



**HAL**  
open science

## Modélisation dynamique des engrenages roue et vis tangentes

Céline Bordegaray, Guy Ferraris Besso, Michèle Guingand, Jean Pierre de Vaujany

► **To cite this version:**

Céline Bordegaray, Guy Ferraris Besso, Michèle Guingand, Jean Pierre de Vaujany. Modélisation dynamique des engrenages roue et vis tangentes. 17e Congrès Français de Mécanique, Aug 2005, Troyes, France. hal-04227024

**HAL Id: hal-04227024**

**<https://hal.science/hal-04227024>**

Submitted on 3 Oct 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation dynamique des engrenages roue et vis tangentes

Céline Bordegaray\*, Guy Ferraris\*\*, Michèle Guingand\*\*, Jean-Pierre de Vaujany\*\*

\* Koyo Steering Europe (KSE)  
69540 IRIGNY

\*\* Laboratoire de Dynamique des Machines et des Structures (LDMS)  
INSA Lyon  
20, avenue Albert Einstein  
69621 VILLEURBANNE

## Résumé :

*Le confort des usagers incite les constructeurs automobiles à améliorer le comportement acoustique et vibratoire des véhicules. Un projet a donc été initié pour étudier la dynamique d'ensemble des directions assistées électriques (DAE).*

*Ce papier présente la modélisation dynamique d'un composant de la DAE : un engrenage roue et vis sans fin. L'intérêt de cet engrenage est de permettre un rapport de réduction important pour un encombrement réduit. La démarche utilisée ici est une extension de la méthode utilisée pour les engrenages cylindriques hélicoïdaux. Le modèle mis en place est validé à l'aide de considérations qualitatives.*

## Abstract :

*A global model is necessary to improve the dynamic behaviour of vehicles. A project has started to study the global dynamic behaviour of electric power steering systems.*

*This paper deals with the modelling of a worm gear used in those systems. This gear is very advantageous because it provides very high contact ratio with compactness. The gear model is established by expanding the method used for spur or helical gears. The model is validated by qualitative analysis.*

## Mots clefs :

**Dynamique ; Engrenement ; Roue et vis sans fin ; Non linéarités.**

## 1 Introduction :

Le travail présenté ici se situe dans un contexte plus général de modélisation dynamique d'une DAE dans sa globalité. Des études spécifiques de réducteurs présents dans le système (roue et vis sans fin et pignon-crémaillère) sont menées en parallèle afin de fournir au modèle dynamique les raideurs quasi-statiques, les jeux et les erreurs de transmission sous charge.

Afin d'améliorer le comportement acoustique et vibratoire de certains systèmes mécaniques, de nombreuses études ont été menées sur la dynamique des engrenages. Les premiers modèles développés étaient linéaires, ne tenaient compte que de la torsion et portaient sur les engrenages cylindriques, droits ou hélicoïdaux [1]. Actuellement, les modèles mis en œuvre permettent de coupler les mouvements longitudinaux, latéraux et ceux en torsion [2],[3]. L'erreur de transmission sous charge est introduite comme excitation interne et les pertes de contact entre les dents dues au jeu d'engrenement sont prises en compte [3],[4],[5]. La plupart de ces travaux s'appuient sur les hypothèses suivantes : l'engrenage est modélisé par une paire de disques rigides liés par une raideur et un amortissement en parallèle suivant la ligne d'action et

supposés invariants dans le temps. Il a été montré qu'une approximation par une raideur moyenne était suffisante pour les engrenages cylindriques hélicoïdaux [2]. Ces études ont été étendues aux engrenages hypoides [6] ou aux transmissions multi-étages [7],[8].

A notre connaissance, aucun travail n'a été entrepris sur la modélisation spécifique des engrenages roue et vis tangentes.

Ce papier présente la mise en place du modèle de l'engrenage roue et vis sans fin et des simulations en régime transitoire permettant de le valider.

## 2 Mise en place du modèle :

La figure 1 présente un engrenage roue et vis sans fin et son modèle associé. La rotation autour de l'axe de la vis entraîne une translation des filets. Dans le cas des DAE, la roue est en matière plastique et la vis en acier.

