



**HAL**  
open science

# Modèle quasi 3-D pour le diagnostic de pile à combustible par magnéto-tomographie avec validations expérimentales

Antony Plait, Frédéric Dubas

► **To cite this version:**

Antony Plait, Frédéric Dubas. Modèle quasi 3-D pour le diagnostic de pile à combustible par magnéto-tomographie avec validations expérimentales. Symposium de Génie Electrique, Jul 2023, Lille, France. hal-04224236

**HAL Id: hal-04224236**

**<https://hal.science/hal-04224236>**

Submitted on 1 Oct 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèle quasi 3-D pour le diagnostic de pile à combustible par magnéto-tomographie avec validations expérimentales

Antony PLAÏT et Frédéric DUBAS

Institut FEMTO-ST, FCLAB, Univ. Franche-Comté, CNRS, Belfort, France

**RESUME** – La mesure de champ magnétique périphérique généré par un dispositif électromagnétique peut permettre de diagnostiquer celui-ci. Un modèle quasi 3-D d'une pile à combustible (PàC) a été développé dans ce sens. Il est question de déterminer le champ magnétique externe d'une PàC à partir de la distribution des densités de courants au cœur de la PàC. Une validation expérimentale a été effectuée à l'aide d'un émulateur de PàC. Les résultats obtenus par le modèle quasi 3-D ont été comparés aux mesures expérimentales permettant de mettre en exergue de bonnes concordances. La différence moyenne entre les résultats du modèle et les mesures expérimentales n'excède pas 5%.

**Mots-clés**—*Diagnostic, Pile à combustible, Champ magnétique, Modèle analytique, Etude 3-D, Validation expérimentale.*

## 1. INTRODUCTION

La magnéto-tomographie est une des rares méthodes non-intrusives dédié au diagnostic de PàC. À partir du champ magnétique mesuré autour de la PàC, il est possible d'en déduire la distribution des densités de courants au sein de la surface active d'une plaque bipolaire d'une PàC. Cette méthode a été appliquée pour la première fois par Hauer *et al.* [1]. Différentes méthodes existent dans la littérature afin de lier mathématiquement le champ magnétique et les densités de courant. Nous pouvons citer la loi très utilisée de Biot et Savart [1]-[3], circuit magnétique à réseau variable [3], ou encore la méthode de recherche heuristique [4]. Durant la dernière décennie, des progrès ont été réalisés dans le domaine du diagnostic de PàC par mesure de champ magnétique. Des recherches ont été menées pour améliorer le processus de reconstruction des densités de courant à partir du champ magnétique [5] ou encore de diminuer le nombre de mesure et/ou de capteur tout en permettant un diagnostic fiable [6]. Récemment, Plait *et al.* [7] ont développé un dispositif concentrateur du flux magnétique, permettant un diagnostic de PàC plus performant. Dernièrement, Plait et Dubas [8] ont recensé les différentes recherches et avancées menées dans le domaine, mais également présenté un modèle analytique 2-D innovant qui a ensuite été validé expérimentalement [9].

Connaissant la distribution de la densité de courant à l'intérieur de la PàC, il est possible d'estimer avec précision la distribution du champ magnétique généré autour de la PàC, ou vice versa (en résolvant un problème inverse). Dans cet article, le modèle analytique multicouche de [8] basé sur la méthode Maxwell-Fourier, en résolvant les équations différentielles partielles (EDPs) en magnéto-statique de Maxwell en

coordonnées cartésiennes  $(x, y)$ , a été étendu dans la direction  $z$ . Nous passons d'un modèle 2-D à un modèle quasi 3-D, reproduisant ainsi le fonctionnement réel d'une PàC. De plus, une validation expérimentale à l'aide d'un émulateur 3-D multicouches a été mise en place. Les résultats obtenus avec le modèle analytique sont comparés aux résultats expérimentaux.

## 2. MODELE ANALYTIQUE QUASI 3-D

### 2.1. Préambule

Dans cette section, le modèle quasi 3-D développé est détaillé. Il consiste à modéliser de manière analytique le fonctionnement électromagnétique des différentes cellules composant une PàC.

Comme la montre la Fig. 1, une PàC se compose d'un empilement de plaques bipolaires. Chaque plaque est constituée d'une partie centrale active, également appelée cellule active électrochimique, et d'une partie périphérique inactive, connue sous le nom de joint. La partie centrale active peut être décomposée en une multitude de segments, dépendant de la discrétisation.

