandis que la plus grande est égale à $a(1+e)$. Ainsi, la valeur de Δl_{orbite} est égale à $2ae$. La ligne suivante du Tableau 2 donne la valeur réelle de Δl_{orbite} (en Unité Astronomique, ou UA, distance égale au demi-grand axe de l’orbite de la Terre), puis à l’échelle du planétaire humain et de la fiche afin de pouvoir la comparer aux mesures qui seront faites par les élèves. Nous avons indiqué les chiffres significatifs correspondant au millième d’une Unité Astronomique. En cas de valeur inférieure, nous avons indiqué le premier chiffre révélant une valeur non nulle. La valeur de Δl_{orbite} obtenues par les chercheurs en astronomie est donc toujours supérieure à l’incertitude actuelle sur ces mesures. Le modèle d’un cercle centré sur le Soleil est rejeté pour toutes les orbites.

Pour savoir si la mesure de Δl_{orbite} sur le planétaire peut permettre à des élèves de 6^{ème} de rejeter le modèle d’un cercle centré sur le Soleil, il faut avoir une estimation de l’incertitude de la mesure qui sera faite sur le planétaire. Cette incertitude vient du placement de la règle entre le centre du Soleil et un point choisi sur les disques positionnés le long des orbites. Le diamètre du Soleil est de 14 cm sur le planétaire humain et de 0,8 cm sur la fiche. Il est en principe possible de trouver le centre du disque du Soleil en utilisant le croisement de plusieurs diamètres, définis comme les cordes de plus grande longueur - ou encore en construisant un gabarit du disque du Soleil dont le centre pourra être déterminé par pliage par exemple. Cette recherche du centre du disque est

possible, et conduirait à une précision inférieure ou de l'ordre du millimètre probablement. Dans l'hypothèse (raisonnable) où les élèves positionnent le centre du Soleil "visuellement", nous estimons une incertitude de l'ordre de 2 mm sur la position du centre du Soleil sur la fiche et de 5 mm sur le planétaire humain. Ensuite, si les élèves choisissent un point situé sur le bord de chaque disque le long de l'orbite, nous considérons l'incertitude sur la position de ce point comme inférieure au millimètre. Si les élèves choisissent de mesurer la distance du Soleil au centre des disques le long de l'orbite, cela peut ajouter une incertitude de l'ordre de 2-3 mm sur le planétaire humain (le diamètre des disques est de 10 cm) et de 1 mm sur la fiche (le diamètre des disques est de 0,5 cm). Nous considérons donc une incertitude globale sur la mesure par les élèves de Δl_{orbite} (différence de deux mesures de longueurs), de l'ordre de 6-7 mm sur le planétaire humain et de 2-3 mm sur la fiche.

Ainsi, si les valeurs de Δl_{orbite} mises à l'échelle du planétaire humain et de la fiche sont inférieures à cette estimation de l'incertitude de mesure, le modèle d'un cercle centré sur le Soleil ($\Delta l_{\text{modèle}}=0$) ne pourra pas être rejeté par les élèves. Nous insistons sur ce point : une mesure ne permet pas de valider un modèle, mais uniquement de le rejeter si la mesure avec son incertitude ne sont pas en accord avec la valeur attendue. Sur le planétaire humain – avec une échelle de 1 mètre pour 1 Unité Astronomique, la valeur de Δl_{orbite} est supérieure au centimètre pour toutes les orbites. Le modèle pourra donc être rejeté pour toutes les orbites sur le planétaire humain (si la mesure des élèves est au moins aussi précise que notre estimation). Par contre, sur la fiche individuelle – avec une échelle de 5,7 cm pour 1 Unité Astronomique, l'écart des distances au Soleil est inférieur à 2 millimètres pour les orbites de la Terre et de Vénus. Ainsi, les mesures sur la fiche individuelle permettront de rejeter le modèle d'une orbite circulaire centrée sur le Soleil uniquement dans le cas des orbites de Mercure, de Mars et de Encke.

		Mercure	Vénus	Terre	Mars	Encke
Demi grand axe, a/2	Valeur réelle [UA]	0,387	0,72332	1,000 0	1,523	2,218
Demi petit axe, b/2	Valeur réelle [UA]	0,379	0,72330	0,999 8	1,517	1,178
Excentricité, e	$e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$	0,205	0,007	0,016	0,093	0,847
Ecart des distances au Soleil ($\Delta l_{\text{orbite}} = 2ae$)	Valeur réelle [UA]	0,158	0,010	0,032	0,285	3,757
	Valeur sur le planétaire humain [cm]	15,8	1,0	3,2	28,5	375,7
	Valeur sur la fiche [cm]	0,9	0,0**	0,2*	1,6	21,4
Ecart des distances au centre de l'ellipse	Valeur réelle [UA]	0,008	0,00002	0,000 2	0,007	1,039

$(\Delta_{\text{orbite}} = a-b)$	Valeur sur le planétaire humain [cm]	0,8	0,0**	0,0**	0,7*	103,9
	Valeur sur la fiche [cm]	0,0**	0,0**	0,0**	0,0**	5,9

Tableau 2: caractéristique des orbites, et valeur de l'écart de distance au centre réel, sur le planétaire humain et sur la fiche individuelle (les chiffres significatifs donnés correspondent à un millimètre sur le planétaire). Les mesures de distance suivies d'un simple et double astérisque sont inférieures à notre estimation de l'incertitude de mesure et au millimètre respectivement (voir texte).

Le rejet de ce premier modèle doit conduire à proposer le modèle d'une orbite circulaire dont le centre n'est pas le Soleil. La définition D2 apporte alors une prédiction sur la valeur constante de la courbure. Cependant, si la notion de courbure peut être perçue visuellement, cette prédiction ne peut être vérifiée à l'aide de la mesure d'une grandeur mathématique à ce niveau scolaire et dans la représentation discrète proposée par le planétaire. La définition D3 prédit une reproduction de la figure après pliage qui est possible sur la fiche individuelle mais pas sur le planétaire humain. Il devient alors nécessaire de déterminer le centre potentiel du cercle à partir de l'intersection de deux médiatrices de paires de disques présents sur l'orbite. Nous pourrions alors reprendre la même démarche que pour le premier modèle en prenant en compte l'incertitude sur la position de ce centre. Sans chercher à détailler cette procédure (qui va probablement au-delà de ce qui peut être attendu en classe de 6^{ème}), nous considérons que le centre trouvé est celui de l'ellipse. Pour cela nous utilisons les mêmes incertitudes que pour la mesure à partir du Soleil. Celles-ci correspondent certainement des valeurs plus faibles que les incertitudes sur les mesures que feront les élèves à partir d'un centre reconstruit.

Les trois dernières lignes du Tableau 2 indiquent les valeurs de Δ_{orbite} calculées par rapport au centre exact de l'ellipse pour les orbites réelles et mises à l'échelle du planétaire humain et de la fiche individuelle. Les écarts des distances au centre sont plus faibles que les écarts au Soleil (qui est un foyer des ellipses). Ainsi, le modèle d'une orbite circulaire ne peut être rejeté que pour les orbites de Mercure, de Mars (cas limite) et de Encke sur le planétaire humain ; et ne peut être rejeté sur la fiche individuelle que pour l'orbite de Encke. Il est à noter tout de même que ce modèle d'orbite circulaire est également rejeté pour toutes les orbites réelles avec la précision des mesures astronomiques actuelles.

Les valeurs d'incertitude estimées ci-dessus sont indicatives et nous ont permis de discuter de la possibilité de rejeter ou non les deux modèles d'orbite circulaire à partir de mesures sur le planétaire. Nous pouvons conclure que cette démarche de validation de modèle est pertinente puisque le premier travail sur la fiche individuelle permettra de rejeter le premier modèle centré sur le Soleil pour certaines orbites mais pas pour toutes. Cela peut éveiller la curiosité des élèves et la volonté de vérifier ce modèle sur le planétaire humain ou d'en proposer un autre - non centré sur le Soleil. Ce qui nous importe par la suite est de voir si les stratégies mises en place par les élèves se rapprochent des stratégies expertes que nous venons de décrire (en lien avec les questions de recherche QR1 et QR2), si elles conduisent ou non à des incertitudes plus élevées et surtout s'ils vont aller jusqu'à une comparaison quantitative associant prédiction, mesures et incertitudes (en prolongement de la question QR3).

IV. QUESTIONS DE RECHERCHE

Les aspects discrets et continus sont présents dans cette situation à travers les mots "série de disques" et "orbite" respectivement. Le "centre du cercle" n'est pas identifié dans la question qui

est posée, et il n'est pas non plus identifié sur le planétaire (nous rappelons que le Soleil n'est pas le centre des orbites, qui ne sont pas circulaires). Ces deux éléments sont associés à deux questions de recherche (QR1 et QR2).

QR1 : cette séance sur le planétaire permet-elle la circulation des différentes conceptions du cercle ?

Nous identifierons les conceptions du cercle associées aux réponses et actions des élèves, et analyserons les éléments du dispositif qui favorisent l'émergence de différentes conceptions (ou leur circulation) au cours de la séance. L'évolution des modèles mathématiques sous-jacents à ces conceptions devrait être observée en parallèle du travail empirique de mesurage. Nous faisons ainsi l'hypothèse que les aspects visuels et kinesthésique sur le planétaire humain favoriseront une conception continue (C2) lors de la première approche des élèves au planétaire (phase 1). Puis, l'obligation de vérification par un protocole de mesure sur le planétaire imprimé puis humain (phases 2 et 3) pourront conduire les élèves à se concentrer sur la présence des disques et donc vers une conception discrète (C1). Enfin, nous faisons l'hypothèse que la conception C3 ne sera pas présente car l'acte de pliage n'est pas favorisé par la séance proposée.

