



**HAL**  
open science

# Modélisation du comportement d'un ostéon par la poroélasticité : étude par la méthode des éléments finis

Agnès Rémond, Salah Naili

## ► To cite this version:

Agnès Rémond, Salah Naili. Modélisation du comportement d'un ostéon par la poroélasticité : étude par la méthode des éléments finis. 17e Congrès Français de Mécanique, 2005, Troyes, France. pp.1-6. hal-04225621

**HAL Id: hal-04225621**

**<https://hal.science/hal-04225621>**

Submitted on 3 Oct 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation du comportement d'un ostéon par la poroélasticité : étude par la méthode des éléments finis

Agnès Rémond & Salah Naïli

*Biomécanique et Biomatériaux Ostéo-Articulaires, UMR 7052 (CNRS SPI)  
Faculté des Sciences et Technologie, Université Paris XII-Val-de-Marne  
61, Avenue du Général de Gaulle, 94010 Créteil Cédex, FRANCE  
a.remond@univ-paris12.fr; naili@univ-paris12.fr*

## Résumé :

*L'étude de l'influence du chargement mécanique sur l'écoulement du fluide interstitiel de l'os cortical a pour but de mieux comprendre la mécanotransduction du remodelage osseux. Le développement d'un modèle poroélastique de l'ostéon, structure unitaire de l'os cortical, permet d'étudier l'interaction fluide-solide. Les équations de la poroélasticité sont implémentées et résolues à l'aide d'une méthode aux éléments finis. Les résultats obtenus par la méthode sont comparés à une solution analytique. La méthode numérique est ensuite utilisée en introduisant une perméabilité variable pour l'ostéon. Les résultats obtenus sont discutés pour leur implication dans le remodelage osseux.*

## Abstract :

*Study of the mechanical loading's influence on fluid flow within cortical bone aims to better understand bone remodeling's mechanotransduction. The development of a poroelastic model of the osteon, unit structure of cortical bone, allows one to explore the fluid-solid interaction. Poroelasticity equations are solved by the finite element method. Results are compared to analytical ones. The numerical method is then used to introduce a variable permeability for the osteon. Results are finally discussed for their implication on bone remodeling.*

## Mots-clefs :

**ostéon, poroélasticité, éléments finis, mécanotransduction**

## 1 Introduction

L'os cortical est un type de tissu poreux présent à la périphérie des os longs [1]. Les activités quotidiennes telle que la marche ou le maintien de posture conduisent à une sollicitation mécanique cyclique de fréquence variant de  $1Hz$  à  $20Hz$ . Lanyon *et al.* [2] ont montré que pour des sollicitations mécaniques de l'os, le tissu osseux se modifie et adapte sa structure au chargement imposé. Ce phénomène appelé remodelage osseux est lié à l'écoulement de fluide interstitiel dans les pores des différentes échelles de porosité de l'os cortical [3]. L'os cortical est constitué de structures cylindriques creuses appelés ostéons, lesquels sont renouvelés lors du remodelage osseux. La circulation du fluide interstitiel dans l'os s'effectue au niveau de ces ostéons. Cet écoulement est induit en partie par le chargement mécanique du tissu osseux [3].

La poroélasticité, théorie développée par Biot [4], permet de prendre en compte l'influence du chargement mécanique d'un milieu solide poreux déformable sur l'écoulement du fluide interstitiel contenu dans les pores. Cette théorie permet aussi de considérer le rôle mécanique du fluide présent dans les pores. Cette théorie a été utilisée par Weinbaum *et al.* [5] et Zeng *et al.* [6] pour proposer un modèle du comportement d'un ostéon. Zeng *et al.* [6] ont considéré un ostéon modélisé par un cylindre poroélastique creux soumis à un chargement cyclique. Le champ de

contraintes du problème élastique correspondant est utilisé pour calculer la distribution radiale de pression au cours temps.

