



HAL
open science

Optimisation topologique d'un rotor de MRV pour maximiser le couple moyen : un problème mal posé

Théodore Cherrière, Thomas Gauthey, Sami Hlioui, Maya Hage-Hassan

► To cite this version:

Théodore Cherrière, Thomas Gauthey, Sami Hlioui, Maya Hage-Hassan. Optimisation topologique d'un rotor de MRV pour maximiser le couple moyen : un problème mal posé. 5ème Symposium de Génie Électrique (SGE 2023), Jul 2023, Lille, France. hal-04180443

HAL Id: hal-04180443

<https://hal.science/hal-04180443v1>

Submitted on 12 Aug 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Optimisation topologique d'un rotor de MRV pour maximiser le couple moyen : un problème mal posé

T. Chérière¹, T. Gauthey², S. Hlioui³, M. Hage-Hassan²

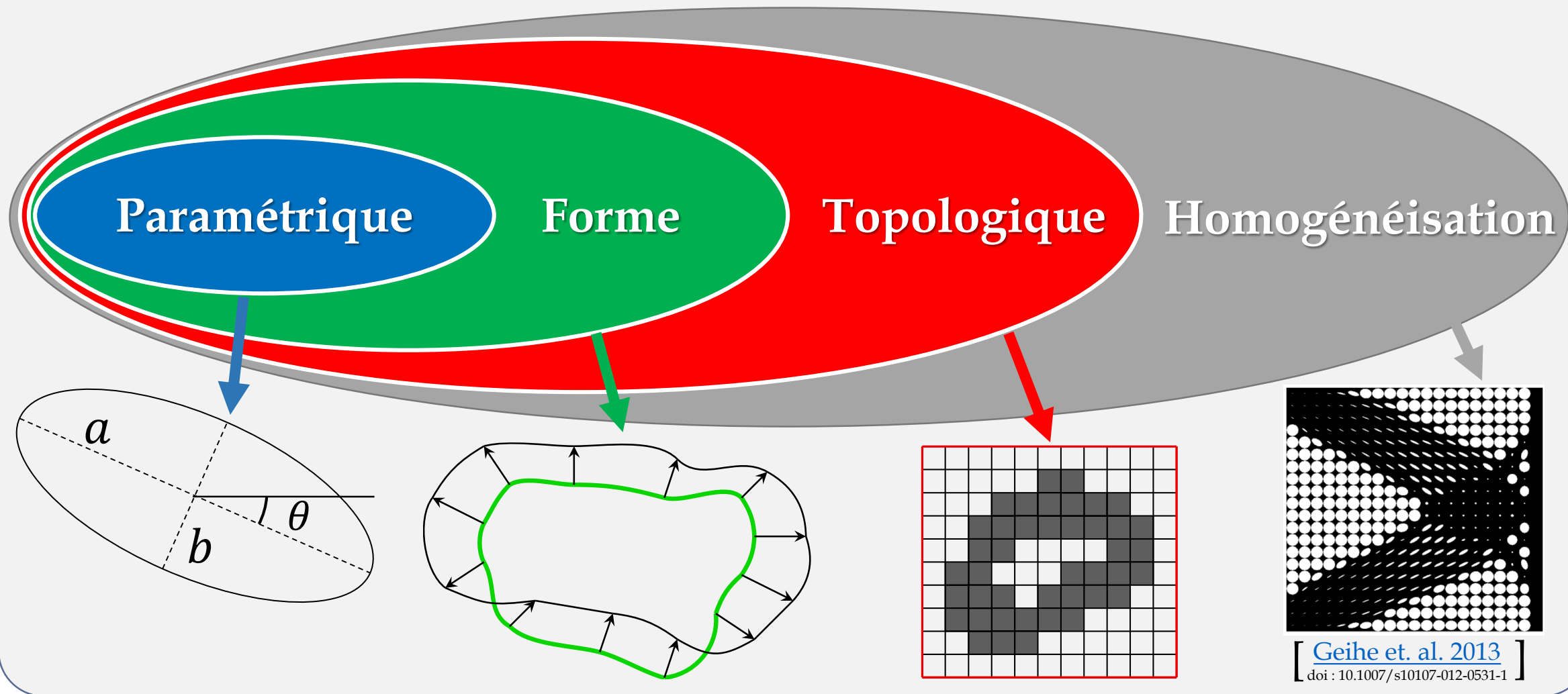
1 – SATIE, ENS Paris-Saclay, Université Paris-Saclay, CNRS | 2 – GeePs, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay, CNRS | 3 – SATIE, CY Cergy-Paris Université

✉ theodore.cherriere@ens-paris-saclay.fr

1) Contexte

Objectif : trouver la répartition de matière qui minimise une fonction objectif f .

Fig. 1 : Familles d'optimisations structurales



2) Modèle d'une Machine à Réductance Variable

Magnétostatique Formulation duale

En l'absence de courant :
 $\text{rot } \vec{H} = \vec{0} \Rightarrow \exists u, \vec{H} = \text{grad } u$
 $\Rightarrow \text{div}(\mu \text{ grad } u) = 0$

Conditions limites de Neumann

$\vec{B} \cdot \vec{n}$ imposée sur le bord $\partial\Omega$, telle que $(B) = \beta$ dans l'axe d et l'axe q :

$$\begin{aligned} \mu \vec{n} \cdot \text{grad } u_d &= \beta \vec{n} \cdot \vec{e}_y \\ \mu \vec{n} \cdot \text{grad } u_q &= \beta \vec{n} \cdot \vec{e}_x \end{aligned}$$

