



**HAL**  
open science

# Sobre la Ecuación de los Compases Musicales, el Electrocardiograma y la Enfermedad de Parkinson

Josué Alexis Lugos Abarca

► **To cite this version:**

Josué Alexis Lugos Abarca. Sobre la Ecuación de los Compases Musicales, el Electrocardiograma y la Enfermedad de Parkinson. 2023. hal-04211552

**HAL Id: hal-04211552**

**<https://hal.science/hal-04211552v1>**

Preprint submitted on 19 Sep 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial 4.0 International License

# Sobre la Ecuación de los Compases Musicales, el Electrocardiograma y la Enfermedad de Parkinson

On the Equation of Musical Measures, the Electrocardiogram and Parkinson's Disease

Por Josué Alexis Lugos Abarca

Centro Universitario de Música Fermatta

[josuealexis22@gmail.com](mailto:josuealexis22@gmail.com)

## Resumen

En el presente artículo, se estudia la posible relación entre la ecuación de los compases musicales  $\mu_{mar}$  (Lugos Abarca, 2023); junto con las propiedades geométricas del electrocardiograma. Se indaga la hipótesis de que, la fórmula  $\beta$ , despejada de la ecuación  $\mu_{mar}$ , aunado con sus parámetros geométricos; puede expresar el número de pulsos en respuesta a los impulsos cardiacos de las ondas  $R$ , obteniendo como resultado: una posible unidad de medida para los impulsos cardíacos. Después, con la metodología de Field, la cual consiste en representar los sonidos cardíacos con notación musical (Field, 2010), se le otorgará a la ecuación  $\beta$  un nuevo significado por medio de las figuras rítmicas. Por último, se introduce la idea de que; el uso de la ecuación  $\mu_{mar}$  es viable para ampliar el estudio teórico entre la relación rítmica y la enfermedad de Parkinson.

Palabras clave: electrocardiograma, compases musicales, pulso cardíaco y musical, geometría, enfermedad de Parkinson

## Abstract

In the present article, we study the possible relationship between the equation of the musical measures  $\mu_{mar}$  (Lugos Abarca, 2023); together with the geometric properties of the electrocardiogram. The hypothesis is investigated that the formula  $\beta$ , cleared from the equation  $\mu_{mar}$ , together with its geometric parameters; can express the number of pulses in response to  $R$ -wave cardiac impulses, obtaining as a result: a possible unit of measurement for cardiac impulses. Then, with Field's methodology, which consists of representing heart sounds with musical notation (Field, 2010), the equation  $\beta$  will be given a new meaning by means of rhythmic figures. Finally, the idea is introduced that; the use of the  $\mu_{mar}$  equation is feasible to extend the theoretical study between the rhythmic relationship and Parkinson's disease.

Keywords: electrocardiogram, musical measures, cardiac and musical pulse, geometry, Parkinson's disease

## 1. INTRODUCCIÓN

La relación que hay entre el ritmo musical, en específico, el *tempo* con la cardiología; comienza a principios del siglo XX cuando se conjeturó que, la música se comportaba como un estímulo auditivo a favor de inducir el movimiento (Rivera-Pérez, 2017), es decir, que la música incitaba la acción de correr o bailar. Esto motivó varias investigaciones con el propósito de confirmar o negar tal conjetura, concluyéndose en que era correcta, además, se descubrió que el ritmo es el principal parámetro en una canción capaz de afectar, en un porcentaje considerable; la frecuencia cardíaca durante el ejercicio físico. De hecho, en la mayoría de los casos la acelera (Orini et al., n.d.; Corona & Aragón-Vargas, 2013; Hernández & Vargas, 2001; Palau, 2014; Brenes, n.d.).

Tiempo después, se descubrió que el *tempo*, aunado con la dinámica y las tensiones armónicas, corresponden a los parámetros de una pieza musical que afectan el ritmo cardíaco durante un concierto, lo cual puede llegar a ser perjudicial en personas que sufren arritmias (Chew et al., 2019).

Por otra parte, se encontró que la influencia del ritmo musical se extiende más allá de la fisiología cardíaca; se ha visto que es capaz de afectar a la respiración, la cual está estrechamente asociada con el corazón (Dai et al., 2020; Martiniano et al., 2018), de esa misma manera, la música, empleando como protagonista el ritmo, ha sido utilizada como herramienta de terapia para tratar la enfermedad de Parkinson (Bella et al., 2017; Dotov et al., 2017; Bienkiewicz & Craig, 2016; Trost et al., 2014; Field, 2010) mediante juegos interactivos (Lilla et al., 2012; Bégel et al., 2017) y a partir de la *estimulación rítmica auditiva* (RCA), que consiste en solicitar a pacientes caminar mientras son estimulados auditivamente por un metrónomo o música con un ritmo marcado, lo que ha mostrado aliviar las disfunciones en el andar provocadas por esta enfermedad, como también; mejorar la cadencia y la estabilidad (Bella et al., 2018; Véron-Delor et al., 2018; Véron-Delor et al., 2020; Martín-Fernández et al., 2021; Hu et al., 2022). Sin embargo, se ha probado que tal terapia es mucho más beneficiosa para pacientes que poseen habilidades musicales y que continúan entrenándolas, a comparación de aquellos pacientes cuya experiencia musical es casi nula, para ellos se ha visto que su rendimiento en la estimulación RAC puede ser baja y a la vez, afectar el tratamiento de manera negativa (Cochen De Cock et al., 2018).

Como es notable, el ritmo va más allá de ser un parámetro compositivo o interpretativo, su aplicación se extiende dentro del campo de las ciencias médicas y psicológicas, no obstante, cabe mencionar que, la mayoría de los estudios realizados en relación con la música y el corazón se han centrado en un ambiente deportivo y dancístico (Ros, 2018; Vásquez, 2008; González Serrano, 2022; Reyna Quintero & Guillen Pereira, 2022), donde el instrumento médico que se ha usado para analizar la evolución del corazón ha sido el electrocardiograma (ECG) (Jorge, 2020), que es la representación visual del registro de la actividad eléctrica del corazón en función del tiempo y del potencial eléctrico generado por la corriente eléctrica de un

impulso cardíaco (Hall & Guyton, 2021). El ECG se divide en un conjunto de ondas llamadas:  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $T$  y  $U$ , nombradas así por el médico y premio nobel Einthoven (Zavala-Villeda, 2017).

Resulta interesante que, al analizar la representación gráfica del ECG es inevitable no concluir cierta clase de geometría dentro de su forma, sobre todo; al estudiar la propagación del impulso cardíaco ya que, es un fenómeno donde la geometría de las células cardíacas resalta bastante (Delpón & Tamargo, 2005), prueba de ello son las siguientes investigaciones donde se ha involucrado la geometría en el ECG: (Molina et al., 2006; Tovillas-Morán et al., 2009; Vázquez Seisdedos et al., 2008). Inclusive, se ha empleado la trigonometría al estudio de dicho fenómeno: (Zhao, 2022).

