HAL open science

Démélange, déconvolution et débruitage conjoints d'un modèle convolutif parcimonieux avec dérive instrumentale, par pénalisation de rapports de normes ou quasi-normes lissées (PENDANTSS)

Paul Zheng, Emilie Chouzenoux, Laurent Duval

To cite this version:

Paul Zheng, Emilie Chouzenoux, Laurent Duval. Démélange, déconvolution et débruitage conjoints d'un modèle convolutif parcimonieux avec dérive instrumentale, par pénalisation de rapports de normes ou quasi-normes lissées (PENDANTSS). GRETSI 2023, Aug 2023, Grenoble, France. hal-04153328

HAL Id: hal-04153328

https://hal.science/hal-04153328v1

Submitted on 6 Jul 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Démélange, déconvolution et débruitage conjoints d'un modèle convolutif parcimonieux avec dérive instrumentale, par pénalisation de rapports de normes ou quasi-normes lissées (PENDANTSS)

Paul ZHENG[1] Emilie CHOUZENOUX[2] Laurent DUVAL[3]

[1]Chair of Information Theory and Data Analytics, RWTH Aachen University, Allemagne

[2]Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, CVN, Inria, 91190 Gif-sur-Yvette, France

[3]IFP Energies nouvelles, 92852 Rueil-Malmaison Cedex, France

arXiv:2307.01761v1 [eess.SP] 4 Jul 2023

Résumé – Les tâches de débruitage, de filtrage de tendance et de déconvolution sont traditionnellement découplées. Les formulations conjointes se révèlent souvent des problèmes inverses compliqués, mal posés. Nous proposons PENDANTSS pour l'isolation conjointe de tendance et la déconvolution, pour des signaux parcimonieux formés de pics. Il fusionne un *a priori* de parcimonie avec l'hypothèse qu'une tendance lisse et le bruit de mesure peuvent être séparés par un filtrage passe-bas. Pour ce faire, nous combinons l'algorithme de séparation de sources ternaire BEADS à des pénalités SOOT/SPOQ en rapports de normes ou quasi-normes ℓ_p/ℓ_q, promotrices de parcimonie. Un nouvel algorithme efficace est proposé, de type *forward-backward* alterné par blocs à métrique variable avec région de confiance. Il se révèle supérieur à des approches concurrentes pour des mesures classiques appliquées à la chimie analytique. Le code associé est mis à disposition : `https://github.com/paulzhengfr/PENDANTSS`.

Abstract – Denoising, detrending, deconvolution: usual restoration tasks, traditionally decoupled. Coupled formulations entail complex ill-posed inverse problems. We propose PENDANTSS for joint trend removal and blind deconvolution of sparse peak-like signals. It blends a parsimonious prior with the hypothesis that smooth trend and noise can somewhat be separated by low-pass filtering. We combine the generalized pseudo-norm ratio SOOT/SPOQ sparse penalties ℓ_p/ℓ_q with the BEADS ternary assisted source separation algorithm. This results in a both convergent and efficient tool, with a novel Trust-Region block alternating variable metric forward-backward approach. It outperforms comparable methods, when applied to typically peaked analytical chemistry signals. Reproducible code is provided: `https://github.com/paulzhengfr/PENDANTSS`.

1 Contexte

La base de ce travail prolonge des travaux antérieurs [9, 14]. Récemment publiée dans une revue [20], elle est ici soumise pour la première fois à une conférence. Nous considérons le modèle discret de formation de signal suivant :

$$\boldsymbol{y} = \overline{\boldsymbol{s}} * \overline{\boldsymbol{\pi}} + \overline{\boldsymbol{t}} + \boldsymbol{n}\,. \tag{1}$$

