



**HAL**  
open science

# La géométrie fractale. Un nouvel outil pour évaluer le rôle de la morphologie des réseaux de transport public dans l'organisation spatiale des agglomérations

Pierre Frankhauser, Cyrille Genre-Grandpierre

## ► To cite this version:

Pierre Frankhauser, Cyrille Genre-Grandpierre. La géométrie fractale. Un nouvel outil pour évaluer le rôle de la morphologie des réseaux de transport public dans l'organisation spatiale des agglomérations. Les Cahiers Scientifiques du Transport / Scientific Papers in Transportation, 1998, 33 | 1998, pp.41-78. <10.46298/cst.11961>. <hal-04143753>

**HAL Id: hal-04143753**

**<https://hal.science/hal-04143753v1>**

Submitted on 28 Jun 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY-NC-SA 4.0 - Attribution - Non-commercial use - ShareAlike - International License

**LA GEOMETRIE FRACTALE -  
UN NOUVEL OUTIL POUR EVALUER LE ROLE DE LA  
MORPHOLOGIE DES RESEAUX DE TRANSPORT PUBLIC DANS  
L'ORGANISATION SPATIALE DES AGGLOMERATIONS**

PIERRE FRANKHAUSER, CYRILLE GENRE-GRANDPIERRE  
IRADES/UPRESA 6049 THEMA

**INTRODUCTION**

L'étalement des villes lié à une désagrégation des tissus urbains est devenu une préoccupation principale de l'urbanisme. La péri-urbanisation a conduit non seulement à une consommation d'espace inquiétante, mais elle a aussi induit une augmentation de la longueur des déplacements quotidiens surtout automobiles dont le corollaire est une progression de la pollution atmosphérique qui souvent dépasse les seuils acceptables (FOUCHIER, 1995). Une autre conséquence de l'éclatement des zones bâties est l'allongement des réseaux d'alimentation en eau et d'assainissement qui causent des frais de gestion élevés. Il paraît donc indispensable de réfléchir à l'organisation spatiale des tissus bâtis en liaison avec les problèmes de déplacement. La répartition spatiale des zones bâties et l'architecture des réseaux sont donc indissociables ce que G. DUPUY a bien mis en évidence (1991).

Cependant, il semble difficile de mettre en place une politique territoriale cohérente : dans une agglomération, le nombre de communes concernées par la péri-urbanisation ne cesse de croître, ce qui renforce leur compétition. L'urbaniste H. FRANK (1987) a bien résumé ce malaise : "Le processus de dissolution (des agglomérations) défie tout contrôle de l'aménageur au moins sous les formes d'organisation politique actuellement connues...".

Dans une première partie, nous allons essayer de trouver des raisons pour cet échec et nous allons surtout nous demander dans quelle mesure les solutions proposées par les aménageurs répondent aux attentes de la population concernée. Cette discussion montrera que la multitude des attentes, parfois contradictoires, met en cause la chance réelle de réaliser des concepts trop simples pour une restructuration des espaces urbains.

Il sera montré que les plans basés sur une organisation hiérarchique de l'espace urbain permettent de mieux prendre en compte simultanément un plus grand nombre des aspirations de la population.

Nous verrons alors comment l'approche fractale, basée sur une telle organisation de type hiérarchique, donc s'opposant à une notion d'homogénéité, constitue un nouvel outil de réflexion pour l'aménagement urbain. Une dernière partie sera consacrée à l'utilisation de mesures issues de l'approche fractale qui permettent d'évaluer des réseaux sur un plan morphologique.

## 1. URBANISATION, URBANISME ET RESEAUX

### 1.1. LA MORPHOGENESE URBAINE ET LE PARADIGME DE LA VILLE DENSE

Un des fils conducteurs du débat sur une restructuration des espaces urbains semble être la *densification des villes* car, pour certains urbanistes, la ville compacte reste le modèle de référence pour réduire le dysfonctionnement des espaces urbains et périurbains.

Or, comme le note V. FOUCHIER (1995), les urbanistes et les architectes qui proposent une densification des quartiers sont "presque systématiquement confrontés à des protestations d'associations de protection de quartier ou d'écologistes".

En effet l'éclatement des zones bâties semble lié à un certain *refus de la densité*. En recourant aux résultats de la sociologie urbaine on trouve facilement des raisons de ce refus. Ce sont en fait des désirs complémentaires ou même contradictoires qui paraissent le plus contribuer à cette évolution (FRANKHAUSER, 1994) :

- de façon générale les agglomérations restent attractives, comme en témoigne la croissance des villes : elles offrent non seulement des emplois, mais concentrent également les services publics et privés, les activités culturelles, les établissements de formation etc. ;
- toutefois pour le choix d'un quartier ou d'une commune résidentielle, les critères importants de sélection sont la proximité aux zones de loisir, une certaine qualité paysagère du site, l'absence de nuisance (pollution, bruit...). Pour des couples avec enfants la maison individuelle, entourée d'un jardin, reste une solution idéale (PROGNOS, 1976 ; FRIEDRICH, 1983). Or, ces désirs vont à l'encontre d'une structure dense, présente dans les noyaux urbains et dans la première couronne périphérique des villes ; ces qualités se retrouvent dans le "rurbain", dans les franges des espaces urbanisés, où, de plus, les prix des terrains paraissent encore abordables.

Pour bénéficier de ces avantages, des déplacements quotidiens d'une longueur considérable, sont acceptés afin de se rendre au lieu de travail, pour les achats ou pour le loisir. Il est vrai qu'un bon équipement routier a permis le temps de déplacement. Le budget temps peut ainsi rester stable même si les déplacements deviennent plus importants. En outre, les habitudes et les moyens de déplacement ont contribué à un changement de la perception des distances ;

- en revanche, les mêmes avantages sont revendiqués pour accéder au centre-ville, car l'offre des magasins spécialisés, la présence des services administratifs, les activités culturelles, mais aussi tout simplement "l'ambiance urbaine" y sont appréciés. Il est connu que la revitalisation des centres-villes telle qu'elle a été pratiquée d'abord dans certaines villes américaines, mais aussi en Europe, a connu un grand succès (HALL, 1991)<sup>1</sup>.