En resumen, se ha estudiado de manera rigurosa los efectos psicofísicos que la música, en referencia a sus parámetros rítmicos, tiene la capacidad de alterar la fisiología del corazón, al mismo tiempo, se han validado y demostrado útiles las aplicaciones geométricas correspondientes al ECG.

Por tanto, se fundamentará el presente artículo a partir de ambos conceptos; mantendremos la misma línea de investigación respecto a la relación musical y el corazón, pero ahora empleando la ecuación de los compases musicales (Lugos Abarca, 2023) que, puede ser interpretada como una ecuación rítmica a razón de que sus variables corresponden a esta naturaleza (Herrera, 2022), es decir, *tempo*, quebrado rítmico y duración de la canción, ello aunado con las propiedades geométricas y trigonométricas atribuidas al ECG. Uno de los principales objetivos de este artículo: es extender, con ayuda de un marco teórico y matemático, las posibles aplicaciones entre el ritmo musical y la fisiología cardíaca más allá del ámbito deportivo o artístico.

Entonces, estudiaremos la relación entre el ritmo musical y el corazón desde una perspectiva teórica y geométrica, de ese modo, comenzamos a construir la hipótesis que indagaremos en el presente artículo mediante la ecuación  $\mu_{mar}$  ya que, las variables que constituyen tal expresión:  $T$ ,  $\beta$  y  $t$ , presentan características que hacen argumentable y valida su relación con los parámetros cardíacos, por ejemplo, se puede considerar el *tempo* musical un análogo a la frecuencia cardíaca dada su unidad de medida (Vogel et al., 2004), siendo la del *tempo*: pulsos por minutos y la frecuencia cardíaca: latidos por minutos, al aceptar tal premisa, se vuelve correcto asumir que un latido se puede entender equivalente a un pulso, de ahí que; la variable  $T$  representaría los latidos por minutos, mientras que, la variable  $\beta$  serían los pulsos que las ondas generarían ante un impulso cardíaco, por último, la variable  $t$  es el tiempo que pasa entre una onda  $R$  y otra, en este caso: el tiempo del intervalo  $RR$  (Montoya, 2013).

Habiendo métodos prácticos y eficientes de calcular la frecuencia cardíaca  $T$  por medio del ECG (Orini et al., n.d.; Ramírez, 2011; Rivero Pouymiró et al., 2017; Vázquez Seisdedos et al., 2008; Vogel et al., 2004), es conveniente enfocarnos en la variable  $\beta$  debido a que presenta una mejor oportunidad de investigación, entonces, despejando la variable  $\beta$  de la ecuación  $\mu_{mar}$

encontramos musicalmente una ecuación para calcular el número de pulsos que tiene el quebrado rítmico de una canción cualquiera, y que de acuerdo con lo planteado, en un contexto cardíaco podría expresar el número de pulsos en consecuencia de las ondas dentro de un ECG.

De esa misma manera, al final discutiremos si la relación entre el ritmo, la enfermedad de Parkinson y el ECG es posible, o inclusive existente, dado que el ritmo musical dentro de un contexto matemática y musicalmente funge como un enlace entre ambos fenómenos.

## 2. PRELIMINARES

Para empezar, vamos a introducir dos ecuaciones fundamentales para esta investigación, las cuales son el tiempo del intervalo  $RR$  y el voltaje de la onda  $R$ , para su deducción, partimos de la calibración estándar del papel milimétrico para el ECG (Lara Prado, 2016).

En el eje  $x$ , un segundo se registra a lo largo de  $25\text{ mm}$  de papel, mientras que, en el eje  $y$ , un milímetro en el voltaje refleja un cambio de  $0.1\text{ mV}$ . Con esta información, se formulan las siguientes ecuaciones para determinar el tiempo y el voltaje en el ECG:

El tiempo en segundos de un intervalo  $RR$  se expresa con:

$$t = \frac{1}{25}n \quad (2.1)$$

Donde:

$t$  = *El tiempo del intervalo RR*

$n$  = *Número de cuadros pequeños en el eje x entre el intervalo RR*

El voltaje para cualquier onda  $R$  en  $mV$  se calcula con:

$$V = \frac{1}{10}N \quad (2.2)$$

Donde:

$V$  = *Voltaje de una onda R*

$N$  = *Número de cuadros pequeños en el eje y de la onda R*

Hemos introducido estas ecuaciones bajo el contexto de un intervalo  $RR$ , sin embargo, funciona para cualquier sección del ECG.

### 3. LA ECUACIÓN DEL PULSO MUSICAL Y EL PULSO CARDIACO

Como se mencionó en la introducción, se estudiará si la ecuación  $\beta$  obtenida de la ecuación  $\mu_{mar}$  tiene alguna relación con el ECG.

Presentamos dicha ecuación:

$$\beta = \frac{t}{\mu_{mar}} T \quad (3.1)$$

Así mismo, siendo  $m$  la recta pendiente, sabemos que (Lugos Abarca, 2023):

$$\frac{t}{\mu_{mar}} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (3.2)$$

Sin embargo, la ecuación 3.2 muestra una contradicción respecto al ECG ya que, en 3.2 la variable  $t$  corresponde a las coordenadas del eje  $y$ , mientras que,  $\mu_{mar}$  a las coordenadas del eje  $x$ , cuando en el ECG se presenta el caso contrario, es decir, en el ECG la variable  $t$  compagina con el eje  $x$ , y la variable  $\mu_{mar}$  al eje  $y$ . Una primera solución sería someter la relación 3.2 a una rotación de 90 grados debido a que  $\frac{\mu_{mar}}{t}$  es la inversión de  $\frac{t}{\mu_{mar}}$ , la cual satisface la disposición de coordenadas del ECG. Se toma en cuenta una rotación de 90 grados a favor de las propiedades de la siguiente igualdad:

$$\frac{\mu_{mar}}{t} \int_0^t x \, dx = \frac{t}{\mu_{mar}} \int_0^{\mu_{mar}} x \, dx \quad (3.3)$$

De ahí que:

$$\beta = T \begin{bmatrix} t \\ \mu_{mar} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 90 & -\sin 90 \\ \sin 90 & \cos 90 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

No obstante, la ecuación 3.4 presenta otros problemas: la no coincidencia de unidades de medida y valores negativos tras aplicarse la rotación. Esto solo ocasionaría que fuese mayor la contradicción generada en 3.2, por ende, la mejor alternativa es aprovechar las propiedades trigonométricas de la relación  $\frac{t}{\mu_{mar}}$ .

