

Optimisation topologique d'un rotor de MRV pour maximiser le couple moyen : un problème mal posé

Théodore CHERRIÈRE¹, Thomas GAUTHEY², Sami HLIOUI³, Maya HAGE-HASSAN²

¹ SATIE, ENS Paris-Saclay, Université Paris-Saclay, CNRS, 91190 Gif-sur-Yvette

² GeePs, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay, CNRS, 91190 Gif-sur-Yvette

³ SATIE, CY Cergy-Paris Université, Université Paris-Saclay, CNRS, 95000 Cergy

RESUME – Ce travail présente un problème d'optimisation topologique visant à maximiser le couple moyen d'une machine à réluctance variable. Les équations de la formulation duale magnétostatique s'identifient à un problème de maximisation de différence de compliance, qui n'admet pas de solution composée de matériaux isotropes. En conséquence, des expériences numériques linéaires et non-linéaires permettent d'illustrer la non-convergence du problème, et de comparer les performances obtenues avec celles qu'offrirait un matériau anisotrope.

Mots-clés— Anisotropie, Homogénéisation, Machine électrique, Optimisation topologique, Rotor laminé

L'optimisation topologique est un outil de conception populaire, tout particulièrement en ingénierie mécanique [1]. De nombreuses méthodes ont été développées et font l'objet d'actives recherches [2]. Elle se généralise aujourd'hui à d'autres domaines, dont la conception des actionneurs électromagnétiques [3], sur lesquels reposent de forts enjeux sociétaux : électrification massive des transports, transition énergétique, etc. Parmi les méthodes d'optimisation topologique, les méthodes à densité de type SIMP [4] sont de loin les plus utilisées. Les avantages de ce genre d'approche sont nombreux : performance des structures obtenues, relative facilité d'implémentation [5], innovation (pas besoin de design initial, libre de tout a priori des concepteurs). Son principal inconvénient est la fabricabilité des pièces optimisées, qui peuvent faire apparaître des microstructures non usinables [6].

Ces microstructures sont généralement dues au fait que le problème mathématique d'optimisation topologique sous-jacent est mal posé, dans le sens où il n'existe pas de répartition de matériaux isotropes optimale. Ainsi, plus les microstructures sont fines, meilleures sont les performances. Cette difficulté est généralement éludée dans la littérature par l'utilisation de filtres, qui permettent d'imposer une longueur caractéristique minimale à ces microstructures [7]. Le problème modifié admet alors des solutions optimales, qui ne sont cependant plus uniques, ni même proches de la solution anisotrope du problème d'origine. L'analyse critique et la comparaison de ces solutions avec celle du problème d'origine est généralement omise dans la littérature.

Cette contribution propose d'étudier le problème de maximisation du couple moyen d'une machine à réluctance variable. Dans une première partie, le problème est posé à l'aide de la formulation magnétostatique duale. Puis, des expériences numériques permettent d'illustrer la non-convergence du problème d'optimisation, en linéaire comme en non-linéaire. Les résultats seront analysés et comparés aux performances qu'aurait un rotor optimal composé d'un matériau laminé.

1. PROBLEME D'OPTIMISATION

1.1. Problème physique

On considère un rotor circulaire Ω de rayon unitaire, soumis dans un premier temps à un flux magnétique homogène $\overrightarrow{\Phi}_d$ et dans un second temps à un flux orthogonal $\overrightarrow{\Phi}_q$ de même norme, dans lequel se trouve un champ de perméabilité $\mu: \Omega \rightarrow [\mu_0, \mu_{\text{fer}}]$, éventuellement dépendant du champ magnétique.

La perméabilité μ_0 est associée à celle de l'air, et la perméabilité $\mu_{\text{fer}} > \mu_0$ est associée à celle du fer doux. Les équations de Maxwell décrivant la magnétostatique en l'absence de courant s'écrivent :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \overrightarrow{B} = 0, \\ \operatorname{rot}(\overrightarrow{H}) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

On pose alors le potentiel scalaire u tel que $\overrightarrow{H} = \overrightarrow{\operatorname{grad}} u$. En utilisant la loi de comportement $\overrightarrow{B} = \mu \overrightarrow{H}$, on obtient la formulation magnétostatique duale :

$$\operatorname{div}(\mu \overrightarrow{\operatorname{grad}} u) = 0, \quad (2)$$

Le problème (2) peut être discrétisé par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel NGSolve. Le champ moyen β est imposé par les conditions limites de Neumann suivantes sur $\partial\Omega$:

$$\mu \vec{n} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}} u_d = \beta \vec{y} \cdot \vec{n}, \quad (3.1)$$

$$\mu \vec{n} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}} u_q = \beta \vec{x} \cdot \vec{n}. \quad (3.2)$$

Les conditions limites sont telles qu'elles négligent les effets de saillance du stator. On notera u_d la solution du problème (2) muni des conditions limites (3.1), et u_q la solution du problème (2) soumis à (3.2), comme illustré sur la Figure 1.

