



HAL
open science

Application de double sanction sociale pour les modèles généralisés d'octroi de crédit en microfinance

Philibert Andriamanantena, Abdou Issouf,, Mamy Raoul Ravelomanana,
Rakotozafy Rivo,

► To cite this version:

Philibert Andriamanantena, Abdou Issouf,, Mamy Raoul Ravelomanana, Rakotozafy Rivo,. Application de double sanction sociale pour les modèles généralisés d'octroi de crédit en microfinance. 2023. hal-04214309

HAL Id: hal-04214309

<https://hal.science/hal-04214309>

Preprint submitted on 21 Sep 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Rubrique

Application de double sanction sociale pour les modèles généralisés d'octroi de crédit en microfinance

Philibert ANDRIAMANANTENA* - ABDQU Issouf** - RAVELOMANANA Mamy Raoul***
- RAKOTOZAFY Rivo****

*Lycée Jean RALAIMONGO

Lycée Jean RALAIMONGO, Ankofafa Andrefana, 301 Fianarantsoa, Madagascar

andriphilibert@gmail.com

**Université de Comores

abdouissouf8631@gmail.com

***Université d'Antananarivo

Présidence de l'Université d'Antananarivo, Ankatso, 101 Antananarivo, Madagascar

ironmamy@outlook.fr

****Université de Fianarantsoa

BP 1264, Andrainjato, 301 Fianarantsoa, Madagascar

rrakotoz@yahoo.fr

.....

RÉSUMÉ. Dans cet article, nous appliquons la double sanction sociale pour les modèles généralisés d'octroi de crédit en microfinance. Ces modèles généralisés sont à la base d'une chaîne de Markov et permettent la considération d'un certain nombre d'états de la nature que ce soit dans le cas d'un contrat de prêt individuel ou d'un contrat de prêt de groupe qui sont entre autre : l'état initial A^1 , les états B_1, B_2, B_3, I, I_1 et I_2 d'être bénéficiaire incluant l'inclusion financière et les états d'exclus $A^T \dots A^2$ représentant les $(T - 1)$ états d'exclusion financière. Par rapport à ces états, l'application de sanction sociale permet à l'institution de discriminer implicitement les emprunteurs et de trouver un équilibre compromis du point de vue choix et du point de vue remboursement. Pour une sanction sociale jugée trop forte, les emprunteurs les moins risqués préféreront le contrat de prêt individuel. Ainsi, ils ne sont pas à subir une éventuelle sanction sociale et n'ont pas à payer éventuellement la charge de transfert de la responsabilité jointe. Par contre, à sanction sociale faible, les emprunteurs se pencheront vers le contrat de prêt groupé

ABSTRACT. In this article, we apply the double social sanction for generalized credit granting models in microfinance. These generalized models are the basis of a Markov chain and allow the consideration of a certain number of states of nature whether in the case of an individual loan contract or a group loan contract. which are among others: the initial state A^1 , the states B_1, B_2, B_3, I, I_1 and I_2 of being a beneficiary including financial inclusion and the excluded states $A^T \dots A^2$ representing the $(T - 1)$ states of financial exclusion. In relation to these states, the application of social sanctions allows the institution to implicitly discriminate between borrowers and to find a compromised balance from the choice point of view and from the repayment point of view. For a social sanction considered too strong, the least risky borrowers will prefer the individual loan contract. Thus, they do not have to suffer any possible social sanction and do not have to possibly pay the transfer charge of the joint responsibility. On the other hand, with low social sanctions, borrowers will lean towards the group loan contract

MOTS-CLÉS : Prêt de groupe, prêt individuel, double sanction sociale, microfinance, capital social

KEYWORDS : Group loan, individual loan, double social sanction, microfinance, social capital

.....

1. Introduction

L'économiste, spécialiste du microcrédit et présidente-fondatrice de l'Association pour le Droit à l'Initiative Économique, Maria Nowak qui a introduit en France la microfinance disait dans son livre intitulé "la banquière de l'espoir : celle qui prête aux exclus" : "La différence principale, par rapport au crédit classique, est qu'il est orienté vers une cible nouvelle : les pauvres et les exclus. Il reconnaît leurs talents, leurs besoins et leur capacité à rembourser les prêts. Au lieu de les éliminer, par avance, de la clientèle du crédit, parce que les méthodes, les critères et les garanties ne sont pas adaptés à leur situation, il invente des méthodes et des garanties qui leur conviennent. Au lieu de leur imposer l'objet de leur prêt, il est à l'écoute de leurs besoins. Il permet ainsi de découvrir que les gens exclus du crédit bancaire sont, comme les autres, dotés de l'esprit d'entreprise, de la capacité de jugement, et qu'au surplus ils remboursent plutôt mieux que les riches". S'aligner à ce point de vue c'est dire que les pauvres dépourvus de garantie matérielle, contrairement à nos croyances et à nos préjugés, peuvent être capables de mettre en place des projets à entreprendre et de les développer durablement. De ce fait, le manque de garantie matérielle, le manque de niveau d'instruction ou tout autre attribut des populations pauvres ne constituent pas, en aucun cas, des facteurs limitatifs d'octroi de crédit.