Il vise à identifier trois composantes : 1) un train parcimonieux d'impulsions $\overline{\boldsymbol{s}} \in \mathbb{R}^N$, 2) un noyau de convolution en forme de pic $\overline{\boldsymbol{\pi}} \in \mathbb{R}^L$ et 3) une composante de tendance $\overline{\boldsymbol{t}} \in \mathbb{R}^N$ à variations relativement lentes, à partir d'une unique observation $\boldsymbol{y}$ bruitée par $\overline{\boldsymbol{n}} \in \mathbb{R}^N$. Ce modèle concerne une classe courante de données potentiellement multidimensionnelles, dans leur domaine naturel ou après application d'une transformation favorisant la parcimonie [15]. Ce travail se concentre sur le cas de signaux monodimensionnels. Il rappelle le problème de soustraction spectrale (en analyse de la parole) visant à séparer des composantes harmoniques (pics dans le domaine de Fourier [5]) d'un fond $\overline{\boldsymbol{t}} + \boldsymbol{n}$. Il se retrouve également en analyse biomédicale (ECG, EEG, EMG) ou en astronomie, où les signaux $\overline{\boldsymbol{x}} = \overline{\boldsymbol{s}} * \overline{\boldsymbol{\pi}}$ peuvent être nommés lignes ou raies spectrales. La composante $\overline{\boldsymbol{t}}$ concentre des fluctuations lentes modifiant le niveau de référence (*offset*) des mesures sur $\overline{\boldsymbol{x}}$. Elle peut correspondre à des saisonalités, à des dérives instrumentales liées au viellisement de capteurs [1], à des variations de calibration. Peu ou mal modélisées (notamment par des modèles paramétriques), un filtrage automatisé de ces tendances, sans altérer les pics, est souvent difficile. Ce modèle est très courant en analyse physio-chimique (chromatographie, spectrométrie, spectroscopie), où $\overline{\boldsymbol{\pi}}$ prend la forme d'un mélange de pics positifs à support restreint (gaussiennes, lorentziennes, pseudo-fonction de Voigt). La composante de tendance $\overline{\boldsymbol{t}}$ peut s'appeler également ligne de base, continuum, excursion, fond…

Débruitage et suppression de tendance conjointes appartiennent à une classe de prétraitements courants de séries temporelles [2], utilisant filtrage, régression paramétrique, remplissage ou désocclusion (*inpainting*). Pour l'analyse de données physico-chimiques, nous renvoyons aux méthodes backcor [16] et BEADS [14, 17]. Pour le débruitage et la déconvolution combinées, mentionnons notamment [7, 19] pour des approches promouvant la parcimonie. Nous nous focalisons ici sur les méthodes SOOT [18] et SPOQ [8, 9], employant des rapports de quasi-normes et de normes lissées, présentant une pénalisation avec propriété approchée d'invariance d'échelle.

Afin de résoudre le problème (1), nous proposons une formulation conjointe non-convexe du problème (section 2). Nous présentons un algorithme efficace de séparation basé sur des méthodes *forward-backward* [6, 11], pourvu de preuves de convergence (section 3). Cet algorithme est évalué — dans le contexte expérimental décrit en section 4 — de manière comparative en combinant backcor [16] et SOOT/SPOQ [8, 18] pour différents niveaux de bruits et de promotion de parcimonie (section 5).

2 Hypothèses pour la résolution du problème conjoint de démélange

L'équation (1) comprend plusieurs inconnues. Tenter de la résoudre impose des hypothèses supplémentaires. Afin de coupler des différentes tâches, nous associons à la perte quadratique traditionnelle une régularisation combinée, incorporant certaines hypothèses *a priori*. Le cadre traité par PENDANTSS, pouvant être plus générique, est focalisé ici sur une classe de signaux observés en analyse physico-chimique.

Notons ι_A la fonction indicatrice de l'ensemble convexe non vide A, nulle si son argument appartient à A, et identifiée à $+\infty$ sinon. La positivité des pics et du noyau, ainsi que la normalisation de l'intégrale de ce dernier permet de définir dans un premier temps les ensembles $C_1 = [0, +\infty[^N$ et $C_2 = \mathcal{S} = \{\boldsymbol{\pi} = (\pi_\ell)_{1\leq\ell\leq L} \in [0, +\infty[^L \quad \text{t.q.} \quad \sum_{\ell=1}^L \pi_\ell = 1\}$, limitant (par leurs indicatrices) l'espace de recherche pour le signal parcimonieux et le noyau.