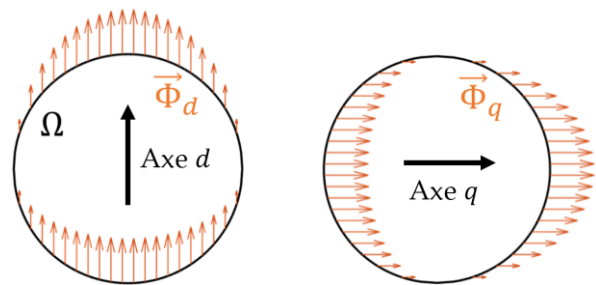


Fig. 1. Illustrations des deux problèmes magnétostatiques. La norme de l'induction moyenne vaut β dans les deux situations.

1.2. Fonction objectif et problème d'optimisation

On définit la compliance magnétique par l'expression suivante :

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \overrightarrow{\text{grad}} u \cdot \underbrace{\mu}_{\overline{H}} \overrightarrow{\text{grad}} u. \quad (4)$$

Lorsque le problème est linéaire, J se confond avec l'énergie magnétique. Dans le cas général non-linéaire, J est l'image de la réluctance \mathcal{R} du circuit magnétique, le flux ϕ étant fixé par les conditions limites de Neumann (3.1) ou (3.2) :

$$J = \frac{1}{2} \mathcal{R}(\mu) \phi^2. \quad (5)$$

En linéaire comme en non-linéaire, la différence de réluctance entre les axes d et q à flux fixé est proportionnelle au couple moyen, et représente le dual de la formule usuelle qui fait intervenir la différence d'inductances à courant fixé [8]. On définit alors la fonction objectif à minimiser comme une différence de compliances dans les axes d et q du rotor :

$$f(u_d, u_q) = J(u_d) - J(u_q) \quad (6)$$

L'objectif est donc de résoudre le problème d'optimisation suivant, équivalent à la maximisation du couple moyen :

$$\text{Trouver } \mu = \arg \min_{\mu: \Omega \rightarrow [\mu_0, \mu_{\text{fer}}]} f(u_d(\mu), u_q(\mu)) \quad (7)$$

1.3. Non-existence de solution isotrope

Le caractère mal posé de (7) a été démontré dans un contexte de mécanique linéaire [9], ce qui fut constaté numériquement en non-linéaire dans le domaine des machines électriques [10]. La démonstration de la non-existence de solution proposée par [9] repose sur la mise en évidence d'une suite minimisante constituée d'une mise en série / parallèle des différents matériaux qui ne converge pas. En effet :

- une mise en parallèle dans l'axe d diminue la réluctance globale dans cet axe, ce qui minimise f ;
- une mise en série dans l'axe q augmente la réluctance globale dans cet axe, ce qui minimise également f .

On remarque qu'une lamination verticale remplit conjointement ces objectifs, les axes d et q étant orthogonaux. Il reste alors à trouver l'épaisseur idéale de chaque couche de matériaux qui doit tendre vers 0. En effet, l'épaisseur des couches n'a aucune influence sur l'assemblage série (le champ restera homogène), mais permet d'augmenter de façon non-bornée la surface d'échange entre le bord et les couches de perméabilité élevée dans le cas parallèle. Une conséquence est la diminution de la quantité d'air magnétisé à proximité du bord comme illustré par la Figure 2, et se traduit par une diminution de l'énergie magnétique stockée dans l'axe d comme le montre la Figure 3.

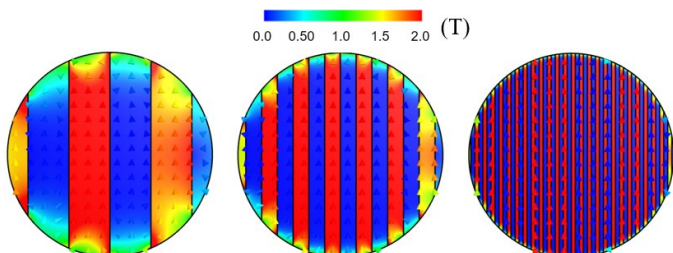


Fig. 2. Effets de bords sur l'induction magnétique dans l'axe d en fonction de l'épaisseur des barres.

Comme l'optimum tend vers une microstructure infiniment fine, il n'existe pas de solution au problème d'optimisation (7) lorsqu'on considère des matériaux isotropes. Il est donc vain de chercher le rotor optimal dans ces conditions !

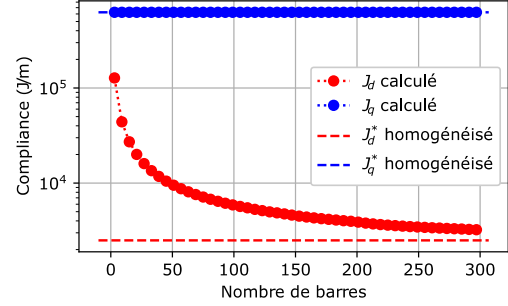


Fig. 3. Effet de la subdivision sur l'énergie magnétique à fraction volumique fixée (cas linéaire) dans le cas d'un matériau laminé de rang 1.

