



HAL
open science

Louis Couturat : rationalisme et mathématiques

Frédéric Patras

► **To cite this version:**

| Frédéric Patras. Louis Couturat : rationalisme et mathématiques. 2023. hal-04223947

HAL Id: hal-04223947

<https://hal.science/hal-04223947>

Preprint submitted on 30 Sep 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Louis Couturat : rationalisme et mathématiques.

« L'absurde et déplorable scission des « lettres » et des « sciences » ne compromet pas seulement l'avenir de la philosophie : elle fausse son histoire et rend son passé inintelligible, en l'isolant des spéculations scientifiques où elle a toujours pris racine. »¹

« La philosophie n'est la servante de personne, pas plus de la morale ou de la politique que de la théologie. À la philosophie serve, quelle que soit sa forme, moralisme ou pragmatisme, nous opposerons la philosophie libre dont Descartes a formulé les règles et posé les fondements. C'est la philosophie des idées claires et distinctes, de la lumière naturelle et de l'évidence rationnelle. »²

1. Les mathématiques dans les années de formation

Couturat, on le sait, est admis à 19 ans à l'École Normale Supérieure dans la section des lettres. Il est reçu premier en 1890 à l'agrégation de philosophie et entreprend en parallèle des études de mathématiques. Il reçoit alors l'enseignement des grands noms de l'époque : Picard, Jordan, et surtout Poincaré qui dominait de façon incontestée les mathématiques françaises et est resté pour la postérité comme le plus grand mathématicien de l'époque – une qualification que pourrait seulement lui contester David Hilbert.

Ses deux thèses de doctorat ont porté d'une part sur les mythes platoniciens, d'autre part sur l'infini mathématique, à une époque où la possibilité de manipuler mathématiquement de façon cohérente l'infini en acte se fait jour, dans la foulée des travaux de G. Cantor.

¹ L. Couturat, *La Logique de Leibniz*, Paris, Alcan, 1901, p. VIII

² L. Couturat, « Leçon inaugurale au Collège de France », *Revue de métaphysique et de morale*, 1906.

Dans *De l'Infini mathématique*³, Couturat argumente pour l'infini en acte, qu'il comprend comme une généralisation des nombres naturels à la manière des autres extensions classiques du domaine des nombres (nombres relatifs, rationnels, irrationnels, réels, transcendants, complexes...). Comme souvent, voire toujours dans son œuvre, l'analyse des théories scientifiques est au service d'un projet philosophique plus global : « [par cette œuvre, il] consacrait à la défense de la métaphysique et de la pensée rationnelle les connaissances mathématiques qu'il avait acquises à bonne école. »⁴ Ainsi, « il n'est pas étonnant que la raison retrouve dans la nature ses propres formes, et qu'elle puisse reconstruire le monde des sens avec des idées a priori : c'est que la nature est déjà l'œuvre de la raison, qui lui imprime d'avance ses formes, et que les idées sont le fondement même de la réalité... Il ne suffit pas d'opposer l'infini de la raison au fini de l'entendement, il importe de les distinguer encore de l'indéfini de l'imagination, par lequel on a voulu l'expliquer, et qu'on a prétendu lui substituer comme suffisant à l'organisation de la science. »⁵

Dans cette perspective d'un rationalisme fort et sans concession, Couturat va s'opposer au kantisme et, plus spécifiquement, à la thèse d'une illégitimité de l'usage transcendant de la raison : les antinomies kantiennees « s'appuient toutes sur ce principe, que l'infini réalisé est impossible et contradictoire ; si ce principe est faux, toutes les thèses tombent, et avec elles les prétendues contradictions de la raison [...] Concluons donc que malgré le criticisme, une métaphysique infinitiste est probable. »⁶

Fidèle à la rationalité et aux exigences de la pensée plutôt qu'à sa propre œuvre, il reniera ensuite très largement ces travaux de jeunesse : la découverte des développements nouveaux de la logique formelle lui fera concevoir sous un

³ L. Couturat, *De l'Infini mathématique*, Paris, Alcan, 1896.

⁴ A. Lalande, « L'œuvre de Louis Couturat », *Revue de métaphysique et de morale*, 1914, p. 644–687.