Calcul du couple

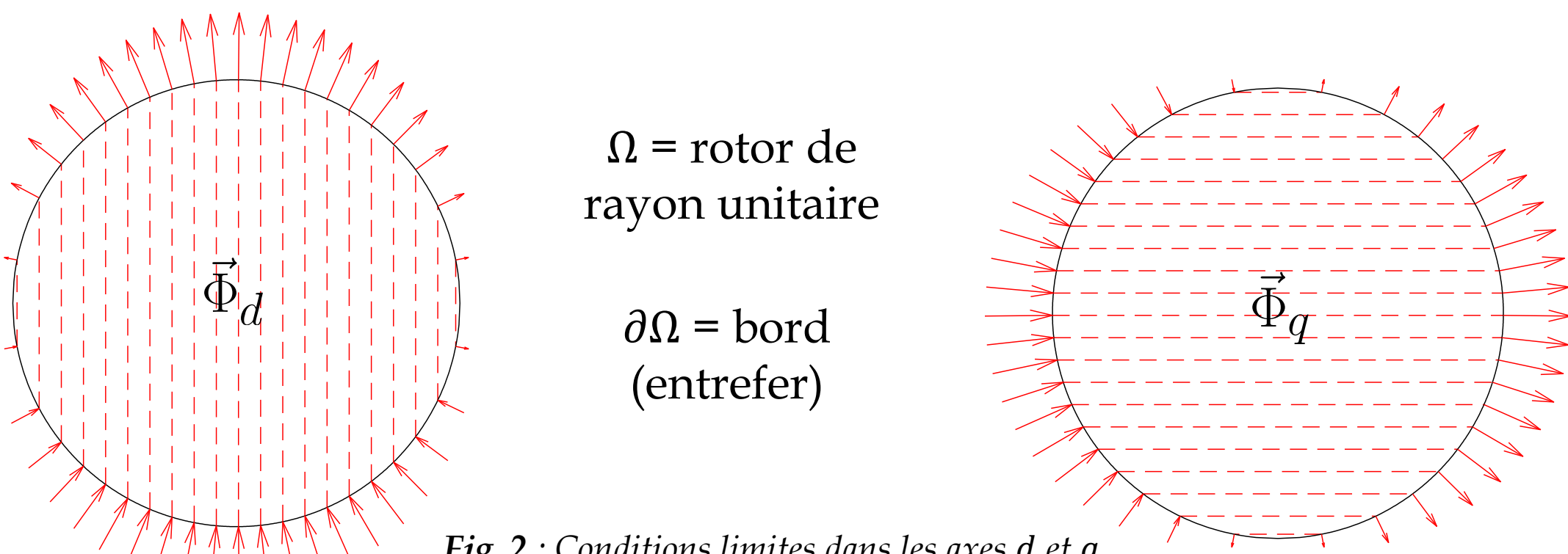
« Compliance » :

$$J = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

= énergie en linéaire, proportionnel à la réductance dans le cas général.

Couple moyen (à flux fixé) :

$$\langle C \rangle \propto J_q - J_d$$



Hypothèse : flux parfaitement sinusoïdal

\Rightarrow stator supposé idéal + entrefer de taille négligeable

3) Problème d'optimisation

On utilise une **méthode à densité** [1] : on pose le champ $\rho : \Omega \rightarrow [0,1]$, tel que :

$$\mu = \rho \mu_{fer} + (1 - \rho) \mu_0$$

Problème d'optimisation :

$$\text{Trouver } \rho_{opt} = \arg \min_{\rho: \Omega \rightarrow [0,1]} f(\rho) = J_d(\rho) - J_q(\rho)$$

Pour des matériaux linéaires, ce problème **n'admet pas de solution** (on dit qu'il est **mal posé**) [2]. En effet, il faut :

- maximiser le flux dans l'axe d : mise en \parallel
- minimiser le flux dans l'axe q : mise en \perp

Laminé d'ordre 1 selon l'axe d

Épaisseur des couches ? \Rightarrow Tend vers 0 !

Perméabilités homogénéisées pour un laminé d'ordre 1 selon l'axe d [3] :

$$\begin{cases} \mu_d^*(\rho) = \rho \mu_{fer} + (1 - \rho) \mu_0 \\ \mu_q^*(\rho) = \left(\frac{\rho}{\mu_{fer}} + \frac{1 - \rho}{\mu_0} \right)^{-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^* = \frac{|\Omega| \beta^2}{2} \left(\frac{1}{\mu_d^*} - \frac{1}{\mu_q^*} \right)$$