Au contraire, la présence du Soleil, qui matérialise un centre (trop) visible, et la faible excentricité des orbites planétaires par rapport à une forte excentricité de l'orbite de la comète peuvent figer la réflexion des élèves et donc empêcher cette circulation des conceptions.

QR2 : quelle(s) conception(s) du cercle domine(nt) au cours de la séance ?

Ici, nous faisons l'hypothèse que les élèves doivent avoir la capacité de mettre en œuvre chacune des conceptions mais que des situations d'estimation, où l'élève n'est pas incité à utiliser du matériel de mesure, favorisent la conception C2. Une situation qui incite à utiliser du matériel de mesure favorisera les conceptions C1 et C1bis.

La présence de disques pour représenter les positions sur le planétaire et les difficultés de mesure de distance dans certains exercices de mathématiques évoqués ci-dessus conduisent à prendre en compte également la question de la mesure au cours de cette séance. Nous posons alors une troisième question (QR3).

QR3 : la présence de disque est-elle prise en compte lors de la mesure de distance, et comment ?

Pour répondre à ces questions de recherche, la situation étudiée va maintenant être analysée a priori et a posteriori.

V. ANALYSE A PRIORI DE LA RESOLUTION DU PROBLÈME

1. Les stratégies mobilisables par les élèves

Chacune des phases de cette situation a pour objectif d'amener les élèves à exprimer leurs conceptions face aux différentes situations proposées. Dans cette partie, nous décrivons les stratégies en lien avec les variables didactiques qui peuvent être mises en place par les élèves avant de décrire leur circulation possible au cours des différentes phases. D'une manière générale, nous nous attendons à ce que les élèves possèdent des connaissances sur le cercle qui leur permettront de résoudre le problème proposé dans cette situation.

Ces stratégies ont été en partie décrites dans la "résolution experte" et s'organisent selon deux grandes hypothèses que peuvent faire les élèves : soit ils font l'hypothèse que le soleil doit être le centre de l'orbite supposée circulaire, soit ils ne font pas cette hypothèse ou ont déjà rejeté ce premier modèle.

a. Le soleil est le centre des orbites

Nous supposons qu'initialement les élèves vont considérer le Soleil comme le centre de l'orbite pour deux raisons : 1) il s'agit d'une proposition très souvent exprimée (le Soleil est décrit comme le centre du système solaire) et donc ancrée dans une conception commune, 2) le Soleil apparaît visuellement comme étant le centre des orbites, sauf pour l'orbite de la comète Encke et celle de Mercure (VD2). L'identification d'un centre (le Soleil) doit leur permettre d'utiliser ensuite des stratégies selon les conceptions C1 et C2 :

L'observation d'une ligne de courbure constante se refermant sur elle-même (C2) : Cette stratégie peut être visuelle (observation de la forme circulaire à "vue d'œil" des orbites) ou matérialisée par le tracé de la forme à la main ou avec le compas (Bulf & Celi, 2016), par le placement d'une corde qui relie les disques ou encore en faisant une ronde avec plusieurs élèves. L'élève peut se contenter de remarquer que cette forme traverse tous les disques ou vouloir vérifier si elle passe à chaque fois par le centre du disque ou par un point identique (sur le bord par exemple). Ce choix est relié à la question de recherche QR3. Nous notons également que l'aspect continu et constant de la courbure pourrait être retrouvé par le ressenti de cette courbure dans le déplacement à vitesse constante lors de la première phase (Johnson-Glenberg et al., 2016, a montré que la force centrifuge peut être ressentie par des élèves).

Un ensemble de points situés à une distance donnée d'un point (C1) : L'élève peut estimer cette distance sur le planétaire humain en plaçant un camarade situé sur le soleil. Il peut aussi estimer la variation d'éloignement entre deux orbites. Les stratégies de mesure ont été décrites dans la résolution "experte". Elles mettent en œuvre différents outils (double-décimètre, un mètre de charpentier ou droit, ficelle, compas), et nécessitent à nouveau un choix sur la position "à l'intérieur" du disque (nous y revenons ci-dessous).

b. L'identification d'un centre

Lorsque l'élève utilise des stratégies en lien avec C1, il peut se rendre compte que le soleil n'est pas le centre des orbites. La conception C2 peut également amener au fait qu'aucun cercle centré sur le soleil ne peut inclure l'ensemble des disques d'une orbite. Dès lors, les stratégies suivantes peuvent être mises en œuvre pour déterminer le centre potentiel :

Procéder par essai-erreur en utilisant un compas pour trouver un centre qui permette d'avoir un cercle passant par tous les disques, ou par le même point de chaque disque (cette différence, importante, est discutée ci-dessous) (C1) ;

Plier les cercles de manière à déterminer deux axes de symétrie (sur la fiche individuelle, C3) ;

Tracer à l'œil un diamètre vertical et un diamètre horizontal en considérant des points opposés et placer le centre à leur intersection (C3) ;

c. Des mesures de distance entre deux disques

Nous revenons ici sur la difficulté liée à la présence de disques pour représenter des positions (ponctuelles à l'échelle du planétaire). Nous supposons tout d'abord que les élèves considèrent le disque comme un point. Dans ce cas, l'élève peut estimer qu'il lui suffit de vérifier que le tracé du cercle (ou le bout de la corde ou encore la graduation du mètre ruban) passe à travers le disque sans comparer le positionnement de ce tracé dans les différents disques. Bien que l'élève ne puisse probablement pas en prendre conscience, cette approximation augmente évidemment l'incertitude

sur la mesure de l'écart des distances, Δl (Tableau 2). En effet, l'élève, sans y être sensible, ne mesure pas toujours la même distance. Le modèle circulaire sera alors acceptable (ou plutôt ne pourra pas être rejeté) pour un plus grand nombre d'orbites.

Si l'élève comprend la distinction entre disque et point, il doit définir un point qui sera identique pour chaque disque. Ce point peut être pris de manière arbitraire (n'importe quel point dans le disque, mais toujours le même) ou alors de manière à diminuer les erreurs par exemple en cherchant le centre du disque (non représenté) ou encore un point facilement identifiable sur la bordure du disque. L'élève peut également essayer de vérifier "visuellement" que le tracé passe par le même point sur chaque disque (sans le tracer, ni le définir).

A partir de cette analyse a priori, nous concluons que l'observation de ces stratégies va permettre de révéler les conceptions mises en œuvre (QR1 et QR2) et la prise en compte des incertitudes de mesure par les élèves (QR3).

2. La circulation des stratégies, modèles et conceptions

La Figure 3 synthétise nos hypothèses sur la circulation des stratégies, modèles et conceptions des élèves au cours des quatre phases, décrites plus en détail ci-dessous.

Phase 1 : découverte de la situation-problème et hypothèses sur le planétaire humain

Lors de la phase où les élèves découvrent le problème sur le planétaire humain, l'absence d'instrument va conduire à se focaliser sur des stratégies basées sur la forme. Le déplacement sur le planétaire doit permettre d'incarner l'aspect continu de la forme. Le mouvement continu, vécu ou observé, remplace le tracé par le compas. Nous supposons que les élèves estimeront que les orbites planétaires sont des cercles centrés sur le Soleil, en opposition avec l'orbite de la comète. L'orbite de Mercure peut questionner la place du Soleil en tant que centre.

Phase 2 : exercice sur les orbites

En demandant une méthode de vérification de leur hypothèse, nous amenons probablement l'élève vers les stratégies basées sur la forme en lien avec le tracé du compas. La discussion menée en Section I sur les programmes et les pratiques en classe nous font penser que la mesure du rayon ne sera pas dominante (QR2).

Phase 3 : vérification sur le planétaire imprimé (fiche individuelle)

La stratégie ne devrait pas varier entre les phases 2 et 3. Nous faisons l'hypothèse que certains groupes pourront rejeter l'hypothèse du modèle circulaire centré sur le Soleil, conforté en cela par les orbites non circulaires observées en phase 2.

Phase 4 : vérification sur le planétaire humain

Lorsque l'élève se retrouve sur le planétaire humain, l'utilisation du compas n'est plus possible. Il peut alors revenir sur la recherche d'une forme continue avec la matérialisation du tracé entre les points ou proposer un autre outil pour mesurer le rayon. Ce changement d'outil doit renforcer le passage d'une figure définie par le tracé obtenu avec un compas vers la définition D1 dans le cas discret. Le travail en groupe devrait également mettre tous les élèves face à la possibilité du deuxième modèle (circulaire non centré sur le Soleil) qui n'aura été proposé que par quelques groupes en phase 3. Nous faisons l'hypothèse que les élèves de 6^{ème} resteront sur une estimation d'un diamètre en tant que corde de plus grande longueur et que le temps imparti ne permettra pas la recherche d'une autre stratégie ou un questionnement sur les incertitudes.