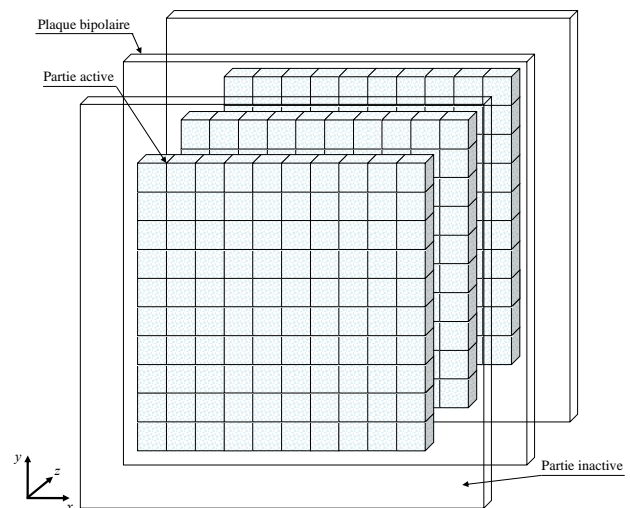


Fig. 1. Représentation schématique de 3 cellules de PàC pour son diagnostic à l'aide d'un modèle analytique.

### 2.2. Hypothèse du modèle

La distribution du champ magnétique 2-D généré autour d'une cellule de PàC a été étudiée à partir d'un modèle multicouche en résolvant les EDPs en magnéto-statiques de

Maxwell en coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  et répétés dans la troisième dimension  $(z)$ , donnant lieu à un modèle quasi 3-D. Dans cette étude, les hypothèses simplificatrices du modèle analytique sont les suivantes :

- Les différentes couches le long de l'axe  $z$  sont mathématiquement indépendantes, et par conséquent, la composante axiale du champ magnétique  $H_z$  est négligée;
- Le potentiel vecteur magnétique et la densité de courant n'ont qu'une seule composante le long de l'axe  $z$  ;
- L'effet de profondeur de pénétration n'est pas pris en compte ;
- La perméabilité magnétique de tous les composants utilisés dans les plaques bipolaires de PàC (graphite) est très proche de la perméabilité magnétique du vide  $\mu_v = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m.

### 2.3. Discrétisation spatiale

Comme le montre la Fig. 2, la plaque bipolaire pour le diagnostic d'une PàC est divisée en trois régions  $\forall x \in [0, w]$ , viz.,

- L'air au-dessus de la cellule active électrochimique : Région 1 (R1) pour  $y \in [y_1^s, h]$  avec  $\mu_1 = \mu_v = \mu_0$  ;
- La partie active électrochimique : Région 2 (R2) pour  $y \in [y_{Ny}^e, y_1^s]$  qui est divisée sur l'axe  $y$  en sous-régions  $i$  (R2<sub>*i*</sub>) pour  $y \in [y_i^e, y_i^s]$ , avec  $\mu_2 = \mu_v = \mu_0$  ;
- L'air sous la partie active électrochimique : Région 3 (R3) pour  $y \in [0, y_{Ny}^e]$  avec  $\mu_3 = \mu_v = \mu_0$ .

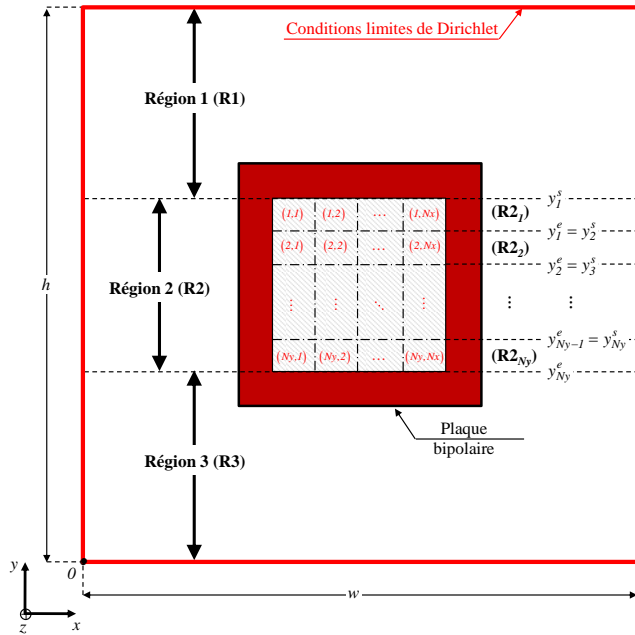


Fig. 2. Définition des régions d'une plaque bipolaire pour le diagnostic d'une PàC.

### 2.4. EDPs en coordonnées cartésiennes

Les EDPs en magnétostatique en termes de potentiel magnétique vectoriel  $A = \{0; 0; A_z\}$  sont définies par l'équation de Laplace dans les zones d'air (inactive) et l'équation de Poisson dans la partie active dont la source électromagnétique

est la distribution (non)homogène de la densité de courant  $J = \{0; 0; J_z\}$  à l'intérieur de la PàC. En utilisant la séparation des variables, la solution formelle générale en 2-D de  $A$  dans chaque région, est définie par une série de Fourier. Les constantes d'intégration des séries sont déterminées analytiquement à partir d'un système matriciel linéaire (dite de Cramer), satisfaisant les conditions limites (CLs) classiques.