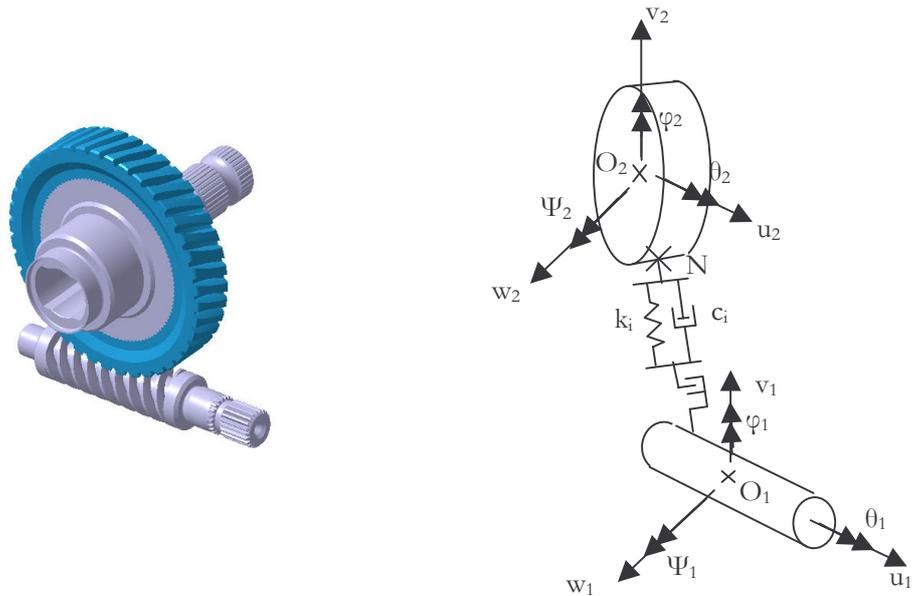


FIG. 1 – Engrenage roue et vis sans fin et son modèle

### 2.1 Rappel des hypothèses:

Le modèle général de l'engrenage comporte deux nœuds et six degrés de liberté par nœud. La roue et la vis sont assimilées à des solides indéformables sauf ponctuellement suivant la normale au contact. Les déplacements en un point particulier (dont la position est paramétrée par rapport au centre de la roue) sont donc exprimés en fonction des déplacements des centres de la roue et de la vis. Etant donné la présence d'un jeu d'engrènement, il est nécessaire de mettre en place deux configurations de contact (figure 2) : une configuration où la roue est motrice (a) et l'autre où la vis est motrice(b).

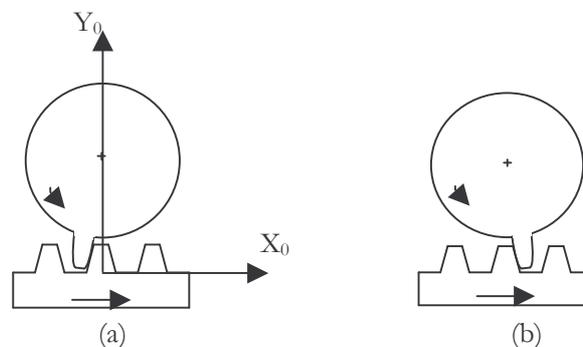


FIG. 2 – Configurations de l'engrenage

Il existe une troisième configuration lorsque les solides ne sont pas en contact (passage dans le jeu).

## 2.2 Détermination des matrices de raideur et d'amortissement :

Soit  $R_0$  le repère tel que  $X_0$  soit confondu avec l'axe de la vis et  $Y_0$  soit confondu avec la ligne des centres (figure 2). Les déplacements des centres de la roue ( $O_2$ ) et de la vis ( $O_1$ ) sont exprimés dans ce repère. Les déplacements seront exprimés en un point N, point de contact entre les dentures. Il est repéré par rapport à  $O_2$  comme suit :

$$\left\{ \overline{O_2 N} \right\}_{R_0} = \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

L'expression de la normale au contact dans le repère  $R_0$  dépend de la configuration d'engrènement. On indicera donc par 1 tout ce qui concerne la configuration où la roue est motrice et par 2 tout ce qui concerne la configuration où la vis est motrice.

Deux angles  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont nécessaires à la définition de la normale (figure 3) .