Conscient du fait que plus les clients sont pauvres, plus la fréquence de remboursement est élevée, bon nombre d'institutions de microfinance ont supprimé toutes sortes d'entraves aux accès des populations pauvres au crédit de financement. Cette décision est motivée par la mise en place de prêt de groupe où la garantie matérielle est remplacée par une caution solidaire. Celle-ci, par le biais de la pression sociale, en cas de non remboursement d'un membre d'un groupe donné, garantit le remboursement, d'une manière ou d'une autre, effectif de la dette. La pression sociale que nous allons dorénavant appelée "sanction sociale" annihile le capital social du mauvais emprunteur. Le mauvais emprunteur se verra donc marginaliser, non seulement par la communauté d'où il vient mais aussi par l'ensemble des institutions de microfinance. Ainsi, nous parlons de double sanction sociale. La première fait référence à la compétence de l'institution. L'institution peut donc infliger au mauvais emprunteur une sanction sociale partielle de niveau ϕS , avec ϕ strictement positif et inférieur à 1. Nous disons sanction sociale partielle du fait que le degré d'impact est moins important aux yeux du mauvais emprunteur par rapport à la sanction sociale totale infligée par la communauté. La sanction sociale totale est de niveau S . A cet égard, la double sanction sociale s'élève à un niveau de $(1 + \phi)S$.

Dans cet article, nous allons considérer dans les modèles généralisés de prêt individuel [9] et de prêt groupé [8], le cas où les prêteurs et les emprunteurs peuvent simultanément sanctionner des mauvais entrepreneurs en réduisant à néant leur capital social. Dans cette étude, deux sortes de contrats sont offerts par l'institution : le contrat de prêt individuel et celui de prêt groupé. Le crédit individuel nécessite une garantie matérielle. A ce type de contrat, seul le prêteur a le pouvoir d'infliger la sanction sociale qui est de niveau ϕS . Au second type de contrat où prévaut la responsabilité conjointe, la double sanction sociale est infligée aux mauvais entrepreneurs.

2. Revue de la littérature

David Alary[1] s'intéresse au problème de la sélection des projets d'investissement. Dans son modèle, il détermine si en présence de sanction sociale, le prêt de groupe est un moyen efficace de discrimination des projets à financer. Il aboutit à une conclusion que dans le cas où les prêteurs ne peuvent pas distinguer les projets des entrepreneurs, les prêts de groupe ne dominent pas toujours les prêts individuels. Ce dernier attire les entrepreneurs lorsque la sanction sociale est très élevée.

Le cas traité ici est proche de l'article de David Alary[1] en introduisant dans les modèles de prêt individuel[9] et de prêt groupé[8] de Philibert Andriamanantena et Issouf Abdou la double sanction sociale. Dans cet article, seul le prêteur inflige une sanction sociale dite partielle dans le cadre de prêt individuel. Une

double sanction sociale s'applique dans le cadre de prêt groupé. En présence d'une forte sanction sociale, malgré le fait que la sanction sociale est partielle, le prêt individuel domine le prêt de groupe.

3. Hypothèses

Supposons que les entrepreneurs sont différents les uns des autres par les caractéristiques de leur projet. Ces caractéristiques sont entièrement déterminées par la probabilité de réussite du projet qui classe les entrepreneurs en deux catégories. Une catégorie d'entrepreneurs dont les projets sont peu risqués et une autre catégorie dont les projets sont à haut risque. Les projets peu risqués ont une probabilité de réussite P_h et ceux très risqués ont la probabilité de succès P_l ($P_l = 1 - P_h$). En admettant que les entrepreneurs connaissent les risques auxquels ils feront face de leur projet, les hypothèses suivantes sont nécessaires pour les discriminer.

– **(H1)** : Pour que les projet peu risqués soient socialement efficaces, il est naturel de supposer que la probabilité P_h est strictement supérieure à P_l .

– **(H2)** : Tous les projets procurent un même profit net en cas de succès. Ce qui implique que le profit net espéré du projet peu risqué est strictement positif ($V_t(y/x) > 0$) tandis que celui très risqué est strictement négatif ($V_t(y/x) < 0$).

– **(H3)** : En cas de défaut de remboursement, l'agence de microfinance et la communauté auxquelles appartient l'emprunteur défaillant peuvent entamer son capital social par le biais de sanction sociale. Dans le cadre d'un contrat de prêt individuel, l'agence de microfinance infligera à l'emprunteur défaillant une sanction sociale ϕS . Par contre, dans le cadre d'un contrat de prêt groupé, l'agence de microfinance et la communauté infligeront une double sanction sociale $(1 + \phi)S$, (ϕS de la part de l'agence et S de la part de la communauté).

– **(H4)** : L'emprunteur en échec que ce soit dans le contrat individuel ou dans le contrat groupé est exclu pour T périodes, T suffisamment grand (au voisinage de $+\infty$).

– **(H5)** : Comme T suffisamment grand et compte tenu de la sanction sociale, après l'exclusion, l'emprunteur ne pourra plus demander un nouveau prêt. Seul, un nouveau client aura une chance de conclure un contrat de prêt avec la probabilité γ ($0 \leq \gamma \leq 1$).

4. Le changement des modèles entraîné par la mise en oeuvre de la sanction sociale

La mise en oeuvre de la sanction sociale entraîne d'important changement dans les modèles de Philibert Andriamanantena et Issouf Abdou[9][8]. Ce changement concerne les graphes de la chaîne de Markov et les résultats obtenus.