Nous supposons ensuite que la tendance possède des variations lentes en regards du bruit. Ainsi par un filtrage passe-bas, il devrait être possible d'en obtenir une estimation correcte. En d'autres termes : en faisant l'hypothèse d'une estimation du signal de pics que l'on puisse soustraire, le bruit résiduel à minimiser par l'attache quadratique aux données s'exprime par le biais d'un filtre passe-haut $\boldsymbol{H}$:

$$(\forall \boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^N)(\forall \boldsymbol{\pi} \in \mathbb{R}^L)\ \rho(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\pi}) = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{H}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\pi} * \boldsymbol{s})\|^2. \quad (2)$$

Cette fonction est Lipschitz différentiable par rapport à $\boldsymbol{s}$ (resp. $\boldsymbol{\pi}$) avec une constante notée $\Lambda_1(\boldsymbol{\pi})$ (resp. $\Lambda_2(\boldsymbol{s})$). La parcimonie du signal s est favorisée par la régularisation Ψ définie (pour $\beta \in]0, +\infty[$) par la fonction non-convexe :

$$(\forall \boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^N) \quad \Psi(\boldsymbol{s}) = \log\left(\frac{(\ell_{p,\alpha}^p(\boldsymbol{s}) + \beta^p)^{1/p}}{\ell_{q,\eta}(\boldsymbol{s})}\right), \quad (3)$$

avec les deux approximations paramétriques de normes ou quasi-normes (de paramètres $(\alpha, \eta) \in]0, +\infty[$) :

$$\ell_{p,\alpha}(\boldsymbol{s}) = \left(\sum_{n=1}^N \left((s_n^2 + \alpha^2)^{p/2} - \alpha^p\right)\right)^{1/p}, \quad (4)$$

et

$$\ell_{q,\eta}(\boldsymbol{s}) = \left(\eta^q + \sum_{n=1}^N |s_n|^q\right)^{1/q}. \quad (5)$$

Si $q > 2$, ou $q = 2$ et $\eta^2\alpha^{p-2} > \beta^p$ (ce que nous supposerons), alors Ψ est Lipschitz différentiable sur $\mathbb{R}^N$ et $\mathbf{0}_N$ (i.e., vecteur de taille N identiquement nul) en est un minimiseur local. Le couple solution $(\widehat{\boldsymbol{\pi}}, \widehat{\boldsymbol{s}})$ minimise :

$$(\forall \boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^N)(\forall \boldsymbol{\pi} \in \mathbb{R}^L) \quad \Omega(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\pi}) = f(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\pi}) + g(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\pi}), \quad (6)$$

où l'on définit

$$(\forall \boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^N)(\forall \boldsymbol{\pi} \in \mathbb{R}^L) \begin{cases} g(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\pi}) = \iota_{C_1}(\boldsymbol{s}) + \iota_{C_2}(\boldsymbol{\pi}), \\ f(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\pi}) = \rho(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\pi}) + \lambda\Psi(\boldsymbol{s}). \end{cases} \quad (7)$$

La tendance est enfin estimée à partir de :

$$\widehat{\boldsymbol{t}} = (\mathbf{Id}_N - \boldsymbol{H})(\boldsymbol{y} - \widehat{\boldsymbol{\pi}} * \widehat{\boldsymbol{s}}), \quad (8)$$

avec $\mathbf{Id}_N$ la matrice identité de $\mathbb{R}^N$.

3 Algorithme PENDANTSS

La structure de (6) suggère l'usage d'une méthode alternée par blocs, mettant à jour séquentiellement la séquence d'impulsions $\boldsymbol{s}$ et le noyau $\boldsymbol{\pi}$. PENDANTSS s'appuie sur l'algorithme TR-BC-VMFB (Alg. 1), qui généralise le BC-VMFB [11] employé dans [18] en déconvolution aveugle.

Soient $(\boldsymbol{s}_k, \boldsymbol{\pi}_k)$ les estimées de l'itération $k \in \mathbb{N}$. Le calcul de $\boldsymbol{s}_{k+1}$ s'obtient par une étape de VMFB [10], accélérée par un schéma de région de confiance. Nous introduisons tout d'abord la métrique MM (de majoration-minimisation) :

$$\boldsymbol{A}_{1,\rho}(\boldsymbol{s}_k, \boldsymbol{\pi}_k) = (\Lambda_1(\boldsymbol{\pi}_k) + \lambda\chi_{q,\rho})\mathbf{Id}_N + \frac{\lambda}{\ell_{p,\alpha}^p(\boldsymbol{s}_k) + \beta^p}\mathrm{Diag}((s_{n,k}^2 + \alpha^2)^{p/2-1})_{1\leq n\leq N}, \quad (9)$$

avec la constante $\chi_{q,\rho} = \frac{q-1}{(\eta^q+\rho^q)^{2/q}}$. On construit une majoration de (6) par rapport à la variable $\boldsymbol{s}$ (voir [8, Prop. 2]) :