Dans (R1) pour  $y \in [y_1^s, h]$  et  $\forall x \in [0, w]$ , les composantes de

$H_I^p = \{H_{x1}^p; H_{y1}^p; 0\}$  satisfaisant les CLs sont définies par :

$$H_{x1}^p = -\sum_{i,k} \frac{J_{i,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot D_{I_{i,k}} \cdot g_{I_{i,k}}(y) \cdot \sin(\beta_k \cdot x), \quad (1)$$

$$H_{y1}^p = -\sum_{i,k} \frac{J_{i,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot D_{I_{i,k}} \cdot f_{I_{i,k}}(y) \cdot \cos(\beta_k \cdot x). \quad (2)$$

Dans (R3) pour  $y \in [0, y_{Ny}^e]$  et  $\forall x \in [0, w]$ , les composantes de

$H_3^p = \{H_{x3}^p; H_{y3}^p; 0\}$  satisfaisant les CLs sont définies par :

$$H_{x3}^p = \sum_{i,k} \frac{J_{i,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot D_{3_{i,k}} \cdot g_{3_{i,k}}(y) \cdot \sin(\beta_k \cdot x), \quad (3)$$

$$H_{y3}^p = -\sum_{i,k} \frac{J_{i,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot D_{3_{i,k}} \cdot f_{3_{i,k}}(y) \cdot \cos(\beta_k \cdot x). \quad (4)$$

Dans (R2<sub>*i*</sub>) pour  $y \in [y_i^e, y_i^s]$  et  $\forall x \in [0, w]$ , les composantes de

$H_{2_i}^p = \{H_{x2_i}^p; H_{y2_i}^p; 0\}$  qui sont des solutions satisfaisant les différentes CLs sont définies par :

$$H_{x2_i}^p = \sum_k \left\{ \begin{aligned} & \sum_{n=1}^{i-1} \frac{J_{n,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot D_{3_{n,k}} \cdot g_{3_{n,k}}(y) \\ & \dots + \frac{J_{i,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot \left[ C_{2_{i,k}} \cdot g_{2_{i,k}}(y) \right. \\ & \quad \left. \dots - D_{2_{i,k}} \cdot g_{2_{i,k}}(y) \right] \\ & \dots - \sum_{v=i+1}^{Ny} \frac{J_{v,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot D_{I_{v,k}} \cdot g_{I_{v,k}}(y) \end{aligned} \right\} \cdot \sin(\beta_k \cdot x), \quad (5)$$

$$H_{y2_i}^p = -\sum_k \left\{ \begin{aligned} & \sum_{n=1}^{i-1} \frac{J_{n,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot D_{3_{n,k}} \cdot f_{3_{n,k}}(y) \\ & \dots - \frac{J_{i,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot \left[ C_{2_{i,k}} \cdot f_{2_{i,k}}(y) \right. \\ & \quad \left. \dots + D_{2_{i,k}} \cdot f_{2_{i,k}}(y) \right] \\ & \dots + \sum_{v=i+1}^{Ny} \frac{J_{v,k}^{cs,p}}{\beta_k} \cdot D_{I_{v,k}} \cdot f_{I_{v,k}}(y) \end{aligned} \right\} \cdot \cos(\beta_k \cdot x). \quad (6)$$

Les différentes fonctions mathématiques intervenant dans (1) ~ (6) sont détaillés dans le § 6. Annexes.

Cette résolution est ensuite répétée dans la troisième dimension (en  $z$ ) afin d'obtenir une résolution quasi 3-D du

problème en question. Comme l'indique l'exposant  $p$  dans (1) ~ (6), la résolution des équations est exécutée pour chaque plaque  $p$  allant de 1 à 3 dans notre étude.

### 3. BANC EXPERIMENTAL

Un émulateur 3-D de PàC a été développé (cf. Fig. 3), celui-ci est composé de 3 couches, représentant 3 cellules d'une PàC ayant une surface active de  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} = 100\text{ cm}^2$ . Un dispositif de mesure du champ magnétique a été mis en place et associé à l'émulateur. Ce dispositif sera déplacé sur les 3 cellules étudiées.

#### 3.1. Emulateur de PàC

La partie active de chaque cellule est émulée par différents bars d'aluminium au sein desquelles sont injectés des courants DC. Autour de la partie active est placé une partie inactive (rouge sur la Fig. 3) conçu à l'aide d'une imprimante 3-D dont le matériau est amagnétique (PolyLactic Acid : PLA). L'émulateur permet d'émuler un fonctionnement normal d'une PàC (densités de courant homogène sur la totalité de la cellule), ou anormal par la présence de défauts de distribution des densités de courant.

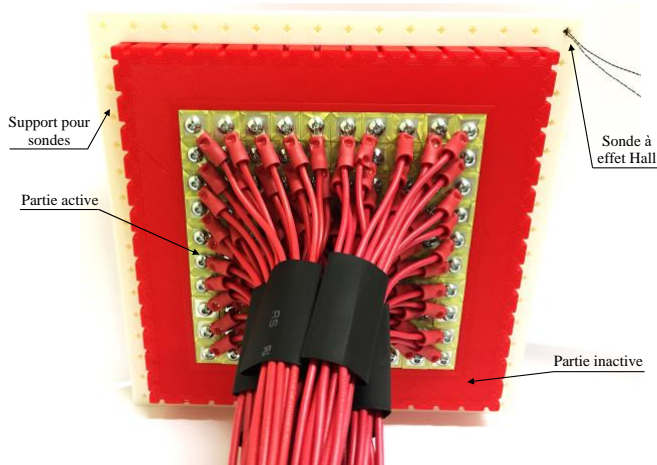


Fig. 3. Emulateur d'une PàC (vue de face, première couche).