4.1. Le prêt individuel

Soit $(X_t, t \geq 1)$ une chaîne de Markov qui représente les différents états d'un participant au contrat de prêt individuel, et soit E l'ensemble des états possibles de cette chaîne.

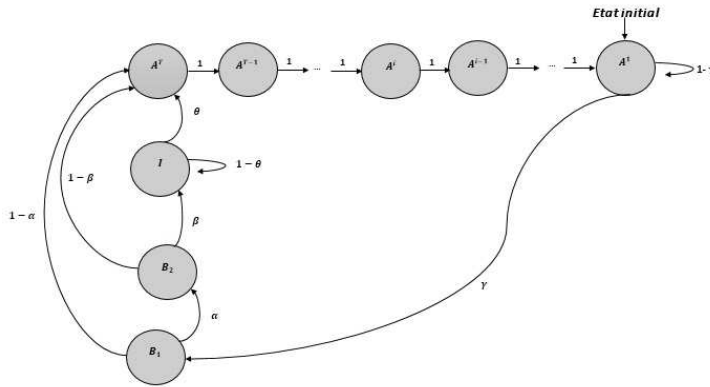
$$E = \{B_1, B_2, I, A^T, A^{(T-1)}, \dots, A^i, A^{i-1}, \dots, A^1\}$$

L'emprunteur est indexé par α, β et θ ($0 \leq \alpha, \beta, \theta \leq 1$), les probabilités de réussite de son projet suivant l'état où se place l'emprunteur. La matrice de transition P de la chaîne de Markov associée aux différents états de la nature est donnée par :

$$P = \begin{pmatrix} \alpha & 1-\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 1-\beta & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\theta & \theta & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1-\gamma \end{pmatrix}$$

Cette matrice peut être représentée graphiquement comme suit :

Figure 1. Graphe de prêt individuel



Comme la limite de δ^T converge vers 0 quand T tend vers $+\infty$ et en procédant de la même manière que [9], nous obtenons le profit total espéré, pour tous états $x, y \in E$:

$$V_t(y/x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{1-\delta\alpha}(W_t(y) - (1+r)) & \text{si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{\beta}{1-\delta\beta}(W_t(y) - (1+r)) & \text{si } (y, x) = (I, B_2) \\ \frac{\theta(1-\theta)}{(1-\delta\theta(1-\theta))}(W_t(y) - (1+\bar{r})) & \text{si } (y, x) = (I, I) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

En absence de sanction sociale et compte tenu de l'hypothèse **H2**, le profit total espéré de l'emprunteur qui a un projet peu risqué est strictement positif. Ce qui implique que la richesse brute de l'emprunteur est strictement supérieure au coût de remboursement. Cette situation est décrite par le système d'inéquations suivant :

$$W_t(y) > \begin{cases} 1+r & \text{si } (y, x) = (B_2, B_1) \text{ ou } (I, B_2) \\ 1+\bar{r} & \text{si } (y, x) = (I, I) \end{cases} \quad (2)$$

Le système d'inéquations ci-dessus découlant du profit net espéré se résume en contrainte de participation ($W_t(y) > 1+r$) qui est une des conditions nécessaires et suffisantes d'octroi de crédit. L'emprunteur réalise donc une valeur nette actuelle strictement positive pour un projet jugé socialement efficace. Dans ce cas, l'institution de microfinance réalise des gains non négatifs.

4.2. Le prêt de groupe

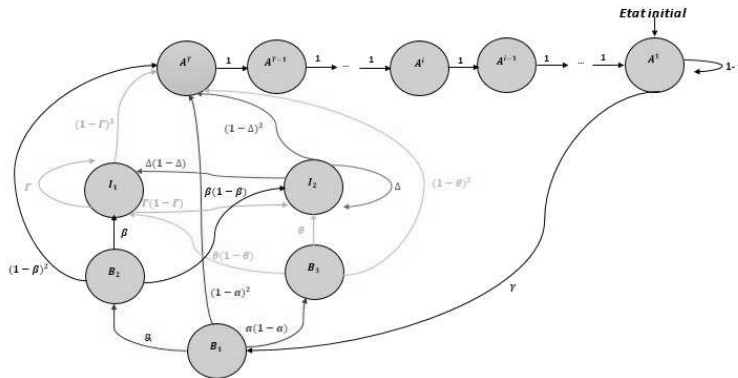
Soit $(X_t, t \geq 1)$ une chaîne de Markov qui représente les différents états d'un participant au contrat de prêt groupé, et soit E' l'ensemble des états possibles de cette chaîne.

$$E' = \{B_1, B_2, B_3, I_1, I_2, A^T, A^{(T-1)}, \dots, A^i, A^{i-1}, \dots, A^1\}$$

Dans ce modèle de prêt groupé, même si l'emprunteur en succès rembourse, en plus de son prêt $1 + r$, un montant $q = \nu(1+r)$ qui représente le montant de la responsabilité jointe du contrat, l'emprunteur défaillant ne bénéficie d'aucune réduction de la phase d'exclusion. Nous attribuons donc au défaillant une phase d'exclusion T suffisamment grand comme le cas du prêt individuel. La matrice et le graphe de transition relative à ce modèle se présentent successivement comme suitent :

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \alpha(1-\alpha) & 0 & 0 & (1-\alpha)^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta & \beta(1-\beta) & (1-\beta)^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta(1-\theta) & \theta & (1-\theta)^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma & \Gamma(1-\Gamma) & (1-\Gamma)^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta(1-\Delta) & \Delta & (1-\Delta)^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1-\gamma \end{pmatrix}$$