Cependant, il est possible de rendre le problème (7) bien-posé en l'élargissant aux matériaux intrinsèquement anisotropes, dont le tenseur de perméabilité :

$$\mu^*(\rho) = \begin{bmatrix} \mu_q^*(\rho) & 0 \\ 0 & \mu_d^*(\rho) \end{bmatrix} \quad (8)$$

s'identifie à celui d'un matériau laminé verticalement. Il ne reste alors plus qu'à trouver la fraction volumique de fer ρ optimale par la théorie de l'homogénéisation [9] :

$$\begin{cases} \mu_d^* = \rho \mu_{\text{fer}} + (1 - \rho) \mu_0 & (\text{assemblage parallèle}) \\ \mu_q^* = \left(\frac{\rho}{\mu_{\text{fer}}} + \frac{1 - \rho}{\mu_0} \right)^{-1} & (\text{assemblage série}) \end{cases} \quad (9)$$

Dans la situation optimale, le champ macroscopique est homogène [9]. On obtient alors les réluctances \mathcal{R}_d et \mathcal{R}_q en intégrant l'inverse des perméabilités sur Ω tout entier, ce qui permet de réutiliser (5) pour exprimer la fonction objectif :

$$f(u_d^*, u_q^*) = \frac{1}{2} |\Omega| \left(\frac{1}{\mu_d^*(\rho)} - \frac{1}{\mu_q^*(\rho)} \right) \beta^2 \quad (10)$$

Avec $|\Omega|$ le volume de Ω et β l'induction moyenne imposée. Cette fonction trouve son maximum en :

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{\mu_r} + 1}, \quad (11)$$

avec $\mu_r = \frac{\mu_{\text{fer}}}{\mu_0}$ la perméabilité relative du fer.

1.4. Conséquences en optimisation topologique

Les équations (10) et (11) permettent d'obtenir une borne inférieure de f , atteinte en considérant un matériau anisotrope, qui servira de référence pour les résultats d'optimisation qui ne considèrent que des matériaux isotropes. Pour ce faire, on utilise une méthode de descente de gradient, dont l'algorithme est donné à la Figure 5 et disponible sur GitHub [11]. Le problème (7) étant auto-adjoint, le gradient de la fonction objectif $\nabla_{\mu} f$ est donné par la formule :

$$\nabla_{\mu} f = |\overrightarrow{\text{grad}} u_q|^2 - |\overrightarrow{\text{grad}} u_d|^2. \quad (12)$$

Afin d'éviter que des valeurs trop inégales de $\nabla_{\mu} f$ ne déstabilisent l'algorithme d'optimisation, on normalise le gradient afin que son module soit compris entre $[-1, 1]$. On applique ensuite un contrôle sur la taille du pas.

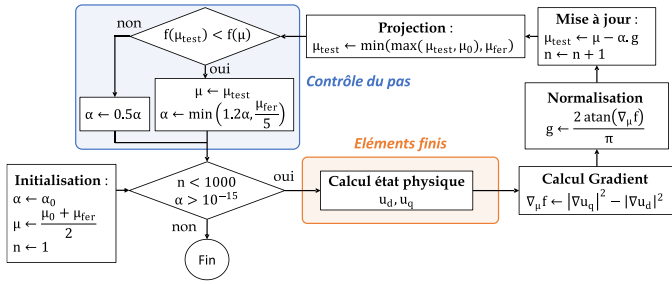


Fig. 5. Algorithme d'optimisation (linéaire). Le code complet est donné en [11]

Après optimisation, on constate que l'augmentation de la perméabilité du fer μ_r a une influence :

1. sur les performances des structures optimisées tracées en Figure 6, qui se dégradent ;
2. sur la quantité d'artefacts rappelant les laminations, qui diminue comme le montre la Figure 8.

Ces constats peuvent s'expliquer par la discrétisation du problème liée au maillage choisi. Notamment, la formule (11) tracée sur la Figure 7 montre que la fraction volumique optimale ρ^* diminue avec l'augmentation de μ_r . Or, le seul moyen de diminuer ρ à discrétisation fixée est d'augmenter la taille des couches d'air séparant les couches de fer, dont l'épaisseur minimale est égale à celle d'un élément de maillage. Cette augmentation de l'épaisseur des couches d'air empêche toute solution de se rapprocher d'un matériau laminé, dans lequel l'épaisseur des couches doit précisément tendre vers 0.