$$(\forall \boldsymbol{s} \in \bar{\mathcal{B}}_{q,\rho} \cap C_1) \quad \Omega(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\pi}_k) \leq f(\boldsymbol{s}_k, \boldsymbol{\pi}_k) + (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{s}_k)^\top \nabla_1 f(\boldsymbol{s}_k, \boldsymbol{\pi}_k) + \frac{1}{2}\|\boldsymbol{s} - \boldsymbol{s}_k\|^2_{\boldsymbol{A}_{1,\rho}(\boldsymbol{s}_k,\boldsymbol{\pi}_k)}, \quad (10)$$

avec, pour tout $\boldsymbol{z} \in \mathbb{R}^N$, $\|\boldsymbol{z}\|_{\boldsymbol{A}} = (\boldsymbol{z}^\top \boldsymbol{A}\boldsymbol{z})^{1/2}$. Le domaine de validité de (10) est limité par le complément de la boule ℓ_q,

$$\bar{\mathcal{B}}_{q,\rho} = \{\boldsymbol{s} = (s_n)_{1\leq n\leq N} \in \mathbb{R}^N | \sum_{n=1}^N |s_n|^q \geq \rho^q\}. \quad (11)$$

Nous introduisons donc un schéma de région de confiance (*Trust-Region* ou TR [13]), permettant de contrôler le domaine des itérés. Soit $\mathcal{I} > 0$, un nombre maximal de tests de régions de confiance, et $(\rho_{k,i})_{1\leq i\leq\mathcal{I}}$ une liste de rayons testés :

$$\rho_{k,i} = \begin{cases} \sum_{n=1}^N |s_{n,k}|^q & \text{si } i = 1\,, \\ \theta\rho_{k,i-1} & \text{si } 2 \leq i \leq \mathcal{I} - 1\,, \\ 0 & \text{si } i = \mathcal{I}\,. \end{cases} \quad (12)$$

On calcule alors la matrice MM associée $\boldsymbol{A}_{1,\rho_{k,i}}(\boldsymbol{s}_k, \boldsymbol{\pi}_k)$, et l'on définit $\boldsymbol{s}_{k,i}$ comme minimiseur du terme de droite de (10). La boucle TR s'interrompt dès que $\boldsymbol{s}_{k,i} \in \bar{\mathcal{B}}_{q,\rho_{k,i}}$, et définit ainsi $\boldsymbol{s}_{k+1}$. En général, la minimisation de la majorante (10) n'admet pas de solution explicite. Néanmoins, par notre choix de C_1 et la structure diagonale de (9), la résolution est directe, d'après [3, Prop. 24.11] et [4, Cor. 9], $(\forall i \in \{1, \ldots, \mathcal{I}\})$

$$\boldsymbol{s}_{k,i} = \mathrm{Proj}_{C_1}\left(\boldsymbol{s}_k - \gamma_{s,k}\boldsymbol{A}_{1,\rho_{k,i}}(\boldsymbol{s}_k, \boldsymbol{\pi}_k)^{-1}\nabla_1 f(\boldsymbol{s}_k, \boldsymbol{\pi}_k)\right). \quad (13)$$

La mise à jour du noyau s'exprime simplement, par une étape de descente de gradient projeté :

$$\boldsymbol{\pi}_{k+1} = \mathrm{Proj}_{\mathcal{S}}\left(\boldsymbol{\pi}_k - \gamma_{\pi,k}\Lambda_2(\boldsymbol{s}_{k+1})^{-1}\nabla_2 f(\boldsymbol{s}_{k+1}, \boldsymbol{\pi}_k)\right), \quad (14)$$

avec $(\mathrm{Proj}_{\mathcal{S}})$ la projection sur le simplexe unité, pour laquelle il existe des méthodes de calcul rapides [12]. La méthode (incluant les domaines de validité des pas $(\gamma_{s,k}, \gamma_{\pi,k})_{k\in\mathbb{N}}$), est résumée dans l'algorithme 1, dont la convergence est assurée.

Théorème 1. *Soient $(\boldsymbol{s}_k, \boldsymbol{\pi}_k)_{k\in\mathbb{N}}$ générés par l'algorithme 1. Si C_1 et C_2 sont des ensembles semi-algébriques (ce qui est vérifié dans notre cas), alors la suite $(\boldsymbol{s}_k, \boldsymbol{\pi}_k)_{k\in\mathbb{N}}$ converge vers un point critique $(\widehat{\boldsymbol{s}}, \widehat{\boldsymbol{\pi}})$ de* (6).