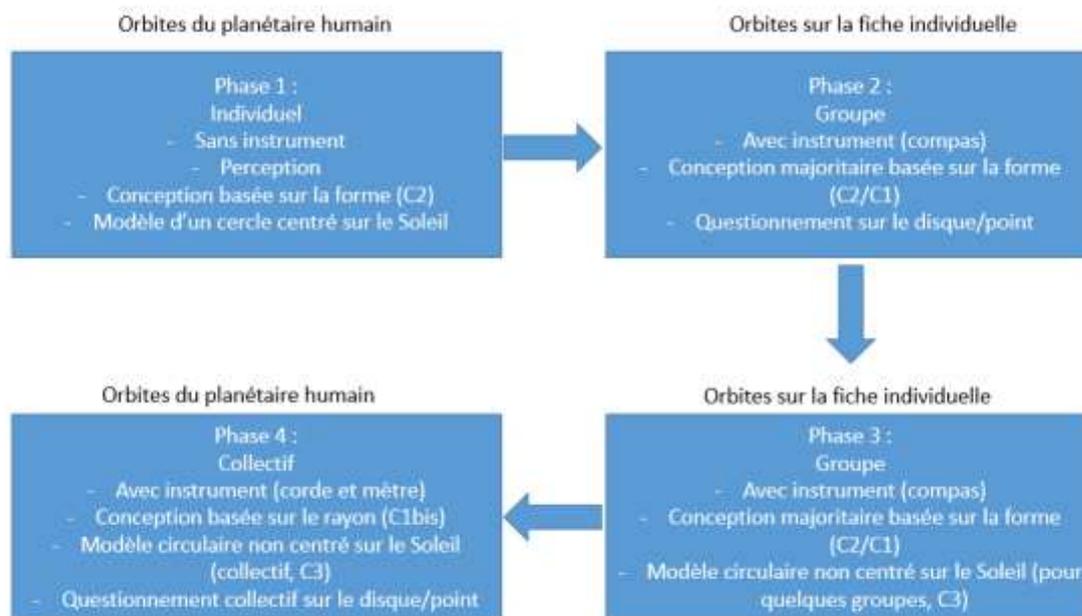


Figure 3 : la circulation a priori des stratégies et des conceptions au cours des phases

VI. ANALYSE A POSTERIORI

Pour mener l'analyse a posteriori, nous nous basons sur les 38 fiches individuelles remplies par les élèves des trois classes observées (en demi-groupe), ainsi que sur une vidéo de chacune des séances. Les fiches sont remplies par chaque élève pour les phases 1 et 2, tandis que les conclusions des phases 3 et 4 sont faites respectivement en groupe et collectivement. La vidéo montre un plan général de la classe sur les phases 1 et 4, tandis qu'elle présente le travail spécifique d'un seul groupe sur les phases 2 et 3.

1. Phase 1

Cette première phase a duré environ dix minutes pour les trois classes. Les élèves ont pu se remémorer la liste des corps présents sur le planétaire et reprendre la chorégraphie en cinq minutes environ. Ce temps n'a pas posé de difficulté pour les élèves et nous conduit à faire l'hypothèse que le nom des corps ne sera pas un obstacle dans la suite de la situation. Ils ont pris ensuite cinq minutes environ pour formuler leurs hypothèses de manière individuelle. Dans les trois classes, l'enseignant a rappelé qu'une hypothèse n'était pas une réponse finale, mais une proposition. Dans une classe sur trois, quelques élèves se sont levés pour observer le planétaire.

Sur les 38 réponses inscrites dans les fiches individuelles, l'hypothèse des cercles est très majoritaire (27 sur 38). Trois élèves utilisent le mot "rond" et deux utilisent les deux termes. Cinq élèves ne répondent pas. Les justifications des réponses "cercles" font référence à un mouvement (12) et parfois plus précisément à un mouvement de rotation autour du Soleil (4) ou à une forme de "rond" (7). Quatre élèves n'ont pas apporté de justifications. Les réponses "rond" sont reliées au mouvement ou à la forme "ronde" des planètes. Seul un élève a mentionné la "vision" pour justifier la forme "ronde".

L'orbite de la comète est clairement identifiée à un ovale (20 réponses), puis à un cercle (4) ou une "patate" (1) voire à une "ligne" (1). Il est à noter que 12 élèves ne répondent pas ou ne savent pas. Les justifications de cette forme sont moins nombreuses, et sont associées au mouvement (3), à une forme étrange d'œuf ou de "non-cercle" (3). Trois élèves évoquent l'aspect visuel comme

justification. Enfin, deux élèves indiquent que la comète “n’est pas attirée”, ce qui pourrait être relié à un mouvement, mais plus théorique que vécu ou observé.

Nous pouvons en conclure comme décrit dans l’analyse a priori que le mouvement, perçu ou observé, semble bien être le premier indicateur (C2) de la forme supposée des orbites mise en relation avec le “rond” (comme forme, ou comme justification de la forme, ou par opposition à la forme observée). Il n’y a pas de mention de distance dans aucune des justifications ou hypothèses à ce stade. Enfin, la question du centre associé au Soleil ou non n’est pas posée, nous supposons donc que les élèves placent le Soleil implicitement au centre.

2. Phase 2

L’observation des six orbites se fait en quelques minutes pour les trois classes. L’énoncé de cette phase décrit les disques représentant les différentes positions sous le terme « ronds ». Nous avons réalisé par la suite que ceci est une erreur, et qu’il aurait fallu utiliser le terme « disque » pour ne pas créer de confusion entre la forme des orbites et les positions. L’analyse de cette phase ne semble cependant pas indiquer une telle confusion puisque les élèves ont bien observé que certaines orbites n’étaient pas des cercles. L’observation aboutit en effet majoritairement à une identification “visuelle” d’un cercle pour les orbites (*a-c-e*) et au rejet majoritaire de l’hypothèse du cercle pour les autres orbites (Tableau 4). Tous proposent alors l’utilisation du compas pour vérifier leur hypothèse. Il est à noter que tous les élèves mettent leur compas sur le disque au centre (« le Soleil ») sans se poser la question du centre du cercle supposé. Nous insistons sur le fait qu’il n’est jamais écrit dans la consigne (Annexe 1) ni dit par l’enseignant que le cercle supposé est centré sur le Soleil. Le Soleil est mentionné comme l’objet « autour duquel tourne les planètes ». Après utilisation du compas, les mêmes orbites sont considérées comme des cercles, mais nous notons que l’instrument permet à l’ensemble des élèves de rejeter le modèle d’un cercle pour les trois orbites (*b-d-f*). Il est intéressant de noter qu’un élève rejette le modèle du cercle pour l’orbite (*e*) après avoir utilisé le compas. Sa fiche de réponse montre qu’il n’a pas su utiliser le compas et n’a donc pas tracé un cercle. Il a cependant constaté que son tracé ne passait pas par les points, et en a conclu que l’orbite (*e*) n’était pas un cercle.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
Hypothèse du cercle (centré sur le Soleil) validée, sans instrument	29	4	28	10	32	2
Hypothèse du cercle (centré sur le Soleil) validée, avec instrument	32	0	29	0	31	0

Tableau 4 : nombre d’élèves ayant validé l’hypothèse d’un cercle pour chacune des orbites proposées en phase 2, sans instrument ou avec instrument.

L’orbite (*e*) est effectivement un cercle. Les autres orbites ne sont pas des cercles (voir Partie 3.2). Cependant, alors qu’un cercle tracé au compas ne passera pas par tous les disques pour les orbites (*d*) et (*f*), il peut passer par tous les disques mais en différents endroits pour les orbites (*a*) et (*c*). Par conséquent, si la distinction disque/point est présente, cela devrait conduire à rejeter le modèle d’un cercle. Le rejet de l’orbite (*d*) grâce à l’utilisation du compas (de manière significative par rapport au cas sans instrument) montre que le lien entre le tracé et le cercle est bien pris en compte par tous. Au contraire, la validation d’une orbite circulaire pour les orbites (*a*) et (*c*) montre que la

distinction disque/point n'est pas faite par les élèves.

Lors de cette phase, seuls 2 groupes d'élèves ont été filmés. L'observation de ces groupes permet de dire que la manipulation du compas ne pose pas de difficultés. Certains ont une règle à leur disposition, mais ne l'ont pas utilisée. Sur les vidéos centrées sur un groupe, dix dialogues entre l'enseignant et les élèves d'un groupe hors champ de la caméra sont audibles. Tous ces dialogues évoquent le fait que le compas "passe par tous les points" comme une justification suffisante pour démontrer la forme d'un cercle sans aller plus loin, et ne semble donc pas faire une distinction disque/point (distinction que nous pouvons supposer être hors de leur champ de compétence en 6^{ème}). Seul un cas de dialogue reprend la définition D1.

La méthode proposée par les élèves dans les fiches permet d'avoir plus de détails sur leur compréhension de l'utilisation du compas. En dehors de trois fiches sans réponse, les 35 autres fiches indiquent l'utilisation du compas. Un seul élève ajoute l'utilisation d'une règle et un autre le rapporteur. Quinze élèves font le lien entre le centre et le compas. Parmi eux, douze relient le centre et le Soleil, trois ajoutent qu'il faut mettre la pointe ou le crayon au milieu des disques et un seul fait le lien entre le compas et la notion de distance constante.

Nous voyons donc que les élèves savent, dans leur grande majorité, utiliser un compas pour prouver la forme de cercle d'une série de points, mais en confondant encore disque et point (VD3, comme discuté plus haut et par Bulf & Celi, 2016) et en restant majoritairement sur une conception basée sur la forme (en lien avec le tracé du compas), donc une conception C2. Le lien entre l'instrument et les propriétés de distance (D1) n'est que marginalement présent bien que le centre semble être plus explicitement indiqué que le rayon.