Figure 2. Diagramme de transition de prêt groupé



Comme la limite de δ^T converge vers 0 quand T tend vers $+\infty$ et en procédant de la même manière que [8], nous obtenons le profit total espéré, pour tous états $x, y \in E'$:

$$V'_t(y/x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{1-\delta\alpha}(W_t(s) - (1+r)) & \text{si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{\alpha(1-\alpha)}{1-\delta\alpha(1-\alpha)}(W_t(s) - ((1+r) + q)) & \text{si } (y, x) = (B_3, B_1) \end{cases} \quad (3)$$

$$V'_t(y/x) = \begin{cases} \frac{\beta}{1-\delta\beta}(W_t(s) - (1+r)) & \text{si } (y, x) = (I_1, B_2) \\ \frac{\beta(1-\beta)}{1-\delta\beta(1-\beta)}(W_t(s) - ((1+r) + q)) & \text{si } (y, x) = (I_2, B_2) \\ \frac{\theta(1-\theta)}{1-\delta\theta(1-\theta)}(W_t(s) - (1+r)) & \text{si } (y, x) = (I_1, B_3) \end{cases} \quad (4)$$

$$V_t'(y/x) = \begin{cases} \frac{\theta}{1-\delta\theta}(W_t(s) - ((1+r) + q)) & \text{si } (y, x) = (I_2, B_3) \\ \frac{\Gamma}{1-\delta\Gamma}(W_t(s) - (1 + \bar{r})) & \text{si } (y, x) = (I_1, I_1) \\ \frac{\Gamma(1-\Gamma)}{1-\delta\Gamma(1-\Gamma)}(W_t(s) - (1 + \bar{r}) + q) & \text{si } (y, x) = (I_2, I_1) \end{cases} \quad (5)$$

$$V_t'(y/x) = \begin{cases} \frac{\Delta(1-\Delta)}{1-\delta\Delta(1-\Delta)}(W_t(s) - (1 + \bar{r})) & \text{si } (y, x) = (I_1, I_2) \\ \frac{\Delta}{1-\delta\Delta}(W_t(s) - (1 + \bar{r}) + q) & \text{si } (y, x) = (I_2, I_2) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6)$$

5. Contrats de prêt à double sanction sociale

L'agence de microfinance peut offrir deux types de contrats : un contrat de prêt individuel et un contrat de prêt groupé. Le contrat de prêt individuel est un contrat de dette classique nécessitant un minimum de garantie matérielle ou de sureté personnelle. Le contrat de prêt groupé est un contrat de dette à responsabilité conjointe des membres du groupe. Ce contrat n'implique pas la mise en place de projet commun qui induit au partage des bénéfices réalisés mais seulement être garants les uns des autres au remboursement effectif de dette liée au contrat. La responsabilité conjointe se limite donc au transfert financier du reliquat (la charge transférable $q = \nu(1+r)$, $0 < \nu \leq 1$ de l'emprunteur défaillant[8]) sans entamer le capital social du défaillant.

5.1. Contrat de prêt individuel avec sanction sociale partielle

Considérons ensuite que l'institution de microfinance peut sanctionner l'emprunteur défaillant (Hypothèse **H3**). Admettons qu'infliger une sanction sociale ne coûte absolument rien à l'institution mais ne lui rapporte rien aussi. Pourtant, la pratique de sanction sociale contribue à réduire le défaut stratégique et à l'incitation dynamique. Infliger donc une sanction sociale c'est annihiler le capital social S du défaillant. Cette sanction sociale de niveau ϕS est dite partielle car non seulement l'impact au sein de la société à laquelle l'emprunteur appartient n'est pas significatif mais aussi l'image de l'institution est assez dévalorisée.

La présence d'une sanction sociale est donc synonyme d'une perte de bien-être social pour l'emprunteur dont le projet présente un risque très élevé. Cette perte rend le contrat de prêt individuel moins attractif. Alors, faute de connaissance nécessaire pour identifier la qualité de chaque projet, elle permet de discriminer implicitement les projets des entrepreneurs.

Pour que le contrat de prêt individuel ait lieu, les conditions suivantes sont nécessaire et suffisante. Les emprunteurs dont les projets sont peu risqués et l'institution réalisent, de part et d'autre, de gain positif. Nous sommes alors en présence de contrat basé sur le principe "gagnant-gagnant".

$$V_t(y/x) - (1 - P_l)\phi S \leq 0 \quad (7)$$

$$V_t(y/x) - (1 - P_h)\phi S > 0 \quad (8)$$

De ces conditions, nous en déduisons :

$$S \geq \frac{V_t(y/x)}{(1 - P_l)\phi}$$

$$S < \frac{V_t(y/x)}{(1 - P_h)\phi}$$

En remplaçant P_l et P_h par leur valeur suivant l'état de l'emprunteur et $V_t(y/x)$ par sa valeur, nous obtenons les systèmes suivants :

$$S \geq \begin{cases} \frac{W_t(y)-(1+r)}{\phi(1-\delta\alpha)} & \text{si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{W_t(y)-(1+r)}{\phi(1-\delta\beta)} & \text{si } (y, x) = (I, B_2) \\ \frac{\theta(W_t(y)-(1+\bar{r}))}{\phi[(1-\delta\theta)(1-\theta)]} & \text{si } (y, x) = (I, I) \end{cases} \quad (9)$$

$$S < \begin{cases} \frac{\alpha(W_t(y)-(1+r))}{\phi(1-\alpha)(1-\delta\alpha)} & \text{si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{\beta(W_t(y)-(1+r))}{\phi(1-\beta)(1-\delta\beta)} & \text{si } (y, x) = (I, B_2) \\ \frac{(1-\theta)(W_t(y)-(1+\bar{r}))}{\phi(1-\delta\theta)(1-\theta)} & \text{si } (y, x) = (I, I) \end{cases} \quad (10)$$