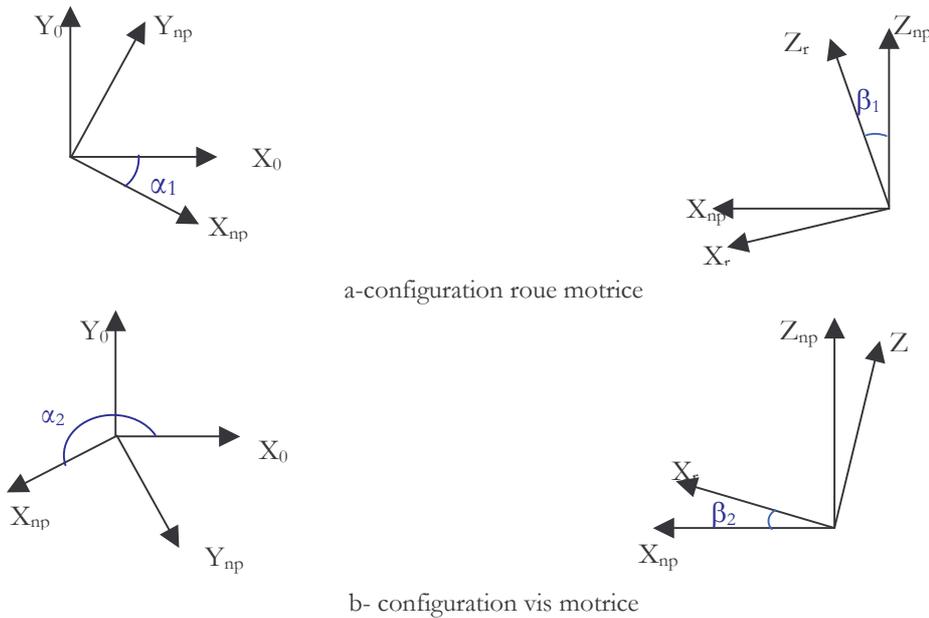


FIG. 3 – Définition des angles  $\alpha$  et  $\beta$

L'axe  $X_{np}$  correspond à la projection de la normale au contact sur le plan  $(X_0Y_0)$ . L'axe  $X_r$  correspond à la normale au contact.

Dans la convention choisie,  $\alpha_1$  est positif tandis que  $\alpha_2 = \alpha_1 + \pi$ . Dans le cas d'une hélice gauche sur la roue,  $\beta$  est négatif. Il est positif pour une hélice droite de la roue.

L'écrasement suivant la normale au contact  $\vec{n}_i$  est donné par :

$$\delta_i = \vec{\Delta} \cdot \vec{n}_i \quad (2)$$

Où :  $\vec{\Delta}$  est l'écrasement des corps exprimé dans le repère  $R_0$ .

L'expression de  $\vec{\Delta}$  s'écrit :

$$\vec{\Delta} = \left\{ \overline{dep}(N \in roue) \right\}_{/R_0} - \left\{ \overline{dep}(N \in vis) \right\}_{/R_0} \quad (3)$$

Les déplacements en N sont exprimés en fonction des degrés de liberté de la roue et de la vis qui constituent une base de déplacements nodaux  $\{d\}$ . Il ne faut pas omettre que la rotation de la vis autour de son axe entraîne une translation des filets. Ces deux mouvements sont liés par le pas de la vis  $P_Z$ .

Ainsi, il est possible d'exprimer  $\vec{\Delta}$  en fonction de paramètres de géométrie rassemblés dans une matrice  $\sigma$  :

$$\vec{\Delta} = [\sigma] \cdot \{d\} \quad (4)$$

L'expression de l'énergie de déformation s'écrit:

$$U_i = \frac{1}{2} k_i [\bar{\Delta} \bar{n}_i]^t \cdot [\bar{\Delta} \bar{n}_i] = \frac{1}{2} k_i [\{d\}^t \cdot \bar{\sigma}_i^t \cdot \bar{\sigma}_i \cdot \{d\}] \quad (5)$$

