

Études quantitatives des accélérations d'inertie avec un smartphone. Partie 1: accélération de Coriolis.

Nicolas Combe, Renaud Mathevet, Patrice Marchou, Charlotte Fabre, Nabil Lamrani

▶ To cite this version:

Nicolas Combe, Renaud Mathevet, Patrice Marchou, Charlotte Fabre, Nabil Lamrani. Études quantitatives des accélérations d'inertie avec un smartphone. Partie 1: accélération de Coriolis.. Le Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie, 2023, 117, pp.51. hal-04226928

HAL Id: hal-04226928

https://hal.science/hal-04226928

Submitted on 4 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Études quantitatives des accélérations d'inertie avec un smartphone

Partie 1 : accélération de Coriolis⁽¹⁾

par Nicolas COMBE, Renaud MATHEVET⁽²⁾
Université Paul Sabatier - 31062 Toulouse
nicolas combe@cemes.fr

Patrice MARCHOU⁽²⁾

Académie de Toulouse Charlotte FABRE⁽²⁾

Lycée Déodat de Séverac - 31300 Toulouse

et Nabil LAMRANI(2)

Collège Claude Nougaro - 31200 Toulouse

A MÉCANIQUE en référentiel non galiléen avec l'introduction des forces d'inertie est un point délicat des premières années post-baccalauréat. Le smartphone, objet du quotidien présentant un indéniable attrait auprès des étudiants peut être détourné de son usage habituel pour être utilisé comme instrument de mesure de grandeurs physiques variées. Dans cet article en deux parties, nous proposons deux expériences permettant la mesure quantitative des accélérations de Coriolis et d'entraînement en utilisant simultanément plusieurs capteurs des smartphones. Cette première étude présente une expérience originale permettant une mesure de l'accélération de Coriolis.

INTRODUCTION

Au laboratoire, nous sommes souvent confrontés à des situations où des mesures sont effectuées dans un référentiel non galiléen. Dans la vie de tous les jours aussi, nos sensations sont parfois associées à un tel référentiel, lors d'une accélération en voiture par exemple. Ainsi modéliser correctement un problème de mécanique dans un référentiel non galiléen est fondamental en physique. Pourtant, les étudiants ont généralement beaucoup de difficultés à prédire le mouvement d'un système dans un référentiel non galiléen, la description correcte du mouvement nécessitant de prendre en compte les forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis [1–2]. Si notre perception de la force

⁽¹⁾ NDLR: la partie 2 de cet article paraîtra dans Le Bup n° 1051 en février 2023.

⁽²⁾ Groupe recherche-formation «Smartphone instrument de mesure» Institut de recherche sur l'enseignement des sciences de Toulouse https://ires.univ-tlse3.fr/sim

d'inertie d'entraînement souvent associé à la force centrifuge par le grand public est assez commune, il n'en est pas de même de la force d'inertie de Coriolis. Son intensité est généralement faible et les phénomènes physiques où elle intervient assez éloignés de l'expérience quotidienne : déviation vers l'est, sens de rotation des cyclones, pendule de Foucault [3]. La mise en œuvre d'expériences permettant de mesurer quantitativement la force d'inertie de Coriolis est généralement difficile, car elle demande des développements instrumentaux souvent lourds [4-5]. Ainsi, il est rare qu'au cours de sa formation un étudiant mette en œuvre en pratique une mesure de la force ou de l'accélération d'inertie de Coriolis : la perception de la force de Coriolis pour un étudiant se limite ainsi le plus souvent à une formule mathématique plus ou moins abstraite.

Dans cet article, nous proposons une expérience originale, facile à mettre en œuvre, permettant de mesurer quantitativement l'accélération de Coriolis. Elle utilise les accéléromètres et des gyromètres disponibles dans nos téléphones portables [6-8]. Ces capteurs peuvent être facilement embarqués sur un système mobile et permettent ainsi de travailler facilement en référentiel non galiléen.

La première partie de cet article décrit le dispositif expérimental et sa modélisa-

tion, la deuxième partie est consacrée aux principes de fonctionnement des capteurs et aux grandeurs physiques mesurées lors de l'expérience. Les résultats obtenus sont discutés dans la dernière partie où nous montrons un accord à quelques pourcents près des grandeurs mesurées avec l'analyse théorique.

1. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET MODÈLE THÉORIQUE

1.1. Dispositif expérimental

L'expérience proposée consiste à placer un pendule pesant de laboratoire d'enseignement sur le plateau d'un tabouret tournant. Un smartphone est glissé dans une enveloppe fixée à l'extrémité du pendule. Les figures 1 et 2 présentent respectivement une photo et un schéma de l'expérience. Le dispositif expérimental est composé d'un socle rigidement lié au sol, d'un support et du pendule. Le sup-



Figure 1 - Photo du dispositif pour la mesure de l'accélération de Coriolis

port du pendule est constitué de sa potence verticale (OO') fixée au plateau rotatif du tabouret tournant. Le support tourne librement autour d'un axe vertical (Oz) par une liaison pivot d'axe vertical avec le socle. Le pendule est fixé en O' appartenant à la potence. La liaison entre le pendule et la potence en O' est une liaison pivot d'axe horizontal et non pas une liaison rotule comme dans le cas du pendule de Foucault.

La mise en rotation du support autour de l'axe (Oz) entraîne ainsi la rotation du plan d'oscillation du pendule. En pratique, il convient de s'assurer que le point de suspension du pendule O' est bien sur l'axe de rotation du support.

Deux protocoles sont envisageables :

- *a)* lancer l'oscillation du pendule et maintenir la vitesse de rotation du support constante en utilisant un moteur ;
- b) lancer l'oscillation du pendule, mettre en rotation le support autour de son axe (Oz) et le laisser tourner librement.

Nous avons testé les deux expériences, et le protocole *b*) donne de meilleurs résultats, c'est pourquoi nous en présentons le modèle⁽³⁾ et les résultats ci-dessous. Dans cette étude, nous montrerons que la composante de l'accélération perpendiculaire au plan d'oscillation du pendule, mesurée par le smartphone, est l'accélération de Coriolis dans le référentiel lié au support.

1.2. Modèle

Soit le système mécanique étudié formé par le support et le pendule. C'est un système déformable.

Nous modélisons le pendule par un solide constitué d'un point matériel de masse m placé en M à l'extrémité d'une tige rigide de masse nulle de longueur $O'M = l_0$. Le support est modélisé par un solide indéformable de moment d'inertie J_s par rapport à l'axe (Oz). Les expériences durant de l'ordre de quelques dizaines de secondes, le référentiel terrestre (R) est considéré comme galiléen.

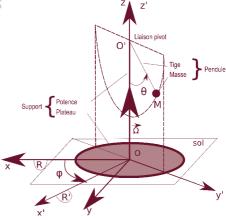


Figure 2 - Schéma du pendule et du support. Les référentiels (R) et (R') sont respectivement liés au sol et au support.

⁽³⁾ À noter que les équations du mouvement sont différentes dans les deux cas : nous montrons dans la suite que dans le cas b) l'oscillation du pendule influe sur la vitesse de rotation du plateau alors que cette dernière serait maintenue constante par un travail du moteur dans le cas a).

Soit (Oxyz) un repère fixe dans (R) avec Oz l'axe de rotation du support et soit $(\mathbf{e_x}, \mathbf{e_y}, \mathbf{e_z})$ une base unitaire orthonormée associée à ce repère.

Nous définissons le référentiel (R') lié au support muni du repère (O'x'y'z') avec pour base unitaire $(\mathbf{e_x}, \mathbf{e_y}, \mathbf{e_z})$. (O'x') est l'axe de rotation du pendule oscillant dans le plan (Oy'z'). Les axes Oz et O'z' sont confondus. Ω est le vecteur rotation de (R') par rapport à (R) (cf. figure 2, page précédente).

Le système est décrit par deux degrés de liberté : l'angle θ du pendule par rapport à la verticale et l'angle de rotation du support $\varphi = (\mathbf{e_x}, \mathbf{e_x})$. Ainsi le vecteur rotation de (R') par rapport à (R) s'écrit $\mathbf{\Omega} = \dot{\varphi} \, \mathbf{e_z}$. Les frottements dans l'air et au niveau des liaisons sont négligés dans le modèle. En particulier, les liaisons pivots du pendule avec la potence et du support avec son socle sont supposées parfaites.