Afin de représenter le fonctionnement réel d'une PàC, plusieurs cellules doivent être émulés. L'émulateur 3-D développé au sein de FCLAB, composé de 3 couches est observable en Fig. 4.

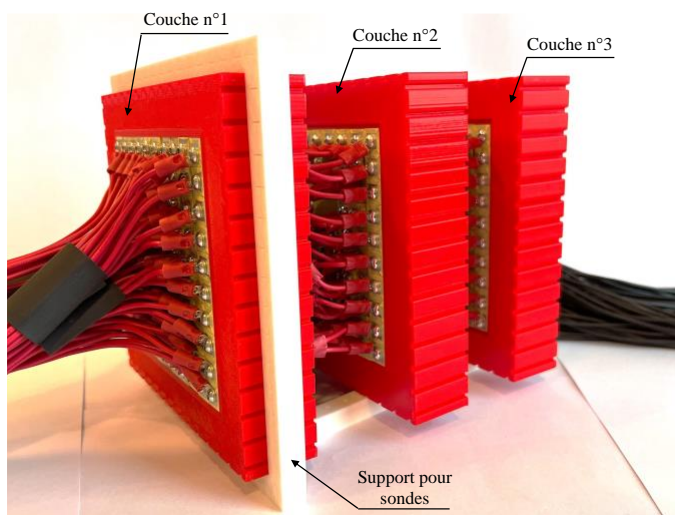


Fig. 4. Emulateur 3-D d'une PàC (vue de profil, couche n°1 à 3 de gauche à droite).

### 3.2. Système de mesures

Pour la mesure du champ magnétique, des sondes à effet Hall HE214 de la marque Asensor Technology sont utilisées [10]. Celles-ci ont l'avantage d'avoir une faible épaisseur (0,45 mm), ce qui permet de les introduire au sein de différentes encoches réalisées dans le support en PLA.

L'émulateur est entouré par un support de sondes à effet Hall (support en blanc sur les Fig. 3 et Fig. 4) où des encoches, qui permettent de mesurer les composantes normale ( $n$ ) et tangentielle ( $t$ ) du champ magnétique, sont placés à intervalle régulier (tous les 10 mm). Le dispositif est déplacé sur les différentes couches ou cellule de l'émulateur 3-D de PàC. Les mesures sont effectuées en commençant en bas à gauche de l'émulateur et suivant un sens horaire comme représenté en Fig. 5. Ces mesures sont dissociées en 4 chemins correspondant aux 4 côtés de l'émulateur.

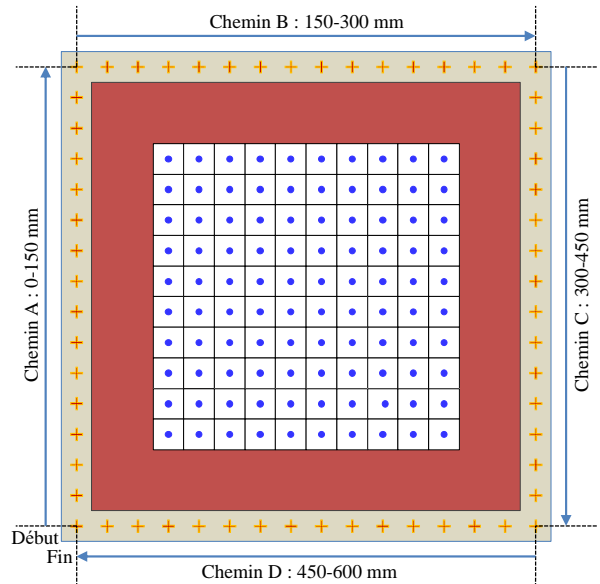


Fig. 5. Emplacements et chemins des mesures expérimentales.

### 4. RESULTATS ET COMPARAISONS

Dans cette section, les prédictions analytiques sont comparées aux mesures expérimentales. L'accent est mis sur la forme d'onde du champ magnétique autour des différentes cellules (ou couches) de l'émulateur 3-D à PàC. Les résultats obtenus à la fois par résolution du modèle analytique et lors des mesures expérimentales sont tracés sur le même graphe.

#### 4.1. Cas d'études

Différents fonctionnements de la PàC vont être émulés. Ainsi, pour chaque plaque, nous allons appliquer différentes défaillances. Ces défauts peuvent reproduire des problèmes de fonctionnement tels que des points chauds, la dégradation de la membrane, l'obstruction des canaux de distribution du gaz, la non-homogénéité de l'hydratation de la membrane.

