



**HAL**  
open science

# Modèles haute résolution pour l'analyse dynamique ultra-rapide des structures à géométrie périodique

Christophe Droz

► **To cite this version:**

Christophe Droz. Modèles haute résolution pour l'analyse dynamique ultra-rapide des structures à géométrie périodique. COFREND 2023 - journées de la Confédération Française pour les Essais Non Destructifs, Jun 2023, Marseille, France. pp.28508, 10.58286/28508 . hal-04213224

**HAL Id: hal-04213224**

**<https://hal.science/hal-04213224>**

Submitted on 21 Sep 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Modèles haute résolution pour l'analyse dynamique ultra-rapide des structures à géométrie périodique.

Christophe Droz <sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>I4S team, Univ. Gustave Eiffel, Inria, France

\* E-mail: [christophe.droz@inria.fr](mailto:christophe.droz@inria.fr)

## Résumé

Le développement de méthodes de détection de défauts « hybrides », c'est-à-dire combinant des modèles de simulation physiques et des modèles d'apprentissage basés sur les données, offre de nouvelles perspectives en termes d'évaluation non-destructive et de surveillance vibratoire (SHM). L'utilisation de données virtuelles (i.e. issues de simulations physiques) se heurte souvent à la complexification croissante des structures et matériaux, lesquels nécessitent d'importants moyens de calculs pour générer des données précises, souvent multi-échelles, en quantité suffisante. Ce travail porte sur un formalisme ondulatoire permettant d'effectuer des simulations intensives d'interactions ondes-défauts dans des structures périodiques soumises à des sollicitations dynamiques et modélisées avec un haut niveau de résolution.

### 1. Simulation intensive et inspection des matériaux complexes

Les techniques d'inspection par ondes guidées sont des solutions d'évaluation de la santé des structures exploitant la capacité des ondes élastiques à parcourir de longues distances tout en présentant une sensibilité à la présence d'endommagements ou d'imperfections, même de petite dimension. Outre leur capacité à inspecter des zones inaccessibles, ces techniques permettent simultanément de détecter, localiser et quantifier des dommages à un niveau de résolution relativement élevé dans des structures de grande dimension. L'inspection par ondes repose donc sur la capacité à générer, collecter et interpréter les signaux vibratoires résultant de la transmission et de la réflexion d'ondes guidées dans un milieu de propagation.

Pour concevoir et positionner actionneurs et capteurs, puis interpréter leurs données, il est nécessaire de disposer d'une bonne connaissance de la structure, notamment des caractéristiques de dispersion des ondes qui s'y propagent. De nombreux modèles physiques (analytiques ou numériques) peuvent être utilisés afin de déterminer les caractéristiques, vitesses et formes des ondes qui peuvent être propagées dans une plage de fréquence donnée. Ces modèles physiques sont également capables de prédire la nature des interactions entre des ondes guidées et les éventuels défauts à détecter, permettant ainsi de

sélectionner les modes et fréquences les plus sensibles au type d'endommagement recherché.

De nombreuses méthodes et logiciels ont été développés pour simuler la propagation dans les guides d'ondes (e.g. méthode SAFE). Combinés à des descriptions éléments finis de la section droite des guides d'ondes, ces modèles peuvent non seulement servir à étudier les caractéristiques de dispersion, mais également à réaliser des simulations d'essais à moindre coût de calcul. Initialement utilisées pour estimer les caractéristiques de dispersion des ondes, les simulations intensives peuvent désormais être utilisées pour entraîner des réseaux de neurones, lesquels sont ensuite appliqués pour traiter des données expérimentales afin de déterminer les positions et profondeurs de défauts [1], ou encore pour remplacer des essais virtuels trop coûteux en temps de calcul [2]. Ces modèles ne sont cependant pas sans limites. Ils s'appuient le plus souvent sur des descriptions canoniques ou simplifiées de la géométrie (i.e. uniformité et homogénéité du matériau) ou de la physique sous-jacente (e.g. ondes planes, grandes longueurs d'onde). On peut également mentionner les méthodes d'homogénéisation multi-échelles (e.g. [3]), qui permettent une bonne approximation élasto-dynamique à condition de déterminer une base d'homogénéisation appropriée. Quant aux modèles permettant un haut niveau de résolution spatiale (i.e. Eléments Finis), ils sont encore souvent assortis de coûts de simulation prohibitifs pour des structures de grande dimension et/ou multi-échelles.