La méthode des éléments finis a été utilisée pour résoudre les équations associées aux modèles poroélastiques. Par exemple, une application à des poutres d'os trabéculaire à une échelle de porosité a été étudiée par Manfredini *et al* [7]. Des modèles éléments finis à plusieurs échelles de porosité ont aussi été développés pour étudier l'écoulement de fluide dans les pores de l'os cortical [8, 9, 10]. Ces modèles bien qu'utilisant la méthode des éléments finis pour résoudre les équations de la poroélasticité n'étudient pas complètement les effets de l'utilisation d'une méthode numérique sur les résultats obtenus.

Un modèle poroélastique de l'ostéon, ne prenant en compte qu'une seule échelle de porosité, est étudié en utilisant la méthode des éléments finis. Pour obtenir un modèle poroélastique décrivant la différence de compressibilité entre les phases solide et fluide, les phases sont modélisées comme étant compressibles. Un chargement cyclique est appliqué pour reproduire le chargement issu d'activités quotidiennes telle que la marche à des fréquences de l'ordre de  $1Hz$  [2]. Les muscles posturaux sollicitent aussi le tissu osseux cortical à des fréquences plus élevées de l'ordre de  $20Hz$ . La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre les équations associées au modèle poroélastique d'un ostéon. L'utilisation d'une méthode numérique telle que celle des éléments finis permet de prendre en compte la variabilité des propriétés élastiques, de la perméabilité, du chargement imposé et des conditions aux limites. Par exemple, la perméabilité du tissu osseux de l'ostéon est estimée et varie probablement selon l'espace et l'orientation du tissu. Les implications possibles sur l'écoulement du fluide interstitiel dans la matrice osseuse sont donc à étudier [3]. La méthode des éléments finis permet de résoudre le problème poroélastique associé à la modélisation d'un ostéon dont la perméabilité varie spatialement.

Cette introduction a donné un bref aperçu de modèles utilisés pour étudier le comportement mécanique poroélastique d'un ostéon. La théorie de la poroélasticité utilisée pour développer le modèle de l'ostéon est décrite dans un premier temps. La méthode des éléments finis est ensuite détaillée. Les premiers résultats sont comparés à une solution analytique [11]. Ces résultats et leur implication pour le comportement mécanique de l'ostéon sont discutés. Enfin, les perspectives de ce travail sont tracées dans la dernière partie.

## 2 Modèle poroélastique de l'ostéon

### 2.1 Lois de comportement

L'ostéon est idéalisé par un cylindre creux dont la matrice poreuse élastique est transverse isotrope, à porosité constante et est saturée par un fluide. La matrice et le fluide sont supposées compressibles. Les lois de comportement de ce matériau sont :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} - \alpha p \\ p &= M (\xi - tr(\alpha \boldsymbol{\varepsilon}))\end{aligned}\quad (1)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  désigne le tenseur des contraintes totales,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  est le tenseur des petites déformations,  $p$  est la pression du fluide interstitiel et  $\xi$  est la variation de teneur en fluide de la structure. Le tenseur de rigidité du quatrième ordre dans le cas drainé, noté  $\mathbf{C}$ , ne dépend que de  $E_r$  et  $E_z$ , modules d'Young radial et longitudinal du matériau considéré respectivement, et de  $\nu_r$  et  $\nu_z$  coefficients de Poisson radial et longitudinal respectivement. Le tenseur du second ordre des coefficients de contraintes effectives de Biot est noté  $\alpha$ . Il est supposé isotrope transverse et ses

directions principales sont alignés avec celles du tenseur de rigidité. Le module de Biot est noté  $M$ .

## 2.2 Équations du mouvement

Les forces de volume et d'inertie sont négligées dans les équations du mouvement de la structure. Ces dernières s'écrivent alors :

$$\operatorname{div}(\mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}) = -\boldsymbol{\alpha} \operatorname{grad}(p), \quad (2)$$

où les opérateurs  $\operatorname{div}$  et  $\operatorname{grad}$  désignent respectivement la divergence et le gradient.