⁵ *De l'infini mathématique*, op. cit., p. 580.

⁶ Ibid. p. 567 et 580.

jour entièrement différent les problèmes de fondements mathématiques et de justification de leurs méthodes et objectifs.

2. La première polémique entre Couturat et Poincaré.

La première polémique qui a opposé Couturat et Poincaré dans les années 1996-97, et s'est poursuivie ensuite avec l'entrée en jeu de Russell⁷, s'est déroulée sur le terrain de l'espace et de sa problématisation. Il convient de resituer ces débats dans le contexte de l'époque. Deux questions se superposent alors : la première concerne le caractère absolu et idéal de l'espace géométrique, la seconde les modalités de sa modélisation mathématique.

Dans la philosophie kantienne, dominante en France à la fin du XIXe siècle dans le domaine scientifique, l'intuition de l'espace est une intuition pure, et de cette intuition pure découlent les axiomes de la géométrie euclidienne, jugements synthétiques a priori. Bien entendu, cette conception de l'espace et de la géométrie a été ébranlée et condamnée à s'adapter ou disparaître avec l'émergence des géométries non-euclidiennes⁸. Les néo-kantiens vont donc essayer de réconcilier la philosophie de Kant avec les nouveaux paradigmes scientifiques de l'époque. Les empiristes, au contraire, s'appuient sur les géométries non-euclidiennes pour contester l'idée d'un absolu de l'espace et faire de la géométrie une science expérimentale. C'est sur ce terrain que Couturat et Poincaré vont s'opposer.

⁷ La controverse entre Poincaré et Russell (1899-1900) a son origine dans une recension de Couturat de l'ouvrage de Russell, *An essay on the Foundations of Geometry* (1987). On renvoie, pour une analyse technique, aussi bien de la controverse Couturat-Poincaré que Poincaré-Russell, à l'article de Ph. Nabonnand, « La polémique entre Poincaré et Russell au sujet du statut des axiomes de la géométrie », *Revue d'histoire des mathématiques*, 6 (2000), p. 219-269.

⁸ Dans les géométries non-euclidiennes, le postulat des parallèles n'est plus valide. Comme ces géométries sont tout aussi concevables et légitimes que la géométrie euclidienne, leur existence remet en question l'idée que les postulats de la géométrie euclidienne sont dictés par notre rapport au monde. Ces débats sont particulièrement vifs à la fin du XIXe siècle et au début du XXe.

Couturat, encore proche à la fin du dix-neuvième siècle du kantisme, dont il va peu à peu s'éloigner, tient surtout dans ce débat sur la géométrie à ce que l'on ne cède pas aux sirènes de l'empirisme et du relativisme. C'est probablement moins le problème philosophique de l'espace ou encore ses enjeux mathématiques, qui l'intéressent en fin de compte que la possibilité d'une connaissance absolue. Il se méfie par ailleurs de la tendance nominaliste⁹ sous-jacente aux travaux mathématiques de l'époque, où commence à se dessiner l'idée, dont Hilbert sera le principal héraut, que les mathématiques n'ont pas de portée ontologique. Le conventionnalisme de Poincaré, dont il va être question, lui paraît dériver dangereusement dans cette direction.

Le point de vue et les intérêts de Poincaré sont tout à fait différents. Il raisonne en mathématicien et en physicien et sait que les géométries non-euclidiennes ont une validité ontologique et logique équivalente à celle de la géométrie euclidienne. C'est d'ailleurs à Poincaré que l'on doit divers modèles euclidiens des géométries non-euclidiennes qui établissent sur des fondements rigoureux cette équivalence. Poincaré va donc défendre la thèse que la mathématisation de l'espace (le choix d'une géométrie) ne nous est pas imposé par la structure de l'espace même, mais dépend de choix, de conventions –qui ne sont pas pour autant arbitraires, et ont leur origine dans la structure de notre rapport au monde. De ce point de vue, le conventionnalisme de Poincaré, s'il s'oppose au kantisme en remettant en cause l'idée que la géométrie ne serait autre que la théorie des structures de notre intuition pure de l'espace, n'est en rien un empirisme ou un relativisme. Pour ce qui est des accusations de nominalisme portées par Couturat, Poincaré s'en défendra, par exemple dans l'introduction de la *Science et l'hypothèse*¹⁰ où il insiste sur le fait que le conventionnalisme est tout sauf gratuit.