Avec :

$$\bar{\sigma}_i = [\sigma] \cdot \bar{n}_i \quad (6)$$

On obtient :

$$\bar{\sigma}_1 = \left\{ \begin{array}{c} -c_\alpha c_\beta \\ c_\beta s_\alpha \\ s_\beta \\ \frac{P_z}{2\pi} c_\alpha c_\beta \\ -x_0 s_\beta - c_\alpha c_\beta z_0 \\ (a + y_0) c_\alpha c_\beta + x_0 c_\beta s_\alpha \\ c_\alpha c_\beta \\ -c_\beta s_\alpha \\ -s_\beta \\ -y_0 s_\beta + c_\beta s_\alpha z_0 \\ c_\alpha c_\beta z_0 + x_0 s_\beta \\ -y_0 c_\beta c_\alpha - c_\beta s_\alpha x_0 \end{array} \right\} \quad \text{et :} \quad \bar{\sigma}_2 = \left\{ \begin{array}{c} -c_\alpha c_\beta \\ -c_\beta s_\alpha \\ -s_\beta \\ \frac{P_z}{2\pi} c_\alpha c_\beta \\ x_0 s_\beta - z_0 c_\alpha c_\beta \\ (a + y_0) c_\alpha c_\beta - s_\alpha c_\beta x_0 \\ c_\alpha c_\beta \\ c_\beta s_\alpha \\ s_\beta \\ -z_0 s_\alpha c_\beta + y_0 s_\beta \\ z_0 c_\alpha c_\beta - x_0 s_\beta \\ -y_0 c_\alpha c_\beta + x_0 s_\alpha c_\beta \end{array} \right\} \quad (7)$$

Avec :  $a$  : entraxe de l'engrenage,  $\cos\alpha = c_\alpha$ ,  $\sin\alpha = s_\alpha$ ,  $\cos\beta = c_\beta$ ,  $\sin\beta = s_\beta$ .

L'énergie dissipée par le contact peut se mettre sous une forme identique en remplaçant  $k_i$  par  $c_i$ .  
L'énergie cinétique de l'engrenage est égale à :

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{d}\}^t [M] \{\dot{d}\} \quad (8)$$

L'application des équations de Lagrange conduit aux équations du mouvement :

$$[M] \{\ddot{d}\} + [C_{eng_i}] \{\dot{d}\} + [K_{eng_i}] \{d\} = \{F_{ext}\} \quad (9)$$

Avec :

$$[K_{eng_i}] = k_i \bar{\sigma}_i^t \cdot \bar{\sigma}_i \quad \text{et} \quad [C_{eng_i}] = c_i \bar{\sigma}_i^t \cdot \bar{\sigma}_i \quad (10)$$

### 2.3 Prise en compte du jeu d'engrènement :

Le jeu d'engrènement entraîne une succession de pertes de contact et de chocs entre les dents. Ce phénomène se traduit par une raideur linéaire par morceau. En effet, compte-tenu du rapport de conduite élevé, on considère qu'une raideur moyenne est suffisante pour la modélisation.

Le passage entre les différentes phases conduit à des discontinuités numériques très importantes. En conséquence, nous proposons d'approcher la courbe de la raideur par une fonction continue qui lisse les transitions entre les phases.

La raideur est donnée par :

$$k = \frac{k_1 + k_2}{2} + \frac{1}{\pi} (k_1 \arctan(\lambda(\delta - jeu)) + k_2 \arctan(-\lambda\delta)) \quad (11)$$

$\lambda$  est un paramètre permettant d'accentuer plus ou moins la transition entre les phases.