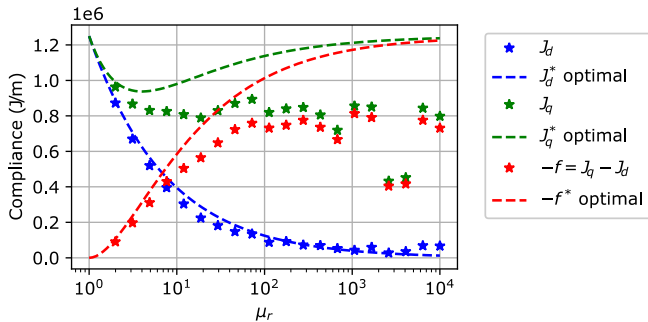


Fig. 6. Comparaison des performances obtenues par optimisation topologique avec celles d'un matériau laminé optimal en fonction de la perméabilité du fer.

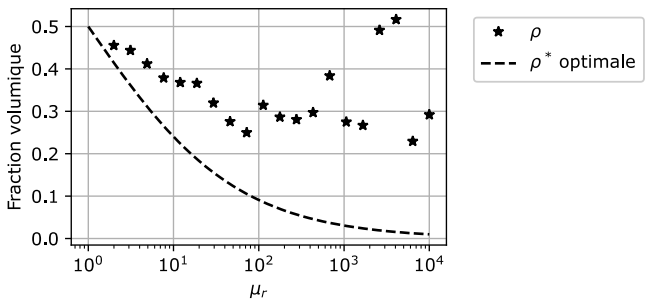


Fig. 7. Fractions volumiques obtenues pour les optimisations de la Figure 6, comparées à la fraction volumique optimale d'un matériau laminé homogénéisé.

L'effet d'une perméabilité élevée et d'un maillage fixe peut donc permettre de gommer les artefacts, bien que le problème demeure mal posé. Cette remarque est particulièrement vraie en génie électrique, où les valeurs de perméabilités relatives sont typiquement supérieures à 1000. C'est pour cette raison qu'il peut être utile de raffiner le maillage, afin de se rapprocher de la situation idéale d'un laminé. A l'inverse, un filtrage permet d'enlever les artefacts sans aucune garantie d'obtenir une structure proche de l'optimalité.

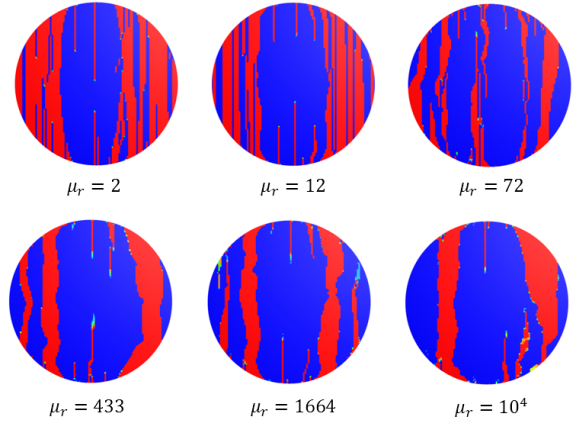


Fig. 8. Résultat d'optimisation topologique pour diverses valeurs de perméabilité relative du fer (en rouge, supposé linéaire), à discrétisation fixée.

2. NON-LINEAIRE

2.1. Matériaux laminés non-linéaires

En pratique, on utilise des matériaux magnétiques dont on ne peut pas négliger le comportement non-linéaire. Plus particulièrement, les matériaux ferromagnétiques doux saturent au-delà d'un certain champ magnétique. Le modèle de courbe BH utilisé est le suivant :

$$b(h) = \mu_0 \left(2\mu_{r0} - \left[\frac{\text{atan}\left(\frac{h}{h_{sat}}\right)}{\pi} + 0.5 \right] (2\mu_{r0} - 1) \right) h, \quad (13)$$

avec $\mu_{r0} = 1000$ et $h_{sat} = 3000 \text{ A/m}$ les valeurs approchées respectives de la perméabilité relative initiale et du champ magnétique au niveau du début du coude de saturation. Ce modèle est tracé à la Figure 9.

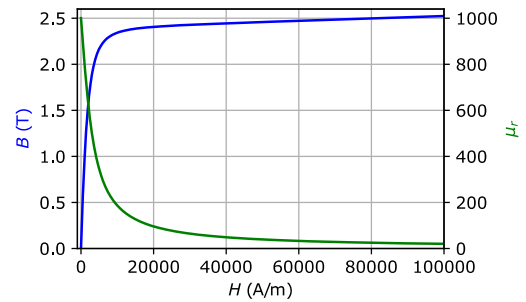


Fig. 9. Modèle magnétique anhystéretique (12) considéré.