⁹ À grands traits, il s'agit de la thèse anti-idéaliste selon laquelle les entités (en l'occurrence géométriques et mathématiques) n'auraient qu'une existence contextuelle et langagière, sans qu'il soit légitime de poser la question de leur modalité d'existence en dehors du contexte de leur énonciation.

¹⁰ H. Poincaré, *La Science et l'hypothèse*, Paris, Flammarion, 1902.

L'approche de Poincaré suit par ailleurs une logique génétique, où les concepts mathématiques se construisent progressivement du fait de la capacité de la pensée à abstraire et construire des théories. Couturat au contraire, encore fidèle au kantisme, argumente dans une tradition a priorique : c'est l'existence d'une géométrie qui permet de tenir un discours scientifique sur l'espace, et lorsque l'on croit abstraire la géométrie de l'espace, on néglige le fait que celle-ci est déjà là pour le structurer : « en général, on essaie d'engendrer l'espace avec des données qui n'ont aucun sens géométrique ni même aucune valeur mathématique ; et c'est de ses sensations si confuses et si obscures, dénuées de toute extension et n'ayant qu'une vague intensité, qu'on espère tirer l'espace avec clarté, sa netteté et sa précision ! [...] Ce qui montre bien que la psychologie ne réussit pas à expliquer l'espace, c'est qu'elle est forcément amenée à distinguer l'espace géométrique de l'espace sensible, et à ne rendre compte que de celui-ci. C'est déjà pour elle un échec et un signe d'impuissance, car l'espace géométrique est le seul qui ait une valeur objective, à la fois scientifique et pratique : c'est celui où nous localisons nos perceptions, où nous projetons nos figures et où nous construisons le monde physique. »¹¹

Si une incompréhension réciproque gouverne ce premier débat entre Couturat et Poincaré, chacun d'eux se méprenant sur les motivations et intentions théoriques qui animent son interlocuteur, il n'en reste pas moins que leurs échanges peuvent être considérés comme un témoignage historique important rendant compte de l'opposition légitime entre deux conceptions de la philosophie des mathématiques en général et de la philosophie de la géométrie en particulier. Ils contribuent ainsi à marquer la place de Couturat dans l'histoire de la philosophie.

3. Sur la définition logique du nombre

¹¹ L. Couturat, « Etudes sur l'espace et le temps », *Revue de métaphysique et de morale*, 4 (1896), p. 646-669, cité par P. Nabonnand, *op. cit.*

Peu de commentateurs s'attardent sur un article pourtant clé dans le parcours de Couturat, car à cheval entre la période encore marquée, fût-ce de façon critique, par le kantisme, et celle qui s'ouvre ensuite avec l'adoption des thèses logicistes.

« Sur une définition logique du nombre »¹² s'intéresse à la possibilité d'une définition logique du nombre, à la suite surtout des travaux de Dedekind. L'article est un plaidoyer néo-kantien : « le nombre n'est pas un concept, mais une intuition ; en d'autres termes, on ne définit pas un nombre, on ne peut que le montrer. Cette thèse [...] est conforme à la doctrine de Kant, selon laquelle les vérités mathématiques, même celles de l'arithmétique pure sont des jugements synthétiques a priori. Il n'était peut-être pas sans intérêt de constater que la tendance, d'ailleurs fort légitime, des mathématiciens modernes à réduire les données primitives de leur science à des notions purement logiques, et à restreindre autant que possible la part de l'intuition, en soumettant la théorie kantienne à un contrôle sévère et à une sorte de contre-épreuve, ne fait que la vérifier et la consolider. »

Deux arguments clés de l'article justifient encore, au-delà de la teneur de cette argumentation pro-kantienne, qu'on s'y intéresse. Le premier tient à l'induction¹³, dont le caractère analytique, pour Couturat, ne fait pas problème : en quoi il s'oppose explicitement une fois de plus à Poincaré, pour qui c'est avec l'induction que se joue le caractère synthétique de l'arithmétique – nous y reviendrons.