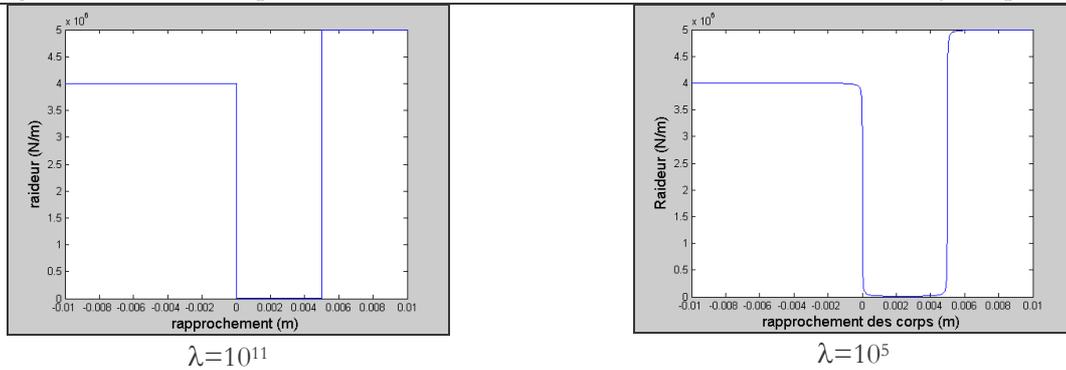


FIG. 4 – Représentation de la raideur en fonction du rapprochement des corps

L'amortissement est modélisé de la même manière.

### 3 Simulations :

Il s'agit ici de simuler le comportement d'un engrenage roue et vis sans fin soumis à un couple sinusoïdal, d'observer certains phénomènes et d'étudier l'influence du jeu d'engrènement.

Seuls sept degrés de liberté sont retenus pour ces simulations : les conditions aux limites sont telles que :  $\varphi_1 = \Psi_1 = u_2 = \theta_2 = \varphi_2 = 0$ . Des raideurs sont ajoutées sur les degrés de liberté  $u_1, v_1, w_1, \theta_1, v_2$  et  $w_2$ .

Un couple sinusoïdal de fréquence 5Hz est appliqué sur la roue.

Le modèle mis en place doit permettre de simuler les phénomènes observés lors du fonctionnement d'un engrenage roue et vis sans fin.

Les déplacements latéraux et longitudinaux des centres de la roue et de la vis sont présentés figure 5.

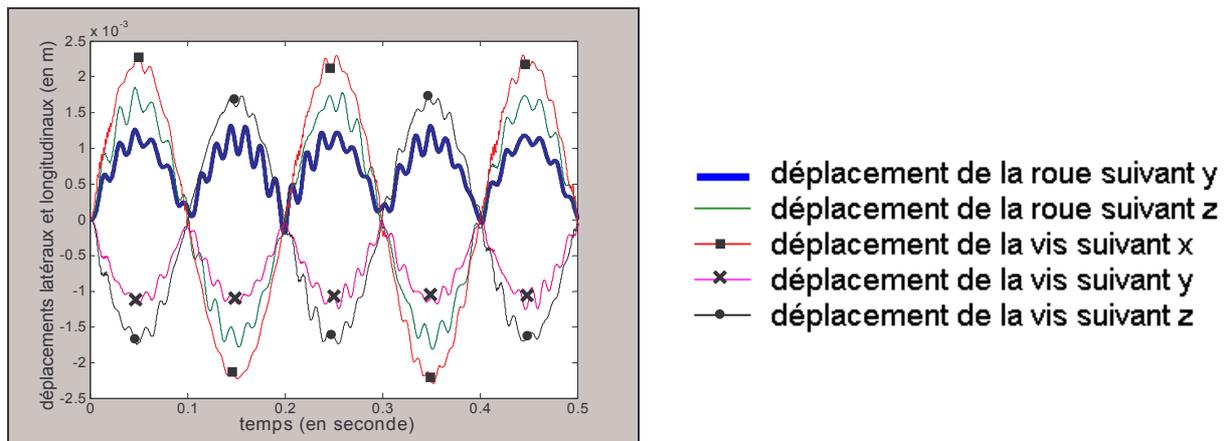


FIG. 5– Déplacements latéraux (suivant y et z) et longitudinaux (suivant x) des centres de la vis et de la roue en fonction du temps

Le modèle retranscrit de manière correcte les phénomènes physiques : lors de la montée en couple, le déplacement longitudinal de la vis est positif et revient à zéro lors de la décharge. De même, le déplacement de la vis suivant y reste négatif ou nul : la vis tend à s'écarter de la roue lors de la charge. En décharge, le système revient dans sa position initiale.

Les modèles de torsion seule sont insuffisants puisque les déplacements latéraux et longitudinaux ne sont pas négligeables. La prise en compte des couplages provoque des variations d'amplitude des rotations de la vis et de la roue autour de leur axe. Le système étant moins rigide qu'avec le modèle de torsion seule, ces rotations sont plus importantes.