L'essor de nouveaux paradigmes de matériaux et structures permettant une fonctionnalisation des surfaces entraîne pourtant une sophistication croissante des propriétés mécaniques et des géométries. A l'échelle du matériau, l'allègement consiste en l'utilisation croissante de composites, lesquels offrent d'excellents rapports raideur sur masse mais sont sujets à de nombreux modes d'endommagement à la fatigue. A haute fréquence, la microstructure de ces matériaux produit par exemple d'importants phénomènes de dispersion et d'atténuation des ondes qui limitent les possibilités d'utilisation des ultrasons sur de longues distances. A l'échelle de la structure, des concepts architecturés, grillages ou autres « lattices » (aussi appelés *milieux réticulés*) parfois issus d'une optimisation topologique, permettent de maintenir l'intégrité mécanique d'une structure tout en réduisant considérablement sa masse et son coût en matières



premières et en énergie. La taille des modèles de simulation se double alors d'une complexité des phénomènes ondulatoires et dynamiques, obérant ainsi souvent la mise en place de solutions d'inspection par ondes guidées.

Plus récemment, la démocratisation des métamatériaux (ou méta-structures, selon l'échelle considérée) a permis de conférer aux surfaces des propriétés remarquables. Ces nouvelles fonctionnalités sont souvent – mais pas exclusivement – liées à la capacité du milieu à manipuler la propagation des ondes élastiques, sonores ou électromagnétiques. De nombreuses applications des métamatériaux visent à accroître les capacités d'absorption ou de redirection de l'énergie acoustique ou mécanique pour réduire les bruits et les vibrations d'une structure [4], mais s'appliquent également à l'amélioration des transferts thermiques, la résistance aux chocs ou encore pour atteindre des objectifs de réduction de signatures (e.g. acoustique urbaine, pollution sonore sous-marine, rayonnements électro-magnétiques, furtivité). Le développement et l'utilisation de ces concepts allégés, optimisés ou fonctionnalisés est amené à se poursuivre dans nombre d'industries du transport, du génie civil, de l'aérospatial ou dans l'offshore.

En résumé, deux évolutions inconciliables pourraient soulever des défis computationnels pour l'inspection par ondes guidées :

- L'utilisation croissante de la simulation intensive afin de générer des données virtuelles d'entraînement pour la détection automatique des défauts.
- La sophistication fonctionnelle des matériaux et structures à des échelles micro- à macroscopiques et nécessitant des modèles numériques de plus en plus coûteux.

À défaut d'avancées majeures dans le domaine du calcul intensif, l'augmentation prévisible du coût des simulations pour la surveillance de l'état des structures et l'inspection par ondes guidées ne pourra être appréhendée qu'à l'aide de stratégies de modélisation plus rapides et précises. Notons que les enjeux computationnels touchent particulièrement le domaine de l'inspection par ondes guidées, où les plages de fréquences des analyses sont plus hautes, requérant des échantillonnages fréquentiels, temporels ou des discrétisations spatiales plus importantes. En effet, selon la technique d'inspection considérée, les essais virtuels peuvent être utilisés pour générer des données d'endommagement à partir de différents indicateurs. En dynamique des structures, ces derniers sont généralement issus d'analyses : (i) vibratoires, (ii) ondulatoires ou (iii) temporelles.

En surveillance vibratoire (i.e. SHM), ces modèles peuvent servir à la génération de données (modes propres, réponse en fréquence en différentes positions, signaux temporels etc.), permettant ainsi de tester la robustesse d'une signature, optimiser l'emplacement des capteurs ou entraîner un modèle de surveillance automatique. En génie civil, les faibles plages de fréquences utilisées en analyse modale, les incertitudes du modèle et l'importance des conditions environnementales tendent à favoriser

l'utilisation de modèles éléments finis à basse résolution, ce qui limite la taille des modèles et les temps de simulation.

À l'inverse, en inspection ultrasonore haute fréquence, la faible hétérogénéité et l'uniformité du milieu de propagation permettent souvent une description analytique ou semi-analytique de la dynamique locale. Les simulations permettent alors de déterminer les caractéristiques de dispersion des ondes ou éventuels phénomènes de réflexion et de diffraction des ondes au contact d'une singularité à partir de modèles locaux. Notons que ces modèles locaux sont rarement compatibles avec des analyses vibratoires ou vibro-acoustiques globales.

En raison de l'atténuation et de la dispersion élevée dans les milieux hétérogènes ou périodiques, l'inspection par ondes guidées dans ces structures nécessite l'utilisation de plus grandes longueurs d'ondes (i.e. « moyennes fréquences »). Cela exclut l'utilisation de modèles locaux tout en nécessitant un haut niveau de résolution spatiale, fréquentielle ou temporelle. Les modèles globaux utilisés peuvent alors rapidement atteindre des dimensions prohibitives. Notons également que ces modèles sont alors à même de générer des indicateurs de différentes natures et échelles (ondulatoires, vibratoires, vibro-acoustiques, ...), eux-aussi utilisables dans un contexte d'apprentissage machine [5]. Ainsi, la génération de données virtuelles massives en dynamique ondulatoire et vibratoire moyennes fréquences, bien que concentrée sur un nombre limité de problématiques, constitue néanmoins un défi computationnel majeur.

Notre travail vise à développer un formalisme de modélisation ultra-rapide, haute résolution et multi-indicateurs pour l'extension des stratégies de test d'inspection par ondes guidées basées sur des modèles pour les matériaux et structures périodiques de grande dimension. Notons pour cela que la majorité de ces modèles structurels avancés présentent une structure matérielle ou géométrique répétitive, laquelle peut alors être exploitée pour produire une réduction stupéfiante de leurs besoins de calcul [6]. Notre solution repose donc sur l'exploitation de la périodicité structurelle pour créer des modèles d'éléments finis à haute résolution de la structure tout en fournissant une variété d'indicateurs, y compris les caractéristiques de dispersion des ondes et de diffusion au contact de dommages, ainsi que la réponse dynamique globale de la structure soumise à diverses charges et conditions limites.

Ce formalisme de modélisation s'applique à une large gamme de structures répétitives, y compris les matériaux en « lattices », raidis, en nid d'abeille, hétérogènes, ondulés ou architecturés. Il offre la possibilité de tirer parti de modèles multi-physiques haute résolution pour le développement de caractéristiques de dommages innovantes, de stratégies de surveillance de la santé structurelle basées sur des modèles plus polyvalents et de

méthodes d'estimation d'état/d'entrée en temps quasi réel pour la détection virtuelle.

## 2. Modélisation rapide des milieux périodiques

### 2.1. Théorie de Bloch et implications

Considérons une structure soumise à des sollicitations extérieures, décomposable en un nombre arbitraire de domaines périodiques comme illustré en figure 1.

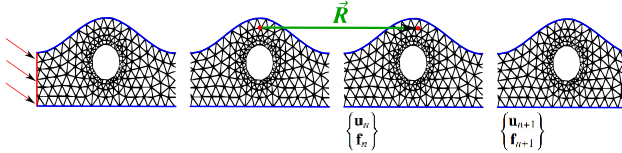


Figure 1 : Milieu périodique décomposé en cellules unitaires.

On considère le domaine élastique linéaire soumis à des sollicitations extérieures.

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f} = \rho \ddot{\mathbf{u}}, \quad (1)$$

En notant respectivement  $\mathbb{M}$ ,  $\mathbb{C}$ , et  $\mathbb{K}$  les matrices éléments finis de masse, amortissement et raideur, l'équation d'équilibre après discrétisation du domaine s'écrit :

$$\mathbb{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbb{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbb{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2)$$

Dans le cas de sollicitations harmoniques, un maillage conforme entre domaines périodiques et en notant  $\mathbb{H}(\omega)$  la raideur dynamique globale, l'opérateur peut être décrit comme un assemblage  $\mathbb{A}$  d'éléments périodiques  $\mathbb{D}_n$ , i.e. :

$$\mathbb{H}(\omega) = \mathbb{A} \{ \mathbb{D}_n(\omega) \} \quad (3)$$

Le théorème de Bloch [7] implique que les fonctions propres,  $\Phi_{\mathbf{k}}$  d'un opérateur translationnel périodique  $\mathbb{T}_{\mathbf{R}}$  liant deux vecteurs d'états de positions  $\vec{\mathbf{x}}$  et  $\vec{\mathbf{x}} + \vec{\mathbf{R}}$ , sont liées par la relation :

$$\mathbb{T}_{\mathbf{R}} \Phi_{\mathbf{k}}(\vec{\mathbf{x}}) = e^{-i\mathbf{k} \cdot \vec{\mathbf{R}}} \Phi_{\mathbf{k}}(\vec{\mathbf{x}}) \quad (4)$$

Or il se trouve que l'équilibre local des forces entre domaines adjacents peut être écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n+1} \\ \mathbf{f}_{n+1} \end{bmatrix} = \mathbb{T}_n \begin{bmatrix} \mathbf{u}_n \\ \mathbf{f}_n \end{bmatrix}, \quad (5)$$

où  $\mathbb{T} = \mathbb{T}_n(\mathbb{D}_n)$  est une matrice invariante appelée matrice de transfert. La résolution du problème aux valeurs propres découlant de l'équation (4) permet alors une décomposition en ondes de Bloch des champs de déplacement locaux. Une base de projection globale du modèle dont la dimension est indépendante du nombre de cellules périodiques présentes dans la structure peut ainsi être constituée :

$$\mathbf{u} = \mathbb{A} \{ \mathcal{B}_n \} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^+ \\ \mathbf{a}^- \end{bmatrix} = [\boldsymbol{\Psi}] \mathbf{a} \quad (6)$$

Notons que le présent formalisme exploite le modèle éléments finis d'une unique cellule unitaire, pouvant

provenir de codes FEA commerciaux, et ne nécessite pas de résoudre, ni même d'assembler le modèle éléments finis complet de la structure.

### 2.2. Application au calcul rapide d'indicateurs ondulatoires, dynamiques et vibro-acoustiques

Différentes stratégies de réduction peuvent ensuite être employées pour construire des bases de projection locales  $\mathcal{B}_n$  et globales  $\boldsymbol{\Psi}$  permettant d'effectuer des analyses spectrales, harmoniques ou transitoires à moindre coût [8, 9, 10]. La décomposition des champs de déplacement des régions périodiques en ondes stationnaires permet également de réécrire les équations du mouvement à proximité des conditions limites, modèles de défauts, interfaces, jonctions et autres singularités du guide d'ondes. En conséquence, les coefficients de réflexion et de transmission des ondes à proximité d'un endommagement peuvent être calculés à un coût négligeable, de même que la réponse dynamique globale de la structure, tenant compte de l'excitation et de ses conditions limites.

Plusieurs exemples d'indicateurs issus du formalisme des éléments finis ondulatoires (WFEM) sont présentés ci-dessous. Ils décrivent notamment la propagation des ondes (Figure 2), les interactions onde-défaut (Figure 3), les réponses harmonique (Figure 4), transitoire (Figure 5) et acoustique (Figure 6), dans des guides d'ondes issus d'une modélisation par cellule unitaire. Pour chacun des indicateurs présentés ci-dessous, l'utilisation d'une approche fondée sur la théorie de Bloch a permis d'obtenir une réduction du temps de calcul de plusieurs ordres de grandeur (~100-1000) en comparaison de simulations par éléments finis de résolution spatiale équivalente.

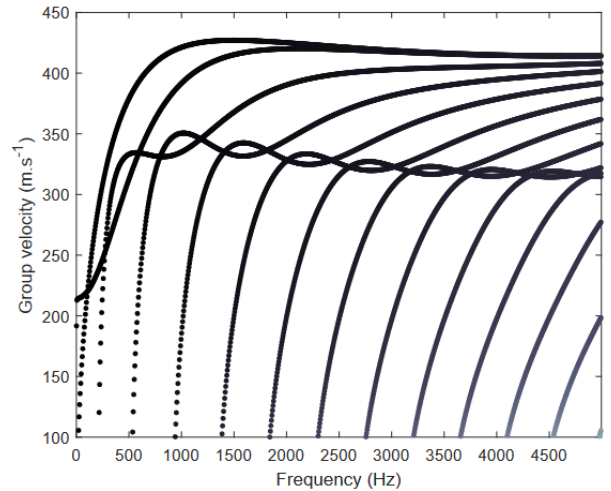


Figure 2 : Vitesses de groupe de résonances guidées basse fréquence dans une plaque composite [11]. Un phénomène de conversion chromatique peut être observé aux vitesses proches de 320 m.s<sup>-1</sup>. Notons également que l'approche directe (i.e.  $\mathbf{k}(\omega)$ ) permet une évaluation précise des vitesses de groupe et l'emploi de matériaux viscoélastiques ou à dépendance fréquentielle.

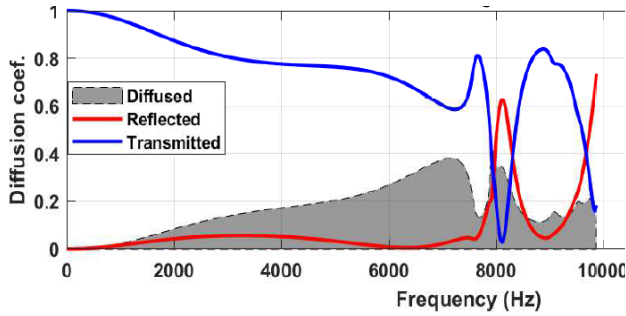


Figure 3 : Courbes de réflexion, transmission et diffusion d’une onde de Bloch se propageant dans une structure réticulée [12], au contact d’un endommagement. Cet indicateur décrit la sensibilité d’une onde à un défaut et peut être utilisé pour la génération automatisée de signatures d’endommagement.

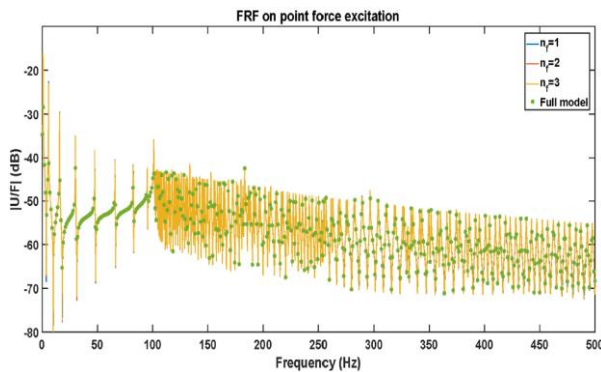


Figure 4 : Réponse fréquentielle d’une poutre creuse à moyennes fréquences, soumise à une charge ponctuelle harmonique. La réduction périodique et en ondes de Bloch permet une réduction de plus de 3 ordres de grandeur, comparé à une simulation par FEM [13].

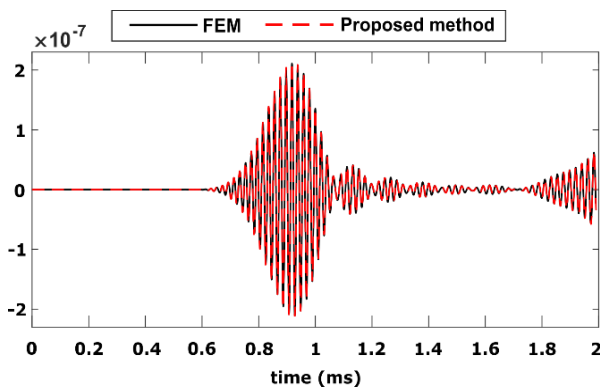


Figure 5 : Réponse transitoire d’un guide d’ondes phononique soumis à une excitation impulsionnelle [14]. La formulation de Bloch permet dans ce cas de générer un modèle réduit de la structure ne nécessitant aucun assemblage du modèle éléments finis global.

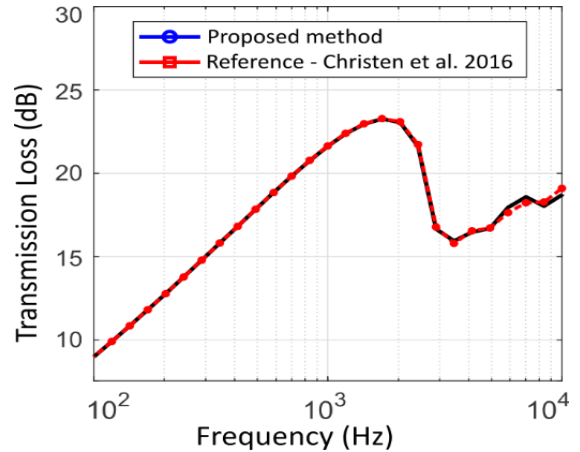


Figure 6 : Pertes par transmission acoustique d’une plaque périodique soumise à un chargement de type champs diffus acoustique (DAF). Les coûts élevés de telles simulations sont considérablement réduits par l’utilisation d’un formalisme périodique [15].

### 2.3. Perspectives pour le développement de méthodes d’inspection hybrides

Les perspectives sont donc remarquables en termes de capacités de calcul dans des structures à géométrie périodique. Notons qu’une fois les bases d’ondes déterminées dans une structure, le calcul des propriétés de diffusion d’ondes et réponses forcées sont quasi-instantanés. Cela est avantageux dans le cas où les différentes simulations s’appuient sur une même cellule unitaire, à laquelle sont adossés différents modèles de défauts, conditions aux limites ou chargements mécaniques.

Une première approche peut exploiter des indicateurs vibratoires (e.g. accélération sur un ou plusieurs capteurs) consiste en une identification des paramètres d’un modèle incluant des endommagements localisés, afin de déterminer leur types et positions par optimisation numérique. Il est également possible d’exploiter des indicateurs ondulatoires (coefficients de réflexion et transmission des ondes guidées), en s’appuyant sur la création de signatures d’endommagement à partir de nombreuses simulations de matrices de diffusion des ondes (i.e. *scattering matrices*) au travers de défauts paramétrés. On pourra enfin générer plusieurs indicateurs vibro-acoustiques et ondulatoires simultanément, pour entraîner un modèle d’END, éventuellement complété par des données expérimentales permettant de renforcer la robustesse d’une méthode d’identification hybride. Un diagramme conceptuel illustrant l’utilisation de ce formalisme périodique est détaillé en Figure 7. La génération rapide d’essais virtuels permet la collecte de données issues d’indicateurs multiples, pouvant être complétée le cas échéant par des données expérimentales afin de déterminer signatures et modèles interprétatifs permettant la détection et la classification de défauts dans un contexte de propagation complexe dans un milieu périodique.

### 3. Conclusions

La génération de données virtuelles de propagation d’ondes, réponses vibratoires ou vibro-acoustiques pour le développement de modèles d’END et de SHM par apprentissage nécessite des quantités de données massives. Le coût computationnel de ces simulations croît rapidement en raison de l’essor des métamatériaux en particulier, et de la complexification des structures en général. Le formalisme des éléments finis ondulatoires (issus de la théorie de Bloch) permet d’exploiter la périodicité de ces structures et des bibliothèques éléments finis standards pour effectuer des simulations dynamiques à haut niveau de résolution et moindre coût permettant de calculer plusieurs indicateurs utiles à l’inspection des structures. Si certaines questions demeurent encore ouvertes dans le cadre des éléments finis ondulatoires (e.g. définition des conditions limites en 2&3D, prise en compte des incertitudes, algorithmie et réduction en grand nombre d’onde), ce formalisme et les outils et logiciels dérivés ont le potentiel de fournir des outils de simulation versatiles, multi-indicateurs et physiques et compatibles avec les exigences computationnelles de l’évaluation non-destructive hybride.

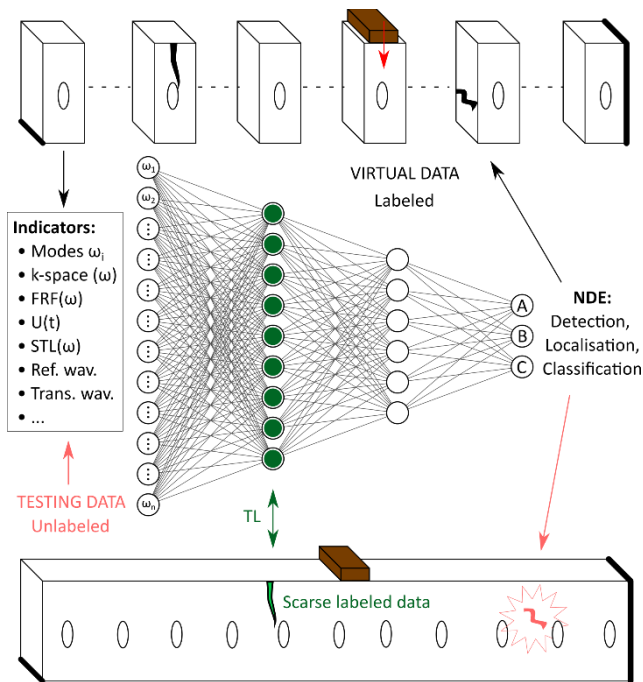


Figure 7 : Illustration d’une approche visant à exploiter des simulations intensives pour créer un modèle de classification d’endommagements dans une structure périodique ou uniforme à partir d’un formalisme de Bloch.

### References

[1] Miorelli, R. et al. (2021). Defect sizing in guided wave imaging structural health monitoring using convolutional neural networks. *NDT&E Int.*, 122, 102480.

[2] Ramatlo D. A. et al. (2023). Digital Twin Hybrid Modeling for Enhancing Guided Wave Ultrasound Inspection Signals in Welded Rails. *Math. Comput. Appl.*, 28(2), 58.

[3] Sridhar, A. et al. (2018). A general multiscale framework for the emergent effective elastodynamics of metamaterials. *J. Mech. Phys. Solids*, 111, 414-433.

[4] Droz, C. et al. (2019). Improving sound transmission loss at ring frequency of a curved panel using tunable 3D-printed small-scale resonators. *J. Acoust. Soc. Am.*, 145(1), EL72-78.

[5] Cunha, B. et al. (2022). A review of machine learning methods applied to structural dynamics and vibroacoustic. *arXiv preprint arXiv:2204.06362*.

[6] Mead, D. (1973). A general theory of harmonic wave propagation in linear periodic systems with multiple coupling. *J. Sound Vib.*, 27(2), 235-260.

[7] Bloch, F. (1929). Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern. *Zeitschrift für physik*, 52(7-8), 555-600.

[8] Mencik, J. M. et Duhamel, D. (2015). A wave-based model reduction technique for the description of the dynamic behavior of periodic structures involving arbitrary-shaped substructures and large-sized finite element models. *Finite Elem. Anal. Des.*, 101, 1-14.

[9] Droz, C. et al. (2014). A reduced formulation for the free-wave propagation analysis in composite structures. *Compos. Struct.*, 113, 134-144.

[10] Palermo A. et Marzani, A. (2020). A reduced Bloch operator finite element method for fast calculation of elastic complex band structures. *Int. J. Solids Struct.*, 191, 601-613.

[11] Droz, C. et al. (2019). Generation of long-range, near-cut-on guided resonances in composite panels. *J. Appl. Phys.*, 125(17), 175109.

[12] Droz, C. et al. (2020). Sub-wavelength damage detectability assesment in periodic assemblies using a Bloch modelling framework. *EURODYN*, Nov. 2020.

[13] Boukadia, R. et al. (2018). A Bloch wave reduction scheme for ultrafast band diagram and dynamic response computation in periodic structures. *Finite Elem. Anal. Des.*, 148, 1-12.

[14] Droz, C. et al. (2021). A multi-scale model order reduction scheme for transient modelling of periodic structures. *J. Sound Vib.*, 510, 116312.

[15] Errico, F. et al. (2019). Schemes for the sound transmission of flat, curved and axisymmetric structures excited by aerodynamic and acoustic sources. *J. Sound Vib.*, 456, 221-238.

[16] Alguri, K. S. et al. (2021). Sim-to-Real: Employing ultrasonic guided wave digital surrogates and transfer learning for damage visualization. *Ultrasonics*, 111, 106338.