Le deuxième est plus subtil et tient à l'analyse du fonctionnement de la pensée mathématique. On ne le trouve guère ailleurs que chez Couturat dans la philosophie de l'arithmétique¹⁴. L'idée directrice en est simple : l'approche

¹² L. Couturat, « Sur une définition logique du nombre », *Revue de métaphysique et de morale*, t. 8, 1900, p. 23–36.

¹³ Avec le principe d'induction, pour prouver qu'une propriété $P(n)$ est vraie pour tous les entiers, on démontre d'abord $P(0)$, puis que $P(n)$ implique $P(n+1)$ pour tout entier n . On en déduit que $P(n)$ est vraie pour tous les entiers.

¹⁴ Sur la philosophie de l'arithmétique, voir F. Patras, *La Possibilité des nombres*, Paris, P.U.F., 2014.

logique des nombres -que ce soit chez Dedekind, Frege, Cantor...- prétend les reconduire à l'idée d'équipotence (la possibilité de coupler bijectivement les éléments de deux ensembles -si bien qu'ils ont mêmes cardinaux). Couturat fait remarquer¹⁵, pour l'essentiel, que les mécanismes de pensée impliqués dans cette construction des nombres sont inconcevables si l'on ne possède pas déjà implicitement l'idée de nombre, et si l'on ne sait pas déjà construire des ensembles de cardinaux arbitraires.

De fait, les mécanismes de genèse des concepts mathématiques sont extrêmement délicats à appréhender, et les reconstructions et modèles a posteriori qui prétendent rendre compte de l'émergence d'idées mathématiques toujours suspects : le mathématicien de profession sait bien que toute découverte authentique et les phénomènes qui accompagnent la cristallisation de concepts échappent, dans leurs moments clés, à toute tentative de description. Couturat ne poursuivra pas dans cette voie, orthogonale à celle dans laquelle il allait s'engager aux côtés de Russell.

4. **Leibniz, Russell, et les principes des mathématiques.**

Dans l'évolution qui le conduisit à s'écarter de ses premières thèses, la rencontre de Leibniz a joué sans nul doute un rôle décisif, avec la découverte d'un grand système philosophique alternatif au kantisme, système que Couturat interprète résolument dans le sens de la logique nouvelle : « comment on le voit, ce sont toutes les thèses essentielles de la *Monadologie* [leibnizienne] qui dérivent de ce seul principe de raison, dont le sens exact et précis est celui-ci : « toute vérité est analytique ». En conséquence, tout dans le monde doit être intelligible et démontrable logiquement par de purs concepts, et la seule

¹⁵ Pour l'histoire des sciences, il est intéressant de constater que Poincaré développera plus tard des idées très analogues dans son opposition à Hilbert, aux tentatives de fondation symbolique-formelle du nombre, et à celles de démonstration de la consistance de l'arithmétique.

méthode des sciences est la déduction. C'est ce qu'on peut appeler le postulat de l'universelle intelligibilité. »¹⁶

Bien qu'il le conduise à renier certains travaux antérieurs, la cohérence du parcours de Couturat est évidente lorsqu'on rapproche les analyses rationalistes issues de *l'Infini mathématique*, que nous avons rapportées, de sa *Logique de Leibniz* : « La philosophie de Leibniz apparaît ainsi comme l'expression la plus complète et la plus systématique du rationalisme intellectualiste : il y a accord parfait entre la pensée et les choses, entre la nature et l'esprit ; la réalité est entièrement pénétrable à la raison, parce qu'elle est pénétrée de raison. »¹⁷