On constate donc une certaine ambiguïté dans le comportement des agents<sup>2</sup>.

Le choix résidentiel des individus joue certainement un rôle central dans la morphogenèse des tissus périurbains, mais ce comportement induit forcément une stratégie pour l'implantation de certains services, par exemple

---

<sup>1</sup> La "contre-urbanisation", prédite par certains auteurs comme BERRY (1976) et VINNING (1977), n'est donc pas devenue une réalité, le fait urbain persiste.

<sup>2</sup> L'écrivain allemand TUCHOLSKI a bien résumé ce phénomène : « C'est bien cela que tu voudrais ; une villa au vert avec une grande terrasse, à l'avant la Mer Baltique, à l'arrière la Friedrichstrasse (grande avenue à Berlin) avec une belle vue, site à la fois campagnard et prestigieux et l'on verra la Zugspitze (le plus haut sommet des Alpes Bavaroises) de la salle de bain. » (cité dans (HUMPERT, 1990)).

d'entreprises commerciales. Leur stratégie de localisation prendra en compte la proximité de la clientèle potentielle, et –dans la même logique– l'accessibilité du site. Pour certaines entreprises s'ajoute l'argument de disposer d'une grande surface ou même d'une réserve foncière qui est plus facile à acquérir en banlieue qu'au centre-ville.

Si l'on considère ces critères, les difficultés auxquelles se voit confrontée une politique de densification paraissent évidentes : un agent qui bénéficie d'une situation lui apparaissant comme un compromis acceptable, tente de préserver cet avantage.

On peut dès lors s'interroger sur la notion de compacité et celle de densité ainsi que sur leur utilité :

- à partir de quel seuil une ville peut-elle être perçue comme dense ?
- la densité se réfère-t-elle à la population ou au bâti ?
- en ce qui concerne l'occupation du sol, pourquoi se limiter au bâti, les espaces verts ne font-ils pas partie de l'espace vécu et ne remplissent-ils pas des fonctions importantes ?

On peut toutefois poser la question de savoir dans quelle mesure une structure compacte peut contribuer à améliorer la situation :

- ne risque-t-elle pas, par exemple, d'affecter la ventilation des centres-villes ? Les collectivités urbaines qui n'ont pas respecté la préservation de corridors verts pénétrant dans les zones bâties sont les plus concernées par les problèmes de pollution. En revanche, la présence de zones vertes améliore les conditions du micro-climat local ;
- une ville circulaire est certainement la forme la plus compacte (le rapport périmètre-surface étant minimal). Elle pénètre donc le moins dans l'espace entourant la ville. Mais par cette propriété le nombre de terrains intra-muros pouvant bénéficier de la proximité à une zone verte est réduit au minimum. Ceci risque d'induire, en dépit de la structure compacte, des flux de trafic non négligeables entre l'intérieur de la zone bâtie et la bordure pour accéder aux zones de loisir. Or il est connu que la part des déplacements liée à l'accès des zones de loisir est en augmentation constante.

C'est dans cet esprit que D. LOCK, vice-président de la *Town and Country Planning Association* critique également le concept de la ville compacte et reproche aux écologistes revendiquant une densification des espaces urbains d'être "aveugles face aux mérites de la périphérie" (cité par (FOUCHIER, 1995)). Dans le même sens se prononce C. GOSSOPS, président adjoint de la même association : "on ne doit pas construire sur tous les terrains vides car

de nombreux quartiers résidentiels ont un besoin urgent d'espace vert supplémentaire" (cité selon (FOUCHIER, 1995)).

A l'inverse, l'étalement illimité des zones pavillonnaires d'une ville comme Los Angeles ne constitue pas non plus une solution souhaitable :

- le trafic induit par les distances intra-urbaines importantes provoque une pollution inacceptable ;
- on observe un manque de centralité et un éclatement des services. Or nous avons vu que les services offerts par le centre-ville et l'ambiance qui lui est propre sont largement demandés par la population. Il est aussi connu que l'identification avec une ville et donc son image de marque, reste, au moins en Europe, fortement liée aux centres historiques.

Mais la ville compacte et la ville éclatée, ne montrent-elles pas des similitudes ? Il s'agit en effet dans les deux cas de structures homogènes, la densité du bâti (et éventuellement de la population) est donc constante. Une telle homogénéité ne permet apparemment pas de répondre simultanément à plusieurs types de revendications. La ville compacte minimise la consommation d'espace, mais néglige d'autres aspects importants concernant les besoins de la population. La ville éclatée ne tient pas compte des nécessités écologiques.

Or l'aménagement urbain doit, pour être optimal, respecter simultanément plusieurs types de critères : minimiser la consommation d'espace, minimiser la longueur des déplacements en tenant compte de leur nature différente (travail, achats quotidiens, loisirs, raisons spécifiques) et respecter la qualité paysagère. On doit chercher des concepts qui permettent une telle optimisation multicritère.

### *1.2. VERS UNE OPTIMISATION MULTICRITERE ET VERS DES PLANS HIERARCHISES*

Depuis longtemps les urbanistes ont élaboré des concepts dans l'objectif de respecter simultanément plusieurs aspirations des agents. Les plans qui en résultent s'éloignent de l'idée d'homogénéité et proposent des systèmes spatiaux plus complexes.