3. Phase 3

Cette phase prolonge la phase 2 dans le contexte du planétaire. 32 élèves sur 38 ont effectué des tracés de cercles pour confirmer leur hypothèse sur chaque orbite. Parmi les 32 tracés, seuls cinq n'ont tracé des cercles que pour une seule orbite. Aucune mesure de distance avec une règle n'est visible sur les fiches ou sur les vidéos. Cependant, dans un des groupes filmés, une discussion avec l'enseignant autour de l'utilisation de la règle révèle que le groupe fait un lien entre le compas et les propriétés du cercle, le compas étant vu comme "*une espèce de règle entre les deux [pointes du compas]*" (en lien avec C1).

Nous notons tout d'abord que toutes les fiches et observations (sauf 4) ne montrent que le modèle d'un cercle centré sur le Soleil (un seul cercle est tracé pour chaque orbite) avec un centre situé visuellement au centre du disque du Soleil. Au contraire, les 4 autres fiches (dans la même classe, mais nous ne savons pas s'il s'agit du même groupe) montrent deux cercles tracés avec des centres différents pour une seule orbite. Ces élèves ont pu alors conclure que les orbites de Mercure et de Mars étaient compatibles avec un cercle ; une des fiches utilise le terme « cercle décalé », confirmant ainsi l'intégration du centre à cette conception du cercle.

Planète	Mercure	Venus	Terre	Mars
Non-circulaire	31	4	11	32

Tableau 5 : nombre d'élève ayant *rejeté* l'hypothèse d'un cercle pour chacune des orbites des planètes

Nous étudions ensuite les réponses pour chaque orbite (Tableau 5). Le modèle d'un cercle centré sur le Soleil est rejeté très majoritairement pour Mars et Mercure. Concernant cette dernière, seul un élève considère qu'il peut s'agir d'un cercle non centré sur le Soleil. Ces deux cas ne posent

pas de difficultés car plusieurs disques de l'orbite ne peuvent pas être atteints par le tracé du cercle (quel que soit le rayon choisi, dès lors que le centre est pris sur le Soleil). L'orbite de Venus est compatible avec un cercle pour 29 élèves. Cela est en accord avec ce qui était attendu d'après les valeurs des paramètres de cette orbite (Tableau 2). Seulement quatre élèves rejettent le cercle pour Vénus mais en raison d'une mauvaise utilisation du compas, donc pour la même raison que l'orbite (*e*) en phase 2. Ces élèves ne sont pas dans le groupe qui a été filmé. Sur l'orbite de la Terre, le cercle tracé au compas va passer par tous les disques mais en des endroits différents. Cela devrait conduire les élèves à rejeter le modèle d'un cercle si la distinction disque/point est présente. Or, 17 élèves valident le modèle du cercle tandis que 11 le rejettent.

La distinction entre disque et point semble donc émerger mais elle n'est pas exprimée explicitement dans les fiches. Nous notons cependant qu'un groupe filmé explique que le cercle tracé par le compas "*passé partout*" sur les disques de la Terre. Une élève pointe du doigt que "*là c'est au milieu*" contrairement à un autre disque. C'est donc parce que le compas ne passe pas toujours au même endroit sur chaque disque ("*il passe partout*") que cette équipe conclut que l'orbite de la Terre n'est pas compatible avec un cercle (centré sur le Soleil). Dans un autre groupe, pour chaque orbite, les élèves tracent un cercle au compas et répondent tout de suite à la question sans observer en détail le passage du tracé du cercle dans chaque disque. Mais nous pouvons voir une élève pointer du doigt un disque sur l'orbite de sa voisine. Ce qu'elle dit n'est pas audible, mais elle semble bien montrer le lieu du passage du cercle sur le disque.

La conception utilisée majoritairement dans la phase 3 est essentiellement une conception continue liée à la forme tracée par le compas (C2). La présence de règles sur certaines tables a permis d'initier le lien entre compas et rayon, mais cela reste toujours marginal et non formalisé dans les justifications écrites ou orales des élèves. La distinction entre disque et point semble émerger pour certains élèves. Nous faisons l'hypothèse que cette évolution est induite par la taille des orbites (VD1), celle-ci étant plus importante dans la phase 3 que dans la phase 2. Si tel est le cas, nous nous attendons à une prise en compte plus importante du disque dans la phase 4.

4. Phase 4

Cette dernière phase est collective. Elle ne permet donc pas de formaliser des conclusions sur les conceptions et stratégies pour chaque élève. Cependant, dans la vidéo, l'enseignant donne la parole à chaque groupe. Il est donc possible d'observer la circulation du savoir. Sur la dernière page de la fiche individuelle, les élèves ont pour la plupart inscrit la trace finale élaborée en commun à la fin de la séance. Certains ont apporté cependant des précisions sur l'évolution de leur méthode lors du passage de la phase 3 à la phase 4. Lorsqu'en petit groupe, les élèves vont sur le planétaire humain pour vérifier leurs observations obtenues sur le planétaire imprimé, l'enseignant leur demande de mettre en place leur stratégie. Il est à noter qu'une des 3 vidéos s'est arrêtée pour une des classes après un essai de corde le long de l'orbite et une mesure avec une règle. Nous n'avons donc pas l'ensemble des méthodologies proposées par cette classe.

Tous les groupes réalisent qu'ils ne peuvent pas utiliser un compas. Sur une fiche individuelle, il est noté : "*Nous avons changé de méthode, nous avons pris un mètre et nous avons imité le compas.*" Dans chaque classe, un groupe propose de placer la corde le long de l'orbite en passant par chaque point. Il s'agit à nouveau de visualiser la forme continue tracée par le compas. L'enseignant demande alors comment cette méthode permet de prouver que les disques sont bien sur un cercle. Les élèves ne savent pas quoi répondre, si ce n'est qu'ils voient bien que c'est un cercle (conception C2). Ils réalisent alors qu'il n'y a pas de possibilité de preuves par cette méthode. La corde est alors utilisée pour reproduire le tracé du compas. Cette assimilation au compas est observable de

façon plus explicite dans un des groupes : les élèves n'ont pas su utiliser une règle rigide pour suivre le tracé car le bout de la règle n'était pas sur les disques de l'orbite, or ils voulaient utiliser le bout de la règle comme s'il s'agissait de la pointe du compas. Ainsi, il ne s'agit pas de la mesure d'une distance mais bien de l'identification aux deux extrémités du compas. Nous pouvons associer cette démarche à la conception C1bis, entre l'usage du compas et la mesure d'un rayon.

Les interactions entre groupes permettent, dans les trois classes, d'observer plusieurs choix de méthodes liées à la mesure de la distance entre le centre et les disques de l'orbite. Certains groupes utilisent pour cela une corde (avec un nœud pour certains, ou en tenant les extrémités avec la main pour d'autres) représentant une unité de longueur arbitraire qu'ils pourront comparer, et d'autres utilisent un mètre (rigide ou souple). L'explicitation du lien entre cette mesure (ou cet étalon de mesure) et le rayon du cercle n'est jamais apparu immédiatement pour les élèves et a toujours nécessité un échange avec l'enseignant.

Dans tous les cas (observation de la forme, mesure des distances par une corde ou un mètre), la problématique de la position sur les disques des deux extrémités de la corde (ou du mètre) est présente. Concernant le Soleil, les élèves ne se posent pas trop de question et estiment visuellement son centre. Un seul élève évoque à l'oral le fait qu'il faudrait trouver le centre, mais sans fournir plus d'explications sur la procédure qu'il suivrait. Les échanges collectifs permettent d'amener tous les groupes à être attentif à la position du bout de la corde ou du mètre par rapport aux disques. Dans la plupart des cas, la vérification reste visuelle (« *la corde s'éloigne du centre du disque, mais reste dans le disque* », « *mais ici ça se décale* » ou encore « *la corde passe par les mêmes endroits sur le disque* »). L'enseignant peut avoir un rôle dans ce questionnement. Ainsi, après une demande de mesures plus précises par l'enseignant, certains élèves placent le bout de la corde ou du mètre sur la partie interne d'un disque, et utilisent cette position comme référence pour les autres disques (avec ou sans mesure quantifiée du rayon).

Qu'en est-il de la question du centre du cercle ? Nous revenons sur l'évolution des discussions pour les deux classes dont les vidéos sont complètes.

- (i) Première classe : Les élèves ont débattu sur l'hypothèse du cercle centré sur le Soleil pour chaque planète. L'orbite de la Terre est considérée en accord avec un cercle centré sur le Soleil, car les mesures effectuées ne sont pas suffisamment précises pour contredire cette assertion (mais les élèves ne s'en rendent pas compte). Sur l'orbite de Mars, les élèves démontrent qu'il ne s'agit pas d'un cercle centré sur le Soleil car ils constatent que les mesures de rayon en différents points ne sont pas identiques. Un élève propose de chercher un autre centre. Il avait déjà fait cette proposition en début de phase 4. Nous faisons l'hypothèse (probable) qu'il fait partie du groupe qui a déjà fait cette recherche sur la feuille A4 (phase 3). Il propose en effet directement un point sur la bache, près du Soleil, pour y placer le centre. Il démontre ainsi que l'orbite de Mars est compatible avec une forme circulaire, non centrée sur le Soleil.
- (ii) Seconde classe : Le débat porte sur l'orbite de la Terre. Les mesures montrent une distance du bord interne au Soleil qui varie de 95 cm à 97 cm. Deux élèves essayent alors d'utiliser le diamètre. Ils prennent alors deux points qui sont « visuellement » opposés ; avancent ensuite de points en points simultanément ; et observent si les différents « diamètres » ainsi obtenus passent par le Soleil. Ils ne proposent jamais un autre centre que le Soleil.

