

Sobre una Hipótesis de la Percepción Emocional de las Transformaciones Neo-Riemannianas

Josué Alexis Lugos Abarca

▶ To cite this version:

Josué Alexis Lugos Abarca. Sobre una Hipótesis de la Percepción Emocional de las Transformaciones Neo-Riemannianas. 2023. hal-04211400

HAL Id: hal-04211400 https://hal.science/hal-04211400v1

Preprint submitted on 19 Sep 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Sobre una Hipótesis de la Percepción Emocional de las Transformaciones Neo-Riemannianas

On a Hypothesis of the Emotional Perception of Neo-Riemannian Transformations Por Josué Alexis Lugos Abarca

Centro Universitario de Música Fermatta

josuealexis22@gmail.com

Resumen

En el presente artículo se estudian las transformaciones *neo-riemannianas* junto con la posible percepción emocional que pueden generar en respuesta a las progresiones armónicas. Se le asignará a cada cualidad de acorde el símbolo (+) o (-) de acuerdo con la respuesta emocional asociada a cada uno, representando de esa forma emociones positivas y negativas respectivamente. Además, se hará una modificación interválica a la transformación *R*. De ese modo, se propone una operación hipotética que se fundamenta en la ley de los signos en productos para determinar si una progresión armónica tiene una respuesta emocional positiva o negativa. Después, los resultados obtenidos se aplicarán al modelo *cube dance* con el propósito de generar progresiones armónicas que cumplan en satisfacer aproximadamente las respuestas emocionales buscadas por el compositor. Por último, se extiende tal concepto a los acordes con séptimas, componiéndose un *standard* de jazz.

Palabras clave: acordes, transformaciones, teoría neo-riemanniana, respuesta emocional, the cube dance

Abstract

In the present article, neo-Riemannian transformations are studied together with the possible emotional perception that they can generate in response to harmonic progressions. Each chord quality will be assigned the symbol (+) or (-) according to the emotional response associated with each one, thus representing positive and negative emotions respectively. In addition, an intervallic modification will be made to the *R* transformation. Thus, a hypothetical operation based on the law of signs in products is proposed to determine whether a harmonic progression has a positive or negative emotional response. Then, the results obtained will be applied to the cube dance model with the purpose of generating harmonic progressions that satisfy approximately the emotional responses sought by the composer. Finally, this concept is extended to chords with sevenths, composing a jazz standard.

Keywords: chords, transformations, neo-Riemannian theory, emotional response, the cube dance

1. INTRODUCCIÓN

La idea que originó la teoría *neo riemanniana* fue propuesta por Hugo Riemann mientras estudiaba su sistema dualista para relacionar tríadas, en específico, su trabajo propuso un método de análisis enfocado en el concepto de inversión entre acordes mayores y menores. Además, introdujo el concepto de transformación para los acordes; involucrando un concepto matemático y geométrico a la teoría musical (Mason, 2013). Tiempo más tarde, dichas ideas fueron desarrolladas por teóricos como: David Lewin, Brian Hyer, Richard Cohn y Henry Klumpenhouwer: cuyos trabajos dieron amplio desarrollo matemático, geométrico y psicológico a esta teoría entre las décadas de 1990 y 2000 (Gollin & Rehding, 2014). De manera que, esta teoría no es el trabajo de una persona en sí, en realidad, es un marco teórico construido mediante el esfuerzo de varios investigadores, matemáticos y teóricos musicales. Las aplicaciones de esta teoría han servido como herramienta para: composiciones, análisis musical (Cohn, 1998; Capuzzo, 2004) y en la música de cine (Lehman, 2014; Lehman, 2018; Karlin & Wright, 2004).

Por otro lado, los trabajos de Tymoczko, Cannas y Andreatta; han llevado el estudio de esta teoría a un contexto geométrico: aportando modelos, diagramas y grafos (Tymoczko, 2011; Cannas & Andreatta, 2018), demostrando casi por completo que, la conducción de voces en acordes y progresiones armónicas son en su mayoría; un concepto geométrico.

En los últimos años, se ha llevado a cabo el estudio de la percepción musical por medio de la geometría diferencial (Lewin, 1986; Resnikoff, 1974; Levin, 2000; Cont, 2008; Large, 2010); las investigaciones se han centrado en entender el proceso cerebral de la percepción musical, buscando responder: ¿Cómo el cerebro es capaz de predecir o sugerir intuitivamente las trayectorias armónicas? Por ejemplo, la necesidad de reposo tras escuchar un acorde dominante. Esto sirvió a Himpel de inspiración para desarrollar un modelo matemático basado en geometría diferencial con el fin de estudiar la percepción musical (Himpel, 2022), lo interesante y que resulta como el principal incentivo de esta hipótesis es que, Himpel de manera muy discreta; relaciona el estudio geométrico de la percepción musical con el uso de la geometría para el análisis de los acordes.

Por tanto, motivado por este contexto histórico y en el trabajo de Himpel, en el presente artículo se propone un mecanismo matemático cuyo objetivo es determinar de manera aproximada: la respuesta emocional de un escucha ante el estímulo auditivo de una progresión armónica generada por transformaciones *neo riemannianas*, la matemática de este mecanismo, se basa en la ley de los signos, y se fundamenta principalmente bajo el concepto de consonancia y disonancia en los acordes, ello, aunado con las emociones asociadas a cada cualidad de acorde que se han indagado y establecido en investigaciones experimentales.

Pese a todo eso, dentro de la investigación; se considerará hipotético a tal mecanismo ya que, no hay algún fundamento experimental o teórico para el uso de la ley de los signos en la tarea de establecer respuestas emocionales, sin embargo, su aplicación dentro de la práctica musical es argumentable a razón de que, los resultados obtenidos se aproximan a la respuesta emocional empírica que se asocian a ciertas progresiones armónicas.

Si bien es correcto que, el objetivo de este artículo discierna en cierta parte con lo mencionado anteriormente y con el trabajo de Himpel, la percepción musical sigue jugando un papel principal, pues las respuestas emocionales; ya sean positivas y negativas, corresponden a tal fenómeno.

Simultáneamente, se realiza una modificación interválica a la transformación R; en lugar de usar un tono, se emplea un semitono, lo que provoca en consecuencia que, obtengamos cualidades de acordes que no se habían presentado dentro de la teoría *neo riemanniana*. Además, con los resultados obtenidos del mecanismo, se analizarán las respuestas emocionales del modelo *cube dance*, se extenderá la teoría para los acordes con séptima y se compondrá un *standard* de jazz con las nuevas transformaciones.

2. PRELIMINARES

Para empezar, vamos a introducir la notación musical y el marco teórico que usaremos dentro de esta investigación. Escribiremos los acordes mediante la notación empleada en el lenguaje musical atonal: *pitch class-set* (Forte, 1985; Vázquez, 2006; Forte, 1973), la cual es una variación a la notación utilizada por Cannas dentro de su tesis (Cannas, 2018).

De esa forma, matemáticamente; el acorde mayor se escribe así:

$$A^{M} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 7)] \pmod{12}$$
 (2.1)

Esta notación, funciona como una fórmula que generaliza un acorde mayor para cualquier nota n_0 . Por ejemplo, si $n_0 = 3$; representaría la nota D# según el lenguaje $picth\ class-set$. Por tanto, 2.1 se resolvería de la siguiente manera:

$$A^{M} = [(n_{0} + 0) + (n_{0} + 4) + (n_{0} + 7)] \pmod{12} =$$

$$[(3 + 0) + (3 + 4) + (3 + 7)] \pmod{12} =$$

$$[(3) + (7) + (10)] \pmod{12}$$

En referencia con la figura 2.1, con el resultado final de 2.1b se construye el acorde de D# mayor.



Figura 2.1: Notas musicales con su notación en pitch class-set.

Continuamos con el resto de las cualidades:

El acorde menor es:

$$A^{m} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 7)] \pmod{12}$$
 (2.2)

El acorde disminuido es:

$$A^{D} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 6)] \pmod{12}$$
 (2.3)

El acorde aumentado es:

$$A^{A} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 8)] \pmod{12}$$
 (2.4)

El acorde suspendido 2 es:

$$A^{s2} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 2) + (n_0 + 7)] \pmod{12}$$
 (2.5)

El acorde suspendido 4 es:

$$A^{s4} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 5) + (n_0 + 7)] \pmod{12}$$
 (2.6)

Para los acordes con séptimas, están las siguientes fórmulas:

El acorde mayor con séptima mayor es:

$$A_M^{\Delta 7} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 7) + (n_0 + 11)] \pmod{12}$$
 (2.7)

El acorde de dominante siete es:

$$A^{7} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 7) + (n_0 + 10)] \pmod{12}$$
 (2.8)

El acorde mayor con séptima menor, bemol cinco es:

$$A^{7b5} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 6) + (n_0 + 10)] \pmod{12}$$
 (2.9)

El acorde menor con séptima menor es:

$$A_m^7 = [(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 7) + (n_0 + 10)] \pmod{12}$$
 (2.10)

El acorde menor con séptima mayor es:

$$A_m^{+7} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 7) + (n_0 + 11)] \pmod{12}$$
 (2.11)

El acorde semi disminuido siete es:

$$A^{\emptyset 7} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 6) + (n_0 + 10)] \pmod{12}$$
 (2.12)

El acorde disminuido siete es:

$$A^{\circ 7} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 6) + (n_0 + 9)] \pmod{12}$$
 (2.13)