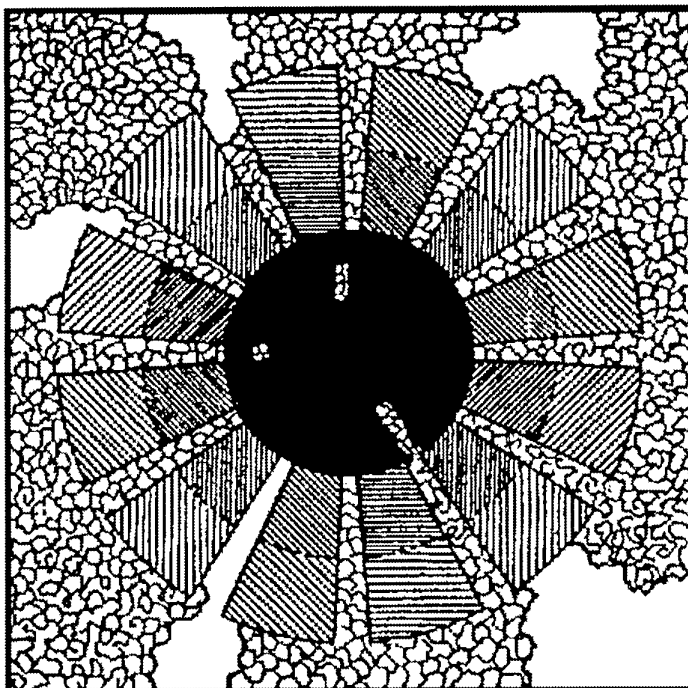
Plusieurs de ces modèles ont été élaborés dans le souci d'améliorer les conditions de vie dans les villes. Nous n'en citons que quelques-uns, à titre d'exemple<sup>3</sup>. Un plan intéressant à ce propos est le schéma directeur proposé par les urbanistes EBERSTADT, MÖHRING, et PETERSEN en 1910 pour le développement de l'agglomération berlinoise (Figure 1). Ce plan prévoyait

---

<sup>3</sup> Pour une discussion plus approfondie, voir FRANKHAUSER (1994).

la préservation de secteurs verts pénétrant profondément dans l'intérieur de la zone bâtie dans le but d'une part d'améliorer la ventilation du centre-ville, et d'autre part de créer des zones de loisir de proximité pour les zones résidentielles situées en périphérie du noyau urbain. En outre, chaque secteur bâti serait desservi par une ligne RER, celles-ci se rejoignant au centre. Les auteurs soulignent que leur plan s'inspire de l'évolution réelle de la croissance radiale le long des axes du RER berlinois, déjà opérationnel à cette époque.

*Figure 1 : Le schéma-directeur proposé par EBERSTADT, MÖHRING et PETERSEN pour Berlin en 1910 lors d'un concours sur le développement futur de l'agglomération berlinoise*

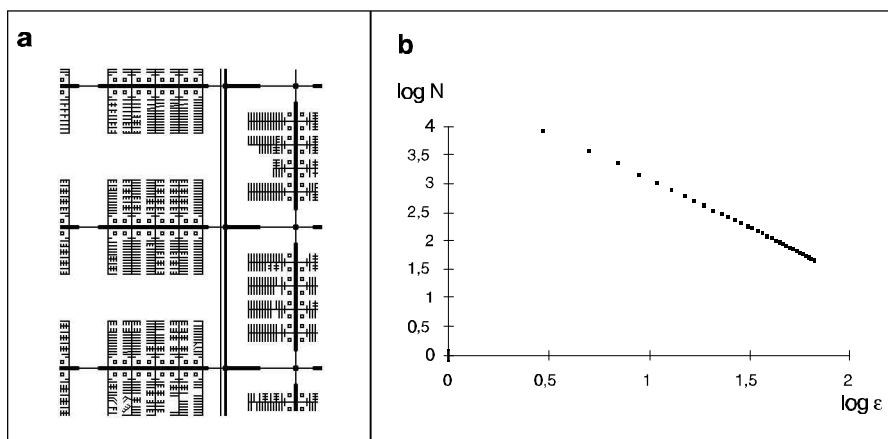


Un objectif principal de ce plan consiste en la tentative de minimiser *simultanément* la distance des zones bâties à deux systèmes spatiaux : d'une part les zones vertes et d'autre part le réseau de transport. Un tel concept paraît mieux respecter les critères du choix résidentiel et les aspects climatologiques tout en favorisant une concentration des flux. Bien que ce concept ait été élaboré bien avant la motorisation, il reste intéressant : la proximité du réseau RER contribue à assurer une bonne compétitivité. On peut ainsi espérer qu'un tel concept contribue à une baisse du nombre de déplacements en voiture, principal responsable des problèmes écologiques dans les agglomérations. *Ainsi le plan respecte plusieurs critères*

*d'optimisation*. Le seul reproche à l'égard de ce plan est l'augmentation de la distance moyenne au centre-ville : la préservation des zones vertes étire la zone urbanisée le long des axes vers la périphérie. Toutefois cet argument est relativisé par la réduction des distances moyennes aux axes de transport<sup>4</sup>.

A partir d'une approche différente, celle de la prédominance de l'automobile, mais dans un souci comparable, le plan de HILBERSEIMER (1963) pour la reconstruction de Chicago est encore plus conséquent que celui d'EBERSTADT-MÖHRING-PETERSEN. Il représente un exemple modèle de ce que G. DUPUY a désigné comme un "urbanisme de réseau". La volonté est ici que chaque immeuble soit *simultanément* relié à deux systèmes spatiaux qui se pénètrent : un réseau de transport et un réseau ramifié et interconnecté de zones vertes. Afin de réaliser cet objectif, HILBERSEIMER recourt, pour les deux réseaux, à une organisation strictement hiérarchique. On peut critiquer ce concept pour son manque de centralité : les différentes unités restent isolées (ce qui correspond à l'intention de l'auteur du plan).