On s'intéresse de nouveau à un laminé homogénéisé. La situation demeure identique au cas linéaire pour le flux dans l'axe q . L'induction β restant fixée et homogène, la perméabilité équivalente s'écrit donc :

$$\mu_q^* = \left(\frac{\rho}{\mu_{fer}(\beta)} + \frac{1-\rho}{\mu_0} \right)^{-1} \quad (14)$$

Pour le flux dans l'axe d , l'induction dans le fer et l'air vérifie le système non-linéaire suivant, qui provient du théorème d'Ampère en l'absence de courant dans le rotor et de l'égalité au champ β moyen:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_{fer}(b_{fer})} & -\frac{1}{\mu_0} \\ \rho & (1-\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{fer} \\ b_{air} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix} \quad (15)$$

Une fois le système (15) résolu, le champ local b_{fer} est connu. La différence avec le cas linéaire est illustrée par la Figure 10 : le champ local dans le fer est limité par la saturation ; là où pour une même perméabilité initiale, les valeurs de champ dans un matériau linéaire peuvent monter bien plus haut.

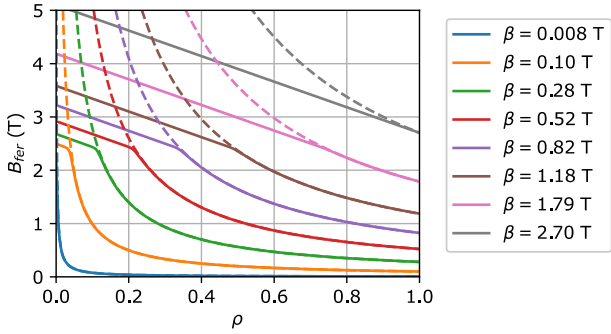


Fig. 10. Champ magnétique b_{fer} dans un laminé, dans les cas linéaire (pointillé) et non-linéaire pour plusieurs champs moyens β .

On peut alors en déduire la valeur de μ_d^* :

$$\mu_d^* = \rho \mu_{\text{fer}}(b_{\text{fer}}) + (1 - \rho) \mu_0 \quad (16)$$

Cette grandeur permet d'évaluer numériquement la fraction volumique homogénéisée optimale de fer qui maximise f pour chaque champ moyen β . Contrairement au cas linéaire, la fraction volumique optimale ρ_{opt} dépend de β . Notamment, lorsque β augmente, la saturation tend à diminuer la perméabilité du fer, et donc ρ_{opt} tend à augmenter en suivant la même tendance que (11). Ce calcul a été fait dans le cas non-linéaire, le résultat est tracé à la Figure 11. Notons qu'il s'agit bien de la fraction volumique qui augmente avec β , et non pas l'épaisseur des barres de fer considérées infiniment fines. ρ_{opt} ne se confond avec le cas linéaire que pour les très bas champs tels que $\beta \leq 0.01T$; au-delà elle croît jusqu'à atteindre la saturation. On remarque que la fraction volumique optimale de fer peut dépasser 0.5, ce qui n'était pas le cas en linéaire.

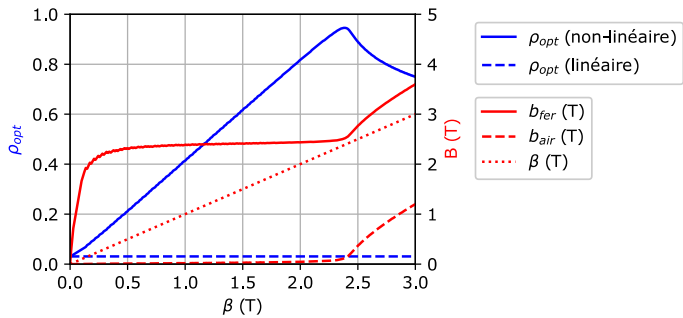


Fig. 11. Fraction volumique de fer optimale et inductions magnétiques locales issues de (15) pour la courbe BH donnée en (13).

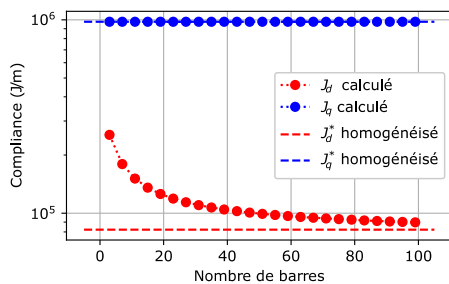


Fig. 12. Effet de la subdivision sur l'énergie magnétique à fraction volumique fixée, calculée en non-linéaire selon (13) à pour $\beta = 1.25T$ et $\rho = 0.5$.

Ce résultat rejoint d'une certaine manière l'intuition commune : « il faut augmenter l'épaisseur du fer en présence de saturation », au détail près que ce n'est pas l'épaisseur qu'il faut augmenter – plus l'épaisseur est faible, meilleures sont les performances magnétiques, même en non-linéaire comme le montre la Figure 12 – mais la fraction volumique de fer.

