



HAL
open science

PRÉVISION ET ANALYSE DES COUCHES LIMITES DE LA CRISE ÉCONOMIQUE LIBANAISE

Alain Safa, Daniel Melhem, Geoffrey Ducournau

► **To cite this version:**

Alain Safa, Daniel Melhem, Geoffrey Ducournau. PRÉVISION ET ANALYSE DES COUCHES LIMITES DE LA CRISE ÉCONOMIQUE LIBANAISE. MONNAIES, FINANCES, DÉVELOPPEMENTS, L'ASSOCIATION INTERNATIONALE DES ECONOMISTES DE LANGUE FRANÇAISE; Université Saint Joseph, May 2022, BEYROUTH, Liban. hal-04191301

HAL Id: hal-04191301

<https://hal.science/hal-04191301>

Submitted on 17 Jun 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

PRÉVISION ET ANALYSE DES COUCHES LIMITES DE LA CRISE ÉCONOMIQUE LIBANAISE

Alain SAFA

(Université Côte d'Azur, IAE Nice, GRM, Alain.SAFA@univ-cotedazur.fr)

& Daniel MELHEM

Geoffrey Ducournau,
Quantitative researcher at Dimtech

Résumé: Nous considérons la crise libanaise comme un système physique assimilable à un fluide évoluant dans un espace macroscopique soumis à une Force qui influence son mouvement dans le temps. Ce mouvement résulte de la collision entre une force dynamique hétérogène (déterministe et aléatoire) et un flux d'information dans le système. Les comportements évoluant à partir de l'interaction entre la force endogène exprimée par les fondamentaux économiques/effets aléatoires, et la force exogène exprimée par le flux aléatoire externe. Nous proposons donc une dérivation de l'équation de Langevin (LE) pour décrire le comportement de la crise économique libanaise par analogie avec le déplacement des particules fluides dans un flux passif et turbulent comme étant la somme d'une force de traînée et d'une force aléatoire. Nous montrons qu'en estimant les forces de la série chronologique du PIB comme conditions initiales régissant l'équation de Langevin, nous pouvons estimer la phase spatiale limite de plusieurs comportements du PIB pour une couche limite. Les résultats statistiques suggèrent précisément trois couches limites principales, qui sont caractérisées par différents comportements évoluant à partir de phases gaussiennes, turbulentes et chaotiques. Les différentes phases montrant un processus de retour à long terme avec des échelles de temps différentes seront discutées et analysées.

Mots clés : Équation de Mackey Glass, couches limites, PIB, crise libanaise, résilience, économie informelle, et réformes structurelles.

Classification JEL: H12; E26; O7; D16; P41,

INTRODUCTION

Le Liban reste dans une situation difficile, avec une chute vertigineuse de son Produit Intérieur Brut, -26.2% en 2020 et -20.3% en 2021 (Trading Economics, 2022). Le point de départ et non la cause essentielle est la contestation populaire démarrée en octobre 2019, exacerbée par une instabilité politique, une dégradation de la note du pays par les agences de notation et un défaut de paiement de la dette souveraine en devises en mars 2020, le premier de l'histoire du pays. La détérioration de la monnaie locale (qui a perdu 95 % de sa valeur depuis entre octobre 2019 et mai 2022), l'imposition de contrôles informels des capitaux par les différentes banques et la pénurie de devises étrangères ont provoqué une spirale hyper-inflationniste, entraînant des pénuries de nourriture et d'électricité et une augmentation de la pauvreté. En août, une explosion massive dans le port de Beyrouth a causé des pertes de vies humaines et des dégâts matériels assez importants. Cet événement a également conduit à la démission du gouvernement et à de nouvelles protestations, exacerbant les difficultés et les incertitudes du pays. La chute vertigineuse de l'économie s'arrête où ?

Prévoir les incertitudes ou les événements est impossible dans les circonstances actuelles, mais prévoir la limite de l'incertitude pourrait être plus probable. Aucun modèle probabiliste ou SDE (Stochastic Differential Equations) ne possède la capacité de prévoir les flux d'événements et la trajectoire que pourrait prendre l'économie libanaise pour la prochaine décennie. Mais, d'un autre côté, via l'équation de diffusion, nous pouvons prévoir les couches limites de l'économie libanaise, ce qui permet de prévoir les limites que l'économie ne pourrait pas franchir facilement à moyen terme ou de prévoir la frontière quantitative de la crise. Comment ?

Notre postulat est de considérer le PIB comme un système physique évoluant dans un espace macroscopique soumis à une Force qui influence son mouvement dans le temps. Le système physique supposé est régi par des forces endogènes et exogènes.

- Forces endogènes : force déterministe ou fondamentale qui tend à faire converger tous les agents vers un prix d'équilibre, force analogue à la viscosité du PIB (processus moyen), et force stochastique conséquence de l'hétérogénéité des agents, des turbulences et du désordre.
- Forces exogènes : Imprévisible grâce aux données passées mais son impact futur est statistiquement mesurable. Cette force change l'espace de phase macroscopique du marché et par conséquent change les comportements des marchés. (Ex : explosion du 4 août, crise du COVID, crise politique et absence de plan du FMI).

En d'autres termes, les différentes phases de comportement d'un marché dépendent du rapport de force entre la Viscosité exprimée par le processus moyen et la Vélocité exprimée par la volatilité. Lorsque la force aléatoire domine la force de viscosité, les comportements du marché deviennent complexes, turbulents et chaotiques. Réciproquement, lorsque les forces de viscosité dominent, les comportements du marché ont tendance à être stables et laminaires.

Nous allons d'abord décrire la profondeur conjoncturelle et structurelle de la crise libanaise pour mieux comprendre et apprécier le contexte actuel. Nous allons ensuite présenter le modèle construit autour de l'équation de Langevin, observer son application sur la croissance du PIB libanais et décrire les résultats observés. Nous allons enfin donner une interprétation socio-économique des scénarios observés.

La profondeur de la crise libanaise

La Banque mondiale l'a classée comme la crise souveraine la plus sévère depuis 1850. A vrai dire, la société libanaise et son économie subissent une série de crises sans précédent. Une crise de changes, une crise bancaire, une crise de dette souveraine, un effondrement institutionnel, une crise de gouvernance politique marquée par une absence de consensus entre les partis politiques, une crise sociale marquée par une série de contestations populaires et une tensions sociale exacerbée, une disparition de la classe moyenne, une fuite de cerveaux, sans parler des conséquences d'une crise sanitaire, mettant à l'arrêt les secteurs du voyage, du tourisme et de l'événementiel qui constituaient l'une des ressources principales en devises. L'économie libanaise est caractérisée par une série de vulnérabilités à court et à long terme, à la fois conjoncturelles, mais aussi et surtout structurelles.

L'économie libanaise correspond aux 5 facteurs de risque à court terme, identifiés par l'OCDE (Love, P. (dir. pub.) (2018) et qui sont les suivants :- Des déséquilibres dans le secteur financier, notamment bancaire, longtemps habitué à une entrée massive de dépôts de devises attirés par des taux d'intérêt élevés, dépassant largement les capacités d'investissement productif, transformant progressivement l'économie libanaise en économie de rente avec des taux d'intérêts surélevés.