2. ÉQUATIONS DES MOUVEMENTS

L'application des théorèmes du moment cinétique et de la puissance cinétique au système formé de l'ensemble (support + pendule) permet d'établir très directement les équations des mouvements couplées du pendule et du support.

2.1. Conservation du moment cinétique

Soient J_s et J_p les moments d'inertie du support et du pendule par rapport à l'axe (Oz). Le moment d'inertie J_p du pendule dépend de l'angle θ (et donc du temps) : $J_p = m l_0^2 \sin^2 \theta$ [9]. En l'absence de frottement au niveau de la liaison pivot du support avec son socle, le système composé de l'ensemble (pendule + support) ne subit aucun moment de force selon (Oz). Ainsi, la composante selon (Oz) de son moment cinétique $L_z = (J_s + J_p) \dot{\phi}$ se conserve :

$$d/dt \left[\left(J_s + m l_0^2 \sin^2 \theta \right) \dot{\varphi} \right] = 0. \tag{1}$$

Nous en déduisons une première équation du mouvement :

$$(J_s + ml_0^2 \sin^2 \theta) \ddot{\varphi} + 2 ml_0^2 \sin \theta \dot{\theta} \dot{\varphi} = 0.$$
 (2)

L'équation (2) montre un couplage entre l'oscillation du pendule repérée par θ et la rotation φ du support. Les variations de $\dot{\varphi}$ lorsque le pendule oscille peuvent se comprendre intuitivement par une analogie avec un patineur effectuant une pirouette : sa vitesse de rotation augmente ou diminue lorsqu'il rapproche ou éloigne les bras de son corps.

2.2. Théorème de la puissance cinétique

Dans (R) galiléen, le théorème de la puissance cinétique appliqué au système

(support + pendule) s'écrit :

$$d/dt \left[\frac{1}{2} m l_0^2 \left[\dot{\theta}^2 \sin^2 \theta \, \dot{\varphi}^2 \right] + \frac{1}{2} J_s \, \dot{\varphi}^2 \right] = P_{int} + P_{ext}. \tag{3}$$

 P_{int} est la puissance des actions mécaniques intérieures : cette puissance intervient dans le bilan énergétique, car le système est déformable au niveau de la liaison pivot entre la potence et le pendule. Néanmoins, cette puissance P_{int} est nulle dans le cas présent puisque nous avons considéré cette liaison comme parfaite.

 P_{ext} est la puissance des actions mécaniques extérieures : l'action de la pesanteur (sur le pendule) dérive d'une énergie potentielle $E_p = -mgl_0 \cos \theta$. Les actions de la pesanteur sur le support ne travaillent pas. Enfin, la puissance des actions du socle sur le support intervenant au niveau de la liaison pivot est nulle puisque nous avons considéré la liaison entre le support et l'axe (Oz) parfaite.

En conséquence dans le cadre de la modélisation choisie, Per se réduit à la puissance de la pesanteur sur le pendule $P_{ext} = -mgl_0 \dot{\theta} \sin \theta$ et le théorème de la puissance cinétique s'écrit alors :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} m l_0^2 \left[\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \, \dot{\varphi}^2 \right] + \frac{1}{2} J_s \, \dot{\varphi}^2 \right] = -mg l_0 \, \dot{\theta} \sin \theta. \tag{4}$$

Équation qui peut se réécrire et s'interpréter comme la conservation de l'énergie mécanique de l'ensemble (support + pendule)

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} m l_0^2 \left[\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \, \varphi^2 \right] + \frac{1}{2} J_s \, \dot{\varphi}^2 - mg l_0 \cos \theta \right] = 0. \tag{5}$$

À partir des équations (2) et (4), nous en déduisons

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l_0} \sin \theta = \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta. \tag{6}$$

L'équation (6) est l'équation d'un pendule simple forcé par la contribution du terme d'inertie d'entraînement [10].