En posant :

$$\bar{S}_1 = \begin{cases} \frac{W_t(y)-(1+r)}{\phi(1-\delta\alpha)} & \text{si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{W_t(y)-(1+r)}{\phi(1-\delta\beta)} & \text{si } (y, x) = (I, B_2) \\ \frac{\theta(W_t(y)-(1+\bar{r}))}{\phi[(1-\delta\theta)(1-\theta)]} & \text{si } (y, x) = (I, I) \end{cases} \quad (11)$$

$$\bar{S}_2 = \begin{cases} \frac{\alpha(W_t(y)-(1+r))}{\phi(1-\alpha)(1-\delta\alpha)} & \text{si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{\beta(W_t(y)-(1+r))}{\phi(1-\beta)(1-\delta\beta)} & \text{si } (y, x) = (I, B_2) \\ \frac{(1-\theta)(W_t(y)-(1+\bar{r}))}{\phi(1-\delta\theta)(1-\theta)} & \text{si } (y, x) = (I, I) \end{cases} \quad (12)$$

Nous pouvons écrire :

$$S \geq \bar{S}_1 \text{ et } S < \bar{S}_2 \quad (13)$$

Le contrat de prêt individuel est en équilibre si l'ensemble $[\bar{S}_1; \bar{S}_2[$ est non vide. En effet, $\bar{S}_2 > \bar{S}_1$ équivaut à $\frac{1}{1-P_h} > \frac{1}{1-P_l}$. Ce qui revient à $P_h > P_l$, hypothèse **H1**.

Comme la contrainte de participation doit être toujours vérifiée ($W > 1 + r$), la borne inférieure de l'intervalle de sanction sociale \bar{S}_1 , quel que soit l'état où est positionné l'emprunteur est toujours positif ($\bar{S}_1 > 0$). Alors, si $S \in]0; \bar{S}_1[$, l'institution réalise des profits non négatifs. A cet intervalle, nous disons que la sanction sociale est moyennement faible. Cette situation crée une incitation dynamique au remboursement. Par contre, si $S \in [\bar{S}_1; \bar{S}_2[$, la sanction sociale est forte. Cette situation permet à coup sûr à l'institution de microfinance d'obtenir l'équilibre de premier rang, c'est-à-dire un remboursement $R = 1 + r$ au prix de faire fuir les emprunteurs à risque car le gain espéré ne peut pas être compensé en cas d'un éventuel échec. Dans ce cas, il n'existe aucun contrat d'équilibre. L'optimum se trouve donc dans l'intervalle $]0; \bar{S}_1[$.

5.2. Contrat de prêt groupé à double sanction sociale

La liaison fonctionnelle des membres d'une communauté donnée est déterminée par les normes fixées par la communauté. Le respect des normes pour tout un chacun fortifie cette liaison et permet aux membres de la communauté de former des différents groupes en vue d'une éventuelle action économique à entreprendre. Ce respect constitue aussi un entretien et une augmentation de la valeur du capital social de chaque individu. Le manquement aux normes constitue une perte du capital social. Cette perte est le résultat de sanction sociale infligée par les membres de la communauté. Pour un contrat de prêt groupé, deux instances de pouvoir peuvent infliger cette sanction sociale, à savoir, l'institution de microfinance et la communauté elle-même

(Hypothèse **H3**). A ces instances, le degré de la sanction sociale est différent. L'institution de microfinance inflige une peine partielle de niveau ϕS tandis que la communauté inflige une peine totale de niveau S . L'individu déviant reçoit sévèrement donc une double peine de niveau $(1+\phi)S$. Là nous pouvons considérer que cet individu est exclu de tout avantage au sein de la communauté et de l'institution.

Dans cette partie, nous allons essayer de déterminer un intervalle de sanction sociale dans lequel le contrat de prêt groupé peut exister et se réaliser. L'hypothèse **H2** nous permet d'écrire les contraintes suivantes :

$$V'_t(y/x) - (1 - P_l)(1 + \phi)S \leq 0 \quad (14)$$

$$V'_t(y/x) - (1 - P_h)(1 + \phi)S > 0 \quad (15)$$

Les contraintes ci-dessus nous permettent d'isoler la sanction sociale en écrivant ainsi :

$$S \geq \frac{V'_t(y/x)}{(1 - P_l)(1 + \phi)}$$

$$S < \frac{V'_t(y/x)}{(1 - P_h)(1 + \phi)}$$

Comme dans le cas du contrat de prêt individuel, en remplaçant P_l et P_h par leur valeur suivant l'état de l'emprunteur dans la chaîne et $V'_t(y/x)$ par sa valeur, nous obtenons les systèmes suivants :