Algorithme 1 : TR-BC-VMFB pour minimiser (6).

Paramètres : $K_{\max} > 0, \varepsilon > 0, \mathcal{I} > 0, \theta \in]0,1[$, pas $(\gamma_{s,k})_{k\in\mathbb{N}} \in [\underline{\gamma}, 2-\overline{\gamma}]$ et $(\gamma_{\pi,k})_{k\in\mathbb{N}} \in [\underline{\gamma}, 2-\overline{\gamma}]$ pour un choix admissible de $(\underline{\gamma}, \overline{\gamma}) \in]0,+\infty[^2$, $(p,q) \in]0,2[\times[2,+\infty[$, ensembles convexes $(C_1, C_2) \subset \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^L$.
initialisation : $\boldsymbol{s}_0 \in C_1$, $\boldsymbol{\pi}_0 \in C_2$
pour $k = 0, 1, \ldots$ **faire**
  mise à jour du signal
  pour $i = 1, \ldots, \mathcal{I}$ **faire**
    Définition du rayon $\rho_{k,i}$, d'après (12) ;
    Définition de la métrique MM avec (9) et calcul de $\boldsymbol{s}_{k,i}$ par (13).
    si $\boldsymbol{s}_{k,i} \in \bar{\mathcal{B}}_{q,\rho_{k,i}}$ **alors**
      sortie de boucle
    fin
  fin
  $\boldsymbol{s}_{k+1} = \boldsymbol{s}_{k,i}$;
  mise à jour du noyau
  Calcul de $\boldsymbol{\pi}_{k+1}$ par (14).
  critère d'arrêt
  si $\|\boldsymbol{s}_k - \boldsymbol{s}_{k+1}\| \leq \varepsilon$ *ou* $k \geq K_{\max}$ **alors**
    sortie de boucle
  fin
fin
$(\widehat{\boldsymbol{s}}, \widehat{\boldsymbol{\pi}}) = (\boldsymbol{s}_{k+1}, \boldsymbol{\pi}_{k+1})$ et $\widehat{\boldsymbol{t}}$ selon (8)
Sorties : $\widehat{\boldsymbol{s}}, \widehat{\boldsymbol{\pi}}, \widehat{\boldsymbol{t}}$

4 Contexte de validation expérimentale

Nous considérons les jeux de données nommés C et D. Les signaux parcimonieux originaux $\overline{\boldsymbol{s}}$ et les observations $\boldsymbol{y}$ sont représentés dans la figure 1,de longueur $N = 200$. Les observations $\boldsymbol{y}$ sont obtenues à partir de (1), avec un noyau $\overline{\boldsymbol{\pi}}$ défini par une fonction gaussienne normalisée, d'écart-type $0,15$ et de support tronqué de taille $L = 21$. Le bruit est blanc, gaussien, à moyenne nulle. Son niveau σ est fixé à un pourcentage variable de l'amplitude maximale $x_{\max}$ de $\overline{\boldsymbol{x}} = \overline{\boldsymbol{\pi}} * \overline{\boldsymbol{s}}$, convolution implémentée par bourrage de zéros.

Les paramètres de l'algorithme PENDANTSS ont été choisis constants par soucis de simplicité : $\gamma_{s,k} \equiv 1.9$ et $\gamma_{\pi,k} \equiv 1.9$ satisfont la contrainte d'intervalle. Nous avons choisi $\theta = 0.5$ comme incrément du rayon de confiance, ainsi qu'un maximum de $\mathcal{I} = 50$ tests. L'initialisation pour toutes les méthodes suit celle proposée dans [18] : $\boldsymbol{s}_0 \in C_1$ est un signal constant, positif, $\boldsymbol{\pi}_0 \in C_2$ est un filtre gaussien de largeur 1. Les critères d'arrêt sont : $\varepsilon = 10^{-6}\sqrt{N}$ et $K_{\max} = 3000$.