- Des déséquilibres dans le secteur non financier, essentiellement orienté vers une société de consommation avec un faible niveau d'investissement productif, public et privé, en dehors de secteurs bien particuliers, comme le secteur éducatif et le secteur touristique.
- Des déséquilibres sur le marché d'actifs immobiliers. Il est devenu la destination principale de l'investissement privé, créant un secteur spéculatif par excellence, marqué par une forte volatilité.
- Des déséquilibres dans les finances publiques qui sont structurellement hors du contrôle, manquent de transparence et conduisant par conséquent à une

dette publique en croissance régulière. Ainsi, les primes de risque élevées ont alimenté une hausse des taux d'intérêts sur les obligations publiques et un emballement du service de la dette. Curieusement, des investisseurs, attirés par des gains rapides, ont transformé ces titres étatiques en actifs spéculatifs.

- Des déséquilibres externes, avec un compte courant régulièrement déficitaire malgré le montant élevé des transferts de la diaspora libanaise. La fixité du taux de changes et le niveau élevé de l'inflation ont conduit progressivement à une appréciation réelle du taux de changes et donc une perte de compétitivité dans les échanges internationaux. La société libanaise de consommation s'est orientée massivement vers les produits étrangers poussant la production nationale des biens échangeables vers l'agonie.

L'économie libanaise est comme la plupart des économies fait face également à des risques structurels exogènes qui sont les suivants :

- Le ralentissement de l'économie mondiale était marqué avant la crise sanitaire à l'échelle mondiale, par un ralentissement économique des pays européens dû en partie à un vieillissement démographique dans les pays développés, hors Etats-Unis. A l'échelle régionale du Grand Moyen Orient, les éléments positifs d'un dynamisme démographique et économique, sont entachés par une instabilité géopolitique régulière, des rivalités exaspérées, faible intégration des pays membres, une zone restant à la marge de l'économie mondiale, une minorité des économies riches, mais rentières, marquées par une appréciation réelle de son taux de changes, importations croissantes des biens de consommation et surtout une volatilité étroitement liée aux variations des prix énergétiques.
- L'accélération du rythme de l'innovation et du développement de compétences est une caractéristique de l'économie mondiale de ces 30 dernières années. L'évolution rapide des compétences requises sur le marché du travail rend fragile les rendements des systèmes éducatifs traditionnels. Malgré les importantes dépenses privées dans le système éducatif, le système libanais est caractérisé par une fuite régulière et massive de cerveaux. Les nouveaux diplômés sont attirés davantage par une brillante carrière à l'international que par une carrière nationale dans le secteur privé.
- Les contraintes environnementales occupent une place progressive et de plus en plus essentielle dans nos sociétés. Qu'il s'agisse de contraintes locales liées à la gestion des écosystèmes locaux ou de phénomènes globaux comme le changement climatique, nulle ne peut ignorer leurs conséquences et leurs retombées négatives sur le long terme. A l'échelle de l'économie libanaise, le risque environnemental est majeur d'autant que la nature faisait partie des atouts majeurs du pays et notamment dans le secteur du tourisme. Les risques liés au changement climatique, l'incapacité des autorités à gérer les retombées et à mettre en place un plan stratégique adéquat, réduisent

drastiquement la résilience de l'économie libanaise face aux chocs exogènes liés à l'environnement.

La profondeur exceptionnelle de la crise décrite auparavant nous interroge sur la fin de cette phase dépressive et le début attendu d'une phase de reprise. Que pourrait nous dire le modèle construit autour de l'équation de Langevin ?

Langevin et diffusion du flux de PIB

L'équation de Langevin décrit les systèmes non équilibrés en postulant un processus stochastique ajoutant un terme de bruit aux équations fondamentales. Dans sa forme originale :

$$\dot{x} = f(x, t) + \sqrt{2D} \mathcal{E}(t) \quad (1)$$

avec D le coefficient de diffusion, Langevin divise en deux la force ressentie par la particule brownienne due à l'impact de l'interaction des particules de masses légères :

- $f(x, t)$ la fonction de traînée déterministe, qui est supposée être l'équation moyenne à long terme du PIB, exempte de bruit.
- $\mathcal{E}(t)$ étant des fonctions indépendantes de bruit blanc gaussien représentant l'effet des collisions aléatoires des atomes dans le fluide, maintenant l'énergie de la particule égale en moyenne à sa valeur thermique.

La force d'entraînement du PIB :

Nous assimilons la force de traînée de la dynamique des fluides à la fonction moyenne à long terme du PIB qui représente l'information intrinsèque sans bruit. Nous proposons d'appliquer le système de temporisation d'Ikeda comme force déterministe afin d'inclure les non-linéarités à haute dimension, les comportements non stationnaires et complexes. Cette approche est soutenue par des recherches antérieures similaires telles que l'utilisation de l'équation stochastique de Duffing pour prévoir les séries chronologiques financières ou l'utilisation de l'équation du chaos stochastique. Le système dynamique d'Ikeda a été introduit pour la première fois pour décrire la dynamique d'un système optique et a été largement utilisé en ingénierie, mais très peu de recherches l'ont appliqué à l'étude des séries chronologiques financières. En considérant la force de traînée de la série temporelle

$f(x, t) = \mu_t \cdot x_t \cdot dt$, l'équation de Langevin devient:

$$dx_t = \mu_t \cdot x_t \cdot dt + \sqrt{2D} \mathcal{E}(t) \quad (1) \text{ avec } d\mu_t \text{ défini comme le système d'Ikeda du premier ordre } y_t$$

donné par l'équation suivante :

$$dy_t = -\alpha \cdot y_t \cdot dt + \beta \cdot \sin(y_{t-\tau}) dt \quad (2)$$

avec $y_t = d\mu_t$, $\alpha > 0$ et $\beta > 0$ sont des paramètres positifs du système et $Y_t \equiv Y_{t-\tau}$ with isest le paramètre de temporisation intrinsèque du système d'Ikeda. La partie non linéaire de l'équation est définie par $\sin(y_{t-\tau})$. Nous considérons la version discrète de l'équation d'Ikeda déterministe du premier ordre donnée comme suit :

$$\widehat{y}_{t+1} = (1 - \alpha) \cdot \widehat{y}_t + \beta \cdot \sin(\widehat{y}_{t-\tau}) \quad (3)$$

En considérant $\widehat{\mu}_{t+1} = \widehat{\mu}_t + \widehat{y}_t$ (4), nous obtenons : $\widehat{\mu}_t = \widehat{\mu}_{t-1} + (1 - \alpha) \cdot \widehat{y}_{t-1} + \beta \cdot \sin(\widehat{y}_{t-1-\tau})$ (4.1)

Équation de Langevin avec processus de diffusion :

En considérant la force aléatoire comme un processus de Wiener avec des incréments normalement distribués, nous obtenons l'équation suivante :

$$dx_t = \widehat{\mu}_t \cdot x_t \cdot dt + \sigma \cdot x_t \cdot dW_t \quad (1.2)$$

avec $\sigma > 0$ est le coefficient de friction, $W(t)$ est le processus de Wiener et le paramètre μ_t est l'équation moyenne à long terme exempte de bruit. La solution de l'équation de Langevin (1.2) est trouvée en appliquant le lemme d'Itô qui conduit à :

$$x_t = x_0 + \left(\widehat{\mu}_t - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma \cdot dW_t \quad (1.3)$$

L'équation (1.3) sera utilisée pour simuler les séries chronologiques annuelles et pour estimer les couches limites du PIB.