En combinant les lois de Darcy et de conservation de la masse, les champs de déplacement et de pression sont liés par la relation :

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} - \operatorname{div}(K \operatorname{grad}(p)) = -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\varepsilon}), \quad (3)$$

où  $K = \frac{\kappa}{\mu}$  désigne la perméabilité de la structure osseuse saturée de fluide interstitiel, laquelle dépend de la perméabilité intrinsèque  $\kappa$  et de la viscosité dynamique du fluide interstitiel  $\mu$ .

## 2.3 Géométrie et conditions aux limites

La géométrie considérée est un cylindre creux de section droite circulaire. Le canal intérieur est rempli de fluide dont la pression est utilisée comme référence. En effet cette pression vasculaire a des variations faibles comparées aux variations de la pression à l'intérieur de l'ostéon [12]. La surface extérieure du cylindre est considérée comme parfaitement imperméable. Cela revient à considérer que le nombre de canalicules débouchant à travers la ligne cémentante est négligeable comparé à celui à l'intérieur de l'ostéon [1]. Les contraintes sont supposées nulles sur les surfaces latérales intérieure et extérieure. Le cylindre est soumis à un chargement cyclique sur sa base supérieure : des déplacements axiaux cycliques d'amplitude  $\varepsilon_{z_0} h$  ( $h$  est la hauteur du cylindre) et de pulsation  $\omega$  sont imposés. La symétrie de révolution autour de l'axe du cylindre et les caractéristiques du chargement permettent de supposer que les champs sont indépendants de la variable angulaire. La modélisation sera donc axisymétrique ce qui permet de simplifier le système et de réduire considérablement les temps de calculs nécessaires à la résolution des équations par la méthode des éléments finis.

## 2.4 Modèle éléments finis

Les équations de la poroélasticité sont implémentées dans le logiciel commercial Femlab. Ce logiciel possède déjà des modes élastiques et d'écoulement darcéens. Ces deux modes sont couplés par l'introduction de termes d'interaction. Les équations du problème élastique linéaire et de la loi de Darcy sont résolues simultanément.

La section longitudinale du cylindre est maillée d'éléments triangulaires pour obtenir un maillage structuré. Les éléments finis sont définis par des polynômes quadratiques de Lagrange pour assurer la continuité des gradients de pression utilisés dans le terme d'interaction fluide-solide. Un amortissement proportionnel à l'amortissement critique, de type amortissement de Rayleigh, est ajouté au problème élastique pour réduire le temps de calcul. Trois séries de coefficients ont été utilisés correspondant à un amortissement de 1%, 0.1% et 0.01% de l'amortissement critique. Le solveur temporel de Femlab est utilisé pour résoudre le problème dynamique.

Le pas de temps est maintenu inférieur à un pas de temps critique calculé d'après la fréquence de chargement.

### 3 Résultats numériques

Les valeurs des paramètres mécaniques pour l'os cortical données dans la littérature sont utilisées pour comparer les résultats obtenus par la méthode des éléments finis aux résultats analytiques [1]. Sur la première figure, on montre l'influence de l'amortissement. Le graphe de la pression au rayon extérieur  $r_o$  est tracée en fonction du temps pour les trois premiers cycles de chargement. Le chargement est à une fréquence de  $20Hz$ , et pour une déformation longitudinale imposée de  $5 \cdot 10^{-5}$ . Le décalage observé sur la figure 1 pendant les deux premiers cycles

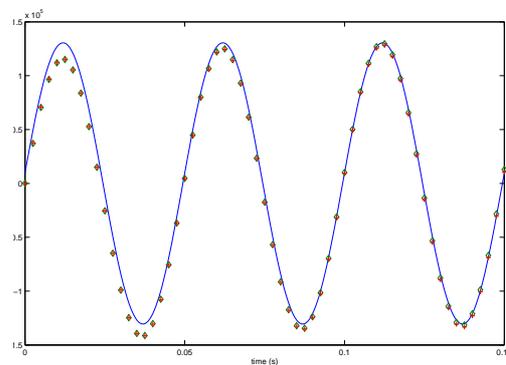


FIG. 1 – pression à  $r_o$  en fonction du temps, amortissement de 1% ( $\diamond$ ), de 0.1% (+), solution analytique (continu)

de chargement correspond à la solution transitoire du calcul numérique. L'étude de l'amortissement montre qu'il n'y a pas d'effet des valeurs du coefficient d'amortissement lorsque celui-ci est inférieur à 1% de l'amortissement critique.