Les hyperparamètres — régularisation pour backcor [16] et ceux de SPOQ/SOOT $(\lambda, \alpha, \beta, \eta)$ — ont été ajustés à partir d'une seule réalisation de référence, en employant une métrique composite, combinant les trois composantes-cibles (train d'impulsions, noyau, tendance) : $2\text{SNR}_{\boldsymbol{s}} + \text{SNR}_{\boldsymbol{\pi}} + \text{SNR}_{\boldsymbol{t}}$. Suivant le même critère composite, la fréquence de coupure f_c du filtre passe-haut, dans (8), résulte du choix du meilleur point, parmi les dix premiers pics du module du spectre de fréquence du signal. Parmi les hyperparamètres, α peut aisément être choisi constant (typiquement $\alpha = 7 \times 10^{-7}$ pour nos données).

Du fait de l'ambigüité de position classique en démélange, pour s'assurer que le noyau est correctement centré, nous appliquons au noyau estimé un post-traitement du décalage spatial entier, pour nous assurer qu'il est correctement centré. Une recherche par quadrillage (*grid search*) détermine le nombre de boucles permettant de maximiser le $\text{SNR}_{\boldsymbol{s}}$ du train d'impulsion parcimonieux.

5 Résultats numériques

Nous comparons les performances de PENDANTSS par ablation vis-à-vis (i) de la référence backcor [16] en suppression de tendance avec une recherche par grille ou quadrillage pour optimiser l'ordre du polynôme et le seuil, suivie de la déconvolution aveugle proposée dans [18] pour estimer le signal $\widehat{\boldsymbol{s}}$ et le noyau $\widehat{\boldsymbol{\pi}}$, (ii) du flot complet de PENDANTSS avec les paramètres SPOQ $(p,q) = (1,2)$ (soit SOOT) ou $(p,q) = (0.75, 10)$. Les différentes estimations sont évaluées en rapport signal-sur-bruit (SNR) : signal parcimonieux ($\text{SNR}_{\boldsymbol{s}}$), noyau ($\text{SNR}_{\boldsymbol{\pi}}$) et tendance ($\text{SNR}_{\boldsymbol{t}}$). En particulier, $\text{SNR}_{\boldsymbol{s}} = 20\log_{10}(\|\overline{\boldsymbol{s}}\|_2 / \|\overline{\boldsymbol{s}} - \widehat{\boldsymbol{s}}\|_2)$. Nous évaluons de surcroît le TSNR, correspondant à la même quantité, évaluée uniquement sur le support (supposé connu) du signal parcimonieux original. Ce support n'est pas connu en général, cependant cette mesure est utile pour quantifier la performance de tâches d'estimation de quantités ancillaires, calculées sur les pics (amplitude, largeur, surface). De telles mesures, importantes en analyse physico-chimique quantitative, sont sensibles au filtrage de tendance et à la déconvolution.

Les résultats sont résumés dans la table 1. Nous reportons les quantités moyennes, et leur écart-type (après le signe "$\pm$"), sur 30 réalisations. Le meilleur résultat et le second sont identifiés par deux (**) ou une (*) étoiles. Dans la plupart des situations, PENDANTSS se révèle supérieur aux approches découplées. Il convient néanmoins de rester mesuré en regard des écarts-types parfois importants, ce qui n'est pas surprenant dans l'évaluation de métriques quadratiques pour des signaux de nature parcimonieuse.

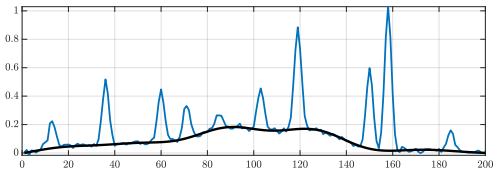
6 Conclusion et perspectives

Nous proposons l'algorithme PENDANTSS, pour résoudre le problème compliqué de séparation de tendance, conjoint à une déconvolution aveugle parcimonieuse. La méthode prend en compte une hypothèse de dérive lisse "basse fréquence" en l'incorporant à un problème de déconvolution aveugle. Ce dernier s'appuie sur l'usage récent de pénalité en rapport de quasi-normes ou normes de type SOOT/SPOQ. La validation proposée indique un gain quantitatif par rapport aux méthodes de référence, pour des signaux parcimonieux positifs, comme l'on en rencontre en chimie analytique.

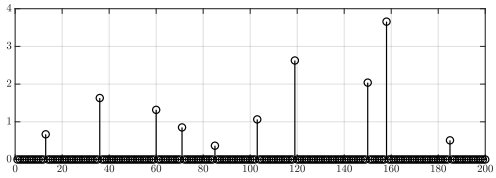
Il reste à étendre la validation à de plus larges classes de signaux parcimonieux, ainsi qu'à proposer des estimations plus intuitives des hyper-paramètres, en fonction de la nature des signaux parcimonieux analysés, et particulièrement en regard de critères de séparabilité des signaux de pics. Un code en langage Matlab est mis à disposition `https://github.com/paulzhengfr/PENDANTSS`.