Prévision de l'état des phases du PIB libanais : solutions numériques et analyse

Dans cette partie, nous allons trouver des solutions numériques de l'équation de Langevin avec une moyenne à long terme dynamique et non linéaire afin de déterminer les couches limites du PIB. Par conséquent, nous effectuons 50 fois 1000 simulations de Monte Carlo afin de déterminer la frontière du PIB citée dans les données, à savoir ses extrémités supérieure et inférieure. Nous obtenons par conséquent deux vecteurs pour chaque série temporelle simulée, l'un qui stocke 50 extrémités supérieures et l'autre qui stocke 50 extrémités inférieures. L'idée sous-jacente est de représenter les couches limites comme une distribution de probabilité des extrémités.

Une fois que la distribution de probabilité des extrêmes du PIB est déterminée, nous proposons de normaliser leur moyenne respective par le calcul d'un score standard tel que $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ où \bar{x} est la moyenne de la distribution de probabilité des extrêmes du PIB simulés (supérieur et inférieur), x est l'extremum de marché observable respectif (supérieur et inférieur) et σ est l'écart type des extrêmes simulés du PIB (supérieur et inférieur). Nous obtenons donc une série de scores standards (supérieurs et inférieurs) pour chaque PIB simulé. A ce stade, le but est

d'effectuer un test Z sur ces séries afin de conclure sur la signification du modèle de Langevin associé à une équation dynamique déterministe pour prévoir la distribution de probabilité des couches limites du PIB.

Ajustement de l'estimation des couches limites par apprentissage par renforcement

Comme nous l'avons vu précédemment, l'équation de Langevin conduite par une force de traînée et aléatoire peut estimer les couches limites du PIB avec un niveau de précision significatif pour les années correspondantes étudiées lorsque les informations du marché proviennent principalement de facteurs endogènes et sont par conséquent incluses dans les prix passés des actions, mais présente également une faiblesse lorsque les informations proviennent également de facteurs exogènes et ne sont par conséquent pas incluses dans les données passées.

Par conséquent, nous postulons que les séries de scores standard estimées et mises en évidence par quelques exemples dans le tableau 1 peuvent être considérées comme une nouvelle source d'informations qui contiennent à la fois le niveau d'inexactitude du modèle correspondant pour expliquer toutes les informations des données passées et les informations qui proviennent des facteurs exogènes à l'origine des valeurs aberrantes qui ne sont pas incluses dans les données passées. En d'autres termes, nous montrerons que nous pouvons tirer des enseignements des informations données par les séries de scores standard estimées dans le passé et ajuster nos futures couches limites estimées en tenant compte de la probabilité des erreurs du modèle dues à l'erreur de facteurs endogènes et exogènes.

Le but ici est d'utiliser les séries de scores standards d'une année passée comme paramètres d'apprentissage pour ajuster les estimations futures des couches limites avec un intervalle de confiance de 95%. Par conséquent, pour chaque nouvelle série temporelle prévue, nous avons déterminé la distribution de probabilité moyenne des extrémités supérieure et inférieure que nous avons ajusté avec la distribution de probabilité moyenne du score standard respectif et nous avons utilisé le niveau d'intervalle de confiance de 95% de ces séries pour déterminer les limites supérieures et inférieures successives des moyennes ajustées.

Le graphique 1 illustre ce processus, la ligne horizontale appelée rouge correspond aux couches limites moyennes inférieures ajustées qui correspondent aux limites supérieures et inférieures de 95% de confiance. Réciproquement, la ligne horizontale verte correspond aux couches limites moyennes supérieures ajustées aux limites supérieures et inférieures de confiance à 95%.

Nous considérons alors que les couches limites les plus précises parmi les couches supérieures et inférieures sont celles qui ont minimisé le delta entre leur valeur respective et les extrêmes observables du PIB. Si la série de résidus entre les

couches limites les mieux ajustées est normalement distribuée, alors nous pouvons potentiellement conclure que l'utilisation de l'apprentissage par renforcement a eu un impact significatif sur la précision du modèle. Cette hypothèse sera notre hypothèse nulle pour notre test significatif.

À titre d'exemple, nous avons utilisé une fenêtre d'un an correspondant à 12 scores standard chaque année afin d'estimer les couches limites supérieure et inférieure du mois de janvier. Nous répéterons ensuite ce processus en déplaçant cette fenêtre afin d'inclure de nouvelles estimations de score standard mois après mois et de continuer à ajuster les futures couches limites avec les données mises à jour.

Connaissant le score standard passé : $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ où \bar{x} is est la moyenne de la distribution de probabilité des extrêmes simulés du PIB (supérieur et inférieur), x est l'extrême observable du marché (supérieur et inférieur) et σ est l'écart type des extrêmes du PIB simulés (supérieur et inférieur), nous pouvons alors ajuster l'extrême du marché observable estimé futur \hat{x} comme étant égal à $z * \sigma + \bar{x}$ et en considérant un intervalle de confiance de 95% de z nous montrons que $\hat{x} \in [z_{95\%CI_lower} * \sigma + \bar{x}; z_{95\%CI_upper} * \sigma + \bar{x}]$ avec $Z_{95\%CI_lower} < \text{and}$ étant la moyenne de la série des scores standard supérieurs et inférieurs d'une année glissante.

Le graphique 1 illustre graphiquement un exemple de la meilleure estimation des couches limites inférieure et supérieure en fonction des données passées. Nous pouvons évaluer que pour le graphique correspondant précédent, les couches de délimitation supérieure et inférieure correspondent aux extrêmes observables du marché et les résultats statistiques du tableau 2 le confirment. En effet, d'après le tableau 1, les séries de résidus mois après mois entre les meilleures couches limites supérieure et inférieure et les extrêmes du PIB réel peuvent être considérées comme normalement distribuées puisque nous n'avons pas rejeté notre test de signification où seule la couche limite supérieure la mieux ajustée ne rejette pas l'hypothèse nulle. Ainsi, nous pouvons conclure que pour les années correspondantes étudiées, l'utilisation de l'équation de Langevin menée par une force de traînée dynamique et non-linéaire et une force aléatoire et l'utilisation de l'apprentissage automatique tel que le modèle de renforcement peut estimer de manière significative les couches limites du PIB dans un intervalle de confiance de 95%.