Ainsi, un seul élève sur les trois classes filmées a pu proposer et vérifier l'hypothèse d'un cercle non-centré sur le Soleil.

VII. DISCUSSION

Nous revenons dans cette discussion sur la mise en place de la séance par un enseignant de physique-chimie, puis sur plusieurs éléments de la séance pour lesquels les observations n'ont pas été suffisantes pour conclure : l'influence des conceptions initiales des élèves sur le système solaire, la démarche de modélisation et la méthode de recherche du centre du cercle.

1. Le point de vue d'un enseignant de physique-chimie

Les enseignants de physique-chimie ou de SVT de la classe ont toujours été présents lors des séances menées par les auteurs de l'article en 2020-21. L'équipe enseignante a ainsi pu continuer à utiliser le planétaire humain dans leur classe les années suivantes (en 2021-22 et 2022-23). Cette séance sur le cercle fait partie des séances mises en place. Nous avons interviewé un des enseignants de physique-chimie, C, afin de recueillir son point de vue sur la séance. C a suivi le même déroulé, avec les quatre phases, sur une séance d'une durée d'une heure également.

D'après C, cette séance est reliée au programme de sciences du cycle 3 car les élèves utilisent : *« la perception de la trajectoire des planètes (...) parfaitement circulaires (...) et [réalisent] qu'avec des mesures précises, on peut avoir d'autres conclusions »*. C note les contradictions initiales après la phase 1, et le fait que les élèves ont pu *« réaliser des mesures pour trancher un débat »*. Nous sommes bien dans une démarche socioconstructiviste où les élèves *« définissent eux-mêmes ce que ça pouvait être la définition de cercle »*. Cependant, la définition formelle d'un ensemble de points équidistant du centre *« n'était pas forcément formalisée [pour tous les groupes] et a été formalisée en fin d'heure. »*

Lorsque nous demandons à C de choisir un moment *« qui l'a marqué »*, il revient sur *« le moment où les élèves choisissent les outils qu'ils vont pouvoir utiliser pour voir si c'est bien un cercle ou pas [sur le planétaire humain, donc pendant la phase 4] »*. C demande *« aux élèves d'expliquer la raison [et] l'utilisation [de l'outil choisi] pour avoir la possibilité de prendre le matériel »*. Ainsi, les élèves *« se rendent compte, que pour voir si c'est un cercle, mettre une corde tout autour et faire un rond, ça ne nous donnera pas plus d'informations. »* Ils réalisent également qu'ils *« utilisent le compas sans vraiment réfléchir à ce que c'est que le compas. »* C relève ensuite les mêmes stratégies et les mêmes difficultés dans la prise en compte de la surface du disque que celles soulevées dans notre analyse.

C note enfin que le travail sur le planétaire humain a permis différents fonctionnements de groupe, avec des groupes *« plutôt réflexif, qui [mettent beaucoup] de temps à se mettre à la manipulation mais qui du coup au moment de manipuler [vont] assez vite »* ; et des groupes qui *« sont plutôt dans la manipulation, [...] qui ont fait plein de choses et qui se sont rendu compte en faisant, qu'en fait, ça n'apportait pas d'informations supplémentaires »*.

Le point de vue de l'enseignant C nous permet de confirmer les conclusions de l'analyse menée ci-dessus : la séance présentée permet la circulation des conceptions, nécessite l'explicitation des propriétés géométriques du cercle et permet un travail sur l'acte de mesure et de comparaison ; l'apprentissage est favorisé par les différentes phases de la séance et par les échanges au sein du groupe. Le retour et l'engagement de l'enseignant C et de l'ensemble des enseignants de sciences impliqués dans le collège montrent la faisabilité de la transmission aux enseignants dans leur *« pratique ordinaire »* de cette pédagogie basée sur la perception et le mouvement, et sur une approche interdisciplinaire. Il montre également l'importance d'une approche interdisciplinaire qui inclurait les enseignants de mathématiques, en particulier pour le lien entre les artefacts de mesure et les propriétés géométriques. Nous n'avons pas pu pour le moment mettre en place une

telle séance sur deux disciplines.

2. Conceptions initiales des élèves

La méthodologie de recherche avait pour objectif l'observation de l'activité des élèves au cours d'une séance construite dans le cadre d'une ingénierie didactique. Nous n'avons pas cherché à connaître les conceptions initiales des élèves sur le système solaire, ce qui conduit à une limitation dans l'analyse de leurs réponses. La grande majorité des études sur la compréhension des orbites planétaires se concentrent sur les conceptions de la configuration du système Terre-Lune-Soleil, c'est-à-dire ce qui tourne autour de quoi, et leur relation avec les cycles observés (diurne et nocturne, saisons). La forme des orbites est parfois interrogée en lien avec les conceptions sur les lois de Kepler, mais jamais pour des élèves de primaire (e.g. Yu, Sahami, & Denn, 2010). Les images utilisées pour décrire les mouvements de la Terre autour du Soleil (pour expliquer les saisons en primaire) montrent une orbite circulaire centrée sur le Soleil (vue du dessus) ou des orbites elliptiques avec le Soleil au centre (avec une vue sur le côté) ou encore avec la position du Soleil très excentrée. Lee (2010) a montré que ces différentes visions de l'orbite de la Terre se retrouvent également chez les élèves, tandis que l'observation du planétaire favorise, naturellement, une vision du dessus avec le Soleil au centre des orbites. Ainsi, une grande majorité des élèves proposent une forme circulaire pour les orbites planétaires. Il serait intéressant, en amont de cette séance, de demander aux élèves d'expliquer les saisons à travers un dessin de l'orbite de la Terre autour du Soleil. Ils pourraient ainsi comparer leur conception à ce qu'ils auront découvert lors de cette séance. Cet aspect permettrait un lien plus fort avec le cours de SVT sur la place de la Terre dans le système solaire.

3. Modélisation

Ces remarques sur les conceptions initiales des élèves ont leur importance sur la démarche de modélisation qu'ils vont pouvoir mettre en place. Selon les prescriptions des programmes, « la modélisation, si on souhaite permettre aux élèves d'en comprendre les enjeux, nécessite dans l'idéal de partir d'un problème extramathématique, de construire un modèle, de le faire fonctionner et de pouvoir confronter ses résultats à la situation modélisée » (prescription du programme, MEN 2016, cité par Yvain-Prebiski, 2021b). Les orbites planétaires sont des formes simples, mais visuellement attrayantes. Les formes des orbites planétaires peuvent être modélisées à l'aide de figures mathématiques simples, qui reflètent les conceptions initiales des élèves. Les propriétés mathématiques de ces formes sont accessibles aux élèves de cycle 3, ce qui leur permet de prendre conscience de la nécessité de faire des choix et que selon les choix faits, les paramètres du modèle choisi ne seront pas les mêmes (processus de mathématisation « horizontal », *ibid*). Dans notre cas, les élèves n'ont probablement pas le choix et sont orientés vers le modèle circulaire par la situation, leur connaissance de géométrie et les images d'orbites qu'ils ont rencontrées dans le passé. Par contre, nous voyons qu'ils vont assez rapidement avoir le choix d'enrichir ce modèle en n'imposant pas la position du centre du cercle. Le traitement mathématique du modèle (mathématisation « verticale », *ibid*) peut être simple si le centre est connu (usage du compas ou d'une corde) ou plus complexe si le centre n'est pas connu. Nous revenons maintenant sur le traitement mis en place par les élèves. Le point essentiel ici est que les élèves ont à disposition plusieurs (deux) modèles mathématiques qu'ils connaissent suffisamment pour faire des prédictions sur les résultats de leur mesure. Ils entrent donc bien dans une démarche de modélisation.

4. Recherche du centre

En classe de 6^{ème}, les élèves ne connaissent que les notions de centre, de rayon et de diamètre d'un

cercle. Ils définissent le diamètre comme « le segment qui relie deux points du cercle et passe par le centre ». Les quelques groupes qui ont eu le temps de chercher le diamètre ont ainsi relié deux points du cercle à leur disposition, donc les disques. Or, le diamètre ne relie pas nécessairement deux disques visibles sur le planétaire. Cependant, ils ont poursuivi en cherchant le milieu de ce segment, ou en construisant deux « diamètres » pour en déduire la position du centre situé à leur intersection. Nous notons que ce centre n'était jamais sur le disque du Soleil. Ils ont alors pu vérifier si tous les disques étaient à la même distance de ce centre. Étant donné la précision des mesures – rendues encore moins précises par le fait que ce travail a toujours été mené en fin de séance, ils étaient en général convaincus que le cercle tracé avec une corde pouvait en effet correspondre au tracé de l'orbite à travers l'ensemble des disques. Cette conclusion est tout à fait satisfaisante en classe de 6^{ème}.