Fig. 3 : Compliances en fonction du nombre de barres

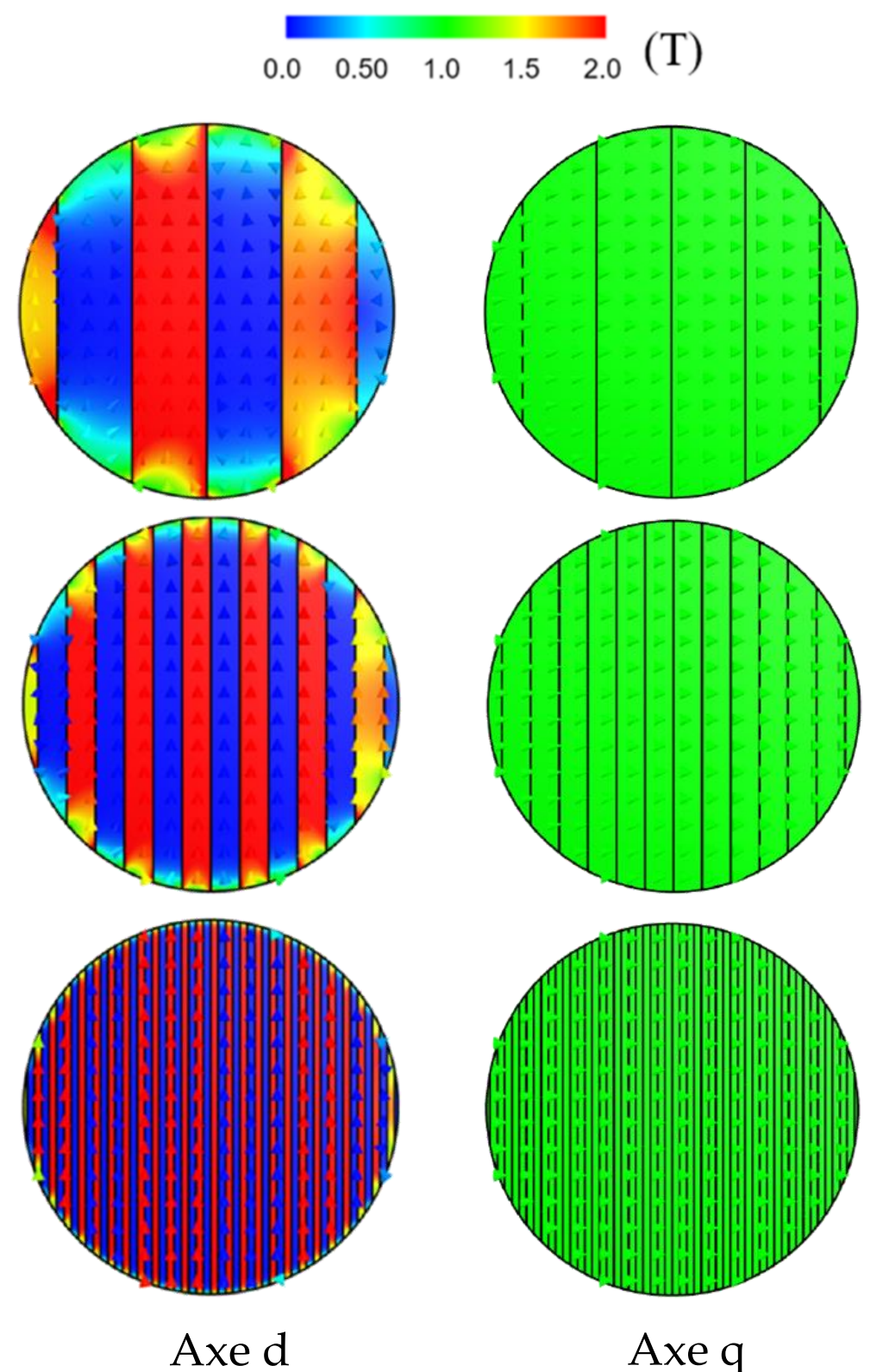
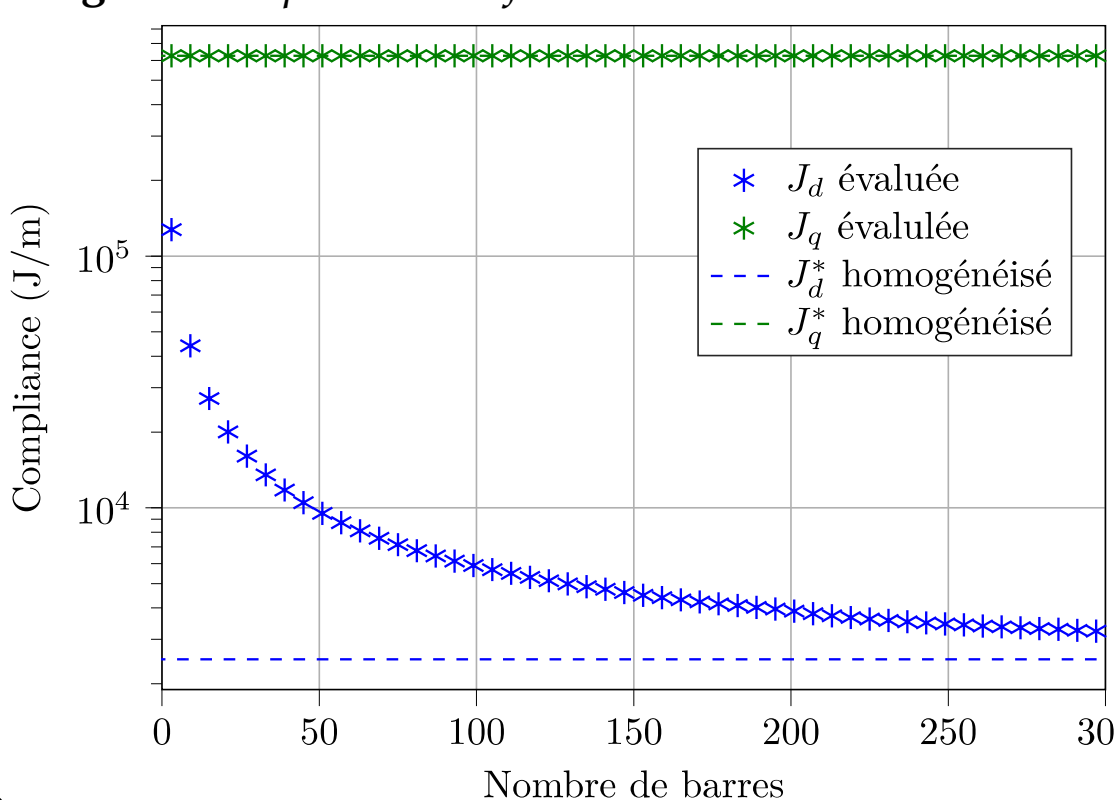


Fig. 4 : Inductions pour un laminé dans les axes d et q

4) Conséquences en optimisation topologique linéaire

Algorithme (descente de gradient)

Codes disponibles :