Figure 2 : Le plan de la reconstruction de Chicago, proposé par HILBERSEIMER à gauche et son analyse fractale, à droite. Le réseau de la voirie devient l'élément dominant du plan, les immeubles étant situés à proximité des plus petites branches. L'aspect régulier de la courbe de l'analyse fractale (une analyse de dilatation) et la valeur de la dimension ( $D = 1.68$ ) mettent en évidence l'organisation rigoureusement hiérarchique du réseau

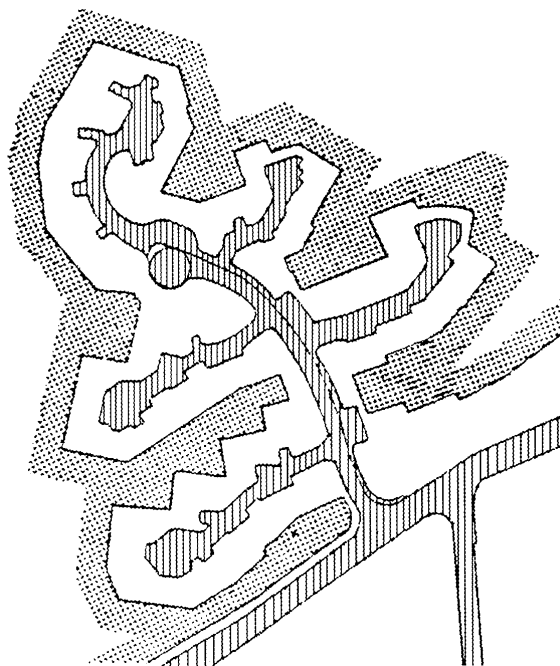


<sup>4</sup> Un plan circulaire augmenterait la distance moyenne aux axes ou conduirait, si l'on exige une certaine distance moyenne, à une augmentation du nombre d'axes.

On retrouve des raisonnements semblables dans les travaux de l'architecte-urbaniste G. SCHÖFL (1986) qui a étudié la morphologie des réseaux et leur rôle pour la structuration de l'espace bâti, notamment sur la microstructure urbaine des bordures de ville. Il distingue la situation dans les centres, de celle des périphéries. Au cœur des noyaux urbains on trouve, selon SCHÖFL, des voies vouées à l'interconnection des parties centrales du tissu urbain, ainsi que des axes radiaux permettant la sortie de la ville. Ce concept sépare donc les différents niveaux hiérarchiques des réseaux de transport selon des critères fonctionnels.

Dans les zones périphériques, les réseaux sont moins denses et moins maillés. Ils servent à relier ces quartiers au centre et aux grands axes. Leur organisation est souvent hiérarchique et ramifiée. Les voies de desserte locale assurent l'accessibilité des maisons, elles-mêmes entourées de jardins. Ceux-ci représentent un espace vert transitoire vers l'espace ouvert de la campagne. SCHÖFL précise que les maisons forment ainsi –comme le font les immeubles dans le plan de HILBERSEIMER– les éléments d'interconnexion entre ces deux réseaux spatiaux qui s'interpénètrent (Figure 3).

*Figure 3 : La proposition de SCHÖFL pour l'aménagement de la bordure d'une agglomération. La zone verte et le bâti s'entrelacent*



La morphologie des réseaux devient ainsi un élément crucial dans la structuration des franges urbaines. Selon SCHÖFL ces zones doivent être considérées comme très sensibles :

- selon le point de vue de l'urbanisme, elles permettent d'identifier la bordure d'une ville. Elles contribuent ainsi, comme le précise déjà K. LYNCH, à l'identification de l'espace urbain ;
- elles jouent un rôle important pour le maintien d'un l'équilibre écologique et paysager à l'endroit précis où l'espace naturel et l'espace urbanisé se touchent. Or, actuellement ces espaces paraissent souvent comme des zones délaissées de l'urbanisme.

Pour SCHÖFL des réseaux de transport ramifiés et hiérarchisés assurent le mieux une telle fonction : ils tendent à minimiser la longueur totale du réseau et assurent en même temps une bonne accessibilité des centres. En même temps, ils contribuent à éviter les coupures des zones vertes à l'extérieur et génèrent ainsi de longues bordures ininterrompues, qui sont perçues comme favorables aux revendications écologiques énoncées<sup>5</sup>. Ajoutons qu'un allongement de la bordure fait forcément bénéficier des avantages discutés plus haut un plus grand nombre de terrains.

En Angleterre, le débat sur la fragmentation des espaces urbains a abouti à des positions peut-être plus controversées que dans d'autre pays européens. Nous avons déjà cité les critiques émises par des représentants de la *Town and Country Planning Association* par rapport au principe de densification. L'*Urban Village Group* a réfléchi à un nouveau concept urbain dont le but est d'intégrer les aspirations des agents. Nous nous référons à un aperçu donné par V. FOUCHIER (1995) et nous nous bornons à citer seulement quelques aspects concernant l'organisation spatiale des tissus bâtis :

- les nouvelles unités spatiales, désignées comme "villages urbains" sont d'une taille qui permet d'accéder à leur bordure en dix minutes à pied ;
- chaque unité bénéficie d'une mixité de fonctions (résidences, divers types de services...)
- les équipements sont dispersés et non concentrés ;
- il est prévu de créer un grand nombre d'espaces verts, dont la taille est réduite au cœur du tissu urbain et plus grande en périphérie.

Ces règles visent apparemment à la réduction du nombre de déplacements en voiture. Les distances faciles à parcourir à pied et la proximité des services

---

<sup>5</sup> La structure fractale de la Figure 4b met bien en évidence ce phénomène : les espaces vides ne sont traversés que par quatre axes principaux.

contribuent à cet objectif. En revanche, la proximité de zones vertes est également respectée : selon FOUCHIER (1995) le concept se situe entre les "fortes densités ignorant les attentes de la population et (les) faibles densités (qui) ne répondent pas aux enjeux urbains actuels". Cette approche tend donc, à l'échelle d'une zone métropolitaine également, à optimiser plusieurs critères simultanément. Le résultat est de nouveau une organisation spatiale plus complexe, basée sur une critique des revendications trop simplistes d'une densification à tout prix ; le résultat est une densification locale, réfléchie.

### 1.3. L'OPTIMISATION MULTICRITERE ET LA NOUVELLE ECONOMIE URBAINE

Le fonctionnement d'une agglomération est un domaine qui a forcément aussi suscité l'intérêt des économistes. Notamment la *Nouvelle Economie Urbaine* a développé un concept théorique qui n'a cessé d'évoluer. Un des thèmes principaux de cette approche est l'étude des stratégies de différents types d'acteurs et les conséquences de leur comportement sur le fonctionnement socio-économique des agglomérations. Or, comme le choix résidentiel ou la stratégie d'implantation d'une entreprise sont des décisions qui se réfèrent directement à l'espace, l'organisation spatiale des villes entre en jeu. Suivant notre thématique, nous posons donc, d'une part, la question de savoir quelles sont les approches spatiales utilisées par les économistes et, d'autre part, quelles sont leurs réflexions au sujet des critères d'optimisation des acteurs par rapport à leurs décisions de localisation. En effet, comme nous l'avons vu, ce type de décision contribue de façon cruciale à l'émergence des tissus urbains.