##### 4.1.1. Première plaque : Cellule saine

Dans un cas idéal, la densité de courant est homogène sur la totalité de la cellule, nous prendrons pour ce premier cas d'étude une densité de courant  $J = 1\text{ A/cm}^2$ .

On peut observer sur la Fig. 6, une schématisation de la première plaque bipolaire. La distribution des densités de courant est homogène sur l'ensemble de la plaque,

correspondant à une distribution uniforme sur la totalité de la surface active des réactifs (hydrogène et oxygène).

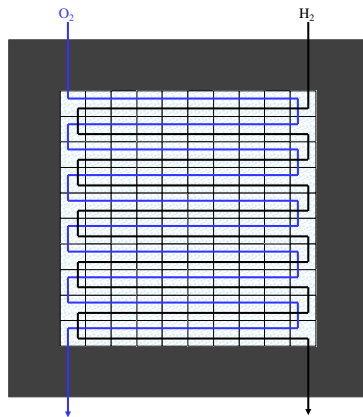


Fig. 6. Schématisation d'une distribution homogène des densités de courant.

Les résultats en termes de champ magnétique selon les deux composantes sont observables en Fig. 7. Il est possible d'observer que sur les 4 chemins A, B, C et D présentent des champs magnétiques identiques. Évidemment, sans la présence de défaut, le fonctionnement idéal de la PàC implique une distribution homogène des densités de courant, et par conséquent, une distribution symétrique du champ magnétique sur ces 4 chemins.

La composante normale du champ magnétique va débuter avec une amplitude maximale dans un sens contraire à l'orientation du capteur ce qui en fait une valeur négative (-100 A/m). Le champ magnétique décroît jusqu'à être nul au milieu du chemin puis réaugmente jusqu'à une amplitude maximale positive (100 A/m). La composante tangentielle du champ magnétique sur chaque chemin peut se représenter par une parabole inversée. Le champ magnétique est initialement à 100 A/m, augmente progressivement jusqu'au milieu du chemin et double son amplitude (200 A/m) puis redescend progressivement à sa valeur initiale de 100 A/m.

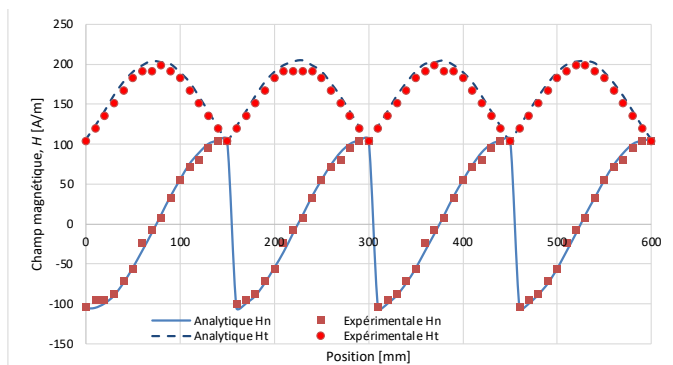


Fig. 7. Comparaison des résultats (Analytique vs. Mesures expérimentales) dans le cas d'une cellule saine (avec une défaillance de 0 %).

#### 4.1.2. Deuxième plaque : Défaillance de 10 %

La deuxième couche présente un défaut de 10 % de la surface active. Cette défaillance représente un mauvais acheminement des réactifs au niveau de la zone représentée par un hachurage de couleur rouge sur la Fig. 8. Cela signifie qu'à ces emplacements, la densité de courant est nulle (i.e.,  $J = 0 \text{ A/cm}^2$ ) impliquant une densité de courant de  $1,11 \text{ A/cm}^2$  sur le reste de la plaque.

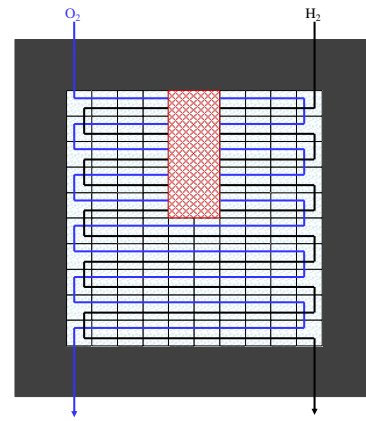


Fig. 8. Représentation d'un défaut de 10 % impliquant une distribution non-homogène des densités de courant.

Sur la Fig. 9, les résultats des deux composantes du champ magnétique pour la deuxième plaque (ou couche) sont comparés. Il s'agit donc d'une plaque défaillante dont le défaut représente 10 % de la surface active. Le défaut est localisé dans la zone centrale du chemin 'B : 150mm-300mm'. Une diminution notable de l'amplitude du champ magnétique (notamment la composante tangentielle) est observable sur cette zone, accompagné d'une augmentation de l'amplitude sur les autres chemins (A, C et D).