$$S \geq \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha(W_t(s) - (1+r))}{(1 - (1-\alpha)^2)(1+\phi)(1-\delta\alpha)} \text{ si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{\alpha(1-\alpha)(W_t(s) - (1+r+q))}{(1 - (1-\alpha)^2)(1+\phi)(1-\delta\alpha(1-\alpha))} \text{ si } (y, x) = (B_3, B_1) \\ \frac{\beta(W_t(s) - (1+r))}{(1 - (1-\beta)^2)(1+\phi)(1-\delta\beta)} \text{ si } (y, x) = (I_1, B_2) \\ \frac{\beta(1-\beta)(W_t(s) - (1+r+q))}{(1 - (1-\beta)^2)(1+\phi)(1-\delta\beta(1-\beta))} \text{ si } (y, x) = (I_2, B_2) \\ \frac{\theta(1-\theta)(W_t(s) - (1+r))}{(1 - (1-\theta)^2)(1+\phi)(1-\delta\theta(1-\theta))} \text{ si } (y, x) = (I_1, B_3) \\ \frac{\theta(W_t(s) - (1+r+q))}{(1 - (1-\theta)^2)(1+\phi)(1-\delta\theta)} \text{ si } (y, x) = (I_2, B_3) \\ \frac{\Gamma(W_t(s) - (1+\bar{r}))}{(1 - (1-\Gamma)^2)(1+\phi)(1-\delta\Gamma)} \text{ si } (y, x) = (I_1, I_1) \\ \frac{\Gamma(1-\Gamma)(W_t(s) - (1+\bar{r}+q))}{(1 - (1-\Gamma)^2)(1+\phi)(1-\delta\Gamma(1-\Gamma))} \text{ si } (y, x) = (I_2, I_1) \\ \frac{\Delta(1-\Delta)(W_t(s) - (1+\bar{r}))}{(1 - (1-\Delta)^2)(1+\phi)(1-\delta\Delta(1-\Delta))} \text{ si } (y, x) = (I_1, I_2) \\ \frac{\Delta(W_t(s) - (1+\bar{r}+q))}{(1 - (1-\Delta)^2)(1+\phi)(1-\delta\Delta)} \text{ si } (y, x) = (I_2, I_2) \end{array} \right. \quad (16)$$

$$S < \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha(W_t(s) - (1+r))}{(1-\alpha)(1+\phi)(1-\delta\alpha)} \text{ si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{\alpha(1-\alpha)(W_t(s) - (1+r+q))}{(1-\alpha(1-\alpha))(1+\phi)(1-\delta\alpha(1-\alpha))} \text{ si } (y, x) = (B_3, B_1) \\ \frac{\beta(W_t(s) - (1+r))}{(1-\beta)(1+\phi)(1-\delta\beta)} \text{ si } (y, x) = (I_1, B_2) \\ \frac{\beta(1-\beta)(W_t(s) - (1+r+q))}{(1-\beta(1-\beta))(1+\phi)(1-\delta\beta(1-\beta))} \text{ si } (y, x) = (I_2, B_2) \\ \frac{\theta(1-\theta)(W_t(s) - (1+r))}{(1-\theta(1-\theta))(1+\phi)(1-\delta\theta(1-\theta))} \text{ si } (y, x) = (I_1, B_3) \\ \frac{\theta(W_t(s) - (1+r+q))}{(1-\theta)(1+\phi)(1-\delta\theta)} \text{ si } (y, x) = (I_2, B_3) \\ \frac{\Gamma(W_t(s) - (1+\bar{r}))}{(1-\Gamma)(1+\phi)(1-\delta\Gamma)} \text{ si } (y, x) = (I_1, I_1) \\ \frac{\Gamma(1-\Gamma)(W_t(s) - (1+\bar{r}+q))}{(1-\Gamma(1-\Gamma))(1+\phi)(1-\delta\Gamma(1-\Gamma))} \text{ si } (y, x) = (I_2, I_1) \\ \frac{\Delta(1-\Delta)(W_t(s) - (1+\bar{r}))}{(1-\Delta(1-\Delta))(1+\phi)(1-\delta\Delta(1-\Delta))} \text{ si } (y, x) = (I_1, I_2) \\ \frac{\Delta(W_t(s) - (1+\bar{r}+q))}{(1-\Delta)(1+\phi)(1-\delta\Delta)} \text{ si } (y, x) = (I_2, I_2) \end{array} \right. \quad (17)$$

En posant :