Finalement les deux équations régissant les mouvements du pendule et de son support sont: Public da

$$\ddot{\theta} + \left[\frac{g}{l_0} - \dot{\varphi}^2 \cos \theta \right] \sin \theta = 0, \tag{7}$$

$$\frac{d}{dt} \left[J_s \dot{\boldsymbol{\varphi}} + m l_0^2 \dot{\boldsymbol{\varphi}} \sin^2 \theta \right] = 0. \tag{8}$$

3. CAPTEURS DU SMARTPHONE

3.1. Principe de fonctionnement des capteurs

Avant de décrire les expériences, il convient de préciser le fonctionnement des capteurs du smartphone. Les capteurs d'accélération ou gyroscopiques sont réalisés à base de MEMS (Microelectromechanical Systems, en français Systèmes microélectroméca-

niques), dispositifs miniaturisés à éléments mobiles/vibrants. Les MEMS sont rigidement liés à la coque du smartphone. Les accéléromètres et les gyromètres sont formés de trois capteurs mesurant chacun les composantes de l'accélération et de la vitesse de rotation selon trois directions perpendiculaires (x_s, y_s, z_s) .

3.1.1. Mesure de l'accélération

Le capteur mesurant l'accélération dans la direction x_s fonctionne sur le principe suivant (cf. figure 3). Une masse inertielle μ est reliée au reste de la puce par des « poutres » flexibles jouant un rôle similaire à celui d'un ressort avec amortissement : la masse est astreinte à se déplacer selon la direction x_s . Lorsque le smartphone est uniformément accéléré selon la direction x_s dans un référentiel (R) supposé galiléen, l'accélération (dans R) de la masse inertielle selon x_s relaxe rapidement (temps de réponse de l'ordre de 10^{-4} s dû à l'amortissement) vers l'accélération du smartphone (dans R) : la masse μ est alors immobile par rapport à la coque du smartphone. Le déplacement de la masse μ par rapport à sa position d'équilibre est mesure par effet capacitif par des peignes interdigités. Cela permet d'en déduire la force de rappel des poutres (ressort) et ainsi l'accélération du smartphone dans (R). Le lecteur souhaitant plus de précisions sur le fonctionnement de ces capteurs d'accélération est invité à se reporter à l'article de Bruno Velay [11]. Il est important de souligner que lorsque l'accélération du smartphone n'est pas uniforme spatialement (si le smartphone est en rotation par exemple), l'accéléromètre renvoie la valeur de l'accélération à la position S du capteur.

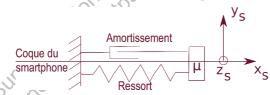


Figure 3 Principe de fonctionnement d'un capteur d'accélération.

L'accéléromètre mesure ainsi l'accélération du point S, position du capteur du smartphone dans (R) galiléen.

3.1.2. Mesure des vitesses angulaires

Le fonctionnement des gyromètres s'appuie quant à lui sur une mesure de la force de Coriolis similaire à la méthode mise en œuvre dans le présent article. Ce qui différencie gyromètre et accéléromètre c'est que l'axe x_s de déplacement de la masse μ n'est pas directement lié à la coque du smartphone, mais à un cadre mobile dont un déplacement périodique est imposé dans une direction γ_s perpendiculaire à x_s (cf. figure 4, page ci-contre). En présence d'une rotation du gyromètre autour de la direction z_s , la masse inertielle μ subit en plus de la force de rappel du ressort une force

de Coriolis périodique dans la direction x_s . La mesure synchrone de l'amplitude des oscillations de la masse μ permet de remonter à la valeur de la vitesse de rotation selon z_s . Un article de Jean-Michel Courty et Édouard Kierlik détaille plus précisément le fonctionnement des gyromètres [8].

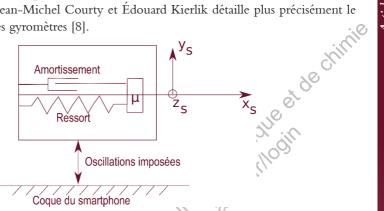


Figure 4 - Schéma de principe d'un gyromètre.

Le gyromètre mesure ainsi la vitesse angulaire du smartphone dans (R) galiléen.