On peut montrer que la fraction volumique optimale homogénéisée d'un laminé d'ordre 1 vaut :

$$\rho_{opt}^* = \frac{1}{\sqrt{\mu_r + 1}}$$

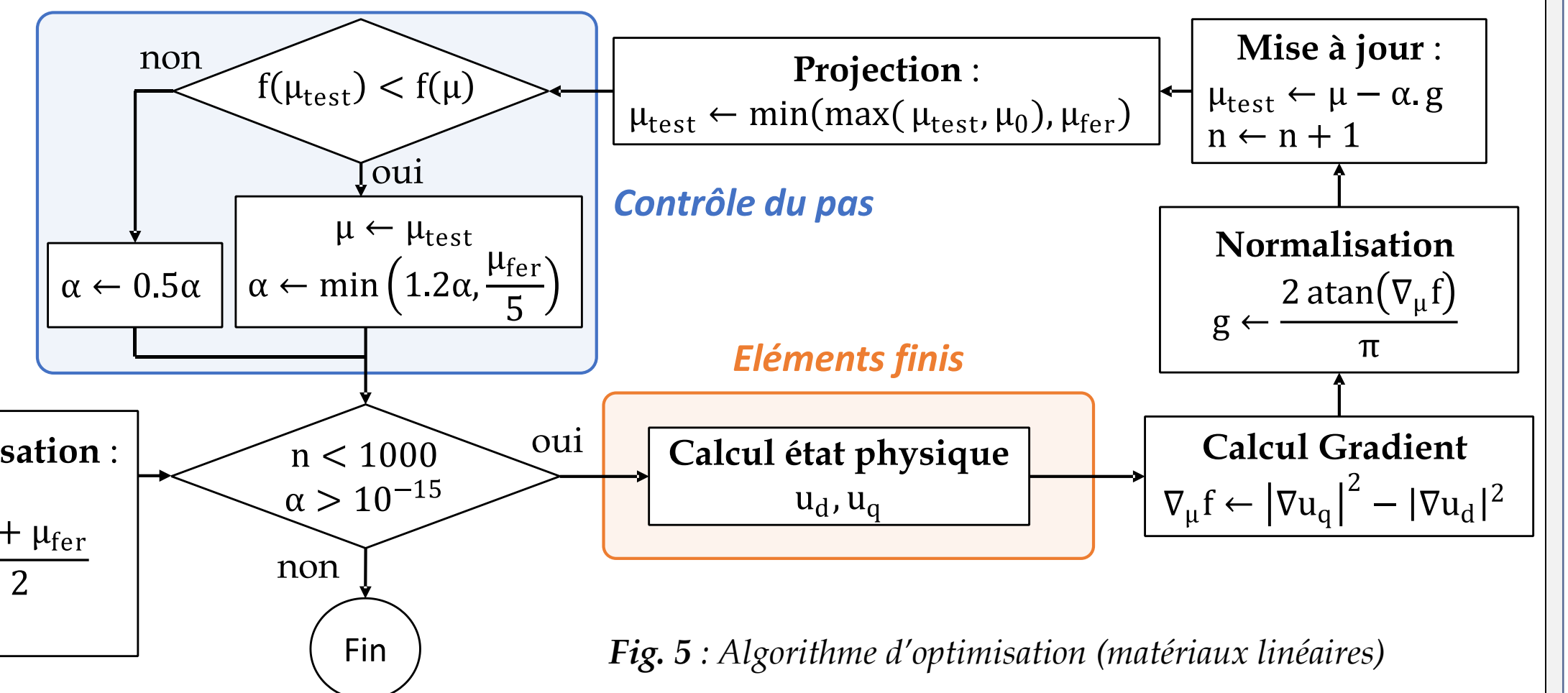


Fig. 5 : Algorithme d'optimisation (matériaux linéaires)

Résultats d'optimisation selon μ_r

Fig. 6 : Compliances en fonction de μ_r (linéaire)