2.2. Optimisation topologique non-linéaire

La section précédente détaille le comportement magnétique d'un matériau laminé non linéaire. Comme en linéaire, la question est désormais de voir si une optimisation topologique basée sur la densité est capable de s'approcher de ce type de structure. Désormais, la perméabilité dépend du champ et on ne peut donc plus la considérer directement comme une variable d'optimisation. On introduit un champ de densité ρ , tel que :

$$\mu(u, \rho) = \rho \mu_{\text{fer}}(|\nabla u|) + (1 - \rho) \mu_0, \quad (17)$$

et qui constitue la nouvelle variable d'optimisation : $\rho = 0$ représente de l'air, et $\rho = 1$ représente du fer. Il s'agit d'une paramétrisation SIMP non-pénalisée, courante en optimisation topologique [12]. Le problème d'optimisation s'écrit alors :

$$\text{Trouver } \rho = \arg \min_{\rho: \Omega \rightarrow [0,1]} f(u_d(\rho), u_q(\rho)). \quad (18)$$

Du fait de la non-linéarité du modèle de perméabilité, le problème (18) n'est pas auto-adjoint. Le calcul de l'état adjoint est donc nécessaire pour calculer le gradient [13]. Le nouvel algorithme d'optimisation est donné à la Figure 13 ci-dessous. Par ailleurs, la discrétisation adoptée est plus grossière qu'en linéaire à cause du temps de calcul plus important. Le code complet est donné en [11].

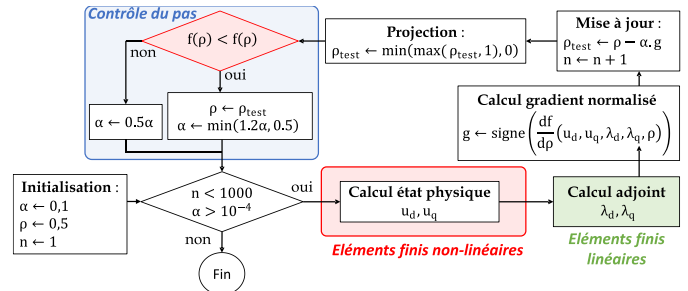


Fig. 13. Algorithme d'optimisation du problème (11). Les étapes coûteuses (éléments finis non-linéaires) sont en rouge.

On trace les résultats d'optimisation pour plusieurs valeurs de champ moyen β sur la Figure 14a. Notons que l'algorithme d'optimisation échoue directement à partir de $\beta = 2T$, on se limite donc à $\beta \leq 1.8T$. On remarque que les structures contiennent toujours des artefacts, dont la quantité semble à l'inverse augmenter avec β , de concert avec la fraction volumique tracée à la Figure 15. Comme attendu, la fraction volumique est bien plus importante qu'en linéaire.

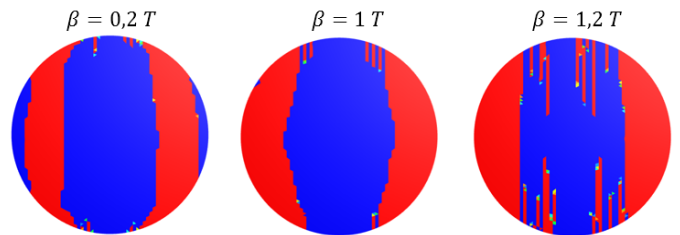


Fig. 14 a: Résultat d'optimisation topologique pour diverses valeurs de champ moyen β à discrétisation fixée, pour du fer non-linéaire selon (13).

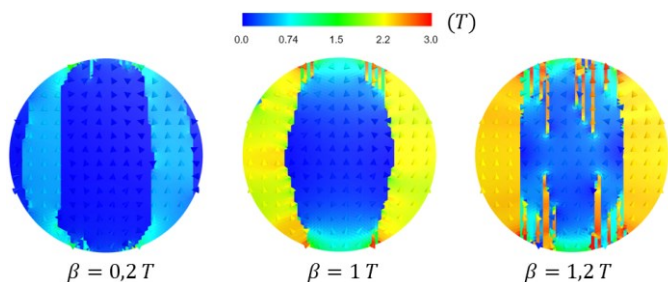


Fig. 14 b : Inductions locales dans les structures optimisées de la Fig. 14 a.

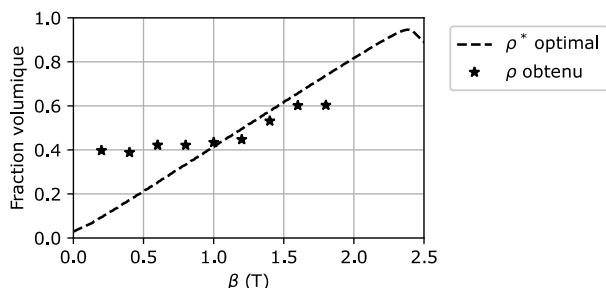


Fig. 15 : Fractions volumiques obtenues, comparées à la fraction volumique optimale d'un matériau laminé. L'écart s'explique par le fait que faire varier ρ en dehors de 0.5 revient à augmenter l'épaisseur de l'une des couches.