Tableau 1 : Signification de l'estimation des couches limites la mieux ajustée après l'utilisation de l'apprentissage par renforcement sans valeurs aberrantes.

2019	upper best fit BL significance	lower best fit BL significance
statistic	0.810039	0.820844
p-value	0.0000136	0.000035

Schapiro test	reject Ho	reject Ho
2018	upper best fit BL significance	lower best fit BL significance
statistic	0.977	0.952
p-value	0.507	0.063
Schapiro test	fail to reject Ho	fail to reject Ho
2017	upper best fit BL significance	lower best fit BL significance
statistic	0.960	0.953
p-value	0.0083	0.0049
Schapiro test	fail to reject Ho	reject Ho

Analyse numérique

Cependant, après avoir effectué des simulations, nous sommes en mesure d'obtenir les extrémités de la distribution de probabilité du PIB. L'objectif est maintenant de normaliser la moyenne de chaque distribution des couches limites prévues en divisant leur écart par l'écart type respectif de la distribution des couches limites prévues. Certains résultats numériques sont mis en évidence dans le tableau 2. Le tableau 2 présente les 6 couches limites prévues (3 supérieures et 3 inférieures). A l'intérieur des limites, nous identifions 3 phases d'espacement du PIB pour les 10 prochaines années. La première phase évolue de 24,79 M\$ à 44,24 M\$. La deuxième phase évolue de 17,25 M\$ à 24,79 M\$ et la dernière phase évolue de 11,11 M\$ à 17,25 M\$.

Tableau 2 : SD (Standard Deviation). BL (Boundary Layers). Résultats numériques de la normalisation sur la distribution de probabilité moyenne estimée des couches limites du PIB pour les 10 prochaines années.

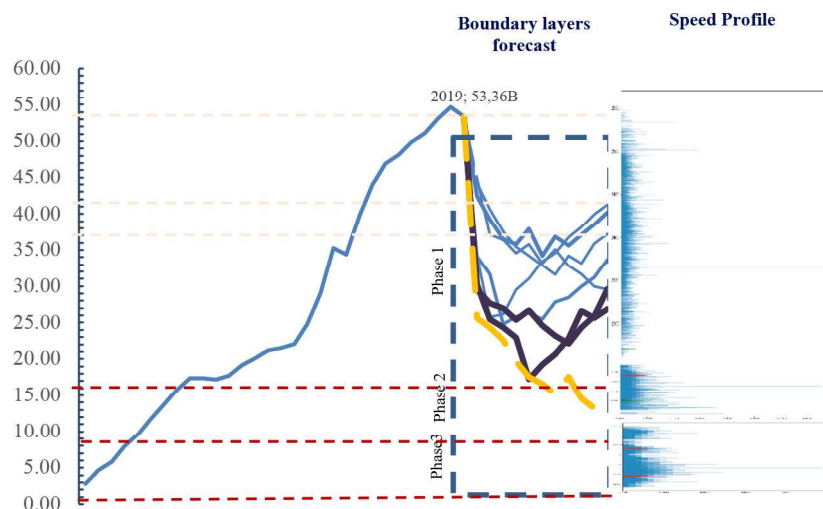
Phase	Statistics on estimated Boundary Layers probability Distribution adjusted used the Z-Score				Δ between estimated mean and GDP at t		Standardization	
	SD Upper BL	SD Lower BL	Mean Upper BL	Mean Lower BL	Δ Upper BL	Δ Lower BL	Standard Upper Score BL	Standard Upper Score BL
Phase 1	31.45	37.198	44.48 B	24.79 B	7.64	18.8	0.813	0.37
Phase 2	23.13	20.64	24.79 B	17.25 B	15.06	-6.24	1.103	1.882
Phase 3	24.84	23.66	17.25 B	11.11 B	-3.77	0.67	-1.56	-1.46

Le graphique 1 illustre les limites prévisionnelles choisies de manière aléatoire pour le PIB pour les 10 prochaines années. Les trois courbes ROUGE illustrent les limites prévues de chaque couche. La courbe continue bleue, or et jaune illustre une simulation aléatoire choisie sur 1000. La courbe 1 montre les limites extrêmes du mouvement prévu du PIB défini par l'espace de phase du système d'Ikeda et

exacerbé par la force aléatoire, soulignant le fait que la probabilité que la série temporelle dépasse ces limites peut être considérée comme relativement faible et que la probabilité que la série temporelle du PIB évolue dans ces limites peut être considérée comme relativement élevée. Cependant, entre ces deux limites supérieure et inférieure de chaque couche, nous supposons que chaque trajectoire a la même probabilité.

Graphique 1 : Conception de la prévision de l'état des phases du PIB.

(Ligne courbée ROUGE) sont les prévisions des trois couches limites du PIB. (Lignes BLEUES) sont les prévisions des scénarios simulés dans l'espace de phase 1. (OR) sont les prévisions des scénarios simulés dans l'espace de phase 2. (JAUNE) sont les prévisions des scénarios de simulation dans l'espace de phase 3. À l'intérieur des couches limites, il y a une simulation de plusieurs scénarios émis par LE. Les profils de vitesse sont la puissance à l'intérieur de chaque domaine de phase ou des deux couches limites.



Pour assurer un atterrissage en douceur de la crise libanaise, (si le gouvernement utilise un dispositif contracyclique, ou un programme du FMI, etc), nous devons examiner le comportement de chaque phase de l'état), nous devrions examiner le comportement de chaque phase. Comprendre les comportements du PIB dans différentes circonstances peut constituer le meilleur moyen de proposer des solutions par ordre et par taille. En d'autres termes, nous devons détecter le processus de génération de l'état de chaque phase afin de comprendre les sources de la dynamique et de la volatilité excessive qui dominent le PIB, puis étudier s'il existe un processus de retour à la moyenne dans l'espace de chaque phase. La présence d'un processus d'équilibre à long terme est la clé de notre

analyse et peut être interprétée par l'existence de la viscosité ou de mouvements déterministes. La viscosité (processus déterministe) joue un rôle principal en tant que force résistante qui permet aux comportements d'avoir un mouvement stable (laminaire). En revanche, le comportement est dit turbulent lorsque sa vitesse en tous points est la même et qu'il est caractérisé par des tourbillons et des trajectoires irrégulières. En revanche, sa vitesse est localement nulle au niveau de ses couches limites, où la friction est maximale. Les différentes phases des comportements de l'espace dépendent du rapport de force entre la Force de viscosité et la Force aléatoire. Par exemple, les comportements des fluides deviennent complexes, turbulents et chaotiques lorsque la force stochastique domine la force de viscosité. Réciproquement, lorsque la force de viscosité domine, le fluide a tendance à être laminaire.

Dans ce but, plusieurs tests ont été proposés pour examiner les sources des comportements générés dans l'espace de chaque phase. Ainsi, nous utilisons le test de Shapiro pour examiner la distribution stochastique alors que le mouvement standard (laminaire) ou non dans les couches limites attendues. De plus, un test d'exposant de Lyapunov est utilisé pour déterminer s'il existe une sensibilité des conditions initiales dans l'attracteur de chaque phase, et donc la présence d'un mouvement de Chaos. Enfin, nous utilisons une fonction d'élasticité simple pour déterminer la probabilité du processus dominant (viscosité ou vitesse) dans chaque état de phase.