Avec celle de Leibniz, la rencontre de Russell joua également un rôle clé dans son évolution vers un point de vue nouveau sur les mathématiques, point de vue logique dont Couturat a su, le premier avec cette précision d'analyse, deviner l'idée programmatique déjà chez Leibniz. Il s'était, on l'a vu, d'abord familiarisé avec la philosophie de Russell à propos des fondements de la géométrie mais, pour tous deux, il y allait encore là de moments préliminaires à ce qui allait devenir l'enjeu principal de leur réflexion épistémologique, avec le développement d'une conception nouvelle des rapports entre logique et mathématique : désormais, « la Mathématique pure se trouve ainsi définie à la fois par sa forme et par sa matière : par sa forme, qui est un ensemble d'implications conformes aux principes de la Logique : par sa matière, qui est un ensemble de définitions ne contenant que des termes de Logique. On comprend donc qu'elle soit, au point de vue de la forme, identique à la Logique ; et que, au point de vue de la matière, elle ne soit qu'un domaine spécial dans le champ d'application de la logique. »¹⁸

¹⁶ *La Logique de Leibniz*, op. cit, Préface, p. XI.

¹⁷ Ibid.

¹⁸ L. Couturat, *Les Principes des mathématiques*, Paris, Alcan, 1903.

Couturat et Russell entretiennent alors une abondante correspondance, éditée récemment par Anne-Françoise Schmid¹⁹. On y suit le progrès conjoint des deux philosophes, et l'on y voit aussi le travail proprement mathématique de Couturat pour s'approprier le contenu technique de la logique mathématique post-frégéenne que Russell et Whitehead cherchent alors à développer.

Dans son *Les Principes des mathématiques*, conçu initialement comme un compte rendu du livre de Russell du même nom, mais développé ensuite comme un ouvrage à part entière, Couturat affirme d'emblée la rupture philosophique à laquelle la nouvelle théorie des fondations des mathématiques, le logicisme, donne lieu. Tout autant que les contenus techniques, tout laisse à penser que c'est cet enjeu proprement philosophique et épistémologique qui le fascine et l'intéresse. L'enjeu est de taille : il ne s'agit de rien moins que de rompre avec le kantisme, le nouvel « esprit de la mathématique moderne se trouvant être diamétralement opposé à la philosophie des mathématiques de Kant, qui a encore beaucoup de crédit dans les écoles. »²⁰

Là où Kant fondait les mathématiques sur l'intuition pure de l'espace et du temps et sur l'idée d'une Esthétique transcendantale, et les reconduisait ainsi à l'idée de synthèse a priori, les mathématiques les reconduisent désormais à leurs fondations logiques et privilégient ainsi l'analytique au synthétique.

Au-delà des aspects techniques de l'engagement de Couturat en faveur de la logique et du logicisme de Russell²¹, il convient d'insister une fois encore sur le fait que les prises de position de Couturat sont toujours sous-tendues par une exigence rationaliste et c'est cette exigence tout autant que l'adhésion

¹⁹ B. Russell et L. Couturat, *Bertrand Russell: correspondance sur la philosophie, la logique et la politique avec Louis Couturat, 1897-1913*. A. F. Schmid (Ed.), Paris, Kimé, 2001.

²⁰ *Les Principes des mathématiques*, op. cit., p VI.

²¹ Si le nom de Russell est naturellement mis en avant ici, il ne faut pas sous-estimer le rôle d'autres interlocuteurs essentiels de Couturat. Comme le remarquent les éditeurs de la correspondance Couturat-Peano (E. Luciano et C. Roero, *Giuseppe Peano-Louis Couturat. Carteggio (1896–1914)*, Firenze, L. Olschki, 2005) : « Le rôle de Couturat tel qu'il émerge de la lecture de la correspondance avec Peano est surtout celui du savant qui se charge d'organiser et de gérer une stratégie de réponses croisées aux attaques de Poincaré, entretenant entre 1905 et 1906 une correspondance suivie avec Peano, Russell, Pieri et Burali-Forti. » (op. cit. p XXXVIII).

intellectuelle au nouvel esprit scientifique se faisant jour qui le conduit à rompre avec le kantisme : « loin donc de reprocher à Kant d'avoir été trop mathématicien et trop logicien, nous lui reprocherions au contraire de ne pas l'avoir été assez, en un mot, de n'avoir pas été assez rationaliste. En général, il est imprudent et téméraire de prétendre limiter le domaine et la compétence de la pensée et de lui dire : « Tu n'iras pas plus loin » [...] Kant a manqué de confiance dans le pouvoir et la fécondité de l'esprit humain. Il a été trop préoccupé de circonscrire minutieusement le champ de la pensée, de subordonner la raison spéculative à la raison pratique, de borner et même de « supprimer le *savoir* pour faire place à la *foi* ». Mais la raison a pris sa revanche, en brisant les cadres rigides et les formules scolastiques où il avait cru l'enfermer pour toujours. »²²