Pour observer les variations de pression dans la matrice poreuse de l'ostéon, la pression est tracée pour différents instants du cycle, au début du cycle  $t = 0$ , à un huitième et un quart de la période  $T$ . La figure 2 montre que la pression est maximale à la ligne cimentante  $r_o = 250\mu m$  où la condition d'imperméabilité empêche le fluide de s'écouler. La pression varie plus fortement au rayon intérieur induisant donc un écoulement plus important proche de la surface latérale intérieure qu'extérieure.

La perméabilité peut être considérée comme l'indicateur macroscopique de l'écoulement microscopique. Les valeurs de la pression en fonction du rayon sont tracées pour trois valeurs de perméabilité. La première est issue de l'estimation du modèle de Weinbaum *et al.* [5] et correspond à la valeur utilisée précédemment. La seconde est dix fois plus grande et la troisième varie linéairement des valeurs maximale à minimale respectivement associées aux rayons intérieur à extérieur. Il y a en effet moins de canalicules débouchant vers l'extérieur de l'ostéon. Les résultats pour la distribution de pression sont montrées sur la figure 3. La variation de perméabilité n'influence pas la valeur maximale de la pression. La pression augmente lorsque le rayon croît puisque la surface extérieure est imperméable. Une perméabilité décroissante implique une valeur de pression inférieure au rayon extérieur sans que l'écoulement soit modifié dans sa nature. Cet exemple montre que les variations de perméabilité peuvent influencer gran-

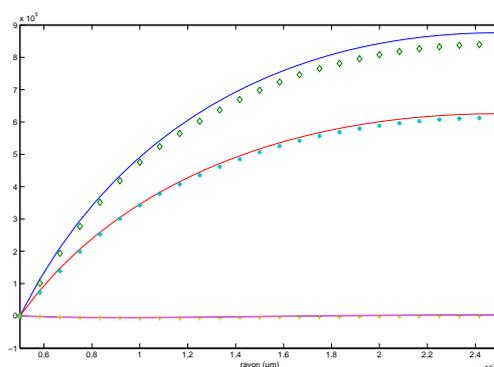


FIG. 2 – pression en fonction du rayon pour différents temps  $t = 0$  (+),  $t = T/8$  (\*),  $t = T/4$  ( $\diamond$ ); solution analytique (continu)

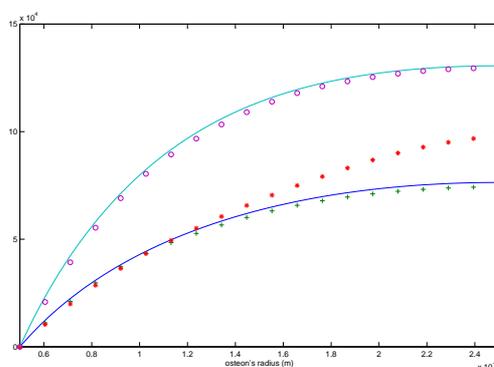


FIG. 3 – pression maximale en fonction du rayon pour 2 perméabilités :  $k = 1.5 \cdot 10^{-20} m^2$  ( $\circ$ )  $k = 1.5 \cdot 10^{-19} m^2$  (+); perméabilité variable linéairement (\*)

dement l'écoulement dans les pores de l'ostéon.

#### 4 Implications pour le remodelage osseux

Les résultats présentés dans ce travail montrent que pour les chargements considérés, la méthode des éléments finis permet de résoudre les équations de la poroélasticité de manière consistante. L'introduction de l'amortissement dans les cas considérés n'a pas d'effet significatif sur les résultats obtenus.