El acorde aumentado con séptima mayor es:

$$A^{A7} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 8) + (n_0 + 11)] \pmod{12}$$
 (2.14)

El acorde aumentado con séptima menor es:

$$A^{A-7} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 8) + (n_0 + 10)] \pmod{12}$$
 (2.15)

Con el propósito de representar las transformaciones *neo-riemannianas* (Gollin & Rehding, 2014; Hughes, 2021); usaremos la notación de Tymoczko ya que, es usada para señalar el movimiento interválico en la conducción de voces (Tymoczko, 2011):

$$R = \xrightarrow{0, 0, +1}, P = \xrightarrow{0, -1, 0}, L = \xrightarrow{-1, 0, 0}$$

$$S = \xrightarrow{+1, 0, +1}, N = \xrightarrow{0, +1, +1}, H = \xrightarrow{-1, -1, +1}$$

$$(2.16)$$

Las transformaciones 2.16 en su forma inversa son (Fiore et al., 2013):

$$R' = \xrightarrow{0, 0, -1}, P' = \xrightarrow{0, +1, 0}, L' = \xrightarrow{+1, 0, 0}$$

$$S' = \xrightarrow{-1, 0, -1}, N' = \xrightarrow{0, -1, -1}, H' = \xrightarrow{+1, +1, -1}$$
(2.17)

Para este trabajo, en lugar de un tono; estamos considerando un semitono ascendente en la transformación R. El propósito de dicha diferencia interválica, tal como se verá más adelante, será con el fin de ampliar el alcance armónico.

De modo que, combinando ambas notaciones logramos nuevas fórmulas:

$$R = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 7)] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, +1}$$

$$P = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 7)] \pmod{12} \xrightarrow{0, -1, 0}$$

$$L = [(n_0 + 0) + (n_0 + 4) + (n_0 + 7)] \pmod{12} \xrightarrow{-1, 0, 0}$$

$$(2.18)$$

Con todo lo expuesto podemos empezar a proponer algunas progresiones armónicas.

Por ejemplo, la transformación P; al aplicarse a un acorde mayor se obtiene un acorde menor, la transformación R; aplicada a un acorde mayor nos da como resultado un acorde aumentado, por último, la transformación L; operada a un acorde mayor resulta en un acorde menor.

Lo que podemos expresarlo de la siguiente manera:

$$P_{(A^M)} = A^m, \ L_{(A^M)} = A^m, \ R_{(A^M)} = A^A$$
 (2.19)

Donde lo escrito en 2.16 es una variación más compactada para la notación usada por Arnett y Barth en su artículo (Arnett & Barth, 2011).

Similar a como vemos en los trabajos de Cannas y Andreatta (Cannas & Andreatta, 2018), si a las transformaciones L, R y P las operamos con un acorde menor, en lugar de uno mayor, obtenemos nuevas cualidades:

$$P_{(A^m)} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 7)] \pmod{12} \xrightarrow{0, -1, 0} = (2.20)$$
$$[(n_0 + 0) + (n_0 + 2) + (n_0 + 7)] \pmod{12} = A^{s2}$$

$$L_{(A^m)} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 7)] \pmod{12} \xrightarrow{-1, 0, 0} =$$
$$[(n_0 + \{-1\} = n_0 + 11) + (n_0 + 3) + (n_0 + 7)] \pmod{12} = A^A$$

$$R_{(A^m)} = [(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 7)] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, +1} =$$
$$[(n_0 + 0) + (n_0 + 3) + (n_0 + 8)] \pmod{12} = A^M$$

De ahí que:

$$P_{(A^m)} = A^{s2}, \ L_{(A^m)} = A^A, \ R_{(A^m)} = A^M$$
 (2.21)

El acorde que se encuentra en el subíndice lo llamaremos: *acorde de origen*, el cual hace mención del acorde y cualidad al que se es sometido a una de las transformaciones *neo-riemannianas*.

Como se observó en 2.20, el hecho de utilizar diferentes cualidades de acordes de origen, junto con la diferencia interválica realizada en la transformación R, generan como resultado otros tipos de cualidades que no se habían contemplado dentro de esta teoría (de Pablo Basurto, 2014). Solo por mencionar algunos ejemplos; por medio de la siguiente progresión se puede obtener la cualidad suspendida dos y de dominante siete con *voicing* (Pease & Pullig, 2001).

$$P_{(A^{M})} = [(n_{0} + 0) + (n_{0} + 4) + (n_{0} + 7)] \pmod{12} \xrightarrow{0, -1, 0} = [(n_{0} + 0) + (n_{0} + 3) + (n_{0} + 7)] \pmod{12} = A^{m}$$

$$P_{(A^{M})} = [(n_{0} + 0) + (n_{0} + 3) + (n_{0} + 7)] \pmod{12} \xrightarrow{0, -1, 0} = [(n_{0} + 0) + (n_{0} + 2) + (n_{0} + 7)] \pmod{12} = A^{s2}$$

$$R'_{(A^{s2})} = [(n_{0} + 0) + (n_{0} + 2) + (n_{0} + 7)] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1} = [(n_{0} + 0) + (n_{0} + 2) + (n_{0} + 6)] \pmod{12} = A^{7} \text{ (voicing)}$$

Lo que se abrevia como:

$$P_{(A^{M})} \qquad A^{7} \ (voicing)$$

$$\downarrow \qquad \qquad \uparrow$$

$$P_{(A^{m})} \rightarrow \qquad R'_{(A^{S2})}$$

$$(2.23)$$

La representación gráfica de 2.23 está inspirada en la notación empleada en el álgebra abstracta (Fraleigh, 2002).

Considerando $n_0 = 0$; en 2.23 se forman los siguientes acordes:

$$C \to Cm \to Csus2 \to D7$$
 (2.24)

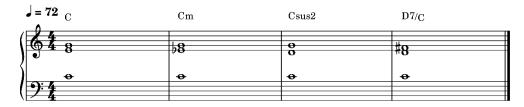


Figura 2.2: Progresión 2.23 en partitura.

Para terminar, podemos resolver la tensión generada por el acorde D7 operando la transformación $L_{(A^7)}$:

$$P_{(A^{M})} \qquad L_{(A^{7})} \rightarrow A^{m}$$

$$\downarrow \qquad \uparrow$$

$$P_{(A^{m})} \rightarrow R'_{(A^{S2})}$$

$$(2.25)$$

Actualizando 2.24, obtenemos:

$$C \to Cm \to Csus2 \to D7 \to Bm$$
 (2.26)

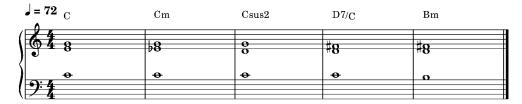


Figura 2.3: Progresión 2.25 en partitura.

Aquí hay otra posible progresión:

$$L_{(A^{M})} \qquad A^{m} \qquad (2.27)$$

$$\downarrow \qquad \uparrow \qquad \uparrow \qquad \qquad P_{(A^{m})} \rightarrow N'_{(A^{D})}$$

Siendo $n_0 = 0$; los acordes son:

$$C \to Em \to Eb \ dim \to Bm$$

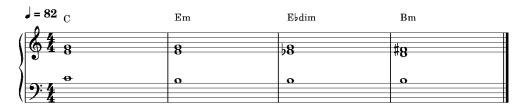


Figura 2.4: Progresión 2.27 en partitura.

Resulta interesante que, ambas progresiones, aun siendo diferentes conducen al mismo acorde de Si menor, esta relación nos sirve para ser empleadas de manera creativa dentro de

una progresión, por ejemplo, en la progresión: IV - iii - ii; que es encontrada en canciones de Bruno Mars y Michael Jackson.

Supongamos que, el acorde de Do mayor corresponde al cuarto grado de la escala, en consecuencia, el acorde de Si menor será el tercer grado y el segundo grado será el acorde de La menor.

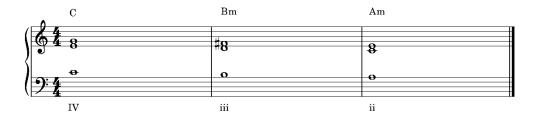


Figura 2.5: Progresión armónica IV-iii-ii.

De esa manera, las progresiones 2.25 y 2.27 se pueden complementar a IV - iii - ii de esta forma:

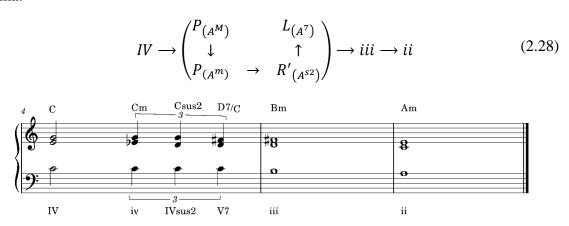


Figura 2.6: Progresión armónica IV-iii-ii con 2.25.

Como segunda opción, tenemos:

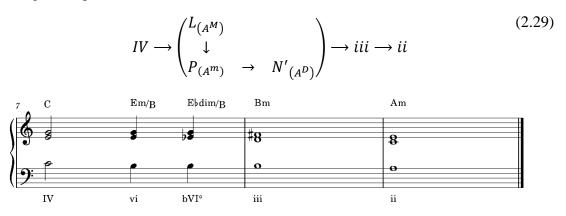


Figura 2.7: Progresión armónica IV-iii-ii con 2.27.