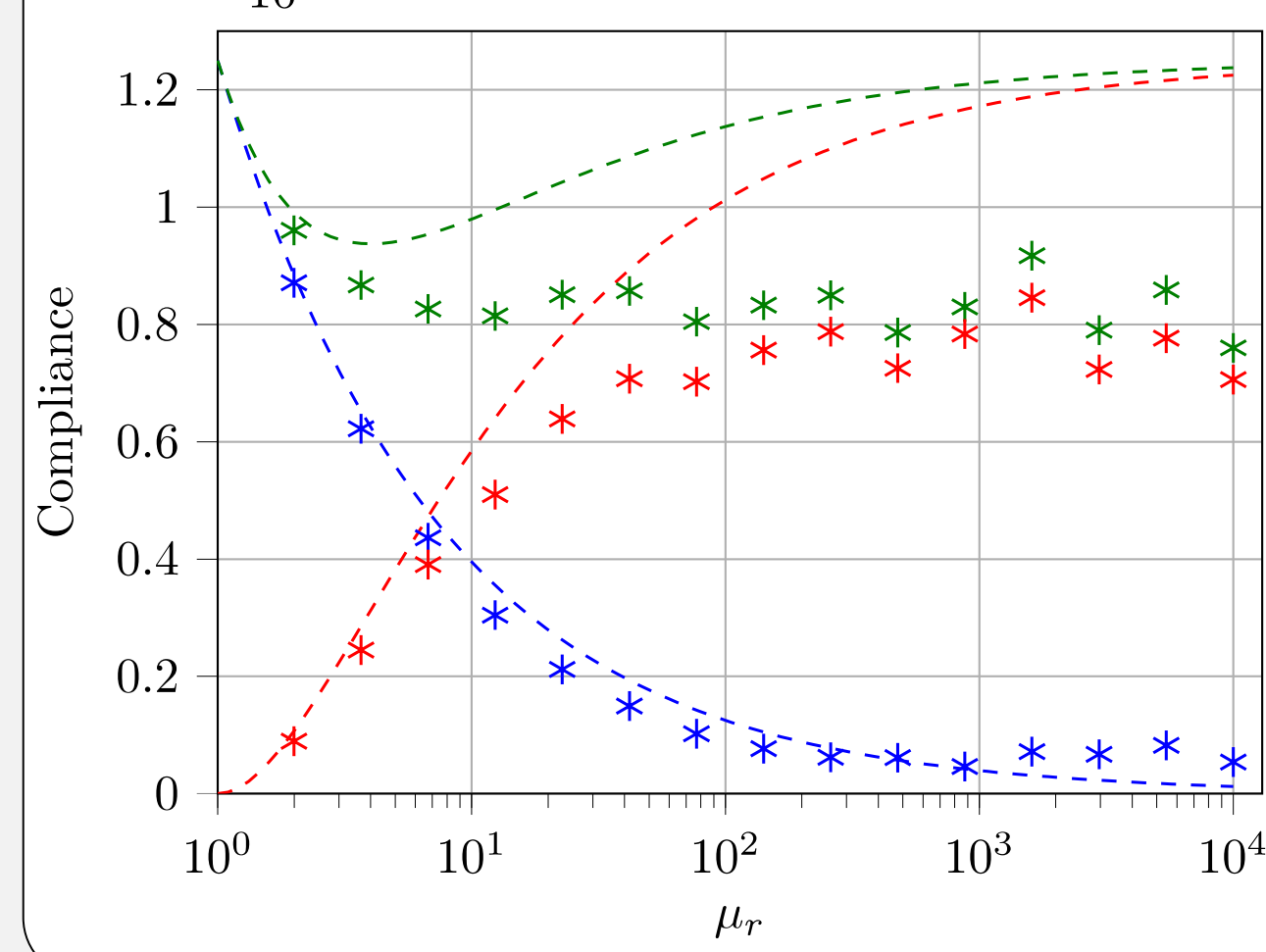
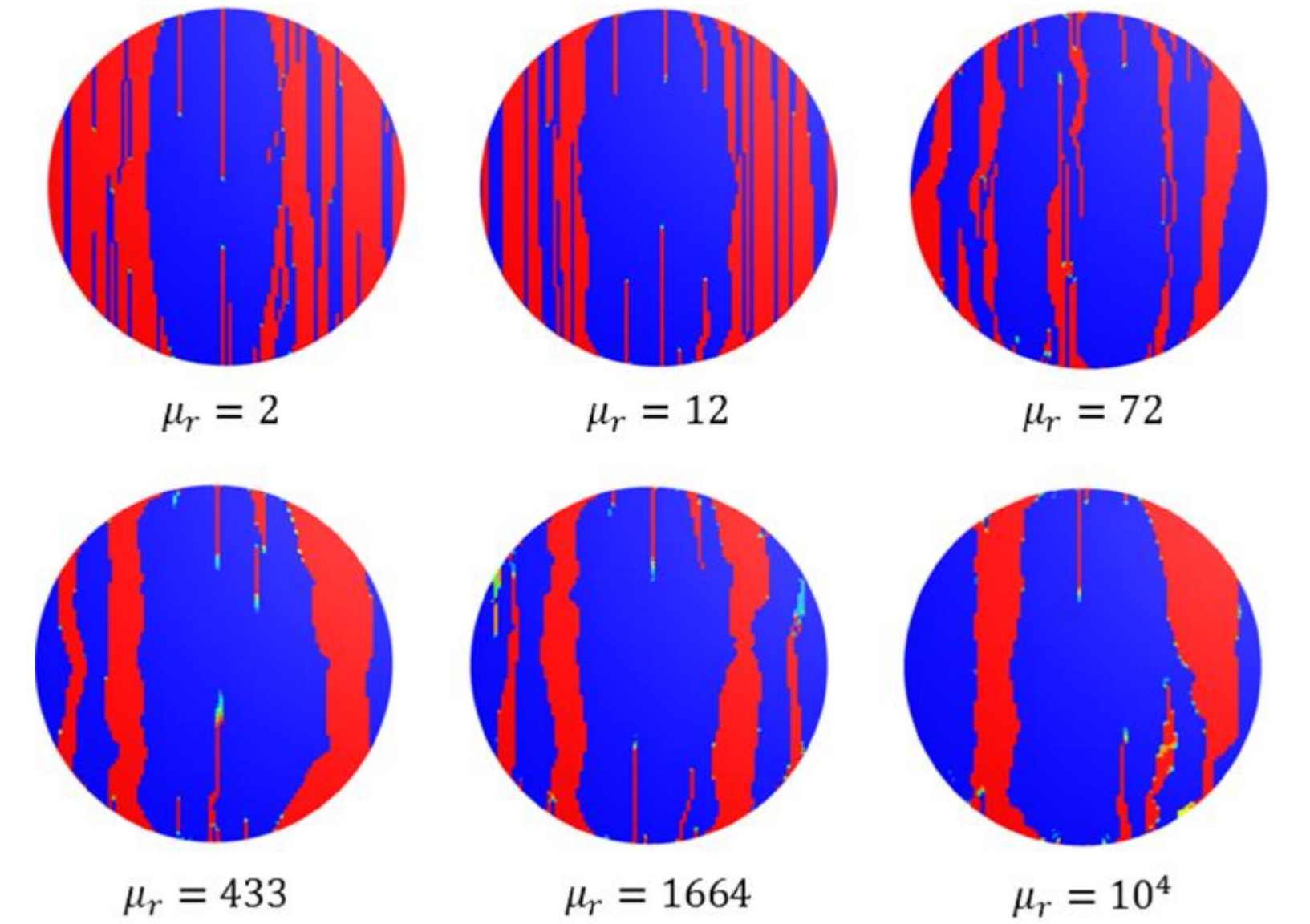


Fig. 7 : Structures optimisées obtenues (matériaux linéaires)



L'optimisation topologique linéaire (isotrope) **échoue** à égaler les performances d'un matériau laminé (anisotrope).