Remerciement

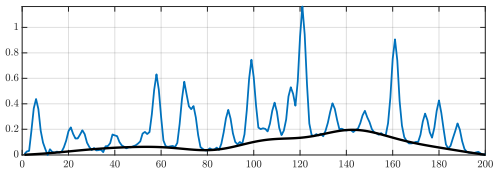
Ce travail a bénéficié de la bourse ERC (*European Research Council, Starting Grant*) MAJORIS ERC-2019-STG-850925.



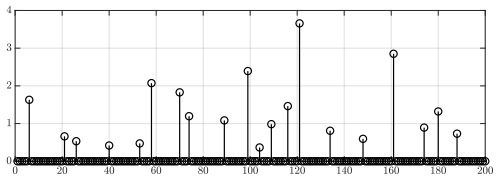
(a) Jeu de données C.



(b) Signal impulsif parcimonieux (jeu de données C).



(c) Jeu de données D.



(d) Signal impulsif parcimonieux (jeu de données D).

FIGURE 1 : Signal observé $\boldsymbol{y}$ (bleu) et tendance/ligne de base $\overline{\boldsymbol{t}}$ (noir) : (a) et (c). Signal parcimonieux original inconnu $\overline{\boldsymbol{s}}$: (b) et (d). Les signaux C et D comptent 10 et 20 impulsions respectivement (5.0 % et 10.0 % de parcimonie).

TABLE 1 : Résultats numériques pour les données C et D. Quantités exprimées en rapport signal-sur-bruit (SNR) en décibels (dB). La méthode la plus efficace est suivie de **, la seconde par *.

		Donnée C		Donnée D	
Niveau de bruit σ (% de $x_{\max}$)		0.5 %	1.0 %	0.5 %	1.0 %
$\mathrm{SNR}_{\boldsymbol{s}}$	backcor+SOOT	33.2±4.5	26.9±3.0	28.3±1.1	21.6±2.2
	backcor+SPOQ	32.0±5.2	26.4±3.1	25.5±3.9	19.4±4.1
	PENDANTSS (1, 2)	34.9±2.0*	29.6±2.0**	35.1±1.7**	30.1±2.0**
	PENDANTSS (0.75, 10)	35.2±5.7**	29.2±6.2*	34.7±5.2*	28.3±4.4*
$\mathrm{TSNR}_{\boldsymbol{s}}$	backcor+SOOT	33.2±4.5	26.9±3.0	31.2±1.4	26.5±2.9
	backcor+SPOQ	32.0±5.2	26.4±3.1	26.0±3.6	22.1±3.9
	PENDANTSS (1, 2)	36.4±2.4	32.2±2.3**	35.6±1.4**	31.0±1.9**
	PENDANTSS (0.75, 10)	36.6±5.4**	30.2±5.5*	35.2±4.6*	28.7±3.6*
$\mathrm{SNR}_{\boldsymbol{t}}$	backcor+SOOT	24.6±1.6	20.6±1.0	20.2±1.0	17.2±1.4
	backcor+SPOQ	24.6±1.6	20.6±1.0	20.2±1.0	17.2±1.4
	PENDANTSS (1, 2)	30.9±1.3*	26.0±1.3*	27.4±1.0*	25.0±1.6**
	PENDANTSS (0.75, 10)	31.1±1.8**	26.2±1.1**	27.8±1.2**	22.4±1.4*
$\mathrm{SNR}_{\boldsymbol{\pi}}$	backcor+SOOT	42.1±2.8	33.6±2.3	44.5±2.5*	37.8±2.9
	backcor+SPOQ	42.1±2.9	33.1±2.3	40.5±3.0	39.4±2.1**
	PENDANTSS (1, 2)	42.6±3.1**	37.4±2.2**	44.2±2.6*	38.9±2.5
	PENDANTSS (0.75, 10)	42.3±2.4*	37.0±2.1*	45.0±2.6**	38.6±2.6

Références

[1] S. BARTHELME, F. CHATELAIN, C. CASCALES et C. HERRIER : Correction de dérive pour l'interférométrie de Mach-Zehnder. *In Proc. GRETSI*, 2022.