5. La deuxième polémique Couturat-Poincaré.

« Avec le recul de l'histoire, la querelle des « fondements » où a été jeté Couturat nous apparaît comme l'un des épisodes les plus complexes et embrouillés de l'évolution des mathématiques. En gros, nous y voyons la grande confrontation entre les conceptions qui régnaient au XIXe siècle sur la nature des mathématiques et celles qui ont cours aujourd'hui ; mais dans le détail il s'y mêle inextricablement toute une série d'idées et de théories d'origines très diverses. »²³

Le terrain technique de la seconde polémique (1904-1906) est celui des d'axiomes de la théorie des ensembles et des nombres avec, en particulier, la question du statut de l'axiome d'induction (convention axiomatique pour

²² L. Couturat, « La philosophie des mathématiques de Kant », *Revue de Métaphysique et de Morale*, 1904, vol. 12, no 3, p. 321-383.

²³ J. Dieudonné, « Louis Couturat et les mathématiques de son époque », in *L'œuvre de Louis Couturat (1868-1914): de Leibniz à Russell*. Paris, Presses de l'École normale supérieure, 1983, p 97.

Couturat et Russell, exemple typique de l'action créatrice de l'intuition pour Poincaré²⁴) : « ce que conteste Poincaré dans sa critique de la nouvelle philosophie des mathématiques proposée par Couturat est qu'il soit possible d'isoler les éléments logiques du raisonnement mathématique ; de réduire le principe d'induction complète à une simple définition du nombre entier, et, enfin, l'incapacité du symbolisme à résoudre les contradictions logiques. »²⁵

Comme la première, la deuxième polémique entre Couturat et Poincaré s'inscrit dans un contexte complexe où se jouent, en France, les rapports entre mathématiques et philosophie mais également la conception générale de la logique, de sa portée, et de son rôle fondationnel.

Il est bien connu que, si, à la fin du XIXe siècle et au début du XXe, la France a contribué de façon importante à l'épistémologie des sciences en général, et à celle des mathématiques en particulier, elle s'est par contre assez rapidement isolée du développement de la logique formelle et de la logique mathématique conçues non seulement comme disciplines à part entière, mais également comme véritable *organon* des mathématiques et, plus généralement, de toutes les sciences théoriques.

Dans ce contexte général, l'opposition entre Couturat et Poincaré, qui se renouvelle sur des bases nouvelles à partir de 1904, a une signification et une importance toute particulière. Louis Couturat, on l'a vu, incarne ce courant profond qui, de Gottlob Frege et Bertrand Russell jusqu'au cercle de Vienne et à l'empirisme logique, se donne pour tâche de mettre en place et développer toutes les implications de cette nouvelle conception de la logique. Henri Poincaré au contraire s'oppose à ce mouvement, et de par son influence et sa

²⁴ Poincaré remarque que, contrairement aux axiomes de la géométrie (conventionnels : plusieurs modèles mathématiques de l'espace sont possibles et logiquement équivalents), le raisonnement par induction (ou récurrence) s'impose à nous avec une évidence irrésistible. Sur les controverses autour de l'induction nous renvoyons à Jacqueline Boniface, « Poincaré et le principe d'induction », *Philosophiques*, vol. 31, n. 1, 2004, p. 131–149.

²⁵ U. Sanzo, « Epistemological significance of the Poincaré-Couturat controversy », *Scientia*, vol. 69, n. 10, 1975, auquel nous renvoyons pour une étude plus détaillée de la controverse et de son arrière-plan épistémologique et technique.

notoriété va jouer un rôle clé dans la non-participation, pour l'essentiel, de la France à cette révolution épistémologique.