5) Cas d'un matériau non-linéaire

Modèle magnétique du fer

$$B(H) = \mu_0 \left(2\mu_{r0} - \left[\frac{\text{atan}\left(\frac{h}{h_s}\right)}{\pi} + \frac{1}{2} \right] (2\mu_{r0} - 1) \right) H$$

Avec $\mu_{r0} = 1000$; $h_s = 3000$ A/m

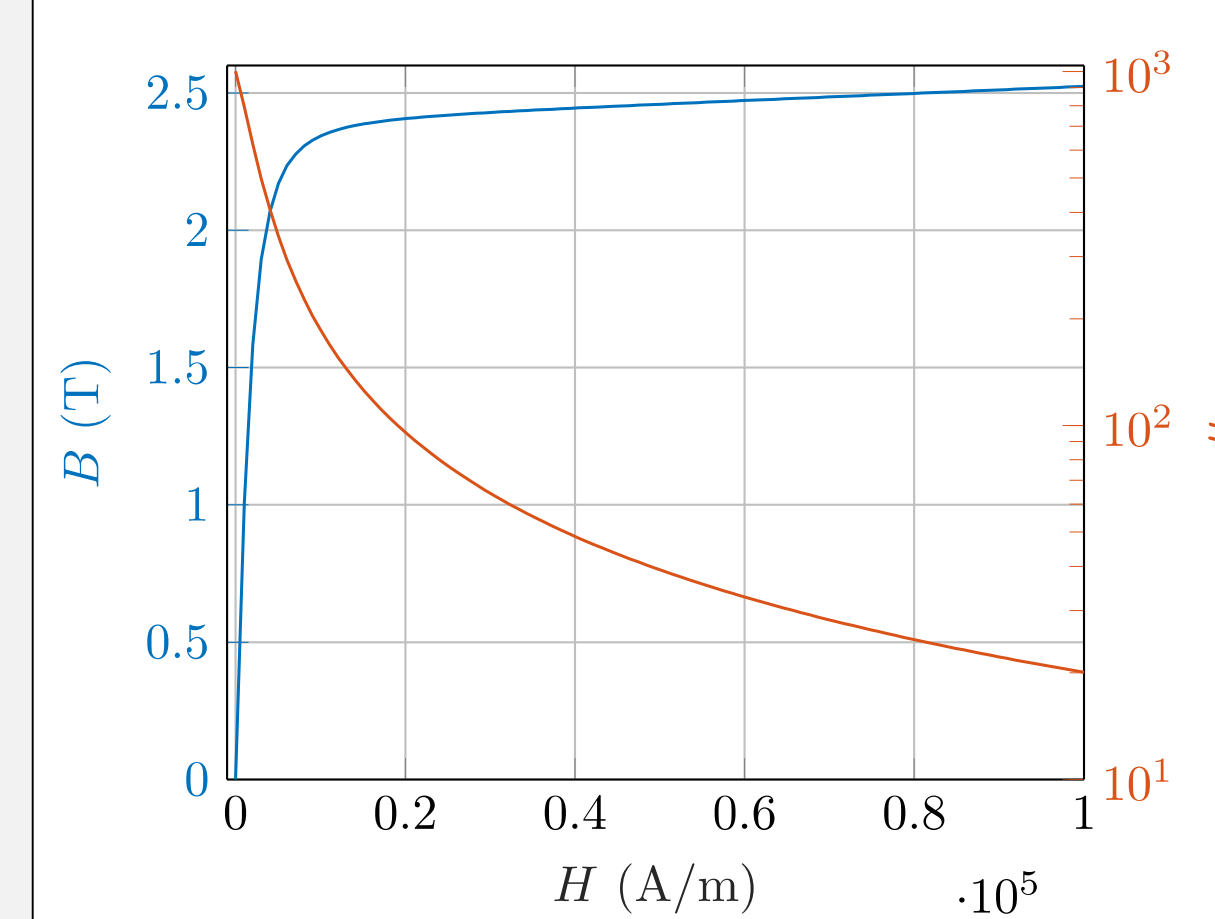


Fig. 8 : Courbe BH et perméabilité relative

Champs locaux dans un laminé vertical d'ordre 1

μ_{fer} n'est plus constante \Rightarrow il faut calculer les inductions locales.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_{fer}(B_{fer})} & -\frac{1}{\mu_0} \\ \frac{1}{\rho} & (1 - \rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{fer} \\ B_{air} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix}$$