Conociendo que:

$$\tan(\gamma) = \frac{t}{\mu_{mar}} \quad (3.5)$$

Dibujando un triángulo rectángulo, donde el cateto opuesto  $a$  equivale análogamente a la variable musical  $t$  y el cateto adyacente  $b$  es respectivamente  $\mu_{mar}$  en el ECG, el ángulo  $\gamma$  está situado de la siguiente manera:

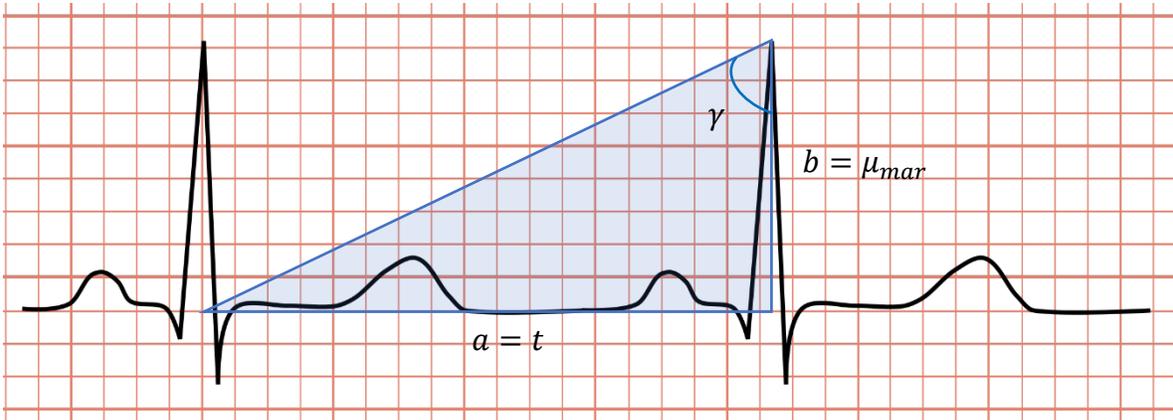


Figura 3.1: Electrocardiograma con un triángulo rectángulo trazado a partir de dos ondas R, junto con la ubicación de las variables musicales  $t$ ,  $\mu_{mar}$  y el ángulo  $\gamma$ .  
From Wikimedia Commons, the free media repository.

De hecho, a favor de la posición de  $\mu_{mar}$  en el ECG, podemos tomar en cuenta que geoméricamente;  $\mu_{mar}$  se puede remplazar por la variable  $V$  que, representa la ecuación 2.2.

Entonces, la ecuación 3.1 pasa a ser:

$$\beta = T[\tan(\gamma)] \quad (3.6)$$

Así, se soluciona el problema geométrico que  $\frac{t}{\mu_{mar}}$  ocasiona. Por tanto, la ecuación 3.6, se reduce a dos variables: la frecuencia cardiaca  $T$  y el ángulo  $\gamma$ . Es tal fórmula que podría representar el pulso en consecuencia de un impulso cardíaco de la onda R, la cual simboliza la despolarización ventricular (de Luna, 2014).

A continuación, se analiza el ángulo  $\gamma$  y su representación geométrica en referencia al ECG.

Supongamos cuatro conjuntos de ondas R donde los valores  $t$  y  $V$  son constantes, además, solo estamos considerando, para su visualización, la figura geométrica formada en el ECG, es decir, el triángulo rectángulo.

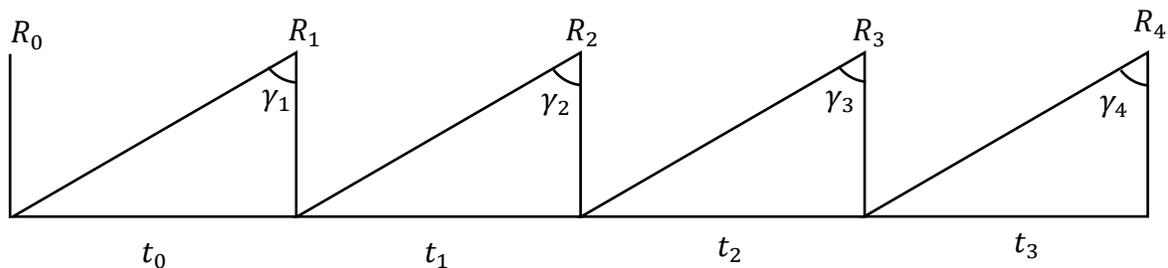


Figura 3.2: Conjunto de cuatro ondas R en su representación geométrica con variables constantes.

Como se observa, el análisis de los ángulos  $\gamma$  comienza a partir de la onda  $R_1$  que, realmente es la segunda onda, ello podría significar una problemática. Ahora, con la asistencia del programa *GeoGebra*; se modelará el ECG siguiendo los parámetros de la figura 3.2, así mismo, se establecen valores para:  $V$  y  $t$  con el propósito de analizar cómo dichas variables afectan el valor de cada ángulo  $\gamma$ .

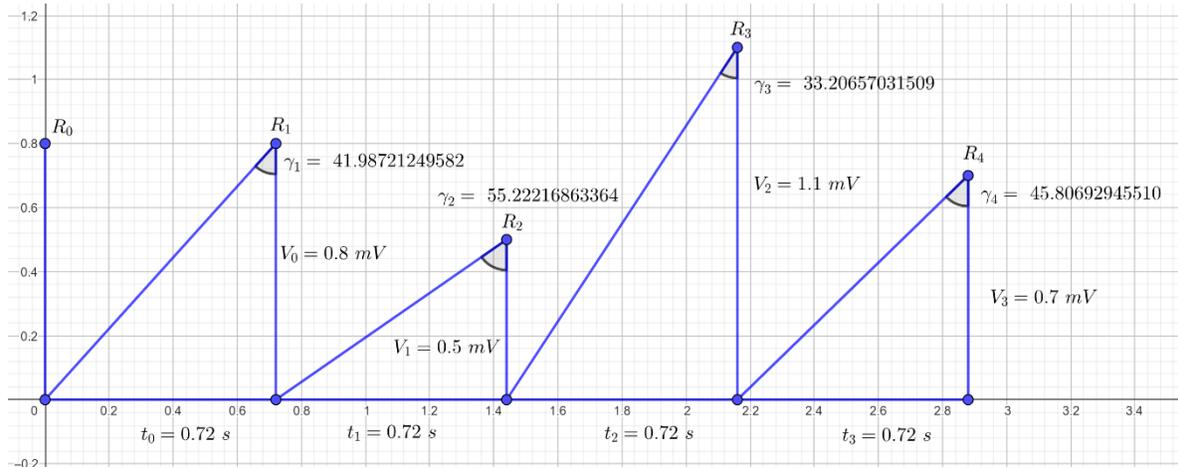


Figura 3.3: Conjunto de cuatro ondas R en su representación geométrica con variables no constantes en *GeoGebra*.

A partir de la figura 3.3 podemos considerar, en primera instancia que:

Si el voltaje  $V$  aumenta; el ángulo  $\gamma$  disminuye, por tanto,  $\beta$  disminuye.