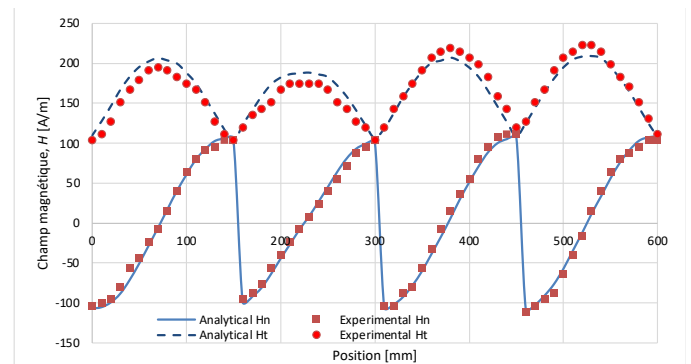


Fig. 9. Comparaison des résultats (Analytique vs. Mesures expérimentales) avec une défaillance de 10 %.

#### 4.1.3. Troisième plaque : Défaillance de 20 %

La dernière couche (à droite sur la Fig. 4) présente quant à elle, une densité de courant de  $1,25 \text{ A/cm}^2$  sur la partie dont le fonctionnement est normal. La zone défaillante représente une surface de 20 % de sa surface active. Celle-ci est symbolisée à l'aide d'un hachurage rouge en Fig. 10.

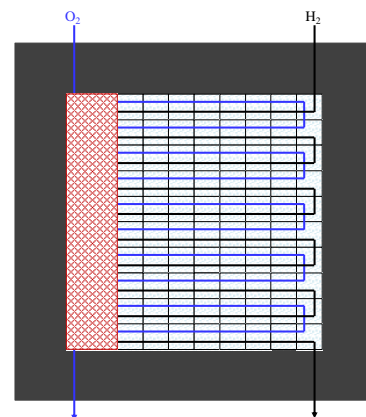


Fig. 10. Représentation d'un défaut de 20 % impliquant une distribution non-homogène des densités de courant.

Les mesures expérimentales sont comparées aux prévisions analytiques en Fig. 11 en termes de composantes normale et tangentielle. L'impact sur le champ magnétique et d'autant plus flagrant sur le chemin A (au plus proche du défaut), au niveau de la composante normale mais également pour la composante tangentielle.

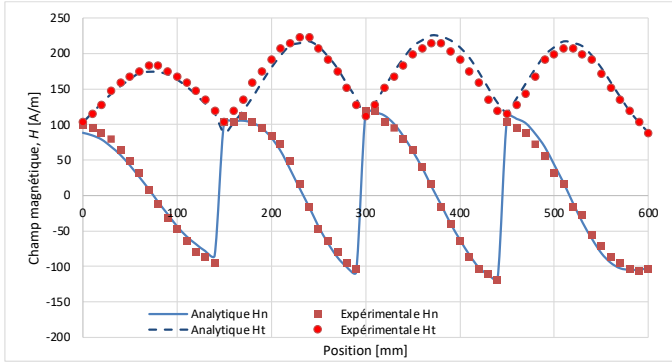


Fig. 11. Comparaison des résultats (Analytique vs. Mesures expérimentales) avec une défaillance de 20 %.

#### 4.2. Analyses et discussions

Globalement, on peut observer que la présence d'un défaut entraîne une chute du champ magnétique à proximité de celui-ci. Plus le défaut est conséquent, plus la baisse du champ magnétique est importante. En revanche, étant donné que la courant demandé à la PàC reste identique, la densité de courant est plus élevée dans la zone fonctionnelle, ce qui entraîne une augmentation du champ magnétique aux alentours de la zone saine.

Il est facile d'observer une bonne concordance entre les résultats issus du modèle analytique et des mesures expérimentales. En ce qui concerne la précision du modèle, l'écart maximal (Résultats analytiques vs. Mesures expérimentales), qui est obtenu sur la couche présentant un défaut de 20 % de sa surface active, n'est que de 7 %. Cette différence est tout à fait acceptable et encourageante dans la suite des recherches menées dans ce domaine.

Afin de détecter et localiser un défaut, il peut être intéressant d'observer la différence entre le champ magnétique mesuré autour d'une cellule défaillante et celui mesuré autour d'une cellule saine. Par exemple, les résultats pour un défaut de 10 % présenté précédemment sont exposés en Fig. 12, en mettant en évidence la composante tangentielle qui nous fournit le plus d'informations. Comme discuté précédemment, le défaut de 10 % situé au milieu de la cellule entraîne une diminution du champ magnétique principalement sur le chemin B. Il est évident que la baisse du champ magnétique (différence de champ magnétique négative) est principalement localisée dans cette section. Les zones moins affectées par les défauts présentent, quant à elles, une différence positive dans les régions environnantes.