3.2. Acquisition

3.2.1. Accélération mesurée par le smartphone

Le smartphone est fixé au pendule de telle manière que ses axes γ_s et z_s coïncident respectivement avec la direction O'M de la tige du pendule et la direction x' (axe d'oscillation du pendule). Ainsi $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_{x'}$ (cf. figure 5).

Le capteur du smartphone est modélisé par le point matériel S de masse m_s que l'on supposera confondu avec $M^{(4)}$. Le principe fondamental de la dynamique appliqué au capteur s'écrit dans le

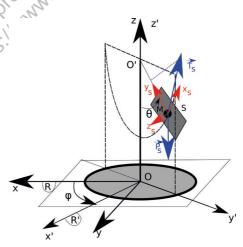


Figure 5 - Positionnement des axes du smartphone et bilan des forces (en bleu) sur le capteur.

⁽⁴⁾ Le point S correspond à la position des capteurs d'accélération du smartphone. Ceux ci ne sont généralement pas positionnés au barycentre du smartphone. Leurs positions peuvent être déterminées par une expérience préliminaire (cf. partie 2 : étude quantitative). Le cas d'un point S non confondu avec M demanderait d'introduire les coordonnées du point S (O'S, θ, φ) en lieu et place des coordonnées de M (l₀, θ, φ).

référentiel (R):

$$m_s \mathbf{a}(S)|_R = \mathbf{P_s} + \mathbf{T_s},$$

avec P_s et T_s le poids du capteur et la force exercée par la coque du smartphone sur le capteur, tous deux reportés sur la figure 5 (cf. page précédente).

Ce même principe fondamental de la dynamique (PFD) s'exprime dans le référentiel (R') comme

$$m_{s}\mathbf{a}(S)|_{R'} = \mathbf{P}_{s} + \mathbf{T}_{s} - m_{s}\mathbf{a}_{ie} - m_{s}\mathbf{a}_{ic},$$

$$m_{s}\mathbf{a}(S)|_{R} = m_{s}\mathbf{a}(S)|_{R'} + m_{s}\mathbf{a}_{ie} + m_{s}\mathbf{a}_{ic} = \mathbf{P}_{s} + \mathbf{T}_{s}.$$
(9)

Avec $\mathbf{a}_{ie}(S) = \mathbf{a}(O')|_{R} + \frac{d\mathbf{\Omega}}{dt} \wedge \mathbf{O}'\mathbf{S} + \mathbf{\Omega} \wedge (\mathbf{\Omega} \wedge \mathbf{O}'\mathbf{S}) = -l_{0} \sin\theta \ddot{\boldsymbol{\varphi}} \mathbf{e}_{\mathbf{x}} - l_{0} \sin\theta [\dot{\boldsymbol{\varphi}}]^{2} \mathbf{e}_{\mathbf{y}'}$ $\mathbf{a}_{ie}(S) = 2\mathbf{\Omega} \wedge \mathbf{v}(S)|_{R'} = -2l_{0} \dot{\boldsymbol{\varphi}} \dot{\boldsymbol{\varphi}} \cos\theta \mathbf{e}_{\mathbf{x}}. \tag{10}$

Le smartphone est astreint par la liaison pivot à se déplacer dans le plan (Oy'z') soit $\mathbf{a}(S)|_{R'} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{x}'} = 0$. La projection de l'équation (9) sur l'axe x' (qui s'identifie avec $z_s : \mathbf{e}_{\mathbf{z}} = \mathbf{e}_{\mathbf{x}'}$) s'écrit

$$a_{x'}(S)|_{R} = \mathbf{a}(S)|_{R} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{x}'} = -l_{0} \ddot{\varphi} \sin \theta - 2l_{0} \dot{\varphi} \theta \cos \theta = \frac{\mathbf{T}_{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{x}'}}{m_{s}}.$$
 (11)

Ainsi, l'accélération mesurée $a_{x'}(S)|_R$ dans la direction z_s du smartphone contient deux contributions : l'accélération orthoradiale $-l_0\ddot{\varphi}\sin\theta$ et l'accélération de Coriolis $-2l_0\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta$. L'accélération mesurée $a_{x'}(S)|_R$ ne s'identifie à l'accélération de Coriolis que si l'accélération orthoradiale $-l_0\ddot{\varphi}\sin\theta$ est négligeable devant l'accélération de Coriolis $-2l_0\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta$.