En ce qui concerne les performances tracées à la Figure 16, elles restent en deçà de celles des matériaux laminés. On constate d'ailleurs de manière surprenante qu'à partir d'une certaine induction optimale, le couple se mettrait à diminuer. Ce résultat surprenant est peut-être dû au fait qu'en non-linéaire, il vaut mieux considérer la différence d'énergie magnétique pour l'estimer, qui nécessite l'intégration de la courbe BH, plutôt que la différence de réductance qui n'en est qu'une approximation.

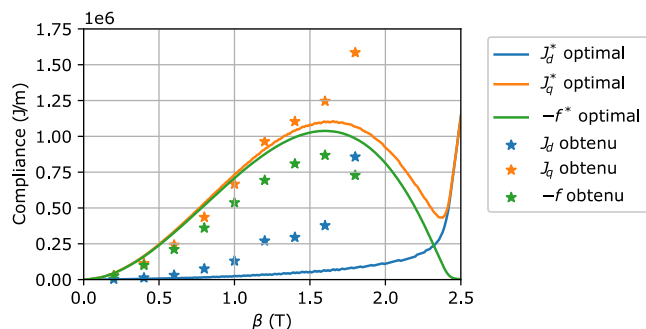


Fig. 16. Evolution des compliances optimales et obtenues par rapport à β . On observe que la différence des compliances obtenues (en vert) est systématiquement inférieure à celle d'un matériau laminé.

On en conclut que l'optimisation topologique isotrope, telle qu'utilisée couramment dans la littérature, n'est pas en mesure de proposer des solutions qui se rapprochent d'un optimum anisotrope.

2.3. Discussion

Les sections précédentes ont démontré l'intérêt théorique des matériaux laminés dans le sens de l'axe d possédant des propriétés magnétiques anisotropes. Ce type de structures a attiré l'attention des concepteurs de machines dès 1971 [14]. La supériorité des matériaux anisotropes dans la conception de rotor de machines à réductance variable a été notée dès 1993 [15], et certaines machines proposant des « laminations axiales » à une ou plusieurs paires de pôles ont ensuite été proposées ; leur principal problème étant la tenue mécanique [16]. Cependant, on voit apparaître récemment des rotors laminés pour la haute vitesse comportant une paire de pôles [17], comme dans ce

travail. Ce travail a permis de mettre en évidence la difficulté à retrouver des structures telles que présentées à la Figure 17, en particulier pour les perméabilités élevées et les forts champs.

Par ailleurs, la modélisation présentée comporte les limites suivantes :

- Généralement, le flux magnétique n'est pas imposé dans les machines électriques. On préfère imposer le courant et donc la force magnétomotrice ; ce qui peut s'interpréter plus naturellement en formulation magnétostatique basée sur le potentiel vecteur. Bien que les conditions limites soient légèrement différentes (présence d'un opérateur de rotation), les résultats obtenus par optimisation topologique sont similaires, et le problème demeure mal posé.
- Une autre hypothèse porte sur la configuration du stator qui doit pouvoir générer un flux tel que celui montré sur la Figure 1. C'est généralement le but recherché dans la conception des stators afin d'obtenir des forces électromotrices sinusoïdales. Une autre hypothèse est que le rotor puisse recevoir effectivement ce flux, ce qui implique que l'entrefer ne joue pas de rôle important dans la répartition du champ. C'est également un but de conception, l'entrefer devant être le plus fin possible.

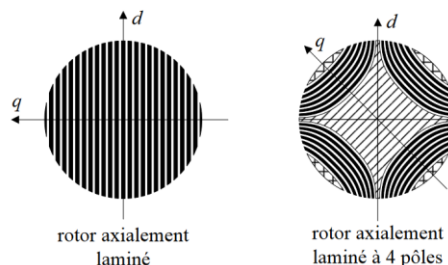


Fig. 17. Exemple de rotors axialement laminés [16].

3. CONCLUSION

Ce travail a permis d'illustrer la non-existence de géométrie de rotor optimale dans le cadre d'un problème de maximisation de couple moyen d'une machine à réductance variable dans le cas linéaire, et de suggérer que la non-linéarité du fer ne change pas le caractère mal posé de ce problème.

La configuration idéale de rotor pour maximiser le couple réductant est un matériau laminé homogénéisé dans l'axe d : l'utilisation d'un matériau composite anisotrope est donc préconisée. La fraction volumique optimale peut être déterminée entièrement dans le cas linéaire, mais elle dépend du champ dans le cas non-linéaire : sa tendance est à l'augmentation avec la valeur du champ, jusqu'à atteindre le champ de saturation. Dans le cas où on souhaite n'utiliser que des matériaux isotropes, une régularisation est donc nécessaire : filtrage, contrainte sur le périmètre, etc. Cet article illustre également les limites de l'optimisation topologique : en effet, elle peut se révéler incapable d'approcher la structure optimale, comme le montre les Fig. 5 et 10 qui sont très éloignées d'un rotor laminé.