A. Lalande que nous suivons ici, dans son analyse de l'œuvre de Couturat, le signale bien : il y a une contradiction apparente dans l'attitude de Poincaré. Dans la *Science et l'hypothèse*, par exemple, il s'oppose à la synthèse a priori kantienne au nom du conventionnalisme : « les axiomes géométriques ne sont ni des jugements synthétiques a priori, ni des faits expérimentaux : ce sont des conventions. »²⁶ Pourtant, il s'oppose ensuite à Couturat sur ce même thème de la synthèse : « Pour M. Couturat, ces travaux nouveaux ont définitivement tranché le débat depuis si longtemps pendant entre Leibniz et Kant. Ils ont montré qu'il n'y a pas de jugement synthétique a priori, que les mathématiques sont entièrement réductibles à la logique et que l'intuition n'y joue aucun rôle... Pouvons-nous souscrire à cette condamnation définitive ? Je ne le crois pas. »²⁷

Poincaré voulait par là sauver moins le kantisme en tant que doctrine philosophique que la liberté créatrice du mathématicien et le rôle de l'intuition dans le travail mathématique. Il soupçonnait peut-être déjà les dérives possibles du logicisme qui conduisirent plus tard les philosophes du cercle de Vienne à ne voir dans les mathématiques qu'une vaste tautologie - la science véritable se déployant pour eux ailleurs, dans l'interaction du langage et du monde, là où les mathématiques ne seraient qu'un simple « jeu de langage » sans contenu : c'est que vouloir tout rendre analytique trahit l'essence complexe de la pensée mathématique, la dévalorise, et finit ainsi par aller contre le rationalisme même.

La seconde polémique entre Poincaré et Couturat nous apparaît en fin de compte aujourd'hui dans cette perspective paradoxale de l'opposition de deux exigences de scientificité mues par des intérêts différents. Couturat voit dans le logicisme un moyen de s'affranchir des limites posées par le kantisme à la théorie de la connaissance. Philosophe, il sait combien ces limites doivent à la

²⁶ *La Science et l'hypothèse*, op. cit. p. 66-67.

²⁷ H. Poincaré, « Les mathématiques et la logique », *Revue de métaphysique et de morale*, vol. 13, no 6, 1905, p. 815-835.

volonté de brider la raison, d'en circonscrire le pouvoir et le rayon d'action. Quelque profonde que soit sa connaissance des mathématiques et de la logique, au moins pour quelqu'un qui n'est pas mathématicien de profession, c'est en philosophe qu'il s'enthousiasme pour Leibniz puis pour les théories de Russell qu'il défend parfois maladroitement, prenant ainsi le risque d'affronter sur le terrain académique, en un jeu dangereux, l'institution scientifique qu'est Poincaré.

Ce dernier envisage quant à lui le logicisme d'un point de vue de mathématicien ; le discours logique, étant structurellement un discours sur la forme de la pensée à l'exclusion de ses contenus effectifs, le laisse perplexe dans sa prétention à rendre compte de l'essence de la pensée mathématique dans toute sa complexité.

Un siècle de distance nous montre à quel point ce débat a été essentiel pour le XXe siècle, à quel point il en a structuré toute la philosophie mathématique. Si Poincaré a indubitablement « gagné » contre Couturat en 1905 et 1906, ralliant l'épistémologie des mathématiques française contre le logicisme, c'est bien ce dernier qui a assez rapidement imposé ses vues, ses normes, et son discours sur les fondations : le groupe Bourbaki qui commence à se former à partir du milieu des années 30 et fleurit dans les années 50 à 70, est, dans son discours sur les fondements, l'héritier de Hilbert, Russell et Whitehead plutôt que de Poincaré²⁸. On comprend bien, à cette aune, l'intérêt qui se manifeste depuis quelques années dans la communauté des historiens de la philosophie et des sciences pour l'œuvre épistémologique de Couturat.