Dans l'approximation des petits angles, cette condition est vérifiée si amplitude $(\dot{\varphi}\theta)$ « amplitude $(\dot{\theta}\dot{\varphi})$.

En pratique, $\dot{\varphi}$ décroît avec un temps de relaxation τ dépendant des frottements au niveau de la liaison pivot du support avec le socle : ainsi, en ordre de grandeur $\ddot{\varphi} \simeq \frac{-\dot{\varphi}}{\tau}$. Par ailleurs, θ est une fonction périodique de période T_0 et d'amplitude θ_0 de sorte que $\dot{\theta}$ a pour amplitude $\frac{2\pi}{T_0}\theta_0$. Ainsi la condition

amplitude
$$(\ddot{\varphi}\theta) \ll$$
 amplitude $(\dot{\theta}\dot{\varphi})$

est valable si la période T_0 d'oscillation du pendule est très petite devant le temps de relaxation τ de la vitesse angulaire du support $T_0 \ll \tau$, ce qui revient à pouvoir observer un grand nombre d'oscillations du pendule avant que la rotation du support ne s'arrête.

Par ailleurs, l'équation (11) met en évidence que la force \mathbf{T}_s a une composante non nulle dans la direction $\mathbf{e}_{\mathbf{z}_s} = \mathbf{e}_{\mathbf{x}'}$ perpendiculaire au plan d'oscillation (cf. figure 5, page précédente). C'est la manifestation du rôle de la liaison pivot qui impose le plan d'oscillation du pendule.

3.2.2. Vitesses angulaires mesurées par le smartphone

Comme le smartphone est rigidement lié à la tige, la vitesse angulaire $\theta \mathbf{e}_{\mathbf{x}}$ du pendule s'identifie à la vitesse angulaire ω_{z_i} mesurée par le smartphone selon la direction $\mathbf{e}_{\mathbf{z}} = \mathbf{e}_{\mathbf{x}}$: $\omega_{z_i} = \dot{\theta}$.

Par ailleurs, la vitesse de rotation $\Omega = \dot{\varphi} \mathbf{e}_z$ du support par rapport au sol se déduit simplement des vitesses angulaires ω_{x_i} et ω_{y_i} mesurées par le smartphone par $\Omega = \dot{\varphi} = \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_y^2)}$.

3.2.3. Pilotage des capteurs et acquisition

Nous utilisons l'application *Phyphox*. Elle est très intuitive et présente un double intérêt. D'une part, elle permet le contrôle de l'acquisition des données depuis un ordinateur distant par Wi-Fi : cette fonctionnalité facilite significativement la mise en pratique. Les données s'affichent en temps réel sur l'écran de l'ordinateur permettant de s'assurer du bon déroulement de l'expérience. D'autre part, l'application *Phyphox* permet d'utiliser simultanément plusieurs capteurs. Ci-dessous, les expériences sont réalisées en combinant simultanément les capteurs d'accélération et gyroscopiques. Les composantes des accélérations et vitesses angulaires sont données dans le repère lié au smartphone : il convient donc d'apporter un soin particulier au positionnement et à l'orientation du smartphone dans les expériences pour en faciliter l'interprétation (cf. figure 5, pages précédentes). La fréquence d'échantillonnage est de l'ordre de 100 Hz.

4. RÉSULTATS

Les figures 6A et 6B (cf. page ci-après) montrent respectivement les vitesses angulaires ω_z et Ω mesurées par le smartphone, qui coïncident avec les vitesses angulaires $\dot{\theta}$ du pendule et $\dot{\varphi}$ du support.

L'amplitude de ω_z et de Ω décroissent en fonction du temps à cause des frottements⁽⁵⁾, non pris en compte dans l'analyse théorique ci-dessus, notamment au niveau des liaisons pivots entre le pendule et la potence et entre le support et son socle.