Nous nous référons en particulier aux aperçus donnés dans plusieurs livres parus récemment (DERYCKE *et al.*, 1996 ; HURIOT, 1994). Les modèles de bases auxquels se réfère la NEU concernant la morphologie urbaine sont *la ville circulaire* et *la ville linéaire* (DERYCKE *et al.*, 1996). Cette dernière approche a déjà été utilisée par HOTELLING en 1929. La référence à ces paradigmes simples ne surprend pas : dans un contexte théorique, comme le présente l'économie urbaine, il paraît évident d'utiliser au départ des modèles simples –même si ceux-ci sont assez loin de la réalité observée<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> Toutefois la remarque d'Alain SALLEZ à ce sujet paraît révélatrice. Après avoir mis en évidence le caractère symbolique du cercle, il conclut que ce n'est "certainement pas l'effet d'un hasard si les géographes et les urbanistes, les architectes-utopistes et les économistes, de VON THÜNEN à la Nouvelle Economie Urbaine, ont choisi le cercle dans leurs représentations idéales et théoriques de la ville". Notons également qu'une des hypothèses de la NEU reprend les observations géographiques connues concernant la décroissance de la densité résidentielle en fonction de la distance au centre.

Toutefois on constate, comme dans les réflexions des urbanistes, que l'utilisation de formes géométriques élémentaires est liée à des critères d'optimisation simples (système monocentrique, ménage à un seul salarié etc). Un premier élargissement prend en compte la présence de plusieurs activités dans le système urbain. Le modèle se sert encore du modèle linéaire de la ville, mais il considère déjà un système de répartition spatiale plus complexe.

L'introduction de deux types de centre, le "*central business district*" (CBD) et le centre d'économie secondaire (CES), de deux niveaux de salaires et de ménages à deux salariés, élargit l'approche spatiale vers la *ville polycentrique*. On obtient la même diversification en supposant différents niveaux d'approvisionnement dans ces centres. Une telle considération se rapproche des concepts d'urbanisme qui s'intéressent à une hiérarchisation des services comme celui des *villages urbains*.

Il existe aussi des modèles qui, par leur aspect "hédoniste", s'approchent des réflexions sur l'optimisation multicritère discutée plus haut, et qui incluent aussi des arguments concernant la qualité écologique dans les villes. Citons les travaux de POLINSKI et SHAVELL qui introduisent la qualité de l'air dans leur fonction d'utilité<sup>7</sup>.

Dans ce contexte le modèle proposé par GOFETTE-NAGOT (1994) paraît aussi intéressant. On y considère deux types de comportements contradictoires qui se distinguent par une dépendance inverse de la distance au centre dans les fonctions d'utilité :

- un premier type d'agents estimant que les centres-villes sont des lieux prestigieux où l'on trouve un cadre de vie agréable à travers un certain type d'offre. Dans ce cas l'utilité baisse en fonction de la distance au centre ;
- un deuxième type d'agents tendant, au contraire, à fuir les inconvénients des centres (pollution, bruit, congestion).

Cette approche formalise les modes de comportement à l'aide d'une ou de plusieurs variables qui caractérisent les préférences pour l'environnement immédiat du logement en fonction de la distance au centre. Les hypothèses influencent la rente foncière pour les endroits situés à une distance donnée du centre.

On constate donc que l'introduction de différents types de comportement et d'aspect hédoniste permet de considérer des interactions spatiales de plus en

---

<sup>7</sup> Cf. l'aperçu donné par DERYCKE (1992).

plus diversifiées. Cependant les modèles de référence restent jusqu'ici simples au niveau de la morphologie urbaine considérée.

## 2. L'APPROCHE FRACTALE – UN NOUVEL OUTIL DE REFLEXION

### 2.1. FRACTALES ET HIERARCHIES

Les réflexions précédentes ont montré que des modèles spatiaux simples issus de la géométrie euclidienne, comme des cercles ou des polygones, ne paraissent pas appropriés pour satisfaire simultanément plusieurs critères d'optimisation.

Pourtant, même les modèles plus complexes recourent implicitement à cette géométrie. Ceci se manifeste par exemple par le fait que les mesures spatiales utilisées sont toujours basées sur la notion de densité. Or la densité décrit une occupation moyenne du sol. Elle est donc constante pour une répartition homogène des éléments dans l'espace.

Avec la géométrie fractale on dispose d'une approche différente qui n'est plus basée sur la notion d'homogénéité de l'espace et qui permet de développer des modèles spatiaux de référence plus complexes (MANDELROT, 1983 ; FRANKHAUSER, 1994).

La propriété principale des objets fractals est leur organisation hiérarchique interne. Ceci fournit la possibilité de construire des réseaux qui se pénètrent mutuellement tels que nous les avons rencontrés dans différents modèles d'urbanistes comme dans le plan de HILBERSEIMER<sup>8</sup> ou dans les réflexions de SCHÖFL sur l'organisation des réseaux et des bordures des zones résidentielles. Ainsi on peut réfléchir si de telles formes sont susceptibles de servir de référence pour trouver un compromis entre divers objectifs : minimiser les distances sur un réseau de transport et respecter les désirs complémentaires des agents par rapport à leur choix résidentiel. *Ceci pourrait aboutir à une notion d'optimisation multi-échelle.*

En outre l'approche fractale fournit une nouvelle catégorie de mesures spatiales qui ne sont pas basées sur la notion de densité, mais sur celle d'une hiérarchie.