$$\bar{S}_3 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha(W_t(s)-(1+r))}{(1-(1-\alpha)^2)(1+\phi)(1-\delta\alpha)} \text{ si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{\alpha(1-\alpha)(W_t(s)-(1+r+q))}{(1-(1-\alpha)^2)(1+\phi)(1-\delta\alpha(1-\alpha))} \text{ si } (y, x) = (B_3, B_1) \\ \frac{\beta(W_t(s)-(1+r))}{(1-(1-\beta)^2)(1+\phi)(1-\delta\beta)} \text{ si } (y, x) = (I_1, B_2) \\ \frac{\beta(1-\beta)(W_t(s)-(1+r+q))}{(1-(1-\beta)^2)(1+\phi)(1-\delta\beta(1-\beta))} \text{ si } (y, x) = (I_2, B_2) \\ \frac{\theta(1-\theta)(W_t(s)-(1+r))}{(1-(1-\theta)^2)(1+\phi)(1-\delta\theta(1-\theta))} \text{ si } (y, x) = (I_1, B_3) \\ \frac{\theta(W_t(s)-(1+r+q))}{(1-(1-\theta)^2)(1+\phi)(1-\delta\theta)} \text{ si } (y, x) = (I_2, B_3) \\ \frac{\Gamma(W_t(s)-(1+\bar{r}))}{(1-(1-\Gamma)^2)(1+\phi)(1-\delta\Gamma)} \text{ si } (y, x) = (I_1, I_1) \\ \frac{\Gamma(1-\Gamma)(W_t(s)-(1+\bar{r}+q))}{(1-(1-\Gamma)^2)(1+\phi)(1-\delta\Gamma(1-\Gamma))} \text{ si } (y, x) = (I_2, I_1) \\ \frac{\Delta(1-\Delta)(W_t(s)-(1+\bar{r}))}{(1-(1-\Delta)^2)(1+\phi)(1-\delta\Delta(1-\Delta))} \text{ si } (y, x) = (I_1, I_2) \\ \frac{\Delta(W_t(s)-(1+\bar{r}+q))}{(1-(1-\Delta)^2)(1+\phi)(1-\delta\Delta)} \text{ si } (y, x) = (I_2, I_2) \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\bar{S}_4 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha(W_t(s)-(1+r))}{(1-\alpha)(1+\phi)(1-\delta\alpha)} \text{ si } (y, x) = (B_2, B_1) \\ \frac{\alpha(1-\alpha)(W_t(s)-(1+r+q))}{(1-\alpha(1-\alpha))(1+\phi)(1-\delta\alpha(1-\alpha))} \text{ si } (y, x) = (B_3, B_1) \\ \frac{\beta(W_t(s)-(1+r))}{(1-\beta)(1+\phi)(1-\delta\beta)} \text{ si } (y, x) = (I_1, B_2) \\ \frac{\beta(1-\beta)(W_t(s)-(1+r+q))}{(1-\beta(1-\beta))(1+\phi)(1-\delta\beta(1-\beta))} \text{ si } (y, x) = (I_2, B_2) \\ \frac{\theta(1-\theta)(W_t(s)-(1+r))}{(1-\theta(1-\theta))(1+\phi)(1-\delta\theta(1-\theta))} \text{ si } (y, x) = (I_1, B_3) \\ \frac{\theta(W_t(s)-(1+r+q))}{(1-\theta)(1+\phi)(1-\delta\theta)} \text{ si } (y, x) = (I_2, B_3) \\ \frac{\Gamma(W_t(s)-(1+\bar{r}))}{(1-\Gamma)(1+\phi)(1-\delta\Gamma)} \text{ si } (y, x) = (I_1, I_1) \\ \frac{\Gamma(1-\Gamma)(W_t(s)-(1+\bar{r}+q))}{(1-\Gamma(1-\Gamma))(1+\phi)(1-\delta\Gamma(1-\Gamma))} \text{ si } (y, x) = (I_2, I_1) \\ \frac{\Delta(1-\Delta)(W_t(s)-(1+\bar{r}))}{(1-\Delta(1-\Delta))(1+\phi)(1-\delta\Delta(1-\Delta))} \text{ si } (y, x) = (I_1, I_2) \\ \frac{\Delta(W_t(s)-(1+\bar{r}+q))}{(1-\Delta)(1+\phi)(1-\delta\Delta)} \text{ si } (y, x) = (I_2, I_2) \end{array} \right. \quad (19)$$

Il vient :

$$S \geq \bar{S}_3 \text{ et } S < \bar{S}_4 \quad (20)$$

Nous pouvons donc donner la condition d'existence du contrat de prêt groupé en écrivant $S \in [\bar{S}_3; \bar{S}_4[$. Cet intervalle est non vide si et seulement si $\bar{S}_3 < \bar{S}_4$. Ce qui est vrai puisque P_h est toujours supérieur à P_l .

Puisque la contrainte de participation doit être vérifiée avant la conclusion du contrat, c'est-à-dire ($W > 1 + r + q$), \bar{S}_3 est strictement positif ($\bar{S}_3 > 0$). Alors, si $S \in]0; \bar{S}_3[$, l'institution réalise des profits positifs. A cet intervalle, nous disons encore que la double sanction sociale est moyennement faible. Tout comme le contrat de prêt individuel, cette situation crée une incitation dynamique au remboursement. Par contre, si $S \in [\bar{S}_3; \bar{S}_4[$, la double sanction sociale est forte. Le contrat de prêt groupé trouve son équilibre pour tout $S \in]0; \bar{S}_3[$.

6. Discussion

Trivialement, il est évident que si la sanction sociale est trop élevée, aucun emprunteur ne choisit ni le contrat de prêt individuel ni le contrat de prêt groupé.

En absence de sanction sociale, l'institution ne peut pas sélectionner les bons projets parmi les projets proposés. Par contre, en présence de sanction sociale, l'emprunteur peut choisir entre le contrat de prêt individuel et le contrat de prêt groupé.

Ainsi, en présence de sanction sociale, nous allons déterminer quel contrat choisira l'emprunteur. Pour ce faire, nous posons $I_1 = [\bar{S}_1; \bar{S}_2[$ l'intervalle de sanction sociale dans le cadre de prêt individuel et $I_2 = [\bar{S}_3; \bar{S}_4[$ celui dans le cadre de prêt groupé. Montrons lequel est supérieur de ces deux intervalles. Prenons donc un élément de chaque intervalle et faisons la comparaison.