En conclusión, las transformaciones *neo riemannianas* aparentan ser una buena opción para complementar y enriquecer la armonía de progresiones.

3. SOBRE LA PERCEPCIÓN EMOCIONAL DE LAS TRANSFORMACIONES NEO-RIEMANNIANAS

Dentro del estudio de las emociones, los psicólogos han formado dos grupos: las emociones positivas y negativas; en las positivas se encuentran estados afectivos como: la alegría, el disfrute, el entusiasmo, el confort, el optimismo, la satisfacción, el orgullo, la esperanza, etc. Mientras que, en las negativas están: la ansiedad, la depresión, el miedo, la ira, el asco, la tristeza, etc. (Carbelo & Jáuregui, 2006; Carrillo et al., 2006; Castellano et al., 2013; Estrada & Martínez, 2014; Greco, 2010; Greco, 2007; Jiménez, 2006; Palumbo et al., 2011; Rojas & Marín, 2010; Vázquez & Pérez-Sales, 2003).

Por otra parte, en el campo de la psicología musical (Moreno, 2003); se han realizado múltiples investigaciones con el propósito de aproximarse a determinar las respuestas emocionales que los acordes musicales generan en función de su cualidad (Schuller et al., 2010; Madgazin, 2009; Bakker & Martin, 2015; Pallesen et al., 2005; Lahdelma & Eerola, 2016; Villar & Luján, 2020; Cho et al., 2016; Kuo et al., 2005; Lahdelma et al., 2022), obteniendo los siguientes resultados que, ante el ejercicio de apreciación se vuelven intuitivos, pero cuya generalización es posible debido a las investigaciones realizadas.

Acorde mayor: felicidad, alegría, confianza, satisfacción

Acorde menor: tristeza, oscuridad, melancolía, depresión, misterio

Acorde aumentado: suspenso, tenso, fantasía

Acorde disminuido: miedo, conmoción, suspenso

Acorde suspendido 4: tensión deliciosa

Acorde suspendido 2: tensión deliciosa

Acorde mayor con séptima mayor: romance, suave, sereno, tranquilo, euforia

Acorde mayor con séptima menor: moderado, tenso

Acorde menor con séptima menor: melancolía, mal humor

En base a ello, se pueden abreviar y catalogar las respuestas emocionales de cada cualidad de acorde con los símbolos: (+) y (-), siendo emociones positivas y negativas respectivamente (Kolchinsky et al., 2017), de esa manera escribimos:

$$A^{M} = (+), A^{m} = (-), A^{D} = (-), A^{A} = (-)$$

$$A^{S4} = (+), A^{S2} = (+), A^{\Delta 7}_{M} = (+), A^{7} = (-), A^{7}_{m} = (-)$$
(3.1)

La asignación de los símbolos: (+) y (-); se fundamenta a partir de la percepción de consonancia y disonancia asociada a cada acorde.

Un espectador relaciona emociones negativas con los acordes disonantes, mientras que, en la mayoría de los casos, las emociones positivas se atribuyen a los acordes consonantes (Lahdelma, 2017; Lahdelma & Eerola, 2016).

Este fenómeno no depende de; si el sonido de un acorde es bello o feo, para el cerebro los sonidos consonantes y disonantes son igualmente bellos, sin embargo, el hecho de que sean procesados por diferentes partes del cerebro: provoca la distinción entre las respuestas emocionales (Suzuki et al., 2008). Musicalmente, la noción de consonancia y disonancia depende de la estructura interválica que conforma cada acorde (Armitage et al., 2021; Fishman et al., 2001; Guernsey, 1928; Cazden, 1980), no obstante, otros factores como el timbre instrumental, el rango de octava, la acústica, el tiempo de ejecución e inclusive la dinámica musical; llegan a alterar considerablemente la percepción consonante-disonante de los acordes como de cualquier otro parámetro musical (Arthurs et al., 2018; Bharucha & Stoeckig, 1986; Olsen & Stevens, 2013). Por tanto, lo propuesto en 3.1, junto con todo lo desarrollado dentro de este artículo, debe tomarse en cuenta como una hipótesis.

El análisis de los estados afectivos atribuidos a los acordes y a las progresiones armónicas es meramente distinguible ya que, al combinar diferentes cualidades de acordes a la percepción, generan diferentes estímulos auditivos que se deducen en una respuesta emocional distinta, a comparación de los que un acorde genera de manera independiente (Koelsch et al., 2008; Jimenez et al., 2020; Smit et al., 2020). Con el fin de construir un mecanismo que ayude con esta tarea, en el presente artículo proponemos de manera hipotética y empírica un método de operación matemático para determinar, intuitivamente, la posible respuesta emocional que una progresión armónica podrían evocar a un escucha. Tal operación se fundamentará por medio de la ley de los signos (Baldor, 2020).

Considérese la transformación $P_{(A^M)}$ que, con lo observado en 2.19, sabemos que resuelve a un acorde menor, es decir:

$$P_{(A^M)} = A^M \longrightarrow A^m \tag{3.2}$$

Considerando su hipotética respuesta emocional, podemos escribir:

$$A^M \to A^m = (+) \to (-) \tag{3.3}$$

Si interpretamos la progresión armónica como una suma, mientras que, los símbolos (+) y (-) actúan como signos positivos y negativos, obtenemos:

$$A^M \to A^m = (+) + (-) = (-)$$
 (3.4)

Por ende:

$$P_{(A^M)} = (-) (3.5)$$

Lo que se interpreta a que; la posible respuesta emocional que genera la transformación $P_{(A^M)}$ pertenecen a las emociones negativas.

Para las demás transformaciones, siendo mayor la cualidad del acorde de origen, resolvemos:

$$R_{(A^{M})} = A^{M} \to A^{A} = (+) + (-) = (-)$$

$$L_{(A^{M})} = A^{M} \to A^{m} = (+) + (-) = (-)$$

$$S_{(A^{M})} = A^{M} \to A^{m} = (+) + (-) = (-)$$

$$N_{(A^{M})} = A^{M} \to A^{m} = (+) + (-) = (-)$$

$$H_{(A^{M})} = A^{M} \to A^{m} = (+) + (-) = (-)$$

$$(3.6)$$

Transformaciones, siendo menor la cualidad del acorde de origen:

$$R_{(A^m)} = A^m \to A^M = (-) + (+) = (-)$$

$$P_{(A^m)} = A^m \to A^{s2} = (-) + (+) = (-)$$

$$L_{(A^m)} = A^m \to A^A = (-) + (-) = (-)$$

$$S_{(A^m)} = A^m \to A^{s2} = (-) + (+) = (-)$$

$$N_{(A^m)} = A^m \to A^A = (-) + (-) = (-)$$

$$H_{(A^m)} = A^m \to A^D = (-) + (-) = (-)$$

Transformaciones, siendo disminuida la cualidad del acorde de origen:

$$R_{(A^D)} = A^D \to A^m = (-) + (-) = (-)$$

$$P_{(A^D)} = A^D \to A^7(voicing) = (-) + (-) = (-)$$

$$L_{(A^D)} = A^D \to A^M = (-) + (+) = (-)$$

$$S_{(A^D)} = A^D \to A^7(voicing) = (-) + (-) = (-)$$

$$N_{(A^D)} = A^D \to A^M = (-) + (+) = (-)$$

$$H_{(A^D)} = A^D \to A^M = (-) + (+) = (-)$$

Transformaciones, siendo aumentada la cualidad del acorde de origen:

$$R_{(A^A)} = A^A \to A^m = (-) + (-) = (-)$$

$$P_{(A^A)} = A^A \to A^M = (-) + (+) = (-)$$

$$L_{(A^A)} = A^A \to A^M = (-) + (+) = (-)$$

$$S_{(A^A)} = A^A \to A^{S2} = (-) + (+) = (-)$$
(3.9)

$$N_{(A^A)} = A^A \longrightarrow A^M = (-) + (+) = (-)$$

 $H_{(A^A)} = A^A \longrightarrow_{\dot{c}} ? = (-) + ({\dot{c}}?) = ({\dot{c}}?)$

Transformaciones, siendo suspendida dos la cualidad del acorde de origen:

$$R_{(A^{S2})} = A^{S2} \longrightarrow A^{M-5} = (+) + (-) = (-)$$

$$P_{(A^{S2})} = A^{S2} \longrightarrow_{\dot{c}}? = (+) + (_{\dot{c}}?) = (_{\dot{c}}?)$$

$$L_{(A^{S2})} = A^{S2} \longrightarrow A^{M} = (+) + (+) = (+)$$

$$S_{(A^{S2})} = A^{S2} \longrightarrow_{\dot{c}}? = (+) + (_{\dot{c}}?) = (_{\dot{c}}?)$$

$$N_{(A^{S2})} = A^{S2} \longrightarrow A^{M} = (+) + (+) = (+)$$

$$H_{(A^{S2})} = A^{S2} \longrightarrow A^{D-5} = (+) + (-) = (-)$$
(3.10)

Retomemos la progresión 2.26, y analicémosla emocionalmente mediante esta metodología.

$$P_{(A^{M})} \qquad L_{(A^{7})} \rightarrow A^{m}$$

$$\downarrow \qquad \uparrow$$

$$P_{(A^{m})} \rightarrow R'_{(A^{S2})}$$

$$(3.11)$$

Primero, solucionamos la hipotética respuesta emocional de los dos primeros acordes:

$$A^M \to A^m = (+) + (-) = (-)$$
 (3.12)