Les réflexions conceptuelles des urbanistes sur des tissus hiérarchisés ont mis en évidence l'interdépendance forte entre la conception des réseaux de transport, la répartition du bâti et l'organisation des espaces vides. Dans cet esprit nous allons d'abord étudier une structure fractale particulière que nous

---

<sup>8</sup> L'analyse fractale de ce plan a d'ailleurs mis en évidence son caractère parfaitement fractal (Figure 2).

interprétons comme modèle d'un réseau de transport tout en y incluant les deux autres types d'utilisation du sol. Nous recourons à un exemple déjà discuté à d'autres occasions (FRANKHAUSER, 1994 ; FRANKHAUSER, 1997b). La Figure 4a montre l'émergence progressive de branches lors des étapes d'itération. Nous supposons comme figure initiale une croix avec une longueur des bras  $L$ . Lors de la première étape celle-ci est réduite par un facteur  $r = \frac{1}{3}$  et nous posons  $N = 5$  de ces éléments de façon à ce qu'ils forment eux-mêmes une croix (Figure 4a). On obtient ainsi une structure ramifiée qui montre deux branches principales de longueur  $L$  et quatre branches de longueur  $l_1 = r \cdot L = \frac{1}{3}L$ . Cette opération, désignée comme *générateur*, est ensuite répétée pour chacun des éléments, donc pour chaque croix, engendrée lors de l'étape précédente. La fractale est le résultat de la répétition de cette application jusqu'à une étape  $n \rightarrow \infty$ .

On vérifie qu'à chaque étape la longueur totale du réseau généré croît par le facteur  $\frac{N}{r} = \frac{5}{\frac{1}{3}}$  et tend ainsi vers l'infini. Il est donc formé d'un ensemble de

points qui paraît supérieur à celui d'une ligne habituelle à dimension un. En revanche, sous un aspect topologique, l'objet reste linéaire : en enlevant un seul point, il serait séparé en deux parties distinctes.

On montre qu'un tel ensemble peut être caractérisé par un paramètre, *la dimension d'homothétie interne*  $D$  (MANDELROT, 1983). Elle est déterminée par le nombre  $N$  et le facteur  $r$  qui caractérisent le générateur :

$$D = -\frac{\log N}{\log r} \quad (1)$$

La structure obtenue est équivalente au tapis de SIERPINSKI utilisé comme modèle de référence dans plusieurs publications (FRANKHAUSER, 1994 ; FRANKHAUSER, 1997b) : en entourant, à chaque étape, les croix de carrés, on retrouve en effet cette fractale.

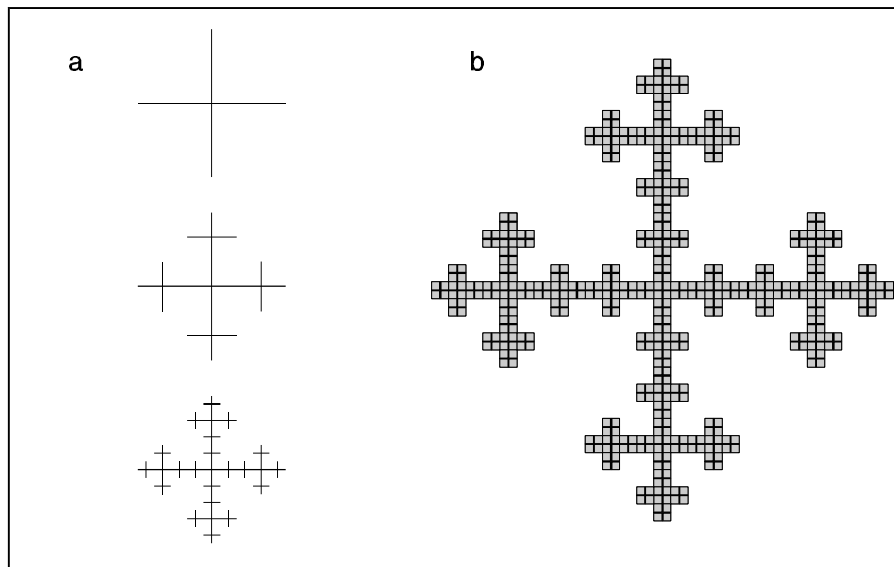
## 2.2. RESEAU FRACTAL ET ACCESSIBILITE

Cette fractale peut être interprétée comme modèle d'un réseau de transport dont on étudie la métamorphose au cours de plusieurs étapes d'itération ainsi que la desserte qu'il assure. Pour cela on définit la zone potentiellement desservie en entourant le réseau d'une bande de largeur  $e$ , distance supposée être accessible à pied. Ceci nous donne immédiatement un indice sur l'étape d'itération maximale  $n$ , qui paraît raisonnable pour concevoir un réseau réel : il n'est en effet pas utile de poursuivre l'itération au-delà d'une étape pour

laquelle la taille des éléments, donc des branches du réseau, soit inférieure à  $e$  ; en passant à une plus haute étape, on obtiendrait un réseau hypertrophié par rapport à la demande réelle<sup>9</sup>, qui se satisfait de stations éloignées de 300 m des maisons. Nous posons donc

$$e = l \quad (\approx 300 \text{ m}) \quad (2)$$

Figure 4 : La figure a montre les premières étapes d'itération de la fractale et sur la figure b est représentée la troisième étape d'itération. Les éléments correspondant à la troisième étape sont entourés d'un carré de taille  $e = l_3 = \frac{1}{27}$ . La bande grisée représente la zone drainée par le réseau. On observe l'ordre hiérarchique des points d'intersection des branches.



Ceci justifie aussi l'hypothèse que les stations soient situées approximativement à une distance  $e$  sur les lignes. Nous désignons ces endroits comme *nœuds* du réseau. A l'étape  $n$ , ces arrêts sont situés aux extrémités de toutes les croix de taille  $e = l_n$ . En outre nous supposons des stations localisées aux extrémités des branches ainsi qu'aux intersections des lignes.

<sup>9</sup> En interrompant l'itération à une certaine étape, la structure engendrée n'est pas une fractale dans le sens mathématique du terme ce qui vaut pour toute structure réelle. MANDELBROT (1983) désigne de telles structures comme « *préfractales* ».

La Figure 4a montre la pénétration progressive du réseau dans l'espace laissé vide au début au cours de l'itération. Il draine ainsi une partie de plus en plus importante de l'espace.