Les résultats statistiques sont exprimés dans le tableau 3. Les statistiques du test de Shapiro acceptent l'hypothèse nulle selon laquelle l'espace de phase 1 est distribué de manière standard (couches limites supérieures 44,82 et inférieures 24,79 M\$ du PIB prévu), ce qui signifie que la volatilité stochastique est gaussienne. D'autre part, l'exposant de Lyapunov du test de Linton & Shintani (2004) indique qu'il n'y a pas de sensibilité à la condition initiale ($\Delta \lambda = 0$), et donc, les statistiques concluent qu'il n'y a pas de mouvements de chaos à l'intérieur de l'état 1 de la phase. Enfin, une estimation de la viscosité et de la vélocité a été utilisée pour déterminer quel processus domine dans l'espace de la phase 1. Les résultats statistiques montrent qu'il y a un quasi-équilibre entre les deux forces. Nous pouvons conclure que l'oscillation ou la volatilité dans l'espace de phase 1 provient de la collision des forces déterministes pondérées (Viscosité) et gaussiennes (Vélocité), et peut donc signifier la présence d'un processus de retour à la moyenne dans cette phase. *La stabilité du mouvement conduit à qualifier cette phase de laminaire.* La présence de forces de viscosité (déterministes), et l'égalité de poids entre les deux forces, conduisent à conclure que, si nous maintenons le PIB dans cette phase, le PIB ou la reprise économique peut être plus probable, et la convergence pourrait être plus rapide vers le PIB d'équilibre prévu à long terme qui se situe à 34 M\$ (10 prochaines années).

Dans l'espace des phases 2 (Prévisions du PIB couches limites supérieures 24,79 & inférieures 17,09 M\$), le test de Shapiro a rejeté l'hypothèse nulle de distribution standard (gaussienne). Ce rejet peut être dû à la présence de valeurs aberrantes dans l'espace des phases prévues. D'autre part, le test statistique de l'exposant de Lyapunov montre la présence d'un bruit de haut niveau ($\Delta \lambda < 0$), ou d'un processus déterministe inobservable dans les séries temporelles, comme l'a soutenu Moritz (2001). La négativité de nos statistiques peut être due au bruit de haut niveau et donc à la présence d'un mélange de structures dans la phase 2. Le test MBP montre que le processus aléatoire commence à dominer le processus déterministe représenté par la viscosité, et la probabilité des mouvements aléatoires devient plus significative qu'auparavant. Cela signifie que dans cette phase, le PIB commence à perdre sa résistance et entre dans une période de haute volatilité, ce qui peut être qualifié de phase turbulente. De plus, cette domination explique le grand écart entre les deux processus et comment la Vélocité devient le principal leader. Bien que l'écart soit devenu important entre la viscosité et la vélocité à court terme, en raison du niveau élevé de bruit, nous ne pouvons pas exclure un retour à la moyenne à long terme. La présence d'un processus déterministe dans cette phase, bien qu'inférieur à celui de la phase 1, laisse la possibilité de revenir à l'équilibre à long terme du PIB prévu qui se situe à 25-26 M\$ (10 prochaines années).

Dans l'espace de phase 3 (couches limites supérieures 17.09 & inférieures 11.11 M\$), le test statistique de Shapiro propose que les stochastiques ne sont pas gaussiennes, et ceci en raison de l'existence plausible de valeurs aberrantes dans le PIB prévu. Le test statistique de l'exposant de Lyapunov suggère la présence d'une sensibilité de la condition initiale (positivité de Lyapunov $\Delta \lambda > 0$), conséquence du chaos et du désordre. Enfin, le test MBP montre une domination totale de la vélocité sur la viscosité. L'estimation de la viscosité est quasi-nulle. Cependant, nous constatons que l'espace 3 de la phase est gouverné par le chaos et les forces aléatoires non gaussiennes à court terme. De plus, l'absence de viscosité signifie la nullité du processus moyen à long terme. En d'autres termes, l'absence de force déterministe qui tend à faire converger le PIB vers un prix d'équilibre à long terme. Par conséquent, nous concluons que, lorsque le PIB entre dans cette phase, il est moins probable que l'économie se redresse dans les 10 prochaines années, et donc il n'y a pas de processus d'équilibre convergent à long terme.

Tableau 3 : Probabilité de comportement du marché (MBP) pour l'estimation du comportement de l'état des phases du PIB. Le score est la notation de la probabilité de la Viscosité et de la Vélocité. λ est l'exposant de Lyapunov pour détecter la présence de mouvements de Chaos dans le comportement spatial. Test de Shapiro pour la distribution normale. Full signifie échantillon complet. ES échantillon de période ; et Block est le sous-échantillon.

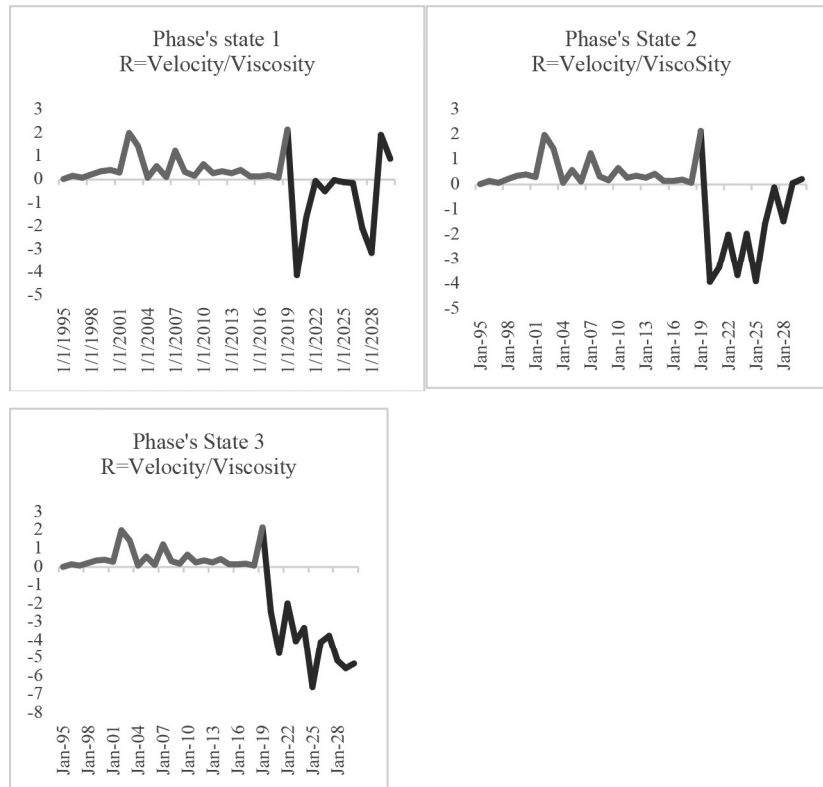
Phase	Stats	Probably test of generating process		Lyapunov Exponent		Standardization Shapiro Test
		MBP=[1-Viscosity] * Random motions	Viscosity Estimation	Random Motions Estimation	Initial sample $\Delta \lambda$ (lag 1 to 5)	
Phase 1	Stat Pvalue	0.3 (0.00) BIC (-8.82)	0.43 (0.04)	0.51 (0.03)	Full $\Delta = 0.0003$ (0.12) Block $\Delta = -0.0001$ (0.27) ES $\Delta = 0.00$ (0.13)	0.982 (0.812)
	Ho		Fail to accept Ho	Fail to accept Ho	Fail to reject Ho	Fail to reject Ho
Phase 2	Stat Pvalue	0.57 (0.00) BIC (-7.21)	0.17 (0.00)	0.69 (0.00)	Full $\Delta = -0.15$ (0.04) Block $\Delta = -0.19$ (0.01) ES $\Delta = -0.14$ (0.01)	0.55 (0.04)
	Ho		Fail to accept Ho	Fail to accept Ho	Fail to accept Ho	Fail to accept Ho
Phase 3	Stat Pvalue	0.82 (0.00) BIC (-8.01)	0.01 (0.00)	0.83 (0.00)	Full $\Delta = 0.93$ (0.07) Block $\Delta = 0.89$ (0.03) ES $\Delta = 0.91$ (0.03)	0.41 (0.01)
	Ho		Fail to accept Ho	Fail to accept Ho	Fail to accept Ho	Fail to accept Ho