Después, con el resultado obtenido de los dos primeros acordes, operamos el tercero:

$$(A^M \to A^m) \to A^{s2} = (-) + (+) = (-)$$
 (3.13)

Y así, sucesivamente para el resto de los acordes:

$$(A^M \to A^m \to A^{s2}) \to A^7 = (-) + (-) = (-)$$

$$(A^M \to A^m \to A^{s2} \to A^7) \to A^m = (-) + (-) = (-)$$

El resultado final indica que la hipotética respuesta emocional de la progresión 2.26; corresponde a las emociones negativas:

$$P_{(A^{M})} \qquad L_{(A^{7})} \rightarrow A^{m}$$

$$\downarrow \qquad \uparrow \qquad = (-)$$

$$P_{(A^{m})} \rightarrow R'_{(A^{S2})}$$

$$(3.15)$$

Otra forma de deducir la hipotética respuesta emocional por parte de una progresión armónica; es mediante el análisis de acorde por acorde. En la progresión 2.26, tenemos las siguientes emociones asociadas, según su consonancia y disonancia:

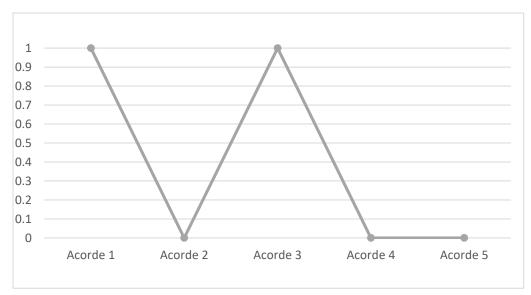
$$A^{M} = (+), A^{m} = (-), A^{s2} = (+), A^{7} = (-), A^{m} = (-)$$
 (3.16)

Como se observa, $\frac{2}{5}$ partes de los acordes de la progresión 2.26 corresponden a emociones positivas, mientras que, $\frac{3}{5}$ partes de los acordes están asociados a emociones negativas, sabiendo que $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$; podemos interpretar que la progresión genera más emociones negativas que positivas, lo que coincide con el resultado obtenido en 3.15.

Por tanto, este análisis se centra en la percepción emocional cuando el escucha va experimentando la progresión armónica (Krumhansl, 1998; Koelsch, 2005; Smit et al., 2019; Steinbeis et al., 2006; Koelsch et al., 2008; Smit et al., 2022), es decir, a medida que una persona escucha la progresión armónica, va percibiendo la respuesta emocional asociada a cada acorde de manera individual, a tal fenómeno lo llamaremos: *dinámica emocional armónica*, de modo que, al escuchar la progresión en su completitud; el oyente se queda con una respuesta emocional promedio que, se obtiene por medio del mecanismo explicado en 3.4 y 3.16.

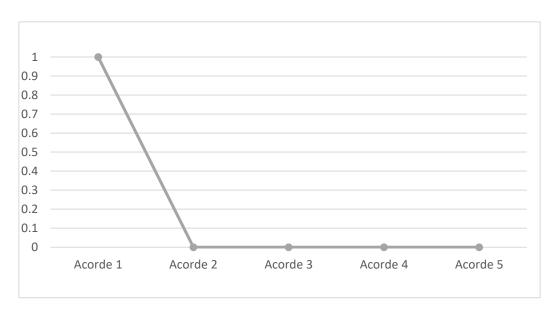
Entonces, la dinámica emocional armónica modela de manera hipotética; cómo serán las hipotéticas respuestas emocionales del oyente mientras escucha una progresión armónica *neo riemanniana*.

A continuación, presentaremos gráficamente la dinámica emocional armónica de la progresión 2.26; donde en el eje y, el valor 1 son las emociones positivas, y el valor 0 representa las emociones negativas. En el eje x, se muestra el número de acorde según la progresión armónica.



Gráfica 3.1: Dinámica emocional armónica de la progresión 2.26.

Igualmente, presentamos gráficamente la dinámica emocional armónica de la progresión 2.29:



Gráfica 3.2: Dinámica emocional armónica de la progresión 2.29.

4. LA PERCEPCIÓN EMOCIONAL DEL CUBE DANCE

El *cube dance* es una estructura geométrica-musical, propuesta por Douthett y Steinbach en su trabajo sobre grafos parsimoniosos entre tríadas (Popoff et al., 2022; Cohn, 1998), en donde, se muestra por medio de transformaciones *neo riemannianas*; cómo los acordes se conectan entre sí formando progresiones armónicas. Visualmente, es (Tymoczko, 2010):

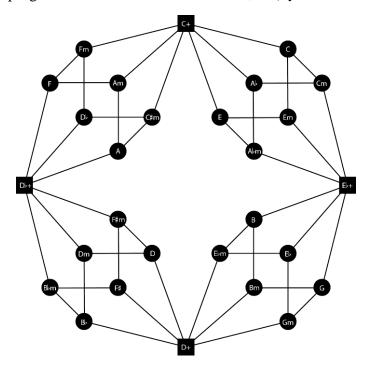


Figura 4.1: Cube Dance

En esta sección, analizaremos las hipotéticas respuestas emocionales que generan las progresiones armónicas disponibles en el *cube dance*.

De la figura 4.1 se derivan algunas de las siguientes progresiones, las cuales se presentarán, junto con la notación que se ha propuesto en 2.23, siendo $n_0 = 0$.

$$C+ \longrightarrow Fm \longrightarrow F \longrightarrow Db+ = \downarrow \qquad \uparrow \\ R_{(A^m)} \longrightarrow L'_{(A^M)}$$

$$(4.1)$$

$$C+ \longrightarrow Fm \longrightarrow Db \longrightarrow Db+ = \downarrow \qquad \uparrow \\ L'_{(A^m)} \longrightarrow R_{(A^M)}$$

$$C+ \longrightarrow C\#m \longrightarrow A \longrightarrow Db+ = \begin{matrix} L'_{(A^A)} & A^A \\ \uparrow & \uparrow \\ R_{(A^m)} & \rightarrow & P'_{(A^M)} \end{matrix}$$

$$C+ \longrightarrow C\#m \longrightarrow Db \longrightarrow Db+ = \begin{matrix} L'_{(A^A)} & A^A \\ \downarrow & \uparrow \\ P'_{(A^m)} & \rightarrow & R_{(A^M)} \end{matrix}$$

$$C+ \longrightarrow Am \longrightarrow F \longrightarrow Db+ = \begin{matrix} R_{(A^A)} & A^A \\ \downarrow & \uparrow \\ P'_{(A^m)} & \longrightarrow & L'_{(A^M)} \end{matrix}$$

$$C+ \longrightarrow Am \longrightarrow A \longrightarrow Db+ = \begin{matrix} R_{(A^A)} & A^A \\ \downarrow & \uparrow \\ L'_{(A^m)} & \longrightarrow P'_{(A^M)} \end{matrix}$$

Aplicando el mecanismo estudiado en 3.4 y 3.16, sabemos la hipotética respuesta emocional de cada progresión:

$$P'_{(A^A)} \qquad A^A \qquad P'_{(A^A)} \qquad A^A \qquad L'_{(A^A)} \qquad A^A$$

$$\downarrow \qquad \uparrow = (-), \qquad \downarrow \qquad \uparrow = (-), \qquad \downarrow \qquad \uparrow = (-)$$

$$R_{(A^m)} \rightarrow L'_{(A^M)} \qquad L'_{(A^m)} \rightarrow R_{(A^M)} \qquad R_{(A^m)} \rightarrow P'_{(A^M)}$$

Respecto a la dinámica emocional armónica, tenemos que:

$$C + = (-), Fm = (-), F = (+), Db + = (-)$$
 (4.3)

Donde:

$$A \in (-) = \frac{3}{4}, \ A \in (+) = \frac{1}{4}$$
 (4.4)

Para la segunda progresión tenemos:

$$C + = (-), Fm = (-), Db = (+), Db + = (-)$$
 (4.5)

Donde:

$$A \in (-) = \frac{3}{4}, \ A \in (+) = \frac{1}{4}$$
 (4.6)

Para la tercera progresión:

$$C + = (-), C \# m = (-), A = (+), Db + = (-)$$
 (4.7)

Donde:

$$A \in (-) = \frac{3}{4}, \ A \in (+) = \frac{1}{4}$$
 (4.8)

Para la cuarta progresión:

$$C + = (-), C \# m = (-), Db = (+), Db + = (-)$$
 (4.9)

Donde:

$$A \in (-) = \frac{3}{4}, \ A \in (+) = \frac{1}{4}$$
 (4.10)

Para la quinta progresión:

$$C + = (-), Am = (-), F = (+), Db + = (-)$$
 (4.11)

Donde:

$$A \in (-) = \frac{3}{4}, \ A \in (+) = \frac{1}{4}$$
 (4.12)

Para la sexta progresión:

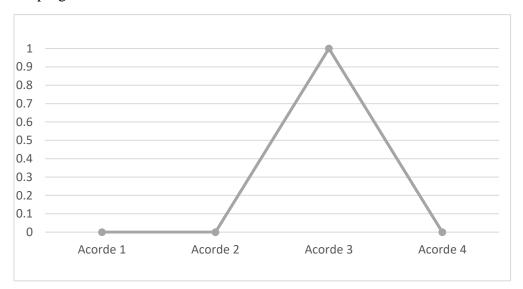
$$C + = (-), Am = (-), A = (+), Db + = (-)$$
 (4.13)

Donde:

$$A \in (-) = \frac{3}{4}, \ A \in (+) = \frac{1}{4}$$
 (4.14)

Como se observa, las seis progresiones comparten la misma dinámica emocional armónica, no solo en referencia al número de emociones positivas y negativas que tiene cada acorde, sino también; en el orden de aparición.