Il est maintenant possible de calculer la surface  $A_n$  de la bande desservie par le réseau dont la largeur est  $e$  telle qu'elle est représentée en gris pour la troisième étape d'itération dans la Figure 4b. On obtient pour une étape  $n$  :

$$A_n = \left( 2 \cdot \left( \frac{5}{3} \right)^n \cdot L + 1 \right) \cdot e^2 \quad (3)$$

On peut également déterminer la longueur du périmètre  $P_n$  de la surface desservie :

$$P_n = \left( 2 \cdot \left( \frac{5}{3} \right)^n \cdot L - L + 1 \right) 2e \quad (4)$$

Enfin la longueur totale du réseau est, à la même étape :

$$L_n = 2 \cdot \left( \frac{5}{3} \right)^n \cdot L \cdot e \quad (5)$$

La surface de l'élément caractéristique de l'étape  $n$  est  $e^2$ . En divisant la surface totale par la surface de cet élément, on obtient le nombre d'éléments qui forment la surface de la fractale. De même on peut mesurer, à l'étape  $n$ , soit la longueur du réseau, soit la longueur du périmètre de la surface desservie, en divisant la longueur totale de ces objets, par  $e$ . On obtient ainsi le nombre d'éléments de taille  $e$  nécessaires pour couvrir ces objets. On vérifie qu'il existe *une proportionnalité* entre ces nombres hormis un terme additif dont l'importance relative diminue à chaque étape.

Réseau, périmètre et surface croissent donc de la même manière, ce qui ne serait jamais possible pour un objet géométrique euclidien : pour celui-ci, la surface croît toujours au carré du périmètre. Cette proportionnalité est caractéristique pour les fractales de ce type : les trois structures convergent en effet vers le même ensemble limite et de ce fait leur dimension d'homothétie  $D$  interne est égale<sup>10</sup>. La Figure 4b met bien en évidence ce phénomène.

---

<sup>10</sup> En effet, on vérifie que l'on obtient pour la surface desservie la fractale désignée comme *tapis de SIERPINSKI*, utilisée comme modèle de référence dans plusieurs publications (FRANKHAUSER, 1994). Les paramètres sont en effet identiques à ceux du réseau discuté.

Les relations obtenues permettent d'estimer le *gain de surface desservie* si, l'on passe de l'étape  $n-1$  à l'étape  $n$  en calculant la différence  $A_n - A_{n-1}$  :

$$A_n - A_{n-1} \approx \left(\frac{5}{3}\right)^n \quad (6)$$

On constate que la surface desservie croît selon une progression géométrique comme l'indique déjà (3).

Considérons maintenant la transformation de l'espace vide au cours de l'itération. Si, lors de la première étape, quatre branches de longueur  $l_1 = r \cdot L = \frac{1}{3}L$  sont engendrées, on remarque en revanche, que  $v_1 = 4$  carrés de taille  $l_1$  ne sont pas affectés par la croissance du réseau, et restent vides, et ceci de façon définitive. Par la prochaine étape on ajoute des bras de taille  $l_2 = r^2 \cdot L = \frac{1}{9}L$ . Parallèlement ce sont  $v_2 = 4.5 = 4 \cdot N$  carrés de taille  $l_2$  qui restent non-desservis etc. Ainsi, à chaque étape  $n$ , s'ajoutent  $iv_i = 4.5^n$  zones de taille  $l_i$  qui sont définitivement préservées. *L'itération fait donc émerger progressivement deux systèmes hiérarchiques complémentaires, le réseau et le système des espaces vides qui se pénètrent mutuellement.*

Quelle que soit l'étape d'itération, toutes les parties du réseau sont ainsi au voisinage d'au moins un des quatre grands espaces vides et cette propriété n'est pas affectée par l'agrandissement progressif du réseau. Au contraire, comme le montre la relation (4), le nombre d'éléments situés en bordure ne cesse d'augmenter lors des étapes d'itération.

Ceci nous incite à élargir notre réflexion à la répartition du bâti dans notre système spatial : supposons que les zones bâties soient concentrées dans la bande de largeur  $e = l_n$  desservie par le réseau. Dans ce cas *chaque bâtiment est non seulement situé à une distance maximale  $e$  d'une station, mais aussi à la même distance de la zone non-bâtie que nous pouvons considérer comme zone verte*<sup>11</sup>.

*Une telle conception rappelle le plan de HILBERSEIMER et la remarque de SCHÖFL sur le rôle important des bordures d'une agglomération. Or il est vrai qu'il n'est pas possible en géométrie traditionnelle de concevoir des*

---

<sup>11</sup> Cette concordance se manifeste par le fait que la dimension d'homothétie interne de la bordure est identique à celle du réseau et de la surface. Notons que ceci est une particularité des tapis (ou tamis) de SIERPINSKI : il est aussi possible de construire des figures compactes dont la surface est de dimension  $D=2$ , mais dont la bordure est une fractale. L'étoile de VON KOCH en est un exemple.

structures où existe une proximité simultanée de trois types d'utilisation de sol (réseaux, maisons, espace vert) –sauf pour des points isolés<sup>12</sup>. Or ceci est rendu possible en concevant la bordure selon une logique fractale (PEITGEN, RICHTER, 1986).

### 2.3. FRACTALITE ET OPTIMISATION : QUELQUES REFLEXIONS PRELIMINAIRES

Le système spatial de la fractale paraît donc comme un modèle opposé à celui de la ville compacte. Mais s'il est vrai qu'il s'agit d'une organisation spatiale assez dispersée, elle montre néanmoins certaines caractéristiques, qui s'approchent d'un réseau compact. *Comme chaque fractale, cette structure se situe en fait entre deux extrêmes de la topologie habituelle, c'est-à-dire, dans notre exemple, entre un réseau linéaire et un réseau compact de même longueur à une certaine étape  $n$ .*

Pour mettre en évidence les particularités d'un tel réseau fractal, nous allons le comparer à des réseaux non-fractals équivalents. Nous supposons donc que ces réseaux sont constitués du même nombre d'éléments que la fractale à l'étape  $n$ . Comme la métrique du réseau fractal suit une logique de Manhattan, nous la comparons à un réseau compact constitué d'une grille orthogonale qui forme un carré. En outre nous considérons un réseau linéaire, constitué d'une suite de croix. La largeur de ce système serait donc égale à  $e$  et sa longueur équivalente au nombre  $N_n$ .