Cette séance a également été menée dans des classes de 4^{ème} et de 3^{ème}, dans des contextes de médiation scientifique, donc sans dispositif complet de récolte de données. Elles nous ont cependant permis d'observer les méthodes utilisées par ces classes pour la recherche du centre. La définition du diamètre comme « la plus grande corde qui relie deux points » a permis à certains groupes de proposer un diamètre dont une extrémité est située entre deux points. Plusieurs groupes ont pensé à construire trois diamètres pour vérifier l'unicité de leur intersection. Seuls quelques rares groupes ont proposé la construction du centre en utilisant la propriété du cercle circonscrit à un triangle par les médiatrices de deux segments ou par la construction d'un triangle rectangle. Seules ces méthodes permettaient de n'utiliser que les points (centre des disques) représentés sur le planétaire. Tous les groupes ont défini ainsi un centre à partir de l'intersection de deux ou trois segments (diamètre ou médiatrice), et ont ensuite vérifié si tous les points étaient à égale distance de ce centre. Ces observations permettent de montrer la pertinence de cette séance menée en cycle 4, lorsque des propriétés géométriques supplémentaires sont à disposition des élèves. Nous y reviendrons dans les perspectives.

VIII. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

La séance présentée dans cet article permet de faire dialoguer des objets de savoir (selon l'approche interdisciplinaire recommandée par Lenoir & Sauvé, 1998). L'observation des trajectoires des planètes (leurs orbites) implique de s'intéresser à leur forme géométrique. L'étude de leur forme entraîne un questionnement chez les élèves sur la définition géométrique et les mesures pertinentes pour confirmer ces propriétés géométriques.

L'analyse a posteriori du travail des trois classes observées confirme la circulation des conceptions du cercle, telle qu'elle a été décrite a priori. Au cours des quatre phases, les élèves passent d'une conception continue et perçue visuellement (C2) ou par le mouvement, à une conception continue tracée par le compas (C1), puis à une conception discrète basée sur une distance constante entre les points et le centre (C1bis). La conception C3 n'est pas apparue au cours de la séance. Cette évolution est favorisée par les variations des variables didactiques d'une phase à l'autre. Tout d'abord, l'augmentation de la taille de la représentation (VD1) renforce au fur et à mesure l'attention portée sur le passage du tracé du compas à travers le disque (VD3 et VD4), ce qui favorise probablement le passage à la conception C1bis. Ensuite, l'impossibilité d'utiliser le compas (VD1 et VD4) sur le planétaire humain et les échanges au sein de chaque classe a permis de faire le lien entre le tracé du compas, le tracé par une ficelle, et enfin les propriétés du cercle. Ce lien n'est pas explicite pour les élèves de 6^{ème} et nécessite une institutionnalisation par l'enseignant. Enfin, le type d'orbites proposées, avec des excentricités plus ou moins importantes (réelles ou non, VD2) permet l'étude de cas contraire (plus ou moins proche d'un cercle). Cette variété de situations est favorisée par une grande dimension du planétaire, qui d'un côté augmente les

incertitudes de mesure liées à la surface du disque (VD3) et d'un autre côté facilite l'observation d'une variation de position du tracé des cercles (ou de la position d'une extrémité de corde) à l'intérieur des disques. Selon Coles et Brown (2016), cette variété de situations est un élément indispensable à l'évolution des conceptions des élèves. Les élèves sont ainsi surpris de ne pas obtenir un cercle centré sur le Soleil pour l'orbite de la Terre ou de Mars. Un élève s'étonne : « *Oh c'est drôle* » et en conclue de façon contradictoire : « *C'est rond, c'est un cercle, mais pas la même distance* ». A nouveau, l'échange collectif et l'institutionnalisation par l'enseignant sont nécessaires pour passer de cet étonnement à l'explicitation des propriétés du cercle, puis – plus rarement – à la recherche d'une hypothèse plus large, celle d'un cercle qui ne serait pas centré sur le Soleil.

Nous pouvons conclure que la séance menée sur le planétaire humain permet bien un transfert de la notion de cercle dans le contexte du système solaire. Elle permet de relier les différentes conceptions du cercle qui ont été travaillées au cours de la scolarité des élèves de 6^{ème} à travers l'observation des positions de différents objets (planètes et comète) sur leur orbite. La combinaison du déplacement sur le planétaire et des mesures sur deux échelles (micro et macro-espace), ainsi que le travail collectif sont des éléments essentiels à la réussite de cette séance : les élèves mettent alors en jeu et articulent à travers des actes de mesurage différentes conceptions sur la forme du cercle, suivant ainsi une démarche de modélisation. Cette séance prend tout son sens dans le contexte d'une séance de sciences, de mathématiques, ou – ce qui serait préférable – dans une séquence associant les deux disciplines. Une telle séquence permettrait en particulier de renforcer le travail sur les liens entre les conceptions/définitions du cercle et les artefacts de mesure ; de revenir sur le travail d'incertitude de mesure associé à la présence de disques. Un prolongement vers l'histoire des modèles en astronomie pourrait également prendre tout son sens après cette séance.

Nous proposons pour finir une perspective inter-cycle autour de cette séance. En recherche, comme dans l'enseignement scolaire, les savoirs et leurs apprentissages évoluent de façon progressive et « spiralaire ». Ainsi, la figure simple du cercle et la découverte de la place de la Terre dans le système solaire justifient un modèle du Soleil en tant que centre d'orbites circulaires à l'école primaire (cycle 2 essentiellement) et avant Kepler ! En fin de cycle 3, les élèves ont suffisamment travaillé les définitions géométriques pour mettre à l'épreuve ce modèle circulaire. Pour cela, il est nécessaire de travailler sur des données scientifiques précises, ce qui est rendu possible par l'usage du planétaire humain. La pratique des instruments de mesure et de traçage, la connaissance approfondie des propriétés du cercle, ainsi que l'attention à l'incertitude de mesure ne deviennent disponibles qu'au cycle 4. Ainsi, alors que les élèves de 6^{ème} peuvent rejeter le modèle circulaire, les élèves de cycle 4 vont pouvoir aller jusqu'à la recherche d'un autre centre que le Soleil, ou jusqu'à la construction de la notion d'ellipse (Rollinde et al., 2023).

Les auteurs sont ouverts à toutes propositions de recherche collaborative sur une progression inter-cycle autour du système solaire et de l'évolution du modèle des orbites planétaires. N'hésitez pas à nous contacter !

REMERCIEMENTS

Nous remercions les enseignants du collège L. Michel (Paris) qui nous ont fait confiance pour mener ces séances avec leur classe, et qui prolongent aujourd'hui cette initiative dans le cadre du projet européen ARISTARCHUS (aristarchusproject.eu). Nous remercions les élèves qui ont participé aux séances.

Nous remercions les relecteurs de la revue pour leurs commentaires qui nous ont permis de rendre plus visible les objectifs de cette recherche, à destination des chercheurs en didactique et des

enseignants.

Ce travail de recherche a bénéficié du soutien du projet Emergence « E-ESMEA » de l'Université CY Cergy Paris Université.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abboud, M., & Rollinde, E. (2021). Les Mathématiques du Système Solaire en plein air. Le planétaire humain au collège. *Repères IREM*, 124, 37-62.
- Artigue, M. (1982). À propos des conceptions du cercle, *Grand N*, 27, 45-72.
- Artigue, M., & Robinet, J. (1982). Conceptions du cercle chez les enfants de l'école élémentaire. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 3(1), 5-64.
- Balacheff, N. (1995). Conception, connaissance et concept. In Séminaire de l'équipe DidaTech, IMAG (pp. 219-244). IMAG Grenoble.
- Brazell, B. D., & Espinoza, S. (2009). Meta-analysis of Planetarium Efficacy Research. *Astronomy education review*, 8(1).
- Brousseau, G. (2001). *Les grandeurs dans la scolarité obligatoire*. Corps (France) : La pensée sauvage éditions, p. 331-348.
- Bulf, C., Celi, V., Millon-Fauré, K., Beaugrand, C., & Dias, C. M. (2021). Tracé du cercle et circulation des discours (première partie) approche didactique des (inter) actions langagières et matérielles. *Petit x*, 114, 3-37.
- Bulf, C. & Celi, V. (2016). Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire : une transition clé : du gabarit au compas. *Grand N*, 97, 21 à 58.
- Chesnais, A. & Munier, V. (2015). Mesure, mesurage et incertitudes : une problématique interdidactique mathématique/physique. *Proceedings of the annual conference of the Association de Recherche en Didactique des Mathématiques 2015*, 212-237.
- Coles, A. & Brown, L. (2016) Task design for ways of working: Making distinctions in teaching and learning mathematics, *J. Math. Teacher Educ.* 19, 149.
- Duval, R. & Godin, M. (2005), Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, 76, 7-27.
- Earle, C. (2014). The Use of Practical and Theoretical Geometry in Early Modern Astronomy. *Tooth & Claw*, 11, 38-45.
- Johnson-Glenberg, M. C., Megowan-Romanowicz, C., Birchfield, D. A., & Savio-Ramos, C. (2016). Effects of embodied learning and digital platform on the retention of physics content: Centripetal force. *Frontiers in psychology*, 7, 1819.
- Hestenes, D. 2006, Proceedings of the 2006 GIREP conference: *Modeling in physics and physics education*, 31, 27. Amsterdam: University of Amsterdam.
- IREM de Grenoble, Equipe ELEM (1981). Cibles au CE, *Grand N*, 25, 23-38.
- Lee, V. R. (2010). How different variants of orbit diagrams influence student explanations of the seasons. *Science Education*, 94(6), 985-1007.
- Lenoir, Y. & Sauvé, L. (1998). De l'interdisciplinarité scolaire à l'interdisciplinarité dans la formation à l'enseignement : un état de la question. Nécessité de l'interdisciplinarité et rappel historique. *Revue française de pédagogie*, 124, 121-153.