De modo que, la siguiente gráfica representa la dinámica emocional armónica para cualquiera de las seis progresiones encontradas en 4.1:



Gráfica 4.1: Dinámica emocional armónica de las seis progresiones.

Por tanto, ante tal resultado; consideramos que las seis progresiones armónicas son teórica e hipotéticamente: *emocionalmente equivalentes*, de ahí que se escriba:

$$P'_{(A^A)} \qquad A^A \qquad R_{(A^A)} \qquad A^A \qquad L'_{(A^A)} \qquad A^A \qquad (4.15)$$

$$\downarrow \qquad \uparrow \qquad = \downarrow \qquad \uparrow \qquad = \downarrow \qquad \uparrow$$

$$R_{(A^M)} \rightarrow L'_{(A^M)} \qquad P'_{(A^M)} \rightarrow L'_{(A^M)} \qquad R_{(A^M)} \rightarrow P'_{(A^M)}$$

$$\parallel \qquad \qquad \parallel \qquad \qquad \parallel \qquad \qquad \parallel$$

$$P'_{(A^A)} \qquad A^A \qquad R_{(A^A)} \qquad A^A \qquad L'_{(A^A)} \qquad A^A$$

$$\downarrow \qquad \uparrow \qquad = \downarrow \qquad \uparrow \qquad = \downarrow \qquad \uparrow$$

$$L'_{(A^M)} \rightarrow R_{(A^M)} \qquad L'_{(A^M)} \rightarrow P'_{(A^M)} \qquad P'_{(A^M)} \rightarrow R_{(A^M)}$$

Pese a ello, no todas las progresiones adquiridas a través del *dance cube* son emocionalmente equivalentes, por ejemplo, consideremos las siguientes dos progresiones:

$$P'_{(A^A)} \qquad L'_{(A^m)} \rightarrow P'_{(A^M)}$$

$$\downarrow \qquad \uparrow \qquad \downarrow$$

$$R_{(A^m)} \rightarrow P_{(A^M)} \qquad A^A$$

$$(4.16)$$

Que siendo $n_0 = 0$ los acordes son:

$$C + \longrightarrow Fm \longrightarrow F \longrightarrow Am \longrightarrow A \longrightarrow Db +$$
 (4.17)

Haciendo el análisis de la dinámica emocional armónica, obtenemos:

$$C + = (-), Fm = (-), F = (+), Am = (-), A = (+), Db + = (-)$$
 (4.18)

Donde:

$$A \in (-) = \frac{4}{6}, \ A \in (+) = \frac{2}{6}$$
 (4.19)

La segunda progresión es:

$$P'_{(A^A)} \qquad R_{(A^m)} \rightarrow P'_{(A^M)}$$

$$\downarrow \qquad \uparrow \qquad \downarrow$$

$$L'_{(A^m)} \rightarrow P_{(A^M)} \qquad A^A$$

$$(4.20)$$

Que siendo $n_0 = 0$ sus acordes son:

$$C+ \to Fm \to Db \to C\#m \to A \to Db +$$
 (4.21)

Haciendo el análisis de la dinámica emocional armónica, obtenemos: (4.22)

$$C+=(-), Fm=(-), Db=(+), C\#m=(-), A=(+), Db+=(-)$$

Donde:

$$A \in (-) = \frac{4}{6}, \ A \in (+) = \frac{2}{6}$$
 (4.23)

Por tanto, 4.16 y 4.20, son emocionalmente equivalentes, de ahí que:

$$P'_{(A^A)} \qquad L'_{(A^m)} \rightarrow P'_{(A^M)} \qquad P'_{(A^A)} \qquad R_{(A^m)} \rightarrow P'_{(A^M)} \qquad (4.24)$$

$$\downarrow \qquad \uparrow \qquad \qquad \downarrow \qquad = \qquad \downarrow \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$R_{(A^m)} \rightarrow P_{(A^M)} \qquad A^A \qquad L'_{(A^m)} \rightarrow P_{(A^M)} \qquad A^A$$

Siguiendo esta lógica, se deduce que 4.24; no es emocionalmente equivalente a las progresiones en 4.1:

$$P'_{(A^A)} \qquad L'_{(A^m)} \rightarrow P'_{(A^M)} \qquad P'_{(A^A)} \qquad R_{(A^m)} \rightarrow P'_{(A^M)} \qquad (4.25)$$

$$\downarrow \qquad \uparrow \qquad \qquad \downarrow \qquad = \downarrow \qquad \uparrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$R_{(A^m)} \rightarrow P_{(A^M)} \qquad A^A \qquad L'_{(A^M)} \rightarrow P_{(A^M)} \qquad A^A$$

$$\Leftrightarrow \qquad \qquad \Leftrightarrow \qquad \qquad \Leftrightarrow$$

$$P'_{(A^A)} \qquad A^A \qquad R_{(A^A)} \qquad A^A \qquad L'_{(A^A)} \qquad A^A$$

$$P'_{(A^A)} \qquad A^A \qquad R_{(A^A)} \qquad A^A \qquad L'_{(A^A)} \qquad A^A$$

$$\downarrow \qquad \uparrow = \downarrow \qquad \uparrow = \downarrow \qquad \uparrow$$

$$R_{(A^m)} \rightarrow L'_{(A^M)} \qquad P'_{(A^m)} \rightarrow L'_{(A^M)} \qquad R_{(A^m)} \rightarrow P'_{(A^M)}$$

5. SOBRE TRANSFORMACIONES NEO RIEMANNIANAS PARA ACORDES CON SÉPTIMAS Y SU DINÁMICA EMOCIONAL ARMÓNICA

Dentro del campo de las transformaciones *neo riemannianas*, se hallan múltiples modelos y diagramas geométricos; hechos con el propósito de señalar las diversas progresiones armónicas en tríadas que se pueden conseguir por medio de las transformaciones *neo riemannianas*, solo por mencionar algunos, están: *Tonnetz*, *Cube Dance*, *Birdcage Graph*, *Rockwell's graph* y *Chicken-wire torus* (Tymoczko, 2010).

La amplia gama de estos diagramas y grafos motivó a los teóricos musicales a explorar el mismo concepto para acordes con séptimas (Herrera, 2022), aquí hallamos: *Three-dimensional Tonnetz, Power towers, The new generalized Chicken-wire torus for seventh chords, Cannas, Antonini* y *Pernazza's graphs* (Childs, 1998; Cannas & Andreatta, 2018; Gollin, 1998; Bigo et al., 2015; Cannas etal., 2017).

Así mismo, se han estudiado grafos y diagramas de esta clase para acordes con más de cuatro notas: (Mohanty, 2022; Piovan, 2013; Yust, 2018; Easey, 2012). Motivado ante estos trabajos, a continuación, se proponen transformaciones *neo riemannianas* para acordes con séptimas; que se analizarán junto con sus hipotéticas respuestas emocionales.

Entonces, presentamos las transformaciones para acordes con séptimas:

$$L^{4} = \xrightarrow{-1, 0, 0, 0}, P^{4} = \xrightarrow{0, -1, 0, 0}, R^{4} = \xrightarrow{0, 0, +1, 0}, Y = \xrightarrow{0, 0, 0, +1}$$
 (5.1)

Nótese que, se ha agregado un superíndice que contiene el valor numérico 4; su función es hacer hincapié de que se trata de una transformación de acordes con séptima. Así mismo, se ha introducido la transformación *Y*; que es un semitono ascendente en la nota séptima del acorde.

Respectivamente, estas son sus inversiones:

$$L^{4'} = \xrightarrow{+1, 0, 0, 0} P^{4'} = \xrightarrow{0, +1, 0, 0} R^{4'} = \xrightarrow{0, 0, -1, 0} Y' = \xrightarrow{0, 0, 0, -1} (5.2)$$

Mediante las transformaciones 5.1 y 5.2, encontramos las siguientes progresiones, con sus hipotéticas respuestas emocionales.

Solo por resaltar algunas.