6. Le plaidoyer rationaliste du Collège de France.

Appelé à y suppléer Bergson, Couturat donne, en 1905, un cours au Collège de France. Sa leçon inaugurale est sans doute l'un des textes les plus

²⁸ Voir F. Patras, *La Pensée mathématique contemporaine*, Paris, P.U.F., 2001.

séduisants, les plus profonds, qu'il ait produits, sans doute parce que, plutôt que d'aborder tel ou tel problème précis comme c'est la règle dans la plupart des écrits académiques, il y cherche à faire comprendre la direction générale de sa pensée, ses ressorts. Peut-être faut-il aussi y voir rétrospectivement un testament épistémologique avant l'heure. Quoiqu'il en soit, son contenu illumine les engagements de Couturat en philosophie mathématique. Nous le commenterons ici assez librement²⁹, en essayant d'en dégager les idées structurantes.

La première, aux accents leibniziens, concerne le moment de l'invention mathématique, qu'il est commun d'opposer au moment de l'exposition. Le premier peut sembler relever de la psychologie ou d'une théorie de l'intuition, alors que le second relèverait plutôt de la logique. Certes, « l'explication du fait de l'invention revient à la psychologie », mais celle-ci est incapable de justifier la teneur de vérité d'une invention fructueuse : c'est qu'il est, pour Couturat, « une logique instinctive, spontanée, inconsciente tant qu'on voudra, mais toujours conforme, au fond, à la logique consciente et réfléchie. » En d'autres termes, plus modernes, l'intuition mathématique aurait une structure implicite : les problèmes et domaines d'objets structurent le champ de la pensée et celle-ci, lorsqu'elle est productive, se règle spontanément sur ces conditionnements au titre « d'un accord et d'une harmonie préétablie ». Ce n'est pas le lieu ici d'un tel débat, mais il faudrait rapprocher cette conception de la création mathématique des idées du second Husserl, celui de *Logique formelle et logique transcendantale*³⁰, qui développera, dans les années 1920-1930, des thèses très similaires.

Une deuxième idée, dont l'actualité nous semble évidente, est celle du refus de concéder quelque terrain que ce soit au relativisme. On nous dit – et aujourd'hui plus encore qu'en 1905, que « ce que nous appelons *la* logique et *la* morale, c'est simplement notre logique et notre morale d'Européens et de

²⁹ Toutes les citations qui suivent en sont extraites.

³⁰ E. Husserl, *Logique formelle et logique transcendantale*, trad. S. Bachelard, Paris, P.U.F., 1957.

Français du XXe siècle : et cela semble irréfutable, du moment que nous ne pouvons pas sortir de notre temps ni nous dépouiller de notre nationalité [...] Cette théorie est la négation de tout idéal, tant logique et scientifique que moral et social ; elle réduit la vérité à la croyance subjective et actuelle. »

Car la question n'est pas celle de l'Europe ou de telle ou telle période historique : « l'homme n'a pas la raison parce qu'il est un animal social ou « politique », comme disait Aristote, il est un animal social parce qu'il a la raison. » C'est cette permanence de la raison dans l'histoire de l'humanité qui dirige Couturat à la fois vers la logique mathématique et la quête d'une langue internationale : dans les deux cas, il s'agit bien d'affranchir la pensée de ses formulations idiosyncratiques, de ses ancrages culturels et temporels, pour la reconduire à son essence, sa vérité intrinsèque.

Cette exigence rationaliste, cette idée d'une humanité devant se régler sur la recherche et le partage de la vérité par-delà les conditionnements locaux, rend la figure de Couturat profondément attachante et actuelle. La guerre de 14-18, la montée des barbaries et totalitarismes du XXe siècle, ancrés dans des pensées nationalistes et grégaires, représentent évidemment tout ce à quoi sa pensée s'opposait. Pour autant, de façon plus subtile, l'évolution de la philosophie mathématique au XXe siècle l'aurait sans doute déçu³¹ : non pas certes dans ses aspects techniques, mais de par une certaine abdication quant au rôle que la science pouvait être conduite à jouer dans l'édification d'une humanité plus conforme aux idéaux du rationalisme.

Frédéric Patras.

³¹ Les paradoxes de la théorie des ensembles, les querelles autour des fondements avaient déjà commencé à saper les espoirs de Couturat quant au rôle que pouvait jouer la Logique en Mathématiques. C'est, avec les querelles avec Poincaré, un des facteurs qui expliquent sans doute sa prise de distance à l'égard de la philosophie mathématique dans les dernières années de sa vie.