À partir des figures 6A et 6B (cf. page ci-après), la période d'oscillation du pendule T_0 (de l'ordre de 1 s) est très petite devant le temps de relaxation τ (environ 40 s) de la vitesse angulaire du support validant l'approximation

amplitude
$$(\ddot{\varphi}\theta) \ll$$
 amplitude $(\dot{\theta}\dot{\varphi})$,

l'accélération orthoradiale est donc effectivement négligeable devant celle de Coriolis. L'accélération mesurée $a_{z_i} = a_{x'}(S)|_R$ s'identifie donc bien à l'accélération de Coriolis $-2l_0\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta$ à quelques pourcents près.

⁽⁵⁾ La décroissance quasi-linéaire de Ω indique que la dissipation de la liaison pivot entre le socle et le support se fait essentiellement par frottement solide.

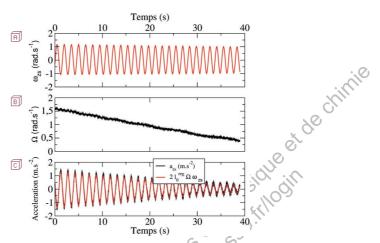


Figure 6 - \blacksquare et \blacksquare Vitesses angulaires d'oscillation du pendule $ω_{zs} = 0$ et de rotation du plateau Ω en fonction du temps - \boxdot Comparaison de l'accélération mesurée a_{zs} et de la formule théorique $-2l_0^{reg}Ωω_z$.

Ainsi, dans l'approximation des petits angles, le modèle prédit la proportionnalité entre a_{z_i} et le produit $\Omega \omega_{z_i}$: cette proportionnalité est effectivement vérifiée à partir des mesures expérimentales (cf. figure 7). Une régression linéaire donne une pente $-2l_0^{reg}$ avec $l_0^{reg}=37,24\pm0,03$ cm. La mesure au réglet de la distance entre le capteur du smartphone et l'axe de rotation du pendule donne $l_0=38\pm0,4$ cm soit une différence de l'ordre de 2 % environ. La différence entre ces deux valeurs est à mettre en regard de l'approximation des petits angles qui engendre une erreur de l'ordre de

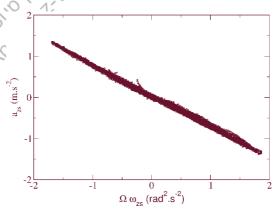


Figure 7 - Accélération mesurée a_{zs} en fonction du produit $\Omega \omega_{zs}$.

Public dans Le

5 % sur l'estimation du $\cos\theta$ pour une amplitude d'oscillation de 0,25 rad utilisée ici. L'accord entre de a_{z_i} et $-2l_0^{reg}\Omega\omega_{z_i}$ est confirmé sur la figure 6c qui compare leurs évolutions temporelles. Notons qu'il est nécessaire de travailler avec des amplitudes faibles du pendule (de l'ordre ou inférieures à 0,25 rad) pour obtenir un accord entre l_0^{reg} et l_0 à l'échelle du pourcent.

L'accord entre l'accélération mesurée et l'expression théorique $-2l_0\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta$ de l'accélération de Coriolis est ainsi de l'ordre de quelques pourcents.

Une discussion plus quantitative des incertitudes sur les grandeurs mesurées va au-delà de cette étude : les spécifications des capteurs des smartphones ne sont pas facilement exploitables. Bien qu'il soit possible grâce à l'application *Phyphox* d'avoir accès aux références des capteurs du smartphone, les spécifications disponibles ne sont pas toujours d'un grand secours et il y a de multiples couches logicielles auxquelles nous n'avons pas accès entre le signal issu du capteur et la valeur affichée à l'écran.

Pour contourner le manque de données sur les composants des smartphones, il est possible d'utiliser des microcontrôleurs, dont les spécifications (linéarité, décalage...) pour des expériences de physique sont détaillées. Ce changement de matériel demande la maîtrise de la programmation de ces dispositifs [14].

962 //MM

CONCLUSION

Nous avons mis en évidence et mesuré quantitativement l'accélération de Coriolis au moyen d'un smartphone dans un dispositif original et facile à mettre en œuvre à partir d'un pendule et d'un support tournant. L'accord entre formules théoriques et mesures expérimentales est de quelques pourcents. L'expérience décrite ici reprend le principe des capteurs gyroscopiques de nos smartphones pour lesquels la mesure de l'accélération de Coriolis permet de remonter à la mesure de $\dot{\varphi}$.