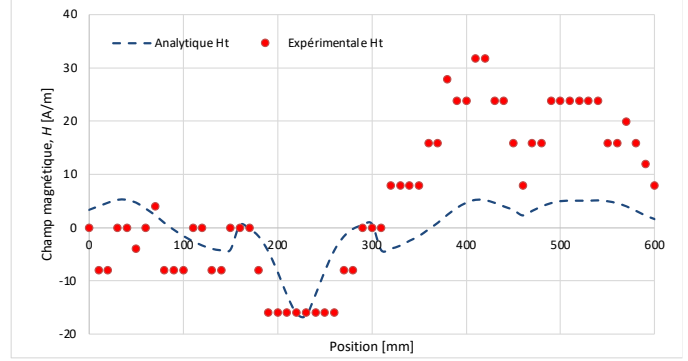


Fig. 12. Différence de champ magnétique entre cellule saine et cellule défaillante de 10 % (Fig. 8).

#### 5. CONCLUSIONS

Dans cet article, un modèle analytique quasi 3-D a été développé. Celui-ci présente un temps de calcul très court, considérablement inférieur à celui d'un modèle 3-D résolu par éléments finis. L'émulateur de PàC, sous un format multicouche, a confirmé la validité du modèle quasi 3-D développé.

Les excellentes performances du modèle mettent en évidence de nombreuses perspectives, la principale étant la résolution du problème inverse de manière analytique permettant de déterminer les densités de courant à partir de la mesure du champ magnétique généré par les différentes cellules d'une PàC. Une autre perspective concerne la conception d'un nouveau concentrateur de flux magnétique pouvant s'adapter à tous les types et formes de PàC. Cela permettra d'améliorer la détection des défauts et présentera l'avantage d'être universel, tout en réduisant le nombre de capteurs et de mesures [11]. La validation expérimentale de ce nouvel outil fait également partie de nos perspectives.

#### 6. ANNEXES

Dans (R1), les fonctions mathématiques intervenant dans  $\mathbf{H}_I^p$ , i.e., (1) ~ (2), sont :

$$f_{l_{i,k}}(y) = sh[\beta_k \cdot (h - y)] / sh[\beta_k \cdot (h - y_i^s)], \quad (\text{A.1})$$

$$g_{l_{i,k}}(y) = ch[\beta_k \cdot (h - y)] / sh[\beta_k \cdot (h - y_i^s)], \quad (\text{A.2})$$

$$D_{l_{i,k}} = NumD_{l_{i,k}} / Den_{l_{i,k}}, \quad (\text{A.3})$$

avec

$$Den_{l_{i,k}} = a_{1k} \cdot (a_{3_{i,k}} - a_{4_{i,k}}) + a_{3_{i,k}} \cdot a_{4_{i,k}} \cdot (a_{1k}^2 + a_{2k}^2) - 1, \quad (\text{A.4})$$

$$NumD_{l_{i,k}} = -(a_{2k} + a_{1k} \cdot a_{4_{i,k}} + 1), \quad (\text{A.5})$$

où

$$a_{1k} = -sh(\beta_k \cdot h_{cs}) / ch(\beta_k \cdot h_{cs}), \quad (\text{A.6})$$

$$a_{2k} = -1 / ch(\beta_k \cdot h_{cs}), \quad (\text{A.7})$$

$$a_{3_{i,k}} = ch[\beta_k \cdot (h - y_i^s)] / sh[\beta_k \cdot (h - y_i^s)], \quad (\text{A.8})$$

$$a4_{i,k} = -sh(\beta_k \cdot y_i^e) / ch(\beta_k \cdot y_i^e). \quad (A.9)$$

Dans (R3), les fonctions mathématiques intervenant dans  $H_3^p$ , i.e., (3) ~ (4), sont :

$$f3_{i,k}(y) = sh(\beta_k \cdot y) / ch(\beta_k \cdot y_i^e), \quad (A.10)$$

$$g3_{i,k}(y) = ch(\beta_k \cdot y) / ch(\beta_k \cdot y_i^e), \quad (A.11)$$

$$D3_{i,k} = NumD3_{i,k} / Den_{i,k}, \quad (A.12)$$

avec

$$NumD3_{i,k} = - \left[ a3_{i,k} \cdot (a1_k^2 + a2_k^2) + a3_{i,k} \cdot a2_k - a1_k \right]. \quad (A.13)$$

Dans (R2<sub>i</sub>), les fonctions mathématiques intervenant dans  $H_2^p$ , i.e., (5) ~ (6), sont :

$$f2c_{i,k}(y) = sh \left[ \beta_k \cdot (y - y_i^e) \right] / ch(\beta_k \cdot h_{cs}), \quad (A.14)$$

$$f2d_{i,k}(y) = ch \left[ \beta_k \cdot (y_i^s - y) \right] / ch(\beta_k \cdot h_{cs}), \quad (A.15)$$

$$g2c_{i,k}(y) = ch \left[ \beta_k \cdot (y - y_i^e) \right] / ch(\beta_k \cdot h_{cs}), \quad (A.16)$$

$$g2d_{i,k}(y) = sh \left[ \beta_k \cdot (y_i^s - y) \right] / ch(\beta_k \cdot h_{cs}), \quad (A.17)$$

$$C2_{i,k} = NumC2_{i,k} / Den_{i,k}, \quad (A.18)$$

$$D2_{i,k} = NumD2_{i,k} / Den_{i,k}, \quad (A.19)$$

avec

$$NumC2_{i,k} = a3_{i,k} \cdot (a2_k + a1_k \cdot a4_{i,k} + 1), \quad (A.20)$$

$$NumD2_{i,k} = (a2_k \cdot a3_{i,k} \cdot a4_{i,k} - a1_k \cdot a3_{i,k} + 1). \quad (A.21)$$