Une perspective immédiate est l'optimisation non plus de la géométrie, mais des paramètres de la microstructure matériau homogénéisée (orientation des fibres, fraction volumique de fer) en tout point du rotor, tant en linéaire – ce qui est classique en mécanique [1], [18]– qu'en non-linéaire afin d'être adaptée aux machines électriques. De tels travaux prometteurs ont déjà été menés dans ce domaine [19], [20], avec toutefois des hypothèses simplificatrices qui pourront être dépassées.

4. REFERENCES

- [1] Martin Philip Bendsoe and Noboru Kikuchi, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 71, pp. 197–224, 1988.
- [2] L. Allouache and J. V. A. N. Rhijn, "Optimisation topologique , la conception mécanique du futur est là," *Technologies*, vol. 203, no. 94, pp. 18–21, 2016.
- [3] F. Lucchini, R. Torchio, V. Cirimele, P. Alotto, and P. Bettini, "Topology Optimization for Electromagnetics: A Survey," *IEEE Access*, vol. 10, no. August, pp. 98593–98611, 2022, doi: 10.1109/access.2022.3206368.
- [4] M. Zhou and G. I. N. Rozvany, "The COC algorithm, Part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 89, no. 1–3, pp. 309–336, 1991, doi: 10.1016/0045-7825(91)90046-9.
- [5] O. Sigmund, "A 99 line topology optimization code written in matlab," *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 21, no. 2, pp. 120–127, 2001, doi: 10.1007/s001580050176.
- [6] C. Lee and I. G. Jang, "Topology Optimization Framework for Simultaneously Determining the Optimal Structural Design and Current Phase Angle of the IPMSMs for the MTPA Control," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 0046, no. c, 2022, doi: 10.1109/TIE.2022.3174240.
- [7] O. Sigmund and J. Petersson, "Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima," *Struct. Optim.*, vol. 16, no. 1, pp. 68–75, 1998, doi: 10.1007/BF01214002.
- [8] F. Uberti, L. Frosini, and L. Szabó, "A new design procedure for rotor laminations of synchronous reluctance machines with fluid shaped barriers," *Electron.*, vol. 11, no. 1, 2022, doi: 10.3390/electronics11010134.
- [9] G. Allaire, *Conception optimale des structures*. Springer, 2006.
- [10] H. Ben Ahmed, "Des procédés de conversion électromagnéto-mécaniques non-conventionnels aux systèmes mécatroniques : Conception - Modélisation - Optimisation," 2010.
- [11] T. Cherrière, T. Gauthey, S. Hlioui, and M. Hage Hassan, 2023. https://github.com/tcherrrie/SGE23_Cherriere_Gauthey_Hlioui_HageHassan.
- [12] G. I. N. Rozvany, M. Zhou, and T. Birker, "Generalized shape optimization without homogenization," *Struct. Optim.*, vol. 4, no. 3–4, pp. 250–252, 1992, doi: 10.1007/bf01742754.
- [13] T. Cherrière and T. Gauthey, "Tutoriel Optimisation Topologique d'un Transformateur." Doctorat, France, 2023, hal-04106150.
- [14] A. J. O. Cruickshank, A. F. Anderson, and R. W. Menzies, "Theory and performance of reluctance motors with axially laminated anisotropic rotors," *Proc. Inst. Electr. Eng.*, vol. 118, no. 7, pp. 887–894, 1971, doi: 10.1049/piee.1971.0173.
- [15] X. Feng, R. Belmam, D. Verdyck, and W. Geysen, "Reluctance motor with a radially-laminated rotor using anisotropic material," in *1993 Sixth International Conference on Electrical Machines and Drives (Conf. Publ. No. 376)*, 1993, pp. 79–84.
- [16] T. Raminosa, "Optimisation des performances des machines synchro-réductantes par réseaux de perméances," 2007.
- [17] V. Abramenko, I. Petrov, J. Nerg, and J. Pyrhonen, "Synchronous Reluctance Motors with an Axially Laminated Anisotropic Rotor as an Alternative in High-Speed Applications," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 29149–29158, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2971685.
- [18] G. Allaire, *Shape optimization by the homogenization method*, vol. 76, no. 1. Numerische Mathematik, 1997.
- [19] T. Labbé, E. Matagne, and B. Dehez, "Topology optimization of electromagnetic devices using oriented iron microstructures," *COMPEL - Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.*, vol. 31, no. 5, pp. 1408–1416, 2012, doi: 10.1108/03321641211248084.
- [20] F. Martin, A. Belahcen, A. Lehtikoinen, and P. Rasilo, "Homogenization Technique for Axially Laminated Rotors of Synchronous Reluctance Machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 12, pp. 1–6, 2015, doi: 10.1109/TMAG.2015.2463262.