Transformaciones 5.1, siendo mayor séptima la cualidad del acorde de origen:

$$L^{4}_{(A_{M}^{\Delta 7})} = A_{M}^{\Delta 7} \longrightarrow A^{m} = (+) + (-) = (-)$$

$$P^{4}_{(A_{M}^{\Delta 7})} = A_{M}^{\Delta 7} \longrightarrow A_{m}^{+7} = (+) + (-) = (-)$$

$$R^{4}_{(A_{M}^{\Delta 7})} = A_{M}^{\Delta 7} \longrightarrow A^{A7} = (+) + (-) = (-)$$

$$Y_{(A_{M}^{\Delta 7})} = A_{M}^{\Delta 7} \longrightarrow A^{M} = (+) + (+) = (+)$$
(5.3)

Transformaciones 5.2, siendo mayor séptima la cualidad del acorde de origen:

$$L^{4'}{}_{(A_{M}^{\Delta 7})} = A_{M}^{\Delta 7} \longrightarrow A^{\emptyset 7} = (+) + (-) = (-)$$

$$P^{4'}{}_{(A_{M}^{\Delta 7})} = A_{M}^{\Delta 7} \longrightarrow A^{S4\Delta 7} = (+) + (-) = (-)$$

$$R^{4'}{}_{(A_{M}^{\Delta 7})} = A_{M}^{\Delta 7} \longrightarrow A_{m}^{7b5s4} = (+) + (-) = (-)$$

$$Y'{}_{(A_{M}^{\Delta 7})} = A_{M}^{\Delta 7} \longrightarrow A^{7} = (+) + (-) = (-)$$

$$(5.4)$$

Transformaciones 5.1, siendo menor séptima la cualidad del acorde de origen:

$$L^{4}_{(A_{m}^{7})} = A_{m}^{7} \longrightarrow A^{A7} = (+) + (-) = (-)$$

$$P^{4}_{(A_{m}^{7})} = A_{m}^{7} \longrightarrow A^{7s2} = (+) + (-) = (-)$$

$$R^{4}_{(A_{m}^{7})} = A_{m}^{7} \longrightarrow A^{M9} = (+) + (-) = (-)$$

$$Y_{(A_{m}^{7})} = A_{m}^{7} \longrightarrow A_{m}^{+7} = (+) + (+) = (+)$$

$$(5.5)$$

Transformaciones 5.2, siendo menor séptima la cualidad del acorde de origen:

$$L^{4'}(A_m^7) = A_m^7 \longrightarrow A^7 = (+) + (-) = (-)$$

$$P^{4'}(A_m^7) = A_m^7 \longrightarrow A^7 = (+) + (-) = (-)$$

$$R^{4'}(A_m^7) = A_m^7 \longrightarrow A^{\emptyset 7} = (+) + (-) = (-)$$

$$Y'_{(A_m^7)} = A_m^7 \longrightarrow A_m^{7b5} = (+) + (-) = (-)$$

$$(5.6)$$

El objetivo de este artículo no es proponer un diagrama o grafo que muestre cómo las transformaciones aquí propuestas se relacionan entre sí, en cambio, se busca que las transformaciones se apliquen a cualquier acorde de origen, y de esa manera, ir componiendo una progresión armónica.

Con el propósito de entender la metodología de composición que, en este trabajo se está introduciendo, en la siguiente sección se compondrá un *standard* mediante las transformaciones *neo riemannianas* propuestas para los acordes con séptima.

6. UNA COMPOSICIÓN MUSICAL CON TRANSFORMACIONES NEO RIEMANNIANAS

En la composición musical existen diferentes procesos para lograr la labor de crear una canción u obra musical. Hay un gran debate sobre qué es primero: ¿La melodía o los acordes? (Hayes, 2010; Fiore, 2011), sin importar la opción; el resultado final es lo que determina cual es la mejor metodología, por ende, no hay una respuesta mala o buena para tal pregunta. Por tanto, para este ejercicio escogeremos la segunda opción, es decir, primero compondremos

la progresión de acordes por medio de las transformaciones *neo riemannianas* y al final la melodía.

Empezamos determinando la tonalidad, que será $n_0 = 0$ es decir, Do, después, escogemos el acorde de origen, el cual será: A^7 , por último, calculamos la progresión:

$$P^{4}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 10] \pmod{12} \xrightarrow{0, -1, 0, 0} = [0 + 3 + 7 + 10]$$

$$L^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 3 + 7 + 10] \pmod{12} \xrightarrow{+1, 0, 0, 0} = [1 + 3 + 7 + 10]$$

$$P^{4'}_{(A^{7})} = [1 + 3 + 7 + 10] \pmod{12} \xrightarrow{0, +1, 0, 0} = [1 + 4 + 7 + 10]$$

$$Y'_{(A^{7})} = [1 + 4 + 7 + 10] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1} = [1 + 4 + 7 + 9]$$

$$L^{4}_{(A^{7})} = [1 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{-1, 0, 0, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$Y_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, +1} = [0 + 4 + 7 + 10]$$

$$Y_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 10] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, +1} = [0 + 4 + 7 + 11]$$

$$L^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 11] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1} = [1 + 4 + 7 + 11]$$

$$Y'_{(A^{7})} = [1 + 4 + 7 + 11] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1} = [1 + 4 + 7 + 10]$$

$$Y'_{(A^{7})} = [1 + 4 + 7 + 10] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1} = [1 + 4 + 7 + 9]$$

$$L^{4}_{(A^{7})} = [1 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 6 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 6 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

$$R^{4'}_{(A^{7})} = [0 + 4 + 7 + 9] \pmod{12} \xrightarrow{0, 0, 0, -1, 0} = [0 + 4 + 7 + 9]$$

De modo que, la progresión abreviada es:

$$P^{4}_{(A^{7})} \qquad Y'_{(A^{\circ 7})} \rightarrow L^{4}_{(A^{7})} \qquad Y_{(A^{7}_{m})} \rightarrow Y_{(A^{7})} \qquad (6.2)$$

$$\downarrow \qquad \uparrow \qquad \downarrow \qquad \uparrow \qquad \downarrow$$

$$L^{4'}_{(A^{7}_{m})} \rightarrow P^{4'}_{(A^{7})} \qquad R^{4'}_{(A^{7}_{m})} \rightarrow R^{4}_{(A^{7}_{m})} \qquad L^{4'}_{(A^{5}_{m})} \rightarrow$$

$$Y'_{(A^{\circ 7})} \rightarrow L^{4}_{(A^{7})} \qquad Y_{(A^{7}_{m})} \qquad \uparrow$$

$$\uparrow \qquad \downarrow \qquad \uparrow$$

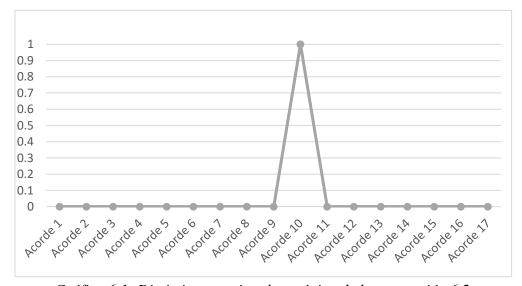
$$Y'_{(A^{7b5}_{m})} \qquad R^{4'}_{(A^{7}_{m})} \rightarrow R^{4}_{(A^{7b5}_{m})}$$

Lo que en partitura es:



Figura 6.1: Acordes de la progresión 6.2 en cifrado.

La dinámica emocional armónica de esta progresión es:



Gráfica 6.1: Dinámica emocional armónica de la progresión 6.2.

La hipotética respuesta emocional es: (-)

$$A^{7} \to A_{m}^{7} = (-) + (-) = (-)$$

$$(A^{7} \to A_{m}^{7}) \to A^{7} = (-) + (-) = (-)$$

$$(A^{7} \to A_{m}^{7} \to A^{7}) \to A^{\circ 7} = (-) + (-) = (-)$$

$$(A^{7} \to A_{m}^{7} \to A^{7} \to A^{\circ 7}) \to A^{7} = (-) + (-) = (-)$$

$$(A^{7} \to A_{m}^{7} \to A^{7} \to A^{\circ 7}) \to A^{7} = (-) + (-) = (-)$$

$$(A^{7} \to A_{m}^{7} \to A^{7} \to A^{\circ 7} \to A^{7}) \to A_{m}^{7} = (-) + (-) = (-)$$

$$(A^{7} \to A_{m}^{7} \to A^{7} \to A^{\circ 7} \to A^{7} \to A_{m}^{7}) \to A_{m}^{7b5} = (-) + (-) = (-)$$

$$(A^{7} \to A_{m}^{7} \to A^{7} \to A^{\circ 7} \to A^{7} \to A_{m}^{7} \to A_{m}^{7b5}) \to A_{m}^{7} = (-) + (-) = (-)$$

$$\vdots$$

Por último, en la figura 6.2 es posible observar con mayor claridad; la conducción de voces de los acordes.

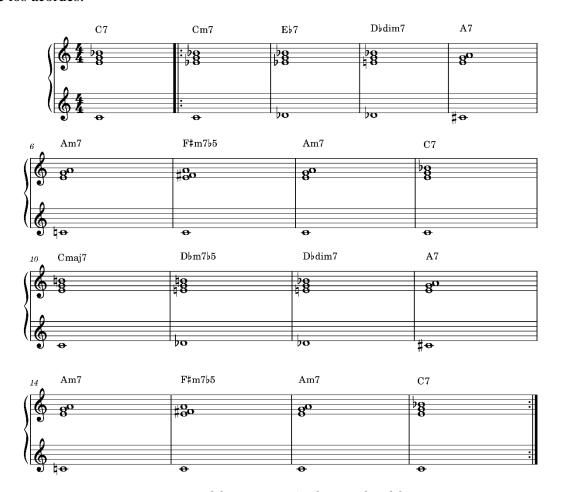


Figura 6.2: Progresión de acordes 6.2

Por tanto, componiendo la melodía; obtenemos el standard final:

Binnizá Alexis Lugos = 150 Swing C7 E67 A⁷ Cm⁷ Dbdim7 Am^7 F#m⁷⁶⁵ Am^7 **C**7 Dbm765 Α7 Cmaj⁷ Dbdim7

Figura 6.3: Standard compuesto con la progresión 6.2.