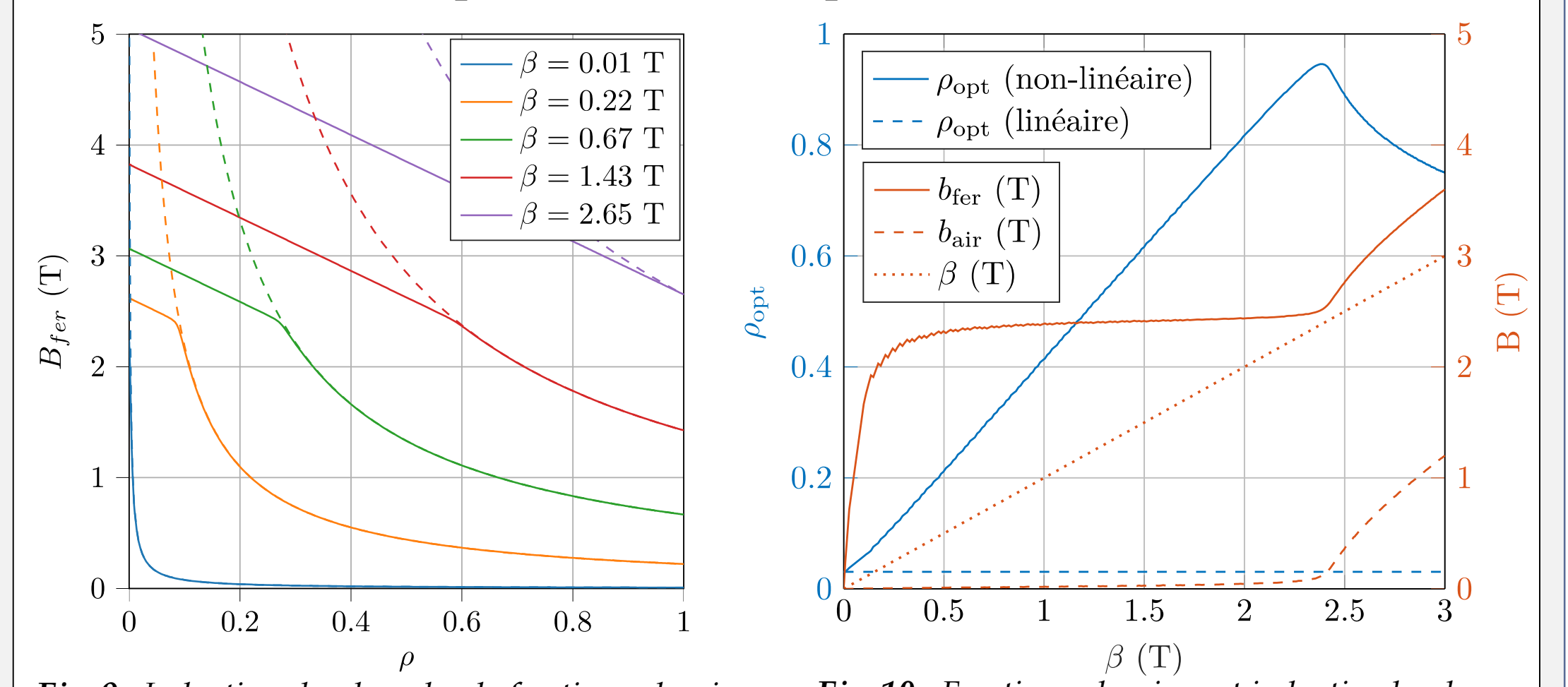


Fig. 9 : Inductions locales selon la fraction volumique. Fig. 10 : Fraction volumique et induction locale dans le cas d'un laminé d'ordre 1 optimal

Résultats selon l'induction moyenne β

Fig. 11 : Compliances en fonction de β (non-linéaire)