Si el voltaje  $V$  disminuye; el ángulo  $\gamma$  aumenta, por tanto,  $\beta$  aumenta.

Mientras que, en referencia al tiempo:

Si el tiempo  $t$  aumenta; el ángulo  $\gamma$  aumenta, por tanto,  $\beta$  aumenta.

Si el tiempo  $t$  disminuye; el ángulo  $\gamma$  disminuye, por tanto,  $\beta$  disminuye.

En ese mismo sentido, con los valores de la figura 3.3 resolvemos la ecuación 3.6. Primero, calculamos la frecuencia cardiaca, la cual en este ejercicio se mantiene constante, el tiempo es de 0.72 segundos, lo que equivale a 18 cuadros pequeños del eje  $x$ , de ahí que:

$$T = \frac{1500}{18} = 83.33333333... l \cdot \text{min} \quad (3.7)$$

Entonces, resolviendo 3.6 obtenemos: (3.8)

$$\beta_1 = T[\tan(\gamma_1)] = 83.3... l \cdot \text{min} [\tan(41.98721249582)] \equiv 75 F \cdot A^{-1} \cdot l \cdot \text{min}$$

$$\beta_2 = T[\tan(\gamma_2)] = 83.3... l \cdot \text{min} [\tan(55.22216863364)] \equiv 120 F \cdot A^{-1} \cdot l \cdot \text{min}$$

$$\beta_3 = T[\tan(\gamma_3)] = 83.3... l \cdot \text{min} [\tan(33.20657031509)]$$

$$\begin{aligned} &\equiv 54.54545455\dots F \cdot A^{-1} \cdot l \cdot \text{min} \\ \beta_4 &= T[\tan(\gamma_4)] = 83.3\dots l \cdot \text{min} [\tan(45.80692945510)] \\ &\equiv 85.71428571\dots F \cdot A^{-1} \cdot l \cdot \text{min} \end{aligned}$$

Estudiemos la unidad de medida.

Regresemos a la relación 3.2 y calculemos su unidad de medida: (3.9)

$$\frac{t}{\mu_{mar}} = \frac{t}{V} = \frac{s}{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot A^{-1}} = s \cdot (\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3 \cdot A^1) = \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^4 \cdot A^1$$

Se observa que la unidad de medida resultante en 3.9 es similar al Faradio (Mechtly, 1964):

$$F = \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^4 \cdot A^2 \quad (3.10)$$

Por tanto, 3.9 se puede reescribir como:

$$F \cdot A^{-1} \quad (3.11)$$

Ya que:

$$(\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^4 \cdot A^2) \cdot A^{-1} = \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^4 \cdot A^1 \quad (3.12)$$

Después, 3.11 se complementa con la unidad de medida de la frecuencia cardíaca, obteniendo así:

$$F \cdot A^{-1} \cdot l \cdot \text{min} \quad (3.13)$$

Es a partir de 3.13 que podemos empezar a proponer una posible interpretación para la ecuación 3.1 y así, entender su significado.

Por un lado, sabemos que (Harrington, 2003a):

$$F \cdot A^{-1} = \frac{\textit{capacitancia eléctrica}}{\textit{intensidad de corriente eléctrica}} = \quad (3.14)$$

$$\frac{\textit{propiedad que tienen los cuerpos para mantener una carga eléctrica}}{\textit{el flujo de carga eléctrica que recorre un material}}$$

Lo que a través de un modelo del sistema cardiovascular humano (Gómez et al., 2003) y considerando que la ecuación 3.9 está en el contexto de una onda R, 3.14 se podría redefinir como: (3.15)

$$\frac{\textit{propiedad que tienen los ventriculos de mantener una carga eléctrica}}{\textit{el flujo de carga eléctrica que se recorre por los ventriculos}}$$

Mientras que, la frecuencia cardíaca es:

$$l \cdot \text{min} = \textit{el número de pulsaciones del corazón por minuto} \quad (3.16)$$

Por tanto, en resumen, tenemos que:

(3.17)

$$F \cdot A^{-1} \cdot l \cdot \text{min} = \left( \frac{\text{capacitancia eléctrica ventricular}}{\text{intensidad de corriente eléctrica ventricular}} \right) \text{pulsaciones} \\ \text{del corazón por minuto}$$

En primera instancia, podemos plantear la hipótesis de que 3.17 es una unidad de medida equivalente al pulso cardíaco, tras corroborar o refutar tal interrogante, la siguiente tarea sería interpretar los resultados en 3.8 cuyos valores son, probablemente, controversiales. Tal premisa la abordaremos desde otra perspectiva en la siguiente sección.

#### 4. LA ECUACIÓN DEL PULSO Y LA NOTACIÓN MUSICAL EN LA AUSCULTACIÓN CARDÍACA

En 1824 René Laënnec, el inventor del estetoscopio; utilizó la notación musical para describir el ritmo melódico de un desorden cardíaco llamado: *venous hum* que escuchó en una mujer con signos de tuberculosis, esta sería la primera vez que se empleaba la notación musical en un contexto cardíaco (Segall, 1962; Chew, 2021). Tiempo después, el físico, flautista y nefrólogo Michael Field, plantea la analogía entre el entrenamiento auditivo y la auscultación cardíaca, que lo motivó a representar musicalmente: los sonidos y murmullos cardíacos con la intención de entrenar el oído de los estudiantes de medicina y así, mejorar el diagnóstico médico ante lesiones y condiciones cardíacas (Field, 2010).

La representación de Laënnec y Field son contrastantes, pues Laënnec utiliza una notación melódica, mientras que, Field se apoya en solo representar los sonidos cardíacos con el ritmo musical. Atendiendo el objetivo del presente artículo, haremos uso de la notación de Field ya que, su representación es aproximada y detallada con el uso de notas de adorno, articulaciones y dinámicas. Por ejemplo, en el artículo de Chew; se hace la transcripción rítmica a partir del siguiente ECG (Chew, 2018):



Figura 4.1: ECG de contracciones ventriculares prematuras trigeminales (2013). From <http://floatnurse-mike.blogspot.com/2013/05/ekg-rhythm-strip-quiz-123.html>.

La transcripción es:

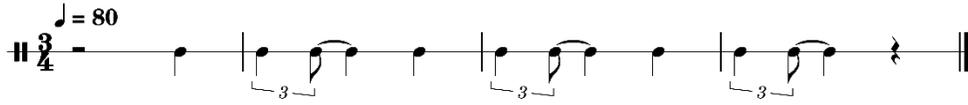


Figura 4.2: Transcripción rítmica del ECG de la figura 4.1.

Ante esta metodología, podemos considerar que:

$$\frac{1}{25}n = \frac{1}{T}\beta \quad (4.1)$$

Donde  $\frac{1}{T}\beta$  es la expresión para calcular el tiempo de duración de una figura rítmica en minutos (Lugos Abarca, 2023).