 Am^7

C7

F#m715

7. CONCLUSIÓN

 Am^7

A partir de la ley de los signos, bajo el fundamento de los conceptos de consonanciadisonancia de los acordes, y junto con la percepción emocional de cada cualidad de acorde; en este artículo, se propuso un mecanismo matemático para determinar la posible respuesta emocional que una progresión de acordes podría generar a un escucha, no obstante, como se mencionó en la introducción, y un hecho del que se estuvo haciendo hincapié en todo el desarrollo de este trabajo; es que dicho mecanismo es hipotético ya que, no hay algún fundamento teórico o experimental que justifique el uso de la ley de los signos para este propósito, sin embargo, el hecho de que los resultados coincidan a un nivel considerable con la respuesta emocional obtenida por un escucha ante ciertas progresiones armónicas; nos permite plantear dicha hipótesis, la cual se mantiene teórica y aproximada debido a que existen casos cuando un acorde disonante, seguido de uno consonante, genera la sensación de reposo, por ejemplo, la cadencia V-I, cuya posible respuesta emocional correspondería con las emociones positivas, pero que el mecanismo aquí planteado, da como resultado una emoción negativa, por ende, se busca que en futuros trabajos; se vaya comprobando y desarrollando este mecanismo desde una perspectiva experimental y teórica.

Por otro lado, a razón de la incertidumbre que presenta el mecanismo anterior, se propuso un segundo método con el fin de analizar la respuesta emocional de una progresión de acordes; esta se centra en determinar las emociones positivas y negativas atribuidas a cada cualidad

de manera independiente, de modo que, se puede observar la variación de las respuestas emocionales para un espectador a lo largo de la progresión, según la cualidad de acorde, a ello lo llamamos: dinámica emocional armónica.

A diferencia del primer mecanismo, este calcula la posible respuesta emocional de acuerdo con el número de acordes, es decir, si hay más acordes con emociones negativas que emociones positivas, entonces, se interpreta que la progresión, teóricamente; será asociada con las emociones negativas. La ventaja de este método está en la manera en cómo se presentan los valores, pues da a entender que toda progresión armónica tiene asociada emociones positivas y negativas, lo que resulta en ventaja ante la percepción subjetiva de cada escucha. Sin embargo, al igual que ocurría con el primer mecanismo, este también se mantiene como una hipótesis a disposición de ser comprobada experimentalmente.

A pesar de que ambos mecanismos pueden resultar no prometedores para el propósito que se les fue asignado, es cierto que dentro de la composición musical pueden resultar útiles para aquel compositor que requiera realizar alguna canción u obra que cumpla en generar, ya sea emociones positivas o negativas a un espectador.

Simultáneamente, en este trabajo se presentó una variación interválica a la transformación R, la cual permitió obtener nuevas cualidades de acordes dentro de una progresión *neo riemanniana*. Se propusieron ejemplos para usar tales progresiones, además, se amplió dicha teoría para los acordes con séptima y su aplicación en la práctica musical se vio reflejada al componer un *standard*.

8. REFERENCIAS

12tone [@12tone]. (2016, May 20). What the heck is Neo-Riemannian analysis? Youtube. https://www.youtube.com/watch?v= VxN4rnOpho

12tone [@12tone]. (2019, May 17). *Cubes, bugs, and the ultimate chord map*. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=WdFQwZ-L5zA

Armitage, J., Lahdelma, I., & Eerola, T. (2021). Automatic responses to musical intervals: Contrasts in acoustic roughness predict affective priming in Western listeners. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 150(1), 551-560.

Arnett, J., & Barth, E. (2011). Generalizations of the Tonnetz: tonality revisited. In *Proceedings* of the 2011 Midstates Conference on Undergraduate Research in Computer Music and Mathematics.

Arthurs, Y., Beeston, A. V., & Timmers, R. (2018). Perception of isolated chords: Examining frequency of occurrence, instrumental timbre, acoustic descriptors and musical training. *Psychology of Music*, 46(5), 662-681.

Ayo, J. F. A. (2010). Emociones y Estilos de Personalidad. CDID, 7(2): 77-86

Bakker, D. R., & Martin, F. H. (2015). Musical chords and emotion: Major and minor triads are processed for emotion. *Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience*, 15, 15-31.

Baldor, A. (2020). Aritmetica - baldor (4th ed.) Patria.

- Bharucha, J. J., & Stoeckig, K. (1986). Reaction time and musical expectancy: priming of chords. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 12(4), 403.
- Bigo, L., Ghisi, D., Spicher, A., & Andreatta, M. (2015). Representation of musical structures and processes in simplicial chord spaces. *Computer Music Journal*, 39(3), 9-24.
- Bourdin, G. L. (2016). Antropología de las emociones: conceptos y tendencias. *Cuicuilco*. *Revista de Ciencias Antropológicas*, 23(67).
- Cannas, S. (2018). *Geometric representation and algebraic formalization of musical structures* (Doctoral dissertation, Université de Strasbourg; Università degli studi (Pavie, Italie)).
- Cannas, S., & Andreatta, M. (2018, July). A generalized dual of the Tonnetz for seventh chords: mathematical, computational and compositional aspects. In *Proceedings of Bridges 2018: Mathematics, Art, Music, Architecture, Education, Culture* (pp. 301-308).
- Cannas, S., Antonini, S., & Pernazza, L. (2017). On the group of transformations of classical types of seventh chords. In *Mathematics and Computation in Music: 6th International Conference, MCM 2017, Mexico City, Mexico, June 26-29, 2017, Proceedings 6* (pp. 13-25). Springer International Publishing.
- Capuzzo, G. (2004). Neo-Riemannian theory and the analysis of pop-rock music. *Music Theory Spectrum*, 26(2), 177-199.
- Carbelo, B., & Jáuregui, E. (2006). Emociones positivas: humor positivo. *Papeles del psicólogo*, 27(1), 18-30.
- Carrillo, J. M., Collado, S., Rojo, N., & W Staats, A. (2006). El papel de las emociones positivas y negativas en la predicción de depresión: el principio de adición de las emociones en el Conductismo Psicológico. *Clínica y Salud*, 17(3), 277-295.
- Castellano, E., Cifre, E., Spontón, C., Medrano, L. A., & Maffei, L. (2013). Emociones positivas y negativas en la predicción del burnout y engagement en el trabajo. *Revista de Peruana de Psicología y Trabajo Social*, vol. 2, nº .1 https://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/83247
- Cazden, N. (1980). The definition of consonance and dissonance. *International Review of the Aesthetics and Sociology of Music*, 123-168.
- Chahine, I., & Montiel, M. (2015). Teaching modeling in algebra and geometry using musical rhythms: Teachers' perceptions on effectiveness. *Journal of Mathematics Education*, 8(2), 126-138.
- Childs, A. P. (1998). Moving beyond neo-Riemannian triads: Exploring a transformational model for seventh chords. *Journal of Music Theory*, 181-193.
- Cho, Y. H., Lim, H., Kim, D. W., & Lee, I. K. (2016, October). Music emotion recognition using chord progressions. In 2016 *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)* (pp. 002588-002593). IEEE.
- Classical Nerd [@ClassicalNerd]. (2022, January 7). *Neo-Riemannian Theory: An Introduction*. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=TY4awNdZ1y8
- Cohn, R. (1998). Introduction to neo-riemannian theory: a survey and a historical perspective. *Journal of Music Theory*, 167-180.

- Cohn, R. (1998). Square dances with cubes. Journal of Music Theory, 42(2), 283-296.
- Cohn, R. (2000). Weitzmann's regions, my cycles, and douthett's dancing cubes. *Music Theory Spectrum*, 22(1), 89-103.
- Cont, A. (2008). *Modeling musical anticipation: From the time of music to the music of time*. University of California, San Diego.
- Crawford, R., & Magee, J. (1992). *Jazz Standards on record, 1900-1942: A core repertory* (No. 4). Center for Black Music Rsrch.
- de Juan, L. C. [@LaclasedeJuan]. (2023, June 19). **La progresión de acordes SECRETA! **

 Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=YFDYCzsqMa4
- de Pablo Basurto, V. M. (2014). *TEORIAS MUSICALES TRANSFORMACIONAL Y NEO-RIEMANNIANA*. UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA.
- Dodd, J. (2014). Upholding standards: A realist ontology of standard form jazz. *The Journal of Aesthetics and Art Criticism*, 72(3), 277-290.
- Easey, J. N. (2012). Pentachordal configurations in two late works by Leoš Janáček (Doctoral dissertation, University of British Columbia).
- Estrada, A. R. B., & Martínez, C. I. M. (2014). Psicología de las emociones positivas: generalidades y beneficios. *Enseñanza e investigación en psicología*, 19(1), 103-118.
- Fiore, H. (2011). Reflexiones sobre la composición musical como objeto de estudio. *Plurentes*. *Artes y Letras*, (1).
- Fiore, T. M., Noll, T., & Satyendra, R. (2013). Incorporating voice permutations into the theory of neo-Riemannian groups and Lewinian duality. In *Mathematics and Computation in Music: 4th International Conference, MCM 2013, Montreal, QC, Canada, June 12-14, 2013. Proceedings 4* (pp. 100-114). Springer Berlin Heidelberg.
- Fishman, Y. I., Volkov, I. O., Noh, M. D., Garell, P. C., Bakken, H., Arezzo, J. C., ... & Steinschneider, M. (2001). Consonance and dissonance of musical chords: neural correlates in auditory cortex of monkeys and humans. *Journal of neurophysiology*, 86(6), 2761-2788.
 - Forte, A. (1973). The structure of atonal music (Vol. 304). Yale University Press.
 - Forte, A. (1985). Pitch-class set analysis today. *Music analysis*, 4(1/2), 29-58.
 - Fraleigh, J. B. (2002). A First Course in Abstract Algebra (7th ed.). Pearson.
 - Gioia, T. (2021). The jazz standards: A guide to the repertoire. Oxford University Press.
- Gollin, E. (1998). Some aspects of three-dimensional" tonnetze". *Journal of Music Theory*, 195-206.
- Gollin, E., & Rehding, A. (Eds.). (2014). *The oxford handbook of Neo-Riemannian music theories*. Oxford University Press.
- Greco, C. (2010). Las emociones positivas: su importancia en el marco de la promoción de la salud mental en la infancia. *Liberabit*, 16(1), 81-93.