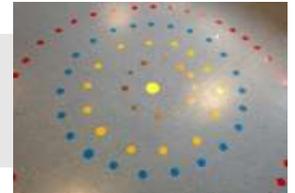
- Linton, C. M. (2004). *From Eudoxus to Einstein: a history of mathematical astronomy*. Cambridge University Press.
- Passelaigue, D. & Munier, V. (2015). Schoolteacher trainee's difficulties about the concepts of attribute and measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 89, 307-336.
- Pizarro, N., Gorgorió, N. et Albarracín, L. (2015). Primary teacher' approach to measurement estimation activities. *In Proceeding of the Congress of European Research in Mathematics Education 9*, TWG 20, 3227-3233.
- Plummer, J. D. (2009). Early elementary students' development of astronomy concepts in the planetarium. *Journal of Research in Science Teaching: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching*, 46(2), 192-209.
- Rogalski, J., & Veillard, L. (2002). *Articulation entre différents types de connaissances*. In Tiberghien, A. (Ed.), *Des connaissances naïves aux savoirs scientifiques*, 51-79.
- Rollinde, E. (2020). *Modeling astronomy education, the case of F-HOU tools: SalsaJ and Human Orrery*. Education and Heritage in the era of Big Data in Astronomy Proceedings IAU Symposium No. 367, 2020 R.M. Ros, B. Garcia, S. Gullberg, J. Moldon & P. Rojo, eds.
- Rollinde, E. (2021). Le planétaire humain. In *L'Astronomie pour l'éducation dans l'espace francophone*, Ed. Le Manuscrit, p.358.
- Rollinde, E., Nechache, A., Abboud, M. (2023). Etude du travail géométrique autour des ellipses avec le planétaire humain. *Septième Symposium d'Etude sur le Travail Mathématique, ETM7*, 27 juin-2 juillet 2022, Strasbourg (France).
- Sensevy, G., Tiberghien, A., Santini, J., Laubé, S., & Griggs, P. (2008), An epistemological approach to modeling: Cases studies and implications for sciences teaching, *Sciences education*, 92(3), 424-446.
- Yu, K. C., Sahami, K., & Denn, G. (2010). Student ideas about Kepler's laws and planetary orbital motions. *Astronomy Education Review*, 9(1), 010108-010117.
- Yvain-Prébiski S. (2021a). *Didactical adaptation of professional practice of modelling: a case study* In International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, Kaiser &al, Springer Book Series
- Yvain-Prébiski, S. (2021b). La modélisation mathématique dans le cadre de situations extramathématique. In *L'Astronomie pour l'éducation dans l'espace francophone*, Ed. Le Manuscrit, p.308.

ANNEXE 1

FICHE ELEVE

Note : les numéros des phases n'étaient pas indiqués pour les élèves. Nous les avons ajoutés ici pour faciliter le lien avec le texte principal.

NOM : _____ Quelle est la forme des orbites ?



Phase 1 : Le planétaire humain (5')

Commençons par revivre tous ensemble le mouvement des planètes et de la comète...

Tes hypothèses : Que penses-tu de la forme des orbites ? (5')

Selon toi, quelle forme géométrique ressemble le plus aux orbites des planètes ? Propose une explication en quelques mots. Si tu n'as pas d'idée, écris : « je ne sais pas ».