El término  $\frac{1}{25}n$  determina el tiempo del intervalo  $RR$  en segundos, mientras que,  $\frac{1}{T}\beta$  en minutos, por tanto, para satisfacer la unidad de medida entre ambas ecuaciones; reescribimos la igualdad como:

$$\frac{1}{25}n = \frac{60}{T}\beta \quad (4.2)$$

Donde el número 60 funciona para realizar la conversión de minutos a segundos. De ese modo, la ecuación 3.6 puede ser rescrita como:

$$\beta = T \left[ \frac{\left( \frac{1}{25}n \right)}{60} \right] \quad (4.3)$$

Y así, se obtiene una nueva forma e interpretación para 3.6. A continuación, se resuelve 4.3 para observar su comportamiento.

Considérese los siguientes datos:

$$n = 18, \quad T = \frac{250}{3} l \cdot min \quad (4.4)$$

Resolviendo las ecuaciones 4.3 y 2.1, obtenemos los mismos valores de tiempo:

$$\frac{1}{25}n = \frac{1}{25}18 = 0.72 \text{ seg} \quad (4.5)$$

$$\frac{60}{T}\beta = \frac{60}{\left(\frac{250}{3}\right)}1 = 0.72 \text{ seg}$$

En consecuencia, la ecuación 4.3 se resuelve como:

$$\beta = T \left[ \frac{\left( \frac{1}{25} n \right)}{60} \right] = \frac{250}{3} \times 0.012 = 1b \quad (4.6)$$

Tal resultado, tiene sentido, pues su interpretación se puede abordar en que  $\beta = 1b$  se refiere a un solo pulso cardíaco, en este caso, el generado por el impulso cardíaco de la onda  $R$ .

Por ende:

$$T \left[ \frac{\left( \frac{1}{25} n \right)}{60} \right] = 1 \quad (4.7)$$

De esa forma, se tiene un resultado mucho más lógico y esperado para una expresión de los pulsos cardíacos, a comparación de los que se obtuvieron en 3.8.

## **5. LA ECUACIÓN DEL PULSO MUSICAL Y LA ESTIMULACIÓN RÍTMICA AUDITIVA EN LA ENFERMEDAD DE PARKINSON**

En la introducción, se comentó que el ritmo musical es usado como una herramienta para tratar la enfermedad de Parkinson mediante la *estimulación rítmica auditiva*, por lo tanto, en esta última sección, se discute cómo la ecuación  $\mu_{mar}$ ; podría aportar un marco teórico con el fin de ampliar el estudio entre el ritmo musical y la enfermedad de Parkinson.

Para comenzar, es necesario introducir la siguiente interpretación física de la ecuación  $\mu_{mar}$ : Consideremos a una persona caminando, ella fisiológicamente; se desplaza mediante el movimiento de dos pasos, expresados matemáticamente como:  $\beta = 2b$ , es decir, por cada paso que da la persona; se considera un pulso, por ende,  $\mu_{mar}$  se entiende como un espacio que está conformado por el grupo de dos pasos que se repiten en forma de ciclo. De igual modo, dicha persona se desplaza a una cierta velocidad<sup>1</sup>, representada con la variable  $T$  que, al moverse de un punto  $A$  a  $B$ , tarda un determinado tiempo  $t$ .

Con esta nueva definición, supongamos los siguientes valores:  $\beta = 2b$ ,  $T = 64 b \cdot min$ ,  $t = 3 min$ , al resolverse, obtenemos  $\mu_{mar} = 96 min^2$ , aquí, cabe preguntarse ¿Qué representa  $\mu_{mar}$ ? Para responder dicha pregunta, volvamos a suponer que por cada dos pasos, se recorre un cuadro que conforma el piso de la CDMX en reforma, siendo así, el espacio definido por  $\mu_{mar}$  tales cuadros, en tal caso,  $\mu_{mar}$  nos dice cuántos cuadros se recorrieron en  $3 min$ , según las demás variables musicales, en este ejemplo se recorrieron 96 cuadros que conforman el

---

<sup>1</sup> Claramente una persona no camina de manera constante, esta va variando a lo largo del tiempo, aun así vamos a suponer que la persona camina a una velocidad constante para facilitar la comprensión del ejemplo.

espacio donde la persona caminó, además, si sabemos cuánto mide cada cuadro; podemos saber cuánta distancia se recorrió. Si suponemos que cada cuadro mide 25 cm, al multiplicarlo por 96 se descubre que se caminó 2,400 centímetros; equivalente a 24 metros.

Tras este experimento mental, se concluye, teóricamente que,  $\mu_{mar}$  define el espacio donde una persona camina en función del tiempo, y que al saber cuándo mide dicho espacio; se deduce la distancia recorrida de tal persona.

Por otro lado, es claro que la persona al caminar va realizando un desplazamiento, pero ¿Cómo se mueve? Es decir, ¿Qué permite que esa persona pueda desplazarse de un punto  $A$  a  $B$ ? Basta con solo verlo: la persona se mueve gracias a los dos pulsos que sus pasos generan, al igual que la música, por sus pulsos en el quebrado rítmico hace que avance, son los pulsos lo que permiten el movimiento. Ante tal premisa y considerando el experimento mental que se realizó, podemos proponer las siguientes definiciones: la variable  $\beta$  serían los pasos que da una persona al caminar, el *tempo*  $T$  es la velocidad del andar y el tiempo  $t$  sigue siendo la duración total del de desplazamiento.

Como se observa, la ecuación  $\mu_{mar}$  junto con sus variables demuestran ser una herramienta matemática para representar el caminar de una persona, lo cual en la *estimulación rítmica auditiva* para pacientes con enfermedad de Parkinson, el andar de una persona; es lo que se trata de aliviar (FBASES et al., n.d; Bella et al., 2018; Rose et al., 2019), de modo que,  $\mu_{mar}$  aparenta ser una opción viable para trabajar en futuras investigaciones dentro de este contexto.

## 6. CONCLUSIÓN

En la primera parte del artículo (secciones no. 2 y 3), se presentó una deducción construida a partir de ciertos argumentos que, en primera instancia, se consideraron verdaderos: se formuló la hipótesis de que la ecuación  $\beta$  podría expresar, matemáticamente, los pulsos cardíacos; resultado de ello, se obtuvo una unidad de medida cuyo primer análisis no determina considerablemente una relación con el pulso cardíaco, en cambio, nos hace sospechar que se trata de un fenómeno eléctrico asociado al ECG, sin embargo, no se descarta del todo dicha conjetura debido a la falta de una investigación experimental.