La figure 6 regroupe la réponse en accélération angulaire de la vis et l'évolution de la raideur dans le temps.

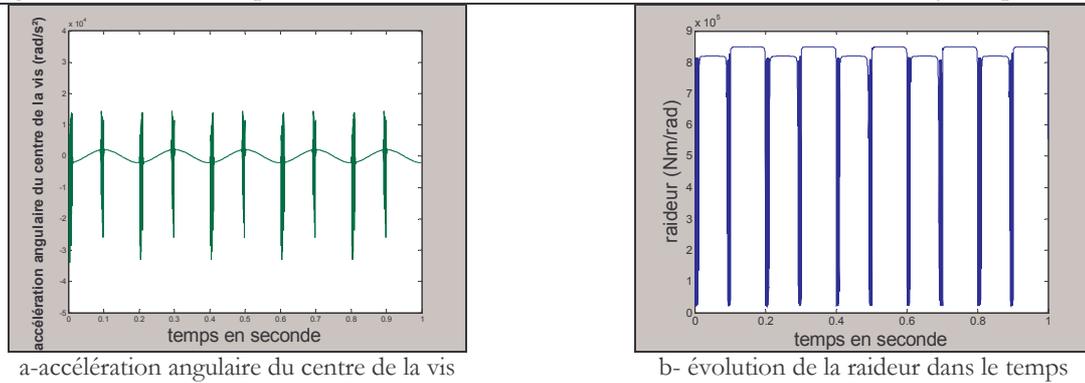


FIG. 6– Relations entre l'accélération et la raideur dans le temps

La réponse en accélération montre bien les pertes et reprises de contact entre les solides que l'on repère grâce à l'évolution de la raideur dans le temps (figure 6b).

#### 4 Conclusion :

Le modèle mis en place est validé de manière qualitative : il retranscrit de manière correcte certains phénomènes observés. Il a également été montré que la prise en compte des couplages engendre des différences au niveau des réponses temporelles du système et que les mouvements latéraux et longitudinaux ne sont pas négligeables.

L'erreur de transmission quasi-statique n'a pas été prise en compte dans ces simulations, étant donné l'utilisation de cet engrenage. L'excitation provient ici de la commande.

Des essais programmés prochainement vont permettre de valider et de recalibrer le modèle.

#### Remerciements :

Les auteurs remercient la société KSE pour les supports technique et financier dans cette étude.

#### **Références :**

- [1] P.VERNAY, « Comportement dynamique en torsion et en régime transitoire d'un démarreur de moteur d'avion », Thèse de doctorat, INSA Lyon, Juillet 1998, 117p.
- [2] A. BOURDON, « Modélisation dynamique globale des boîtes de vitesses automobile », Thèse de doctorat, INSA Lyon, Septembre 1997, 221 p.
- [3] A.KAHRAMAN, R.SINGH, "Non-linear dynamics of a geared rotor-bearing system with multiple clearances", *Journal of Sound And Vibration*, 1991, Vol. 144(3), p469-506.
- [4] R. MALIHA, C.U. DOGRUER, H.N. OZGUVEN, "Nonlinear dynamic Modelling of Gear-Shaft-Disk-bearing Systems Using Finite Elements and Design Functions", *Journal of Mechanical Design, ASME*, Vol. 126, May 2004, p534-541.
- [5] R.G. PARKER, S.M. VIJAYAKAR, T. IMAJO, "Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experiment comparisons", *Journal of Sound and Vibration*, 2000, n°237(3), p435-455.
- [6] Y.CHENG, T.C. LIM, "Vibration analysis of hypoid transmissions applying an exact geometry-based gear mesh theory", *Journal of Sound and Vibration*, 2001, n°240(3), p519-543.
- [7] M. KUBUR, A. KAHRAMAN, D.M. ZINI, K. KIENZE, "Dynamic analysis of a multi-shaft helical gear transmission by finite elements: model and experiment", *Journal of Vibration and Acoustics, ASME*, Vol.126, July 2004, p398-406.
- [8] E. TANAKA and al. "Vibration and Sound-Radiation Analysis for Designing a Low-Noise Gearbox with a Multi-Stage Helical Gear System", *Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing, JSME*, Series C, Vol. 46(3), 2003, p1178-1185.