Pour confirmer la conclusion ci-dessus concernant les comportements du PIB et le retour possible à l'équilibre à long terme dans chaque phase, nous proposons d'estimer le rapport de la Vélocité sur la Viscosité. Nous supposons que les différentes phases de comportement d'un marché dépendent du rapport de force entre la Viscosité exprimée par le processus moyen et la Vélocité exprimée par la volatilité. Lorsque la force aléatoire domine la force de viscosité, les comportements du marché deviennent complexes, turbulents et chaotiques. Réciproquement, lorsque les forces de viscosité dominent, les comportements du marché ont tendance à être stables et laminaires.

Ainsi, le graphique 2 montre clairement qu'en phase 1, le retour à l'équilibre de long terme est le plus rapide, qui commence en 2023 et atteint l'équilibre situé à 34M\$ en 2024-2026. De plus, le ratio estimé de la phase 2 montre également un retour à l'équilibre de long terme mais moins rapide. La reprise économique attendue de cette phase pourrait commencer en 2025 pour atteindre l'équilibre situé à 25- 26 M\$ vers 2028-2029. Le ratio estimé de la phase 3 montre qu'il n'y a pas de processus de retour à l'équilibre.

Graphique 2 : Rapport Vitesse/Viscosité estimé sur les simulées de l'état de chaque phase

(La ligne ROUGE est le rapport Vitesse/viscosité du PIB couvrant la période de 2020 à 2030).



Analyse et discussion

Une analogie avec la mécanique des fluides a été effectuée afin de définir les limites du PIB libanais de la même manière que nous définissons les couches limites d'un fluide. La méthode de reconstruction des couches limites des séries temporelles du PIB repose sur l'utilisation de l'équation de Langevin avec l'hypothèse que le PIB « ressent » une force résultant de la collision entre une force de traînée déterministe simulée par le système dynamique et non linéaire d'Ikeda et une force stochastique fluctuante. En d'autres termes, les différentes phases de comportement d'un marché dépendent du rapport de force entre la Viscosité exprimée par le processus moyen et la Vitesse exprimée par la volatilité ;

Les résultats obtenus indiquent que le modèle de diffusion de Langevin estime avec précision trois couches limites principales, estimées de 24,72 à 44,48 pour la

phase 1, de 17,25 à 24,72 pour la phase 2, et de 11,11 à 17,25 pour la phase 3. Chaque phase se caractérise par des comportements différents. Les tests statistiques utilisés pour détecter le processus de génération de chaque phase permettent de mieux comprendre les comportements du PIB, et donc de proposer des solutions adaptées permettant de relancer l'économie libanaise le plus rapidement possible.

Les tests statistiques appliqués pour détecter les caractéristiques des comportements des phases ont suggéré trois comportements différents, allant du laminaire pour la phase 1, au turbulent pour la phase 2 et enfin au chaos-aléatoire pour la phase 3. Les résultats ont montré que la phase 1 est caractérisée par un processus de retour à la moyenne. Cela signifie que les actes et les réformes du gouvernement libanais, s'ils ont lieu, pourraient être plus efficaces et permettre une meilleure reprise de l'économie libanaise à court terme. Plus vite ces actions et réformes sont entreprises, mieux le gouvernement libanais sauve le PIB et le maintien élevé autour de son équilibre à long terme qui se situe à 34 M\$ pour les 10 prochaines années. La forte présence du processus déterministe dans cette phase signifie que les comportements fondamentaux macroéconomiques restent importants, et peuvent réagir très rapidement à toute réforme proposée ou à tout paquet du FMI.

De plus, le test statistique sur la phase 2 a montré que le retour à la prévision à long terme du PIB qui se situe à 25-26 M\$ (10 prochaines années), reste possible mais moins efficace. Dans cette phase, nous avons observé que les comportements fondamentaux (déterministes) ont été significativement détériorés et que les effets aléatoires dominent les effets déterministes. Cela signifie que les comportements du PIB deviennent complexes, turbulents et désordonnés. De plus, les statistiques montrent également que, malgré la détérioration significative des comportements fondamentaux de l'économie, il existe toujours une possibilité de réagir par de nouvelles réformes, mais avec un effet et une taille plus importants, pour ramener le PIB à son équilibre de long terme prévu.

Enfin, la phase 3, la plus dangereuse et la plus chaotique. Les tests statistiques ont montré que lorsque le PIB entre dans cette phase, le retour à l'équilibre de long terme ne pourra jamais se produire dans les 10 prochaines années. Dans cette phase, les comportements fondamentaux de l'économie libanaise se détériorent. Et les réformes deviennent moins efficaces pour ramener l'économie à son équilibre de long terme. Cette conclusion nous amène à nous interroger sur l'efficacité de la taille du programme du FMI lorsque le PIB entre dans la zone chaotique. En d'autres termes, quel type de réforme pourrait être adopté par les autorités économiques libanaises pour lisser l'économie dans un premier temps et la redresser dans un second temps ? Ces interrogations sont légitimes et nécessitent une réponse économique robuste et immédiate.