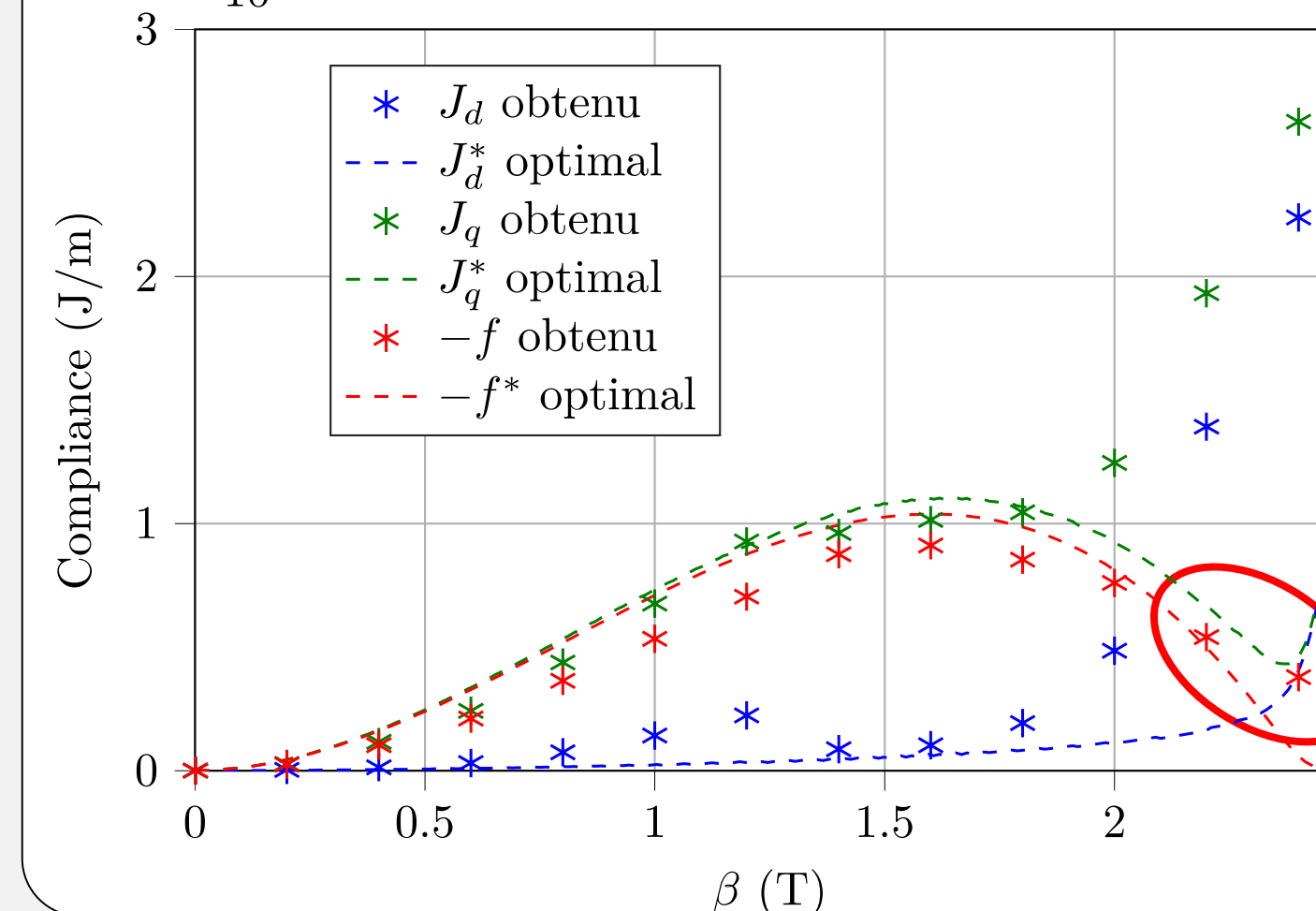
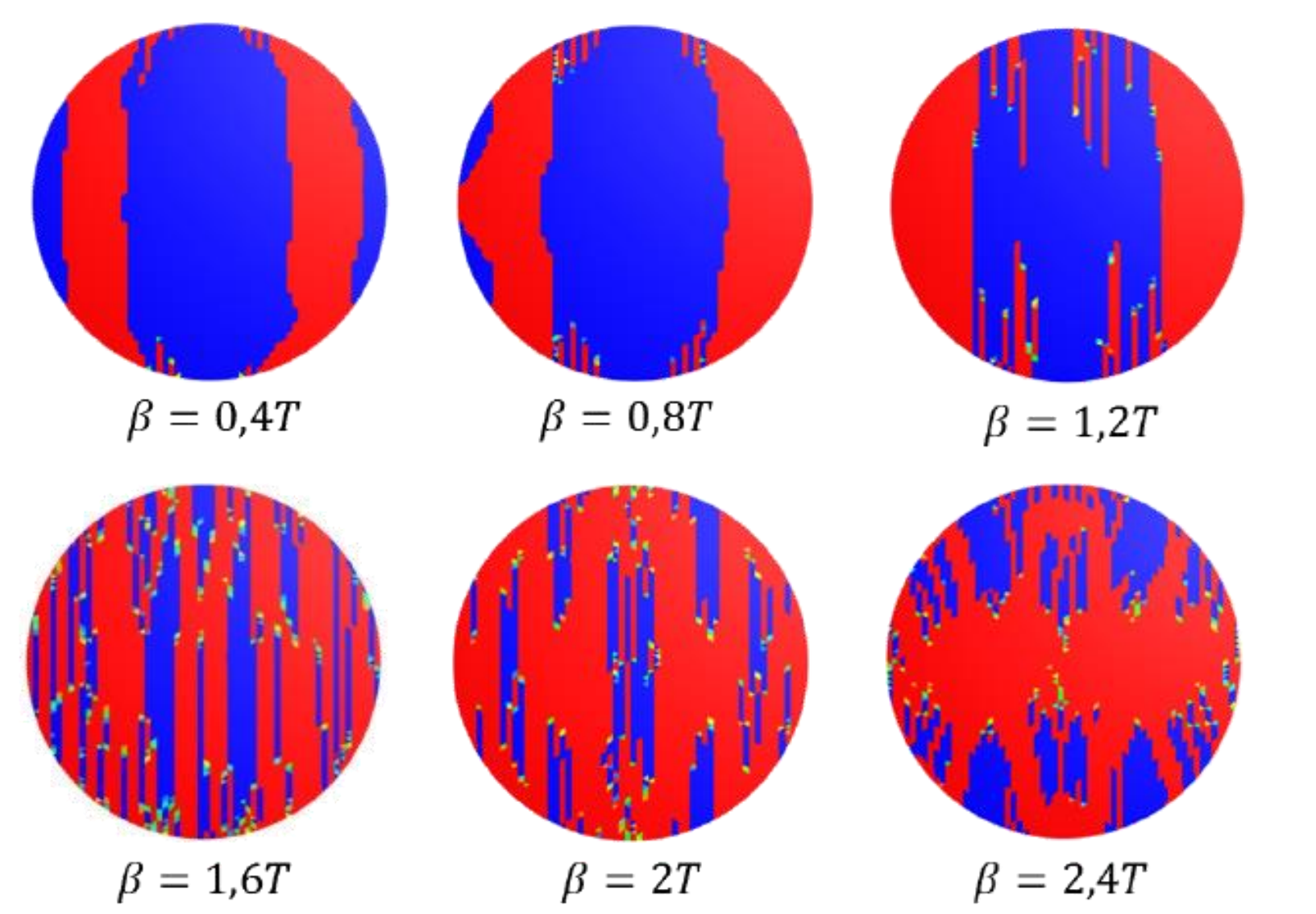


Fig. 12 : Structures optimisées obtenues (non-linéaire)



La référence calculée pour un laminé vertical d'ordre 1 n'est **plus optimale** pour de hautes inductions en non-linéaire. En effet, on constate des structures qui ne sont plus totalement verticales à saturation, pour $\beta \geq 2$ T.

6) Conclusion et perspectives

- L'optimisation topologique isotrope est **insuffisante** en linéaire et ne permet pas d'atteindre les structures optimales, le problème d'optimisation étant mal posé.
- En **non-linéaire**, le **potentiel créatif** de l'optimisation topologique peut permettre de trouver des structures **meilleures** qu'un laminé dont l'orientation est fixée.
- Cela démontre l'importance d'inclure **l'orientation du laminé** dans les variables d'optimisation. En linéaire, cela permet d'atteindre les bornes théoriques. La difficulté est de le faire en **non-linéaire**.

Références

- M. P. Bendsoe and O. Sigmund, *Topology Optimization : Theory, Methods and Applications*. 2003.
- G. Allaire, *Conception optimale des structures*. Springer, 2006.
- G. Allaire, *Shape optimization by the homogenization method*, Applied Mathematical Sciences, Springer, 2002.