Este punto nos lleva a hacer la siguiente declaración: dada la carencia de una profundización más sistemática que, una investigación de esta naturaleza requiere, es decir, una investigación experimental o clínica; las ecuaciones aquí presentadas pertenecen más a una hipótesis en general que, a una teoría, de antemano se busca que en futuros trabajos, las expresiones matemáticas se sometan a una investigación experimental con el propósito de entender su significado y a la vez, demostrar o refutar la hipótesis propuesta en esta investigación.

Después, en la sección no.4, a través de la metodología diseñada por Field para expresar los murmullos y sonidos cardíacos con notación musical, logramos darle un nuevo significado a

la ecuación  $\beta$  en relación con el sistema cardíaco; contrastando con lo desarrollado en las secciones no.2 y 3, pues fue ahí, donde las ecuaciones mostraron mayor congruencia a comparación de la hipótesis anterior.

Tras el desarrollo del presente artículo, es imposible no concluir que, la ecuación de los compases musicales contiene propiedades matemáticas que la relacionan con la fisiología cardíaca, claramente, dichas propiedades fueron descubiertas en primer lugar; de manera experimental, dada la naturaleza musical, por lo tanto, es de esperarse que una ecuación rítmica-musical tuviera, teóricamente, tales consecuencias; en este caso la expresión  $\mu_{mar}$ .

Se estima que las ecuaciones aquí planteadas aporten el marco teórico necesario, o al menos el inicial, con el propósito de ampliar aún más las oportunidades de estudio e investigación que la música tiene respecto a la enfermedad de Parkinson y la fisiología cardíaca. Tales oportunidades se abordarán en futuros trabajos.

## 7. REFERENCIAS

Alvarado-Rodríguez, F. J., Romo-Vázquez, R., Vélez-Pérez, H., & González-Garrido, A. A. (2017). Development of a computational tool for the analysis of galvanic skin conductance, EKG and respiratory rate due to respiratory sinus arrhythmia (SCRATER). *Revista mexicana de ingeniería biomédica*, 38(1), 13-24.

Ang, G. J. N., Goil, A. K., Chan, H., Lee, X. C., Mustaffa, R. B. A., Jason, T., ... & Shen, B. (2023). A novel application for real-time arrhythmia detection using YOLOv8. *arXiv preprint arXiv:2305.16727*.

Azcona, L. (2009). El electrocardiograma. López Farré A, Macaya Miguel C, directores. Libro de la salud cardiovascular del Hospital Clínico San Carlos y la fundación BBVA. 1ª ed. Bilbao: Fundación BBVA, 49-56.

Bégel, V., Di Loreto, I., Seilles, A., & Dalla Bella, S. (2017). Music games: potential application and considerations for rhythmic training. *Frontiers in human neuroscience*, 11, 273.

Bella, S. D., Benoit, C. E., Farrugia, N., Keller, P. E., Obrig, H., Mainka, S., & Kotz, S. A. (2017). Gait improvement via rhythmic stimulation in Parkinson's disease is linked to rhythmic skills. *Scientific reports*, 7(1), 42005.

Bella, S. D., Dotov, D., Bardy, B., & de Cock, V. C. (2018). Individualization of music-based rhythmic auditory cueing in Parkinson's disease. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1423(1), 308-317.

Bieńkiewicz, M. M., & Craig, C. (2016). Sound, Music, and Movement in Parkinson's disease. *Frontiers in Neurology*, 7, 216.

Brenes, M. J. L. (n.d.). *Efectos de la musica en las pulsaciones cardiacas de personas*. Amazonaws.com. Retrieved June 30, 2023, from [https://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com/220392\\_372d9a25c36b475fbcc698c8e2ea14fb.html](https://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com/220392_372d9a25c36b475fbcc698c8e2ea14fb.html)

Calderon, F. J., Cupeiro, R., AB, P., & Lorenzo-Capella, I. (2020). HEART RATE VARIABILITY AND EXERCISE, IS THERE A PHYSIOLOGICAL BASIS?. *Revista Internacional de Medicina y Ciencias de la Actividad Física y del Deporte*, 20(78).

Chang, Raymond (2008). *Fisicoquímica*. México: McGraw Hill.

Chew, E. (2018). Notating disfluencies and temporal deviations in music and arrhythmia. *Music & Science*, 1, 2059204318795159.

Chew, E. (2021). On making music with heartbeats. *Handbook of Artificial Intelligence for Music: Foundations, Advanced Approaches, and Developments for Creativity*, 237-261.

Chew, E., Taggart, P., & Lambiase, P. (2019, September). Cardiac Response to Live Music Performance: Computing Techniques for Feature Extraction and Analysis. In *2019 Computing in Cardiology (CinC)* (pp. Page-1). IEEE.

Cochen De Cock, V., Dotov, D. G., Ihalainen, P., Bégel, V., Galtier, F., Lebrun, C., ... & Dalla Bella, S. (2018). Rhythmic abilities and musical training in Parkinson's disease: do they help?. *NPJ Parkinson's disease*, 4(1), 8.

Corona, J. A. A., & Aragón-Vargas, L. F. (2013). Efecto de la intensidad de la música en el rendimiento durante la realización de ejercicio Ad Libitum en cicloergómetro. *PENSAR EN MOVIMIENTO: Revista de Ciencias del Ejercicio y la Salud*, 11(2), 1-11.

Corrêa, P. R., Catai, A. M., Takakura, I. T., Machado, M. N., & Godoy, M. F. (2010). Variabilidad de la frecuencia cardíaca e infecciones pulmonares post revascularización miocárdica. *Arquivos Brasileiros de Cardiologia*, 95, 448-456.

Coxeter, H. (1969). *Introduction to Geometry*. Nashville, TN: John Wiley & Sons.

Dai, W. S., Huang, S. T., Xu, N., Chen, Q., & Cao, H. (2020). The effect of music therapy on pain, anxiety and depression in patients after coronary artery bypass grafting. *Journal of cardiothoracic surgery*, 15(1), 1-5.

de Luna, A. B. (2014). *ECGs for Beginners*. John Wiley & Sons.

de Luna, A. B., Escobar-Robledo, L. A., & van Roessel, A. M. (2017). La onda P normal y patológica. *Cardiocoore*, 52(3), 91-98.

Delpón, E., & Tamargo, J. (2005). Propiedades eléctricas del corazón. *HUMANA*, 449.

Dotov, D. G., Bayard, S., de Cock, V. C., Geny, C., Driss, V., Garrigue, G., ... & Dalla Bella, S. (2017). Biologically-variable rhythmic auditory cues are superior to isochronous cues in fostering natural gait variability in Parkinson's disease. *Gait & posture*, 51, 64-69.

Dumitru, M., Li, Q., Alday, E. A. P., Rad, A. B., Clifford, G. D., & Sameni, R. (2023). A data-driven Gaussian process filter for electrocardiogram denoising. *arXiv preprint arXiv:2301.02607*.