- Greco, C., Morelato, G. S., & Ison, M. S. (2007). Emociones positivas: una herramienta psicológica para promocionar el proceso de resiliencia infantil. *Psicodebate. Psicología, Cultura y Sociedad*, (7), 81-94.
- Guernsey, M. (1928). The role of consonance and dissonance in music. *The American Journal of Psychology*, 173-204.
- Hayes, A. G. (2010). La composición musical como construcción: herramientas para la creación y la difusión musical en Internet. *Revista iberoamericana de educación*, 52(1), 109-125.
 - Herrera, E. (2022). Teoría Musical y Armonía Moderna vol. 1. Antoni Bosch Editor.
 - Himpel, B. (2022). Geometry of music perception. *Mathematics*, 10(24), 4793.
- Hughes, B. (2021). *Neo-Riemannian triadic progressions*. In OPEN MUSIC THEORY. https://viva.pressbooks.pub/openmusictheory/chapter/neo-riemannian-triadic-progressions/
- Jimenez, I., Kuusi, T., & Doll, C. (2020). Common chord progressions and feelings of remembering. *Music & Science*, 3, 2059204320916849.
 - Jiménez, M. L. V. (2006). Emociones positivas. Papeles del psicólogo, 27(1), 9-17.
- Karlin, F., & Wright, R. (2004). On the track: A guide to contemporary film scoring (2nd ed.). Routledge.
- Koelsch, S. (2005). Investigating emotion with music: neuroscientific approaches. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1060(1), 412-418.
- Koelsch, S., Fritz, T., & Schlaug, G. (2008). Amygdala activity can be modulated by unexpected chord functions during music listening. *Neuroreport*, 19(18), 1815-1819.
- Koelsch, S., Kilches, S., Steinbeis, N., & Schelinski, S. (2008). Effects of unexpected chords and of performer's expression on brain responses and electrodermal activity. *Plos one*, 3(7), e2631.
- Kolchinsky, A., Dhande, N., Park, K., & Ahn, Y. Y. (2017). The minor fall, the major lift: inferring emotional valence of musical chords through lyrics. *Royal Society open science*, 4(11), 170952.
- Krumhansl, C. L. (1998). Perceived triad distance: Evidence supporting the psychological reality of neo-Riemannian transformations. *Journal of Music Theory*, 42(2), 265-281.
- Kuo, F. F., Chiang, M. F., Shan, M. K., & Lee, S. Y. (2005, November). Emotion-based music recommendation by association discovery from film music. In *Proceedings of the 13th annual ACM international conference on Multimedia* (pp. 507-510).
- Lahdelma, I. (2017). At the interface between sensation and emotion: Perceived qualities of single chords (No. 313). University of Jyväskylä.
- Lahdelma, I., & Eerola, T. (2016). Mild dissonance preferred over consonance in single chord perception. *i-Perception*, 7(3), 2041669516655812.
- Lahdelma, I., & Eerola, T. (2016). Single chords convey distinct emotional qualities to both naïve and expert listeners. *Psychology of Music*, 44(1), 37-54.

- Lahdelma, I., Armitage, J., & Eerola, T. (2022). Affective priming with musical chords is influenced by pitch numerosity. *Musicae Scientiae*, 26(1), 208-217.
 - Large, E. W. (2010). Neurodynamics of music. Music perception, 201-231.
 - Lehman, F. (2014). Film Music and Neo-Riemannian Theory. Oxford University Press.
- Lehman, F. (2018). *Hollywood Harmony: Musical wonder and the sound of cinema*. Oxford University Press.
- Levin, D. N. (2000). A differential geometric description of the relationships among perceptions. *Journal of Mathematical Psychology*, 44(2), 241-284.
- Lewin, D. (1986). Music theory, phenomenology, and modes of perception. *Music Perception*, 3(4), 327-392.
- Madgazin, V. R. (2009). The information theory of emotions of musical chords. *arXiv* preprint arXiv:0909.3976.
- Mason, L. F. (2013). Essential Neo-Riemannian Theory for Today's Musician. University of Tennessee.
- Mohanty, V. (2022). A 5-dimensional Tonnetz for nearly symmetric hexachords. *Journal of Mathematics and Music*, 16(1), 121-131.
- Montañés, M. C. (2005). Psicología de la emoción: el proceso emocional. *Universidad de Valencia*, 3.
- Moreno, J. L. (2003). Psicología de la música y emoción musical. *Educatio siglo XXI*, 213-226.
- Olsen, K. N., & Stevens, C. J. (2013). Psychophysiological response to acoustic intensity change in a musical chord. *Journal of Psychophysiology*.
- Pallesen, K. J., Brattico, E., Bailey, C., Korvenoja, A., Koivisto, J., Gjedde, A., & Carlson, S. (2005). Emotion processing of major, minor, and dissonant chords: a functional magnetic resonance imaging study. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1060(1), 450-453.
- Palumbo, P., Medrano, L., Lussenhoff, F., González, J., & Curarello, A. (2011). Emociones positivas y negativas en futbolistas de alto rendimiento. *PSIENCIA Revista Latinoamericana de Ciencia Psicológica*, 3(2), 64–73. https://doi.org/10.5872/psiencia/3.2.21
- Papanicolaou, A. C. (2004). La microgénesis de las emociones. Revista española de neuropsicología, 6(1), 85-98.
- Pease, T., & Pullig, K. (2001). *Modern jazz voicings: Arranging for small and medium ensembles*. Hal Leonard Corporation.
- Piovan, L. A. (2013). A Tonnetz model for pentachords. *Journal of Mathematics and Music*, 7(1), 29-53.
- Plutchik, R. (2001). The nature of emotions: Human emotions have deep evolutionary roots, a fact that may explain their complexity and provide tools for clinical practice. *American scientist*, 89(4), 344-350.

- Popoff, A., Guichaoua, C., & Andreatta, M. (2022). Composing (with) automorphisms in the colored Cube Dance: an interactive tool for musical chord transformation. *arXiv* preprint arXiv:2204.03022.
- Resnikoff, H. L. (1974). Differential geometry and color perception. *Journal of Mathematical Biology*, 1, 97-131.
- Rojas, H. Y. A., & Marín, D. E. S. (2010). El papel de las emociones positivas en el desarrollo de la Psicología Positiva. *Wimb lu*, 5(1), 65-83.
- Schuller, B., Dorfner, J., & Rigoll, G. (2010). Determination of nonprototypical valence and arousal in popular music: features and performances. *EURASIP Journal on Audio, Speech, and Music Processing*, 2010, 1-19.
- Smit, E. A., Dobrowohl, F. A., Schaal, N. K., Milne, A. J., & Herff, S. A. (2020). Perceived emotions of harmonic cadences. *Music & Science*, 3, 2059204320938635.
- Smit, E. A., Milne, A. J., Dean, R. T., & Weidemann, G. (2019). Perception of affect in unfamiliar musical chords. *PLoS One*, 14(6), e0218570.
- Smit, E. A., Milne, A. J., Dean, R. T., & Weidemann, G. (2022). Making the unfamiliar familiar: The effect of exposure on ratings of unfamiliar musical chords. *Musicae Scientiae*, 26(2), 339-363.
- Steinbeis, N., Koelsch, S., & Sloboda, J. A. (2006). The role of harmonic expectancy violations in musical emotions: Evidence from subjective, physiological, and neural responses. *Journal of cognitive neuroscience*, 18(8), 1380-1393.
- Suzuki, M., Okamura, N., Kawachi, Y., Tashiro, M., Arao, H., Hoshishiba, T., ... & Yanai, K. (2008). Discrete cortical regions associated with the musical beauty of major and minor chords. *Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience*, 8, 126-131.
- Tymoczko, D. (2010). Geometrical methods in recent music theory. *Music Theory Online*, 16(1).
- Tymoczko, D. (2011). A geometry of music: Harmony and counterpoint in the extended common practice. Oxford University Press.
- Vázquez, C., & Pérez-Sales, P. (2003). Emociones positivas, trauma y resistencia. *Ansiedad y estrés*, 9(2-3), 231-254.
 - Vázquez, H. (2006). Fundamentos teóricos de la música atonal. UNAM.
- Villar, J. D. L., & Luján, R. C. (2020). Reconocimiento de emociones musicales a través de datos y tecnologías digitales. *Comunicación y Hombre*, (16), 59-82.
- Yust, J. (2018). Geometric Generalizations of the Tonnetz and their Relation to Fourier Phase Spaces. *Mathematical Music Theory: Algebraic, Combinatorial, Topological and Applied Approaches to Understanding Musical Phenomena*, 253-278.