L'orbite de Mercure ressemble à,
car

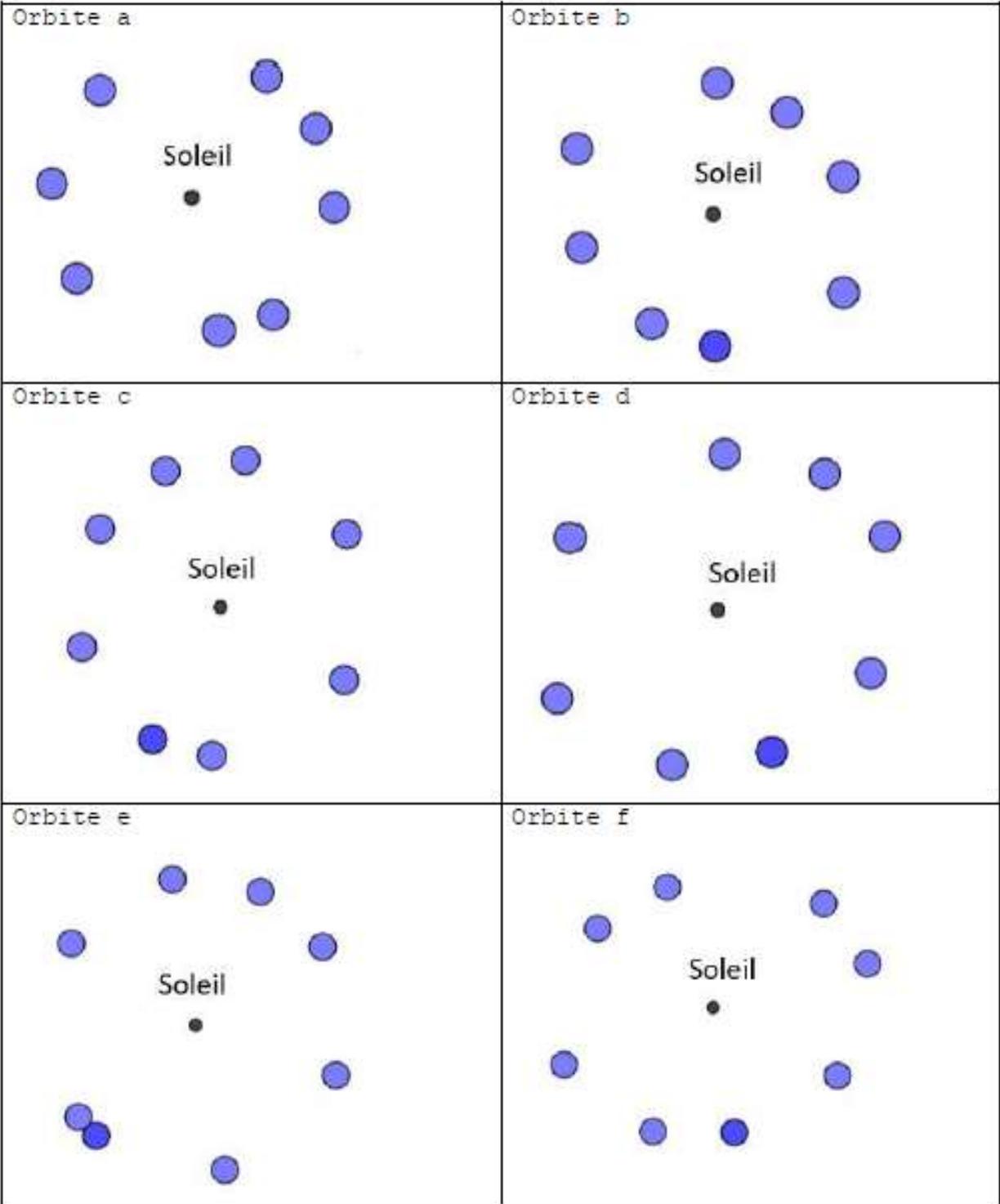
L'orbite de Vénus ressemble à,
car

L'orbite de la Terre ressemble à,
car

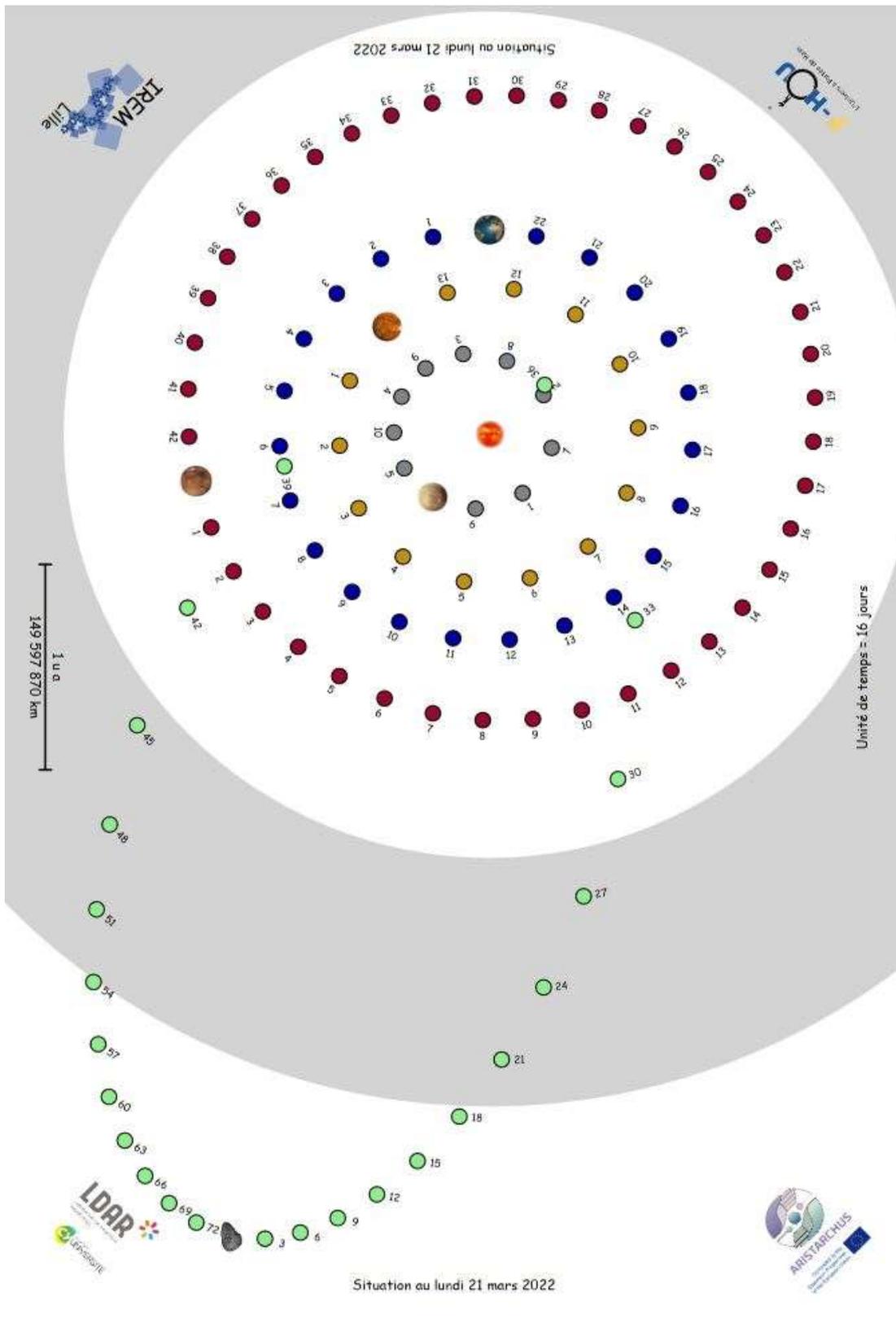
L'orbite de Mars ressemble à,
car

L'orbite de Encke ressemble à,
car

Exemples d'orbites



Dessin du planétaire humain



Grand N - n° Afficher la variable numéro, Afficher la variable année (inutile de compléter le pied de page)

Phase 3 : Vérification de votre hypothèse (10' soit 2-3' par orbite sur feuille puis 10' tous sur la bâche)

Pour cette activité, vous allez vous mettre par groupe de 4.

Vous allez appliquer votre méthode sur le dessin du planétaire représenté sur une feuille de format A4, dans l'ordre suivant : l'orbite de Mars, puis l'orbite de Vénus, puis l'orbite de la Terre, puis l'orbite de Mercure.

Chacun écrit individuellement ce qu'il pense de la forme des orbites.

Est-ce que l'orbite de Mars est un cercle ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Est-ce que l'orbite de Vénus est un cercle ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Est-ce que l'orbite de la Terre est un cercle ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Est-ce que l'orbite de Mercure est un cercle ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Phase 4 : Lorsque vous avez fini, revenez autour de la bâche du planétaire. Chaque groupe à son tour va appliquer sa méthode sur la bâche. Vous pouvez compléter ce que vous avez écrit au-dessus pour chaque planète en fonction de ce que nous observerons ensemble sur la bâche.

Conclusion

Est-ce que vous avez pu utiliser la même méthode sur la feuille A4 et sur la bâche ? Si vous avez dû modifier votre méthode, expliquez ce qui a changé.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Est-ce que vous avez obtenu la même conclusion sur la forme des orbites (« cercle ou pas cercle ») en appliquant votre méthode sur la feuille A4 et sur la bâche ? Si les conclusions étaient différentes, expliquez ce qui peut expliquer la différence et quelle conclusion vous parait la plus juste ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Synthèse

En regardant le planétaire, j'ai fait l'hypothèse que les orbites de

.....

étaient des cercles dont le Soleil serait le centre ; et que les orbites

de

n'étaient pas des cercles.

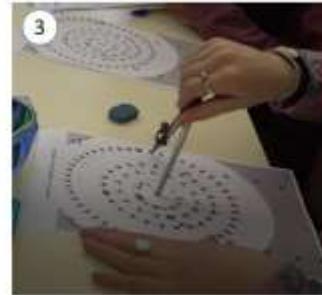
En regardant les orbites sans utiliser d'instrument, elles peuvent ressembler à un cercle comme pour la Terre, ou être très allongées comme pour la comète.

Pour le vérifier, nous avons utilisé

En comparant les résultats de toute la classe, nous découvrons que

.....
.....
.....
.....

ANNEXE 2 : ILLUSTRATION DES 4 PHASES



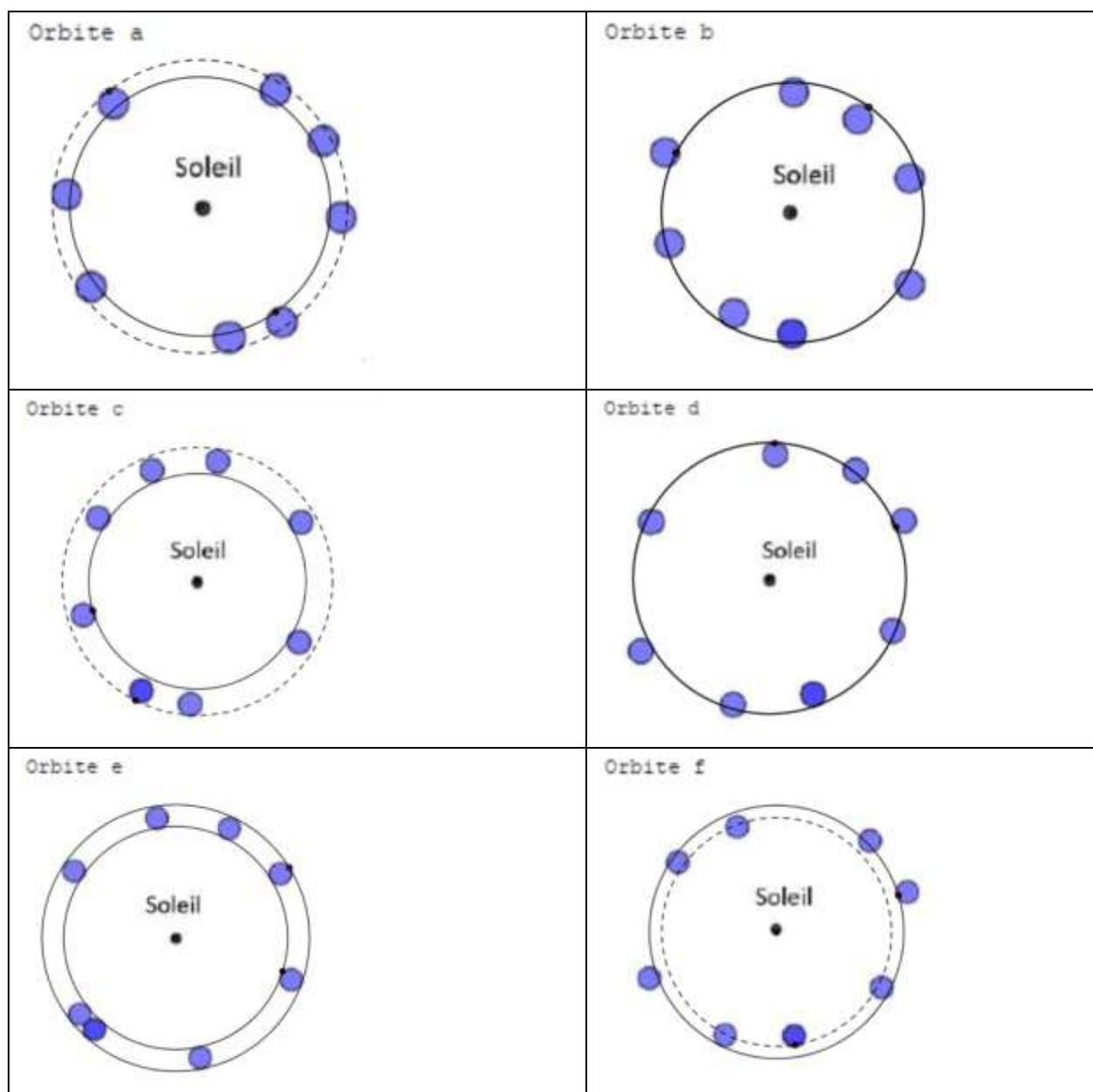
Phase 1 : Les élèves marchent sur le planétaire et font une hypothèse sur la forme des différentes orbites.

Phase 2 : Les élèves travaillent sur une série d'orbites « fictives ». Ils doivent déterminer si un cercle peut être cohérent avec la forme de ces orbites.

Phase 3 : Les élèves utilisent la méthode choisie dans la phase 2 pour vérifier les hypothèses de la phase 1.

Phase 4 : Les élèves doivent vérifier à nouveau leurs hypothèses sur le planétaire humain.

ANNEXE 3 LES EXEMPLES D'ORBITES (PHASE 2)



Nous avons reproduit ci-dessus les tracés de cercles centrés sur le Soleil qui peuvent être proposés pour les exemples d'orbite de la phase 2. Le rayon du cercle en trait plein correspond à la distance la plus courte entre le Soleil et le disque le plus éloigné du Soleil (il est donc tangent au bord interne du disque le plus éloigné). Le rayon du cercle en trait pointillé correspond à la distance la plus grande entre le Soleil et le disque le plus proche du Soleil (tangent au bord externe du disque le plus proche). Ces deux disques sont identiques pour les orbites (b) et (d)

A partir de ces deux disques, il est possible de visualiser si un seul cercle peut traverser les disques en leur centre (estimé visuellement), et ainsi si les élèves peuvent ou non réfuter l'hypothèse d'un disque centré sur le Soleil.