Si l'expérience décrite ici est relativement simple à mettre en œuvre, le modèle théorique est d'une grande richesse et permet d'aller beaucoup plus loin dans l'exploitation de cette expérience. Il permet notamment d'étudier des phénomènes non linéaires. Par exemple, une petite oscillation autour de la décroissance lente de la vitesse angulaire du support $\dot{\varphi}$ est perceptible sur la figure 6B (cf. page ci-contre) : l'amplitude et la fréquence de celles-ci sont quantitativement analysables et à relier à la variation périodique du moment d'inertie $J_s + ml_0^2 \sin^2 \theta$ de l'ensemble (support + pendule) en fonction du temps. Par ailleurs, lorsque la vitesse angulaire du support augmente, l'équation (6) prédit une bifurcation fourche [12] dont l'analyse dépasse le niveau du premier cycle universitaire/classes préparatoires auquel nous avons choisi de situer cet article. Ces deux perspectives feront l'objet d'une publication ultérieure.

Dans la deuxième partie de cet article, nous proposons d'exploiter les capteurs des

smartphones pour mesurer quantitativement les composantes radiale et orthoradiale de la force d'inertie d'entraînement.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. Monteiro, C. Cabeza, A. C. Marti, P. Vogt and J. Kuhn, "Angular velocity and centripetal acceleration relationship", *Phys. Teach*, vol. 52, 312, 2014.
- [2] J. Renault, «Origine des forces d'inertie, rotations absolues et principe de Mach», Bull. Un. Phys., vol. 75, n° 631, p. 673-692, février 1981.
- [3] P. Le fur, «Un pendule de Foucault au Prytanée de La Flèche», Bull. Un. Phys., vol. 86, n° 741 (1), p. 193-204, février 1992.
- [4] P. Johnson, P. Pipes and M. Johns, "Laboratory Exercise in Centripetal and Coriolis Accelerations", *Am. J. Phys.*, vol. 42, 892, October 1974.
- [5] A. M. Martin and D. F. Mariani, "Coriolis acceleration: A laboratory experiment", Am. J. Phys., vol. 52, 814, 1984.
- [6] P. Vogt and J. Kuhn, "Analyzing free fall with a smartphone acceleration sensor", *Phys. Teach*, vol. 50, 182, 2012.
- [7] A. Shakur and J. Kraft, "Measurement of Coriolis Acceleration with a Smart-phone", *Phys. Teach*, vol. 54, 288, 2016.
- [8] J.-M. Courty et E. Kierlik, «Des pendules de Foucault sur puce », *Pour la Science*, n° 483, 32, décembre 2017.
- [9] J.-M. Nicolas, «Moment de forces d'inertie distribuées dans un solide », *Bull. Un. Phys.*, vol. 86, n° 745, p. 919-927, juin 1992.
- [10] J. Gonçalves and P. S. Carvalho, "Identification of the center of mass of a conical pendulum by the study and analysis of videoimages", *Phys. Educ.*, 54, 065014 November 2019.
- [11] B. Velay, «Modélisation d'un accéléromètre MEMS», Bull. Un. Prof. Phys. Chim., vol. 104, n° 920 (1), p. 3-24, janvier 2010.
- [12] H. Eugene Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena*, USA: Oxford Science Publications, 1971.
- [13] P. Manneville, *Instabilités, chaos et turbulence*, Édition de l'École polytechnnique, mars 2004.

[14] J. Vince, F. Bouquet, J. Bobroff, G. Creutzer et D. Dorsel, «Des mesures sans fil avec son smartphone», Bull. Un. Prof. Phys. Chim., vol. 116, nº 1047, p. 935-944, octobre 2022. echimie



Nicolas COMBE Enseignant chercheur Université Paul Sabatier Toulouse (Haute-Garonne)



Renaud MATHEVET Enseignant chercheur Université Paul Sabatier Toulouse (Haute-Garonne)



Patrice MARCHOU IA-IPR honoraire



Charlotte FABRE Professeur PCSI Lycée Déodat de Séverac Toulouse (Haute-Garonne)



aronne) ndes profes indumini. Ides profes in