Enfin, nous devons signaler que les changements de comportement des phases nécessitent des forces exogènes inattendues. Ces forces, qui sont imprévisibles mais statistiquement mesurables, conduisent à des changements structurels dans les comportements des marchés. Cela signifie que le passage de la phase 1 à la phase 2 ou de la phase 2 à la phase 3 nécessite un événement exogène important. Par exemple, la première estimation du PIB libanais, dans le programme du gouvernement, s'établissait à environ 26 M\$ (34 M\$ avec les estimations du parlement et des banques), ce qui correspondait à la phase 1. Mais récemment, l'estimation du FMI en octobre 2020 s'est établie à 19 milliards de dollars, ce qui correspond à la phase 2. Ce passage de l'estimation de 26 M\$ à 19 M\$, de la phase 1 à la phase 2, est dû à des facteurs exogènes intervenant de l'extérieur du système comme l'impact économique du COVID, l'explosion du 4 août, la crise politique et le retard dans la réforme économique. Par conséquent, pour passer de la phase 2 à la phase 3 de la prévision du PIB, il faudrait un nouvel événement extérieur ou une crise politique continue et, par conséquent, un retard dans les réformes, puis l'absence du programme du FMI.

Particularité de l'économie libanaise

En considérant le PIB comme l'expression de la capacité de création de richesse économique d'un pays, il devient la variable expliquée ou le résultat d'une forme de combinaison des autres variables explicatives évoluant dans un environnement favorable ou défavorable selon les circonstances.

Le scénario pessimiste évoqué précédemment suppose un pays caractérisé par une très faible résilience, incapable d'amorcer une période de reprise et qui fera face à des chocs socio-économiques et/ou politiques sévères qui le feront sortir de la phase 2 à la phase 3.

En s'appuyant sur l'indice de résilience développé par FM global index 2021, le résultat de l'économie libanaise est sans appel, classée 126/130 pays et indice égal est 20.7/100. La méthodologie utilisée est basée sur 3 sous-indices. Le premier est d'ordre économique, le deuxième évalue le potentiel du risque et le troisième évalue la chaîne d'approvisionnement. La composante économique analyse le niveau de la productivité, le risque politique, l'intensité énergétique ainsi que le taux d'urbanisation. La composante risque apprécie l'exposition au risque naturel, la résistance à un scénario du risque d'origine naturelle ou humaine, physique ou technologique. Enfin, le dernier sous-indice analyse les structures institutionnelles du pays en termes de corruption, d'infrastructures, gouvernance publique et privée ainsi que la sécurité de la chaîne d'approvisionnement.

En tenant compte de l'ensemble de ces éléments et en s'appuyant sur les informations officielles collectées par des organismes publics nationaux et

internationaux on ne peut qu'opter pour le scénario du pire. L'économie libanaise ne peut que prolonger sa descente aux enfers et s'orienter vers le scénario le plus pessimiste. Cette vision est basée sur les chiffres de l'économie formelle.

Or, nous observons une forme de résilience inattendue de l'économie libanaise. En analysant de plus près les différentes composantes de la demande nationale et donc du PIB, le Liban se stabilise depuis 2 ans dans un scénario intermédiaire. Elle est basée sur nos observations de l'économie libanaise informelle qui a toujours existé comme dans la plupart des pays en développement et encore davantage dans un pays caractérisé par une faiblesse institutionnelle. Le secteur informel n'a pas subi les perturbations occasionnées par la faillite du secteur bancaire. Ses ressources ainsi que ses transactions ont continué à fonctionner, voir elles se sont accélérées puisque l'ensemble de l'économie a basculé vers l'informel. Les dépenses de fonctionnement, voir même d'investissement pour certains, et le maintien de leurs ressources humaines et capitalistiques, ont permis à une partie de la demande interne de résister, et même de se développer au regard de la chute des prix réels dans certains secteurs au début de la crise.

Les services du paiement non bancaires, notamment les bureaux de change formel et informel, se sont développés. Les transactions immobilières, basées uniquement sur une déclaration notariale, se sont maintenues. Les transferts monétaires en dehors du secteur bancaire via un réseau parallèle déjà existant, notamment en provenance d'Afrique et d'Amérique Latine se sont maintenus, voir renforcés par la perte de confiance dans le secteur bancaire traditionnel.

Il y a également la résilience culturelle et historique d'une population ayant vécue des circonstances défavorables et un environnement caractérisé par son incertitude. Nous pouvons évoqués la dimension entrepreneuriale, omniprésente dans la société libanaise, le fonctionnement par réseau interne, mais aussi externe, une multitude de structures politiques, économiques et financières informelles, non contrôlés par l'Etat et opérant en dehors du secteur formel. A titre d'exemple, nous pourrions évoquer l'orientation rapide des nouveaux diplômés vers le secteur des nouvelles technologies pour répondre à une forte demande externe d'un travail à distance opéré au Liban et payé en devises internationales (dollars frais).

Pourrions-nous donc conclure que l'économie libanaise pourrait résister et se stationner dans la deuxième phase sans descendre vers la première phase face à un choc négatif externe ?

Le scénario pessimiste d'un basculement vers la phase 3 reste réaliste sur le long terme. Les éléments soulevés précédemment permettent de soutenir l'économie libanaise à court terme. Ils permettent de maintenir l'accès à la consommation

des biens du première nécessité, des biens inférieurs ou normaux. Mais, ils ne permettent pas de soutenir un vrai mouvement d'investissement à la fois privé, mais surtout public, notamment dans un environnement incertain et pessimiste marqué par une multitude des chocs exogènes souvent négatifs.

Le dynamisme du secteur privé a besoin d'un socle minimum d'investissement public pour pouvoir fonctionner. Les investissements privés peuvent créer des projets lucratifs, mais ils ne peuvent construire des infrastructures collectives. Ils ne peuvent préserver le niveau du capital humain national si le système éducatif public s'effondre et le régime de la sécurité sociale devient obsolète. Les fonctions régaliennes, armée, police et justice sont indispensables pour assurer des conditions sécuritaires optimales et protéger la propriété publique et privée. Les structures privées ne peuvent jamais remplacer les agents publics. Or, une bonne composante de la main d'œuvre libanaise n'est pas « échangeable ». Elle ne pourrait pas être exportée, notamment celle des administrations publiques. Cette classe moyenne jadis va continuer à subir une baisse substantielle de son pouvoir d'achat et basculer vers la grande pauvreté.

Nous constatons donc que l'économie libanaise a besoin d'un minimum d'investissement public, cadre institutionnel, vision stratégique et bonne gouvernance sans parler des nouvelles ressources financières à engager.

Or, le déficit budgétaire régulier et exponentiel a abouti à la crise de la dette souveraine que nous connaissons. Cette dette massive a été essentiellement financée directement par le secteur bancaire dans un premier temps avant que la Banque centrale prenne le relai en puisant dans les réserves du secteur bancaire. D'où la triple faillite, de l'Etat, du secteur bancaire et de la Banque centrale, constatée depuis 2019.

Le remboursement même partiel d'une dette massive va maintenir une forte pression sur les finances publiques malgré l'appui des instances internationales. La contribution du secteur public au redressement économique à court et moyen terme est peu probable. La dégradation du pouvoir d'achat, l'instabilité politique, les faillites institutionnelles ne favorisent pas un redressement rapide des recettes publiques. Le développement du secteur informel et malgré quelques avantages circonstanciels, ne joue pas en faveur d'un redressement rapide des finances publiques.