Les signaux de mécanotransduction pour le remodelage osseux sont liés à l'écoulement du fluide interstitiel et aux contraintes visqueuses en résultant [3]. Puisqu'il a aussi été montré que le chargement mécanique du tissu osseux permet de maintenir et de consolider sa structure et sa solidité [2], des modèles ont été développés pour lier ces phénomènes et explique en partie le comportement du tissu osseux. À l'échelle de l'ostéon, un modèle poroélastique permet d'étudier l'influence du chargement mécanique sur l'écoulement du fluide interstitiel. Les résultats montrent que la valeur de la perméabilité est un paramètre significatif vis-à-vis du comportement de la pression du fluide dans les pores. La méthode des éléments finis est ainsi

un outil efficace pour obtenir les solutions de modèles plus complexes où l'inhomogénéité et l'anisotropie sont prises en compte.

## 5 Conclusions

La méthode des éléments finis a permis de résoudre les équations de la poroélasticité appliquées à la modélisation du comportement mécanique d'un ostéon. La comparaison avec la solution analytique montre que la résolution numérique de celles-ci est consistante. La méthode numérique utilisée permet d'introduire des variations spatiales ou temporelles des paramètres élastiques ou de la perméabilité. Le cas présenté dans ce travail met en évidence l'influence significative de la perméabilité sur l'écoulement de fluide et donc sur la mécanotransduction du remodelage osseux.

## Références

- [1] S. C. Cowin. *Bone mechanics handbook*. CRC Press, Boca Raton, FL, 2nd edition, 2001.
- [2] L. E. Lanyon. Functional strain as a determinant for bone remodeling. *Calcif. Tissue Int.*, 36 Suppl 1 :S56–61, 1984.
- [3] E. H. Burger and J. Klein-Nulend. Mechanotransduction in bone : role of the lacuno-canalicular network. *Faseb J.*, 13 Suppl :S101–112, 1999.
- [4] M. A. Biot. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *J. Appl. Phys.*, 26(2) :182–185, 1955.
- [5] S. Weinbaum, S. C. Cowin, and Y. Zeng. A model for the excitation of osteocytes by mechanical loading-induced bone fluid shear stresses. *J. Biomech.*, 27(3) :339–360, 1994.
- [6] Y. Zeng, S. C. Cowin, and S. Weinbaum. A fiber matrix model for fluid flow and streaming potentials in the canaliculi of an osteon. *Ann. Biomed. Eng.*, 22(3) :280–292, 1994.
- [7] P. Manfredini, G. Cocchetti, G. Maier, A. Redaelli, and F. M. Montevecchi. Poroelastic finite element analysis of a bone specimen under cyclic loading. *J. Biomech.*, 32(2) :135–144, 1999.
- [8] C. C. Swan, R. S. Lakes, R. A. Brand, and K. J. Stewart. Micromechanically based poroelastic modeling of fluid flow in haversian bone. *J. Biomech. Eng.*, 125(1) :25–37, 2003.
- [9] L. Wang, S. P. Fritton, S. C. Cowin, and S. Weinbaum. Fluid pressure relaxation depends upon osteonal microstructure : modeling an oscillatory bending experiment. *J. Biomech.*, 32(7) :663–672, 1999.
- [10] R. Steck, P. Niederer, and M. L. Knothe Tate. A finite element analysis for the prediction of load-induced fluid flow and mechanochemical transduction in bone. *J. Theor. Biol.*, 220(2) :249–259, 2003.
- [11] A. Rémond and S. Naili. Cyclic loading of a transverse isotropic poroelastic cylinder : a model for the osteon. *Comptes Rendus Mécanique*, 332(9) :759–766, 2004.
- [12] L. Wang, S. P. Fritton, S. Weinbaum, and S. C. Cowin. On bone adaptation due to venous stasis. *J. Biomech.*, 36(10) :1439–1451, 2003.