[2] J.-Y. BAUDAIS, M. LECLERC et C. LANGRUME : Estimation de ligne de base de capteurs d'humectation : intégration et minimums locaux à différentes échelles. *In Proc. GRETSI*, 2022.

[3] H. H. BAUSCHKE et P. L. COMBETTES : *Convex analysis and monotone operator theory in Hilbert spaces*. CMS books in mathematics. Springer, 2e édition, 2011.

[4] S. BECKER et M. J. FADILI : A quasi-Newton proximal splitting method. *In Proc. Ann. Conf. Neur. Inform. Proc. Syst.*, volume 2, pages 2618–2626, Dec. 3-6, 2012.

[5] S. BOLL : Suppression of acoustic noise in speech using spectral subtraction. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 27(2): 113–120, Apr. 1979.

[6] J. BOLTE, S. SABACH et M. TEBOULLE : Proximal alternating linearized minimization for nonconvex and nonsmooth problems. *Math. Programm.*, 146(1-2):459–494, Aug. 2014.

[7] S. CHAUDHURI, R. VELMURUGAN et R. RAMESHAN : Blind deconvolution methods : A review. *In Blind Image Deconvolution. Methods and Convergence*, pages 37–60. Springer, 2014.

[8] A. CHERNI, E. CHOUZENOUX, L. DUVAL et J.-C. PESQUET : SPOQ ℓ_p-over-ℓ_q regularization for sparse signal recovery applied to mass spectrometry. *IEEE Trans. Signal Process.*, 68:6070–6084, 2020.

[9] A. CHERNI, E. CHOUZENOUX, L. DUVAL et J.-C. PESQUET : Forme lissée de rapports de normes ℓ_p/ℓ_q (SPOQ) pour la reconstruction des signaux avec pénalisation parcimonieuse. *In Proc. GRETSI*, 2019.

[10] E. CHOUZENOUX, J.-C. PESQUET et A. REPETTI : Variable metric forward-backward algorithm for minimizing the sum of a differentiable function and a convex function. *J. Optim. Theory Appl.*, 162(1):107–132, Jul. 2014.

[11] E. CHOUZENOUX, J.-C. PESQUET et A. REPETTI : A block coordinate variable metric forward-backward algorithm. *J. Global Optim.*, 66(3):457–485, Feb. 2016.

[12] L. CONDAT : Fast projection onto the simplex and the l_1 ball. *Math. Programm.*, 158(1-2):575–585, 2016.

[13] A. R. CONN, N. I. M. GOULD et P. L. TOINT : *Trust-Region Methods*. MOS-SIAM Series on Optimization. Society for Industrial Mathematics, 2000.

[14] L. DUVAL, A. PIRAYRE, X. NING et I. SELESNICK : Suppression de ligne de base et débruitage de chromatogrammes par pénalisation asymétrique de positivité et dérivées parcimonieuses. *In Proc. GRETSI*, 2015.

[15] J. GAUTHIER, L. DUVAL et J.-C. PESQUET : Optimization of synthesis oversampled complex filter banks. *IEEE Trans. Signal Process.*, 57(10):3827–3843, Oct. 2009.

[16] V. MAZET, C. CARTERET, D. BRIE, J. IDIER et B. HUMBERT : Background removal from spectra by designing and minimising a non-quadratic cost function. *Chemometr. Intell. Lab. Syst.*, 76(2):121–133, 2005.

[17] X. NING, I. W. SELESNICK et L. DUVAL : Chromatogram baseline estimation and denoising using sparsity (BEADS). *Chemometr. Intell. Lab. Syst.*, 139:156–167, Dec. 2014.

[18] A. REPETTI, M. Q. PHAM, L. DUVAL, E. CHOUZENOUX et J.-C. PESQUET : Euclid in a taxicab : Sparse blind deconvolution with smoothed ℓ_1/ℓ_2 regularization. *IEEE Signal Process. Lett.*, 22(5):539–543, May 2015.

[19] Q. SUN et D. DONOHO : Convex sparse blind deconvolution. *PREPRINT*, juin 2021. `https://arxiv.org/abs/2106.07053`.

[20] P. ZHENG, E. CHOUZENOUX et L. DUVAL : PENDANTSS : PEnalized Norm-ratios Disentangling Additive Noise, Trend and Sparse Spikes. *IEEE Signal Process. Lett.*, 30:215–219, 2023.