Enfin, la fin de la crise et le début de la reprise ne peut avoir lieu sans un choc structurel, politique, juridique, législatif et économique. Un tel basculement interne ne peut qu'être le fruit d'une pression externe exercée par des organismes internationaux multilatéraux et non unilatéraux, pour éviter tout tiraillement

géopolitique du dossier. Les organismes des nations unies sont les mieux placées pour pousser vers cette orientation structurelle, notamment le FMI et la Banque mondiale, à condition de ne pas la politiser. L'expérience passée et présente, la résistance de la classe politique interne, ont montré les multiples incertitudes et obstacles vers une telle orientation.

CONCLUSION

Nous allons probablement vers le maintien de la baisse du PIB libanais. La modération de la consommation finale, la faiblesse de l'investissement privé, la chute des dépenses publiques et le maintien d'un déficit commercial durable, poussent dans cette direction.

Nous éliminons donc à court et moyen terme, le scénario le plus pessimiste, celui d'un basculement vers la phase 3, grâce au maintien d'un flux régulier des transferts de la diaspora, du dynamisme de l'économie informelle et du soutien humanitaire international minimaliste.

Le scénario le plus optimiste d'un redressement rapide, celui de la phase 1, où les forces stabilisantes limitent les effets déstabilisants de la crise est exclue du fait des observations des 3 dernières années, mais également de la fragilité structurelle du pays. L'instabilité du pouvoir politique, la fragilité des institutions, la divergence d'analyse, d'intérêts et d'orientation des centres d'influence internes et d'externes, ont rapidement empêché un tel espoir de redressement après le début de la crise.

Nous nous orientons alors vers une adoption du scénario intermédiaire. Une forte chute du PIB dans les prochaines années avant un redressement lent et long. La stabilité de l'économie libanaise ne risque pas de se produire avant 2028. Ainsi ce scénario ne risque pas de se mettre en place à court terme, mais il est tout à fait envisageable à moyen terme.

BIBLIOGRAPHIE

- Beleza Sousa J., M. L. Esquivelb, R. M. Gaspar (2012), Machine Learning Vasicek model calibration with Gaussian processes, <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03610918.2012.625324>
- Breyman, W., Ghashghaie, S., & Talkner, P. (2000). A stochastic cascade model for FX dynamics. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 3(03), 357-360. Wolfgang Breyman, Shoaleh Ghashghaie, Peter Talkner, A Stochastic Cascade Model for FX Dynamic
- Brouwers, J. J. H. (2010). Langevin and diffusion equation of turbulent fluid flow. *Physics of fluids*, 22(8), 085102. J. J. H.
- Busłowicz M., Makarewicz A., (2013) Analysis of chaotic dynamics of the Ikeda system of fractional order. <http://www.par.pl/en/Yearbooks/2013/2-2013/>
- Cao, J., Li, Z., & Li, J. (2019). Financial time series forecasting model based on CEEMDAN and LSTM. *Physica A: Statistical mechanics and its applications*, 519, 127-139.
- Chen, Q., Xiong, T., Zhang, X., & Jiang, P. (2020). Study of the hydraulic transport of non-spherical particles in a pipeline based on the CFD-DEM. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 14(1), 53-69, Qianyi
- FM Global Index (2021), <https://www.fmglobal.com/research-and-resources/tools-and-resources/resilienceindex>
- Furtak-Cole, E. (2017), A fast marching solution procedure for potential flow in the subsurface. *Three Environmental Fluid Dynamics Papers (Doctoral dissertation, Utah State University)*.
- Furtak-Cole, E. (2017), The Influence of wind direction on sheltering effects of erosion control roughness arrays. *Three Environmental Fluid Dynamics Papers (Doctoral dissertation, Utah State University)*.
- Furtak-Cole, E., & Telyakovskiy, A. S. (2019). A 3D numerical study of interface effects influencing viscous gravity currents in a parabolic fissure, with implications for modeling with 1D nonlinear diffusion equations. *Fluids*, 4(2), 97.
- Handoyo, S., Efendi, A., Jie, F., & Widodo, A. (2017). Implementation of particle swarm optimization (PSO) algorithm for estimating parameter of arma model via maximum likelihood method. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 102(7), 1337-1363. S.
- Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q., ... & Liu, H. H. (1998). The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences*, 454(1971), 903-995. N.E.

- Ikeda, K. (1979). Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system. *Optics communications*, 30(2), 257-261.
- Jakimowicz and J. Juzwisyn (2015), Balance in Turbulent World of Economy, *Acta Physica Polonica A*, Vol 127, No 3-A.
- Jalali, M. M., & Dritschel, D. G. (2020). Stability and evolution of two opposite-signed quasi-geostrophic shallow-water vortex patches. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 114(4-5), 561-587.M.
- Kyrtsov and Terraza (2003), is it possible to study chaotic and ARCH behavior jointly? Application of the noisy MG equation with heteroscedasticity errors to the Paris Stock exchange returns series, *computational Economics*, Vol 21, P 257-276.
- Levajković, T., & Seleši, D. (2011). Chaos Expansion Methods for Stochastic Differential Equations Involving the Malliavin Derivative—Part II. *Publications de l'Institut Mathématique*, 90(110), 85-98.Tijana
- Li, M., Fan, H., Xiang, Y., Li, Y., & Zhang, Y. (2018). Cryptanalysis and improvement of a chaotic image encryption by first-order time-delay system. *IEEE multimedia*, 25(3), 92-101.M.
- Liu, H., Zhang, Y., Kadir, A., & Xu, Y. (2019). Image encryption using complex hyper chaotic system by injecting impulse into parameters. *Applied Mathematics and Computation*, 360, 83-93.H.
- Love, P. (dir. pub.) (2018), Débattre des enjeux : les nouvelles approches face aux défis économiques, *Les essentiels de l'OCDE*, Éditions OCDE, Paris, <https://doi.org/10.1787/9789264301719-fr>.
- Medved, A., Davis, R., & Vasquez, P. A. (2020). Understanding fluid dynamics from Langevin and Fokker–Planck equations. *Fluids*, 5(1), 40.
- Melhem, D., & Melhem, M. (2015). *La Dynamique Non Linéaire du Prix Spot du Pétrole: Le Rôle des Spéculateurs Hétérogènes*. Éditions universitaires européennes.
- Reinaud, J. N., & Carton, X. (2020). The alignment of two three-dimensional quasi-geostrophic vortices. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 114(4-5), 524-560.
- Romano, A., & Marasco, A. (2014). *Fluid Dynamics and Meteorology*. In *Continuum Mechanics using Mathematica®* (pp. 385-428). Birkhäuser, New York, NY.
- Shintani M. and Linton O. (2004), non-parametric neural network estimation of Lyapunov exponents and a direct test for chaos, *Journal of econometrics*, Vol 120, p 1-33.
- Sousa, J. B., Esquivel, M. L., & Gaspar, R. M. (2012). Machine learning Vasicek model calibration with Gaussian processes. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 41(6), 776-786.