Duque, M., Aristizábal-Colorado, D., Weir, D., Gaviria, M. C., & Uribe, W. (2020). La repolarización auricular y sus implicaciones clínicas. *Revista Colombiana de Cardiología*, 27(1), 36-40.

Espinal, E. K., & Paredes, O. R. (2016). Modelos de ecuaciones de estimación generalizadas para el estudio de la evolución de pacientes con infarto agudo de miocardio. *Paideia XXI*, 5(6), 126-134.

FBASES, C. I. K., Rose, D., Annett, L. E., Bek, J., Bottoms, L., Lovatt, P. J., ... & Delevoye-Turrell, Y. N. The BASES Expert Statement on the Use of Music for Movement among People with Parkinson's.

Field, M. J. (2010). Music of the heart. *The Lancet*, 376(9758), 2074.

Garza, G. P. (2011). El electrocardiograma y su tecnología. *Revista de Divulgación Médico Científica AVANCES*, 8(24), 27-31.

Gómez, K., Martínez, A. A., Sánchez, G., & Rodríguez, M. (2003). Propuesta de un modelo del sistema cardiovascular humano. *Revista mexicana de física*, 49(SUPLEMENTO 3), 33-35.

González Serrano, D. (2022). Musicomotricidad: la música como herramienta psicomotriz en Educación Física. *Retos: Nuevas Perspectivas de Educación Física, Deporte y Recreación*, 43.

González-Cervantes, N., Espinoza-Valdez, A., & Salido-Ruiz, R. (2016). Potencial Eléctrico en el Corazón: Representación Mediante un Grafo. ReCIBE. *Revista electrónica de Computación, Informática, Biomédica y Electrónica*, 5(3).

Guo, C., Ahmed, S., & Alouini, M. S. (2023). Machine Learning-Based Automatic Cardiovascular Disease Diagnosis Using Two ECG Leads. *arXiv preprint arXiv:2305.16055*.

Hall, J. E., & Guyton, A. C. (2021). *Tratado de fisiología médica, 14.a Edición*. España: Elsevier Castellano.

Harrington, R. F. (2003a). *Introduction to Electromagnetic Engineering*. Dover Publications.

Hernández, J. M., & Vargas, L. F. A. (2001). Intensidad de la música: Efecto sobre la frecuencia cardíaca y el esfuerzo percibido durante la actividad física. *Pensar en Movimiento: Revista de Ciencias del Ejercicio y la Salud*, 1(2), 38-42.

Herrera, E. (2022). *Teoría Musical y Armonía Moderna vol. 1*. España: Antoni Bosch Editor.

Herzog, D. (2005). *Trigonometry*. Foster City, CA: Cliffs Notes.

Hu, Y., Zhu, M., Liu, Y., Wang, Z., Cheng, X., Pan, Y., & Hu, Y. (2022). Musical Meter Induces Interbrain Synchronization during Interpersonal Coordination. *eneuro*, 9(5).

Ichinomiya, T. (2023). Time series analysis using persistent homology of distance matrix. *arXiv e-prints, arXiv-2301*.

Imtiaz, M. N., & Khan, N. (2023). Cross-Database and Cross-Channel ECG Arrhythmia Heartbeat Classification Based on Unsupervised Domain Adaptation. *arXiv preprint arXiv:2306.04433*.

Jorge, M. A. (2020). La música de Beethoven en la investigación fisiológica: del electrocardiograma a la imagen por resonancia magnética. *Cuadernos de Investigación Musical*, (11), 216-244.

Joung, C., Kim, M., Paik, T., Kong, S. H., Oh, S. Y., Jeon, W. K., ... & van Koert, O. (2023). An Arrhythmia Classification-Guided Segmentation Model for Electrocardiogram Delineation. *arXiv preprint arXiv:2304.06237*.

Kosaraju, E., & Shanmuganathan, P. K. P. (2023). Predicting Pulmonary Hypertension by Electrocardiograms Using Machine Learning. *arXiv preprint arXiv:2304.12447*.

Lara Prado, J. I. (2016). El electrocardiograma: una oportunidad de aprendizaje. *Revista de la Facultad de Medicina (México)*, 59(6), 39-42.

Lilla, D., Herrlich, M., Malaka, R., & Krannich, D. (2012). The influence of music on player performance in exergames for parkinson's patients. In *Entertainment Computing-ICEC 2012: 11th International Conference, ICEC 2012, Bremen, Germany, September 26-29, 2012. Proceedings 11* (pp. 433-436). Springer Berlin Heidelberg.

Lugos Abarca, J. A. (2023). Sobre la matemática de los compases musicales y su relación con la geometría. *Ricerca*, (16), 27–58. <https://doi.org/10.17230/ricerca.2023.16.2>

Martín-Fernández, J., Burunat, I., Modroño, C., González-Mora, J. L., & Plata-Bello, J. (2021). Music style not only modulates the auditory cortex, but also motor related areas. *Neuroscience*, 457, 88-102.

Martiniano, E. C., Santana, M. D. R., Barros, É. L. D., Do Socorro Da Silva, M., Garner, D. M., De Abreu, L. C., & Valenti, V. E. (2018). Musical auditory stimulus acutely influences heart rate dynamic responses to medication in subjects with well-controlled hypertension. *Scientific reports*, 8(1), 1-9.

Mechtly, E. A. (1964). *The international system of units: physical constants and conversion factors* (Vol. 7012). Scientific and Technical Information Division, National Aeronautics and Space Administration.

Molina, J., Navarrete, D., Pérez, A., & Ibáñez, R. (2006). Rol del electrocardiograma en el diagnóstico de hipertrofia y los diferentes modelos de geometría ventricular izquierda. *Clin. cienc*, 3-9.

Montoya, J. R. A. (2013). Determinación de intervalos RR a partir de datos crudos del ECG. *Revista científica de la Universidad de Mendoza*, (1).

Moya, A., Sancho-Tello, M. J., Arenal, A., Fidalgo, M. L., Brugada, R., Ferrer, J. M., ... & Mont, J. L. (2013). Novedades en alteraciones del ritmo cardiaco: electrofisiología cardiaca, arritmias y estimulación cardiaca. *Revista Española de Cardiología*, 66(2), 116-123.

Orini, M., Bailón, R., Laguna, P., Enk, P & Koelsch, S. (n.d.). Análisis Tiempo Frecuencia de la Influencia de la Música sobre la Variabilidad Del Ritmo Cardiaco. 278–281.

Palau, A. A. (2014). Realización de una base de datos de señales fisiológicas y estudio del efecto de la música en la variabilidad del ritmo cardíaco. Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona - Enginyeria Electrònica (Pla 1992).

Palpitaciones cardíacas. (n.d.). Medlineplus.gov. Retrieved June 30, 2023, from <https://medlineplus.gov/spanish/ency/article/003081.htm>

Pekcan, O., & Arsan, T. (2023). Phase Space Analysis of Cardiac Spectra.