L'information la plus élémentaire sur les réseaux est leur étendue maximale  $b_n$ . Elle confirme la position intermédiaire de la fractale entre la structure compacte et la structure linéaire. Si nous imaginons une structure quadratique en concordance avec le critère d'équivalence supposé, on obtiendrait en effet pour l'étape  $n$  :

$$\begin{aligned} b_n^{fractal} &= 3^n \\ b_n^{carre} &= \sqrt{5^n} \approx 2,23^n \\ b_n^{ligne} &= 5^n \end{aligned} \quad (7)$$

donc

$$b_n^{carre} < b_n^{fractal} < b_n^{ligne} \quad (8)$$

D'autres indices révélateurs sont la distance moyenne au centre et la distance moyenne à la bordure qui caractérise, elle, l'accessibilité des zones vertes.

---

<sup>12</sup> Pour donner un exemple plus parlant : trois couleurs ne peuvent être présentes qu'à un point isolé où trois secteurs de couleur différentes se touchent.

Mais l'intérêt de la structure fractale résulte d'une propriété particulière. Nous rappelons que certains des concepts des aménageurs comme celui des *villages urbains* ont mis en évidence une *diversification des besoins* en distinguant des services de proximité et des services rares. Ceci rejoint les réflexions des économistes telles qu'elles apparaissent dans l'introduction des CBD et des CES. Suivant une telle logique, on peut supposer que la fréquentation des services banals soit plus forte que celle de certains magasins spécialisés au centre-ville : *il existe ainsi une hiérarchie dans la fréquentation et donc du trafic induit.*

*Le caractère hiérarchique de la géométrie fractale paraît particulièrement adapté à inclure un tel mode de fonctionnement dans la conception d'un réseau.* Ceci est en effet le cas pour le réseau étudié. Les intersections des branches se prêtent à une telle vocation : il s'agit des endroits les mieux desservis et, de plus, leur répartition suit, du fait de l'itération, une logique hiérarchique. Celle-ci se manifeste par les aires d'attraction naturelles de ces centres à travers la morphologie du réseau.

Les Figures 4b et 5 permettent de comprendre l'émergence de cette hiérarchie. On distingue :

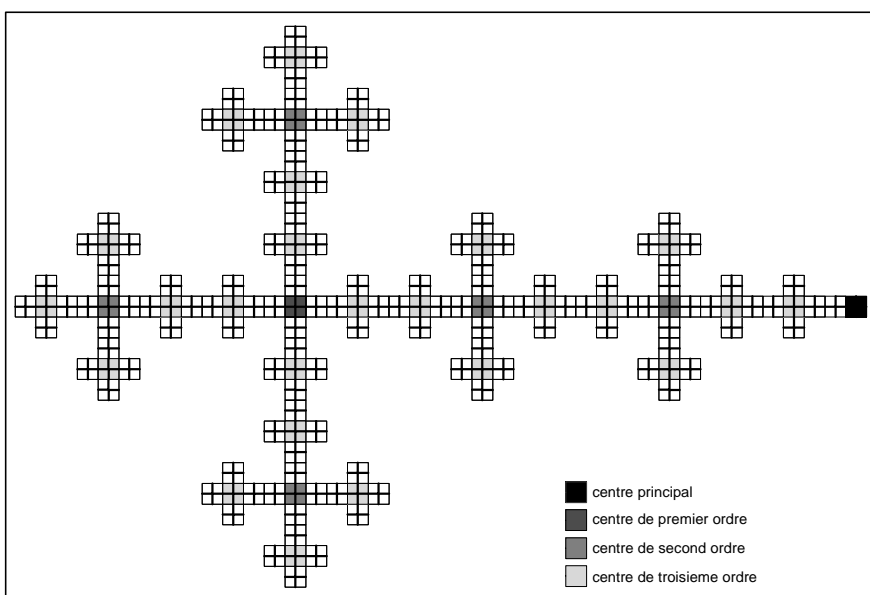
- un centre principal localisé au milieu de la structure, accessible de façon équivalente à partir des quatre branches principales du réseau dont l'aire de chalandise correspond à la structure entière ;
- quatre sous-centres de premier ordre qui s'ajoutent aux intersections générées lors de la première étape d'itération, mais nous supposons que les services caractéristiques de ce niveau soient aussi présents au centre principal. L'étendue de l'aire de chalandise de chacun correspond à  $l_1 = \frac{1}{3} \cdot L$  ;
- autour de chacun de ces centres il existe quatre centres regroupant des activités de second ordre. En tenant compte des cinq centres déjà existants, on observe donc au total 25 centres où l'on trouve les services de cet ordre et dont l'aire de chalandise est  $l_2 = \frac{1}{9} \cdot L$  ;
- ensuite on obtient les sous-centres de troisième ordre, il en existe en tout 125.

Les Figures 4b et 5 permettent de comprendre l'émergence de cette hiérarchie.

On observe donc la loi suivante : tandis que le nombre de centres augmente selon la même progression  $N^{n-1}$  que les intersections, les aires de chalandise diminuent selon la règle  $l_n = r^n \cdot L$ .

Afin de rendre la comparaison des trois types de réseaux plus concrète, nous considérons pour le réseau fractal une étape d'itération particulière qui facilite, par les valeurs de ses paramètres, la construction d'une figure quadratique équivalente. Dans ce but nous avons supposé que la fractale soit développée jusqu'à la quatrième étape d'itération. Le nombre d'éléments est alors  $N_4 = 625$ . La Figure 5 montre une branche de la fractale à cette étape où sont indiqués les centres selon leur ordre hiérarchique. Il est alors possible de comparer ce réseau à une grille quadratique, dont la base est constituée de 25 éléments (Figure 6). En outre nous étudions aussi l'autre extrême, une ville linéaire, constituée de 625 éléments de longueur  $e$ .