La distribution spatiale de la densité de courant  $J_{z2_i}$  dans (R2<sub>i</sub>) pour chaque couche  $p$  est donnée par :

$$J_{z2_i}^p = \sum_j J_{z2_{ij}}^p = \sum_k J_{i,k}^{cs,p} \cdot \sin(\beta_k \cdot x), \quad (A.22)$$

$$J_{i,k}^{cs,p} = \sum_j J_{i,j,k}^{cs,p} = \frac{2 \cdot J_{max}^{cs,p}}{\beta_k \cdot w} \cdot \sum_j F_{i,j,k}^{cs,p}, \quad (A.23)$$

avec

$$F_{i,j,k}^{cs,p} = M_{i,j}^{cs,p} \cdot \left[ \cos(\beta_k \cdot x_j^s) - \cos(\beta_k \cdot x_j^e) \right], \quad (A.24)$$

où  $J_{max}^{cs,p}$  est la densité de courant maximale dans chaque segment conducteur de chaque couche  $p$ ,  $\beta_k = k\pi/w$  est la périodicité spatiale avec  $k \in \{1^*, K_{max}\}$  les harmoniques spatiaux dans lequel  $K_{max}$  est le nombre fini de termes harmoniques spatiaux, et enfin  $M_{i,j}^{cs,p}$  représente les éléments  $(i, j)$  de la matrice d'alimentation électrique des segments conducteurs (viz., normal ou avec défauts) [8] pour chaque couche  $p$ .

## 7. REMERCIEMENTS

This work has been supported by the EIPHI Graduate School (contract ANR-17-EURE-0002) and the Region Bourgogne Franche-Comté.

## 8. REFERENCES

- [1] K.H. Hauer, R. Potthast, T. Wüster, et D. Stolten, "Magneto-tomography- a new method for analysing fuel cell performance and quality", J. Power Source. Vol. 143, pp. 67-74, janvier 2005.
- [2] M. Le Ny, O. Chadebec, G. Cauffet, J.M. Dedulle, Y. Bultel, S. Rosini, Y. Fourneron et P. Kuo-Peng, "Current distribution identification in fuel cell stacks from external magnetic field measurements", IEEE Trans. Magn., vol. 49, pp. 1925-1928, mai 2013.
- [3] L. Ifrek, O. Chadebec, S. Rosini, G. Cauffet, Y. Bultel et B. Bannwarth, "Fault identification on a fuel cell by 3-D current density reconstruction from external magnetic field measurements", IEEE Trans. Magn, vol. 55, 6200705, juin 2019.
- [4] R. Yamanashi, Y. Gotoh, M. Izumi et T. Nara, "Evaluation of generation current inside membrane electrode assembly in polymer electrolyte fuel cell using static magnetic field around fuel cell", ECS Trans., vol. 65, pp. 219-226, 2015.
- [5] M. Le Ny, O. Chadebec, G. Cauffet, S. Rosini, Y. Bultel, "PEMFC stack diagnosis based on external magnetic field measurements", J. Appl. Electrochem., vol. 45, no.7, 667-77, 2015.
- [6] L. Ifrek, G. Cauffet, O. Chadebec, Y. Bultel, S. Rosini, L. Rouveyre, "2D and 3D fault basis for fuel cell diagnosis by external magnetic field measurements", Eur. Phys. J. Appl. Phys. Vol. 79, 20901, 2017.
- [7] A. Plait, S. Giurgea, D. Hissel et C. Espanet, "New magnetic field analyzer device dedicated for polymer electrolyte fuel cells noninvasive diagnostic", Int. J. Hydrogen Energy, vol. 45, pp. 14071-14082, mai 2020.
- [8] A. Plait et F. Dubas, "2-D Multi-Layer Model to Study the External Magnetic Field Generated by a Polymer Exchange Membrane Fuel Cell", MDPI Mathematics, vol. 10, 3883, octobre 2022.
- [9] A. Plait et F. Dubas, "Experimental validation of a 2-D multi-layer model for fuel cell diagnosis using magnto-tomography", In Proceeding 23<sup>rd</sup> World Hydrogen Energy Conference (WHEC), Istanbul, Turkey, 26-30 june 2022.
- [10] Asensor Technology AB, Linear High Precision Analog Hall Sensors. <https://www.asensor.eu>.
- [11] A. Plait et F. Dubas, "Improvement Of Fuel Cell Diagnosis By Magneto-Tomography With Magnetic Field Concentration", In Proceeding 11<sup>th</sup> International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM2023), Cannes, France, 11-14 april 2023.