Soient $\frac{\alpha(W_t(y)-(1+r))}{\phi(1-\alpha)(1-\delta\alpha)} \in I_1$ et $\frac{\alpha(W_t(s)-(1+r))}{(1-\alpha)(1+\phi)(1-\delta\alpha)} \in I_2$. Montrons que $I_1 > I_2$. Nous savons que $0 < \alpha < 1$. En partant de cette inégalité, nous pouvons écrire $(1-\alpha)(1-\delta)\phi < (1-\alpha)(1-\delta\alpha)\phi < (1-\alpha)\phi$. Or $(1-\alpha)(1-\delta\alpha)\phi < (1-\alpha)(1-\delta\alpha)(1+\phi)$. En inversant membre à membre, nous obtenons $\frac{1}{(1-\alpha)(1-\delta\alpha)(1+\phi)} < \frac{1}{(1-\alpha)(1-\delta\alpha)\phi}$. En multipliant membre à membre par $\alpha(W_t(y)-(1+r))$, nous obtenons $\frac{\alpha(W_t(y)-(1+r))}{(1-\alpha)(1+\phi)(1-\delta\alpha)} < \frac{\alpha(W_t(y)-(1+r))}{\phi(1-\alpha)(1-\delta\alpha)}$. Ce qui nous permet d'affirmer que $I_1 > I_2$. Ceci nous conduit à conclure qu'en présence de sanction sociale, celle-ci est plus forte dans le contrat de prêt individuel que dans le contrat de prêt groupé. De ce fait, lorsque la sanction sociale est forte, le gain réalisé n'est pas suffisant pour compenser le fait que les emprunteurs efficaces subissent en cas d'échec une sanction sociale forte. Dans ce cas, les emprunteurs les moins risqués préféreront le contrat de prêt individuel car non seulement ils peuvent éviter de subir une éventuelle sanction sociale mais aussi de payer éventuellement la charge transférable. Par contre, lorsque la sanction sociale est faible, les emprunteurs choisiront le contrat de prêt groupé.

7. Conclusion

En matière de contrat de prêt, la sanction sociale est une arme à double tranchant : entretenir la poursuite de relation contractuelle entre prêteurs et emprunteurs et punir sévèrement les audacieux. Elle permet implicitement de discriminer les projets des emprunteurs à risque et de dissuader le défaut stratégique. Comme l'emprunteur connaît son propre risque, il calcule toujours le coût d'opportunité entre soumettre un projet très risqué sous peine de perdre son capital social ou prendre le recul pour conserver son capital social. Ce dernier l'emporte toujours puisque la perte du capital social occasionne l'exclusion des tous les avantages dont tous les membres de la communauté bénéficient.

La préférence entre contrat de prêt individuel et contrat de prêt groupé dépend du niveau de la sanction sociale. A sanction sociale fortement élevée, le contrat de prêt individuel prédomine le contrat de prêt groupé. Inversement, lorsqu'elle est faible, voire très faible, la préférence va au contrat de prêt groupé. Toutefois, pour les deux types de contrats, il existe un équilibre pour toute sanction sociale appartenant à l'un ou à l'autre des intervalles $S \in]0; \bar{S}_1[$, $S \in]0; \bar{S}_3[$, selon le cas.

8. Bibliographie

- [1] DAVID ALARY, « Prêt de groupe et sanction sociale », *basepub.dauphine.fr* > handle.
- [2] DHIB NAHLA,, DIENER FRANCINE , DIENER MARC « Modélisation mathématique du flux espéré d'un micro-entrepreneur », *Econometrica*, 2013.
- [3] DIENER FRANCINE , DIENER MARC , DHIB NAHLA, « Valeur espérée d'un microcrédit dans un modèle de chaîne de Markov », *https://hal-unice.archives-ouvertes.fr/hal-01324501* 2016.
- [4] G. A. TEDESCHI , « Here today, gone tomorrow : can dynamic incentives make microfinance more flexible », *Journal of Departement Economics* : 84-105, n° 80, 2006
- [5] LANSANA BANGOURA , « Contrat de crédit, risque moral, sélection adverse et incitation à l'effort pour le remboursement en Microfinance », *Centre de Recherche sur les Stratégies Economiques*, pages 1-38 , 2010.
- [6] OSMAN KHODR, DIENER FRANCINE , « Mathematical models for individual and group lending in microfinance », *Université de Nice, Laboratoire de Mathématiques*, 2008.

- [7] OSMAN KHODR , « Modèles dynamiques des innovations du microcrédit », *In thèse de Doctorat, EDSA Laboratoire J-A Dieudonné, UNS, Parc Valrose, 06108 Nice, France pages 1-61*, 2011.
- [8] PHILIBERT ANDRIAMANANTENA , ISSOUF ABDOU , MAMY RAVELOMANANA, RIVO RAKOTOZAFY, « Modèle markovien de prêt groupé en microfinance », <https://hal.science/hal-04177855>, 2023.
- [9] PHILIBERT ANDRIAMANANTENA , ISSOUF ABDOU , MAMY RAVELOMANANA, RIVO RAKOTOZAFY, « Modèle markovien d'octroi de crédit en microfinance », <https://hal.science/hal-01324501>, 2020.