Ramírez, A. H. (2011). Modelación matemática del sistema cardiovascular. *Benemérita Universidad Autónoma de Puebla*.

Rawdy [@DrRawdy]. (2018, March 23). EKG ELECTROCARDIOGRAMA – GENERALIDADES PARA LEERLO | DR RAWDY. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=CA6DqaZyCGw>

Rebollo-Neira, L., Battikh, K., & Watt, A. S. (2023). Sparsity based morphological identification of heartbeats. *arXiv preprint arXiv:2301.06538*.

Reyna Quintero, D. A., & Guillen Pereira, L. (2022). Sistema de ejercicios, para mejorar la capacidad del ritmo de las danzas folclóricas ecuatorianas. *Ciencia y Deporte*, 7(3), 1-14.

Rivera-Pérez, B. O. (2017). Influencia del tempo y ritmos musicales latinos en la frecuencia cardíaca y percepción de esfuerzo durante el ejercicio en estudiantes universitarios [Thesis]. Retrieved from <https://hdl.handle.net/20.500.11801/1168>

Rivero Pouymiró, I., Valdés Córdova, E., & Valdés Pérez, F. E. (2017). Nuevo método para obtener la frecuencia cardíaca instantánea mediante el análisis espectro temporal del seismocardiograma. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 11(1), 122-135.

Ros, E. C. (2018). Intensidad del entrenamiento personal dirigido en modalidades de danza y baile. *SPORT TK-Revista EuroAmericana de Ciencias del Deporte*, 7(1), 123-128.

Rose, D., Delevoye-Turrell, Y., Ott, L., Annett, L. E., & Lovatt, P. J. (2019). Music and metronomes differentially impact motor timing in people with and without Parkinson's disease: Effects of slow, medium, and fast tempi on entrainment and synchronization performances in finger tapping, toe tapping, and stepping on the spot tasks. *Parkinson's Disease*, 2019.

Sala, Q. S. P. [@SalaQSP]. (2019, December 16). ELECTROCARDIOGRAMA Generalidades | ¡Fácil explicación! Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=J93XiGFZGNA>

Segall, H. N. (1962). Evolution of graphic symbols for cardiovascular sounds and murmurs. *British heart journal*, 24(1), 1.

Seják, M., Sido, J., & Žahour, D. (2023). ElectroCardioGuard: Preventing Patient Misidentification in Electrocardiogram Databases through Neural Networks. *arXiv preprint arXiv:2306.06196*.

Soriano-Moreno, A. N., & Flores-Malpartida, F. (2019). Comparación de cuatro fórmulas para ajustar el intervalo QT a la frecuencia cardíaca en pacientes cardiopatas. *Revista Uruguaya de Medicina Interna*, 4(1), 16-22.

Stuchbury-Wass, J., Bondareva, E., Butkow, K. J., Šćepanović, S., Radivojevic, Z., & Mascolo, C. (2023, June). Heart Rate Extraction from Abdominal Audio Signals. In *ICASSP 2023-2023 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)* (pp. 1-5). IEEE.

Tarvainen, M. P., Niskanen, J. P., Lipponen, J. A., Ranta-Aho, P. O., & Karjalainen, P. A. (2014). Kubios HRV—heart rate variability analysis software. *Computer methods and programs in biomedicine*, 113(1), 210-220.

Tovillas-Morán, F. J., Zabaleta-del-Olmo, E., Dalfó-Baqué, A., Vilaplana-Coscolluela, M., Galcerán, J. M., & Coca, A. (2009). Morbimortalidad cardiovascular y patrones geométricos del ventrículo izquierdo en pacientes hipertensos atendidos en atención primaria. *Revista española de cardiología*, 62(3), 246-254.

Trost, W., Frühholz, S., Schön, D., Labbé, C., Pichon, S., Grandjean, D., & Vuilleumier, P. (2014). Getting the beat: entrainment of brain activity by musical rhythm and pleasantness. *NeuroImage*, 103, 55-64.

Vásquez, J. A. P. (2008). *LA DANZA COMO MEDIO POTENCIADOR DEL DESARROLLO MOTRIZ DEL NIÑO EN SU PROCESO DE FORMACIÓN DEPORTIVA EN LAS ESCUELAS DE FÚTBOL*. UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA INSTITUTO UNIVERSITARIO DE EDUCACIÓN FÍSICA ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN FÍSICA: ENTRENAMIENTO DEPORTIVO.

Vázquez Seisdedos, C. R., Valdés-Pérez, F. E., Gomes, M., Yared, G., García del Pino, G., & Moreno, E. D. (2008). Método estadístico-geométrico para medir la variabilidad de la frecuencia cardíaca. In *IV Latin American Congress on Biomedical Engineering 2007, Bioengineering Solutions for Latin America Health: September 24th–28th, 2007 Margarita Island, Venezuela* (pp. 140-144). Springer Berlin Heidelberg.

Veloza, L., Jiménez, C., Quiñones, D., Polanía, F., Pachón-Valero, L. C., & Rodríguez-Triviño, C. Y. (2019). Variabilidad de la frecuencia cardíaca como factor predictor de las enfermedades cardiovasculares. *Revista Colombiana de Cardiología*, 26(4), 205-210.

Véron-Delor, L., Pinto, S., Eusebio, A., Azulay, J. P., Witjas, T., Velay, J. L., & Danna, J. (2020). Musical sonification improves motor control in Parkinson's disease: a proof of concept with handwriting. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1465(1), 132-145.

Véron-Delor, L., Pinto, S., Eusebio, A., Velay, J. L., & Danna, J. (2018). Music and musical sonification for the rehabilitation of Parkinsonian dysgraphia: Conceptual framework. In *Music Technology with Swing: 13th International Symposium, CMMR 2017, Matosinhos, Portugal, September 25-28, 2017, Revised Selected Papers 13* (pp. 312-326). Springer International Publishing.

Vogel, C. U., Wolpert, C., & Wehling, M. (2004). How to measure heart rate?. *European journal of clinical pharmacology*, 60, 461-466.

Zavala-Villeda, J. A. (2017). Descripción del electrocardiograma normal y lectura del electrocardiograma. *Revista mexicana de anestesiología*, 40(S1), 210-213.

Zavala-Villeda, J. A. (2018). Vectores cardíacos, derivaciones del plano frontal y horizontal, ondas, intervalos y segmentos en el electrocardiograma. *Revista Mexicana de Anestesiología*, 41(S1), 186-189.

Zhao, P. J. (2022). Einthoven's Triangle Revisited: A Mathematical Proof. *arXiv preprint arXiv:2205.06772*.

Zhao, Z. (2023). Transforming ECG Diagnosis: An In-depth Review of Transformer-based DeepLearning Models in Cardiovascular Disease Detection. *arXiv preprint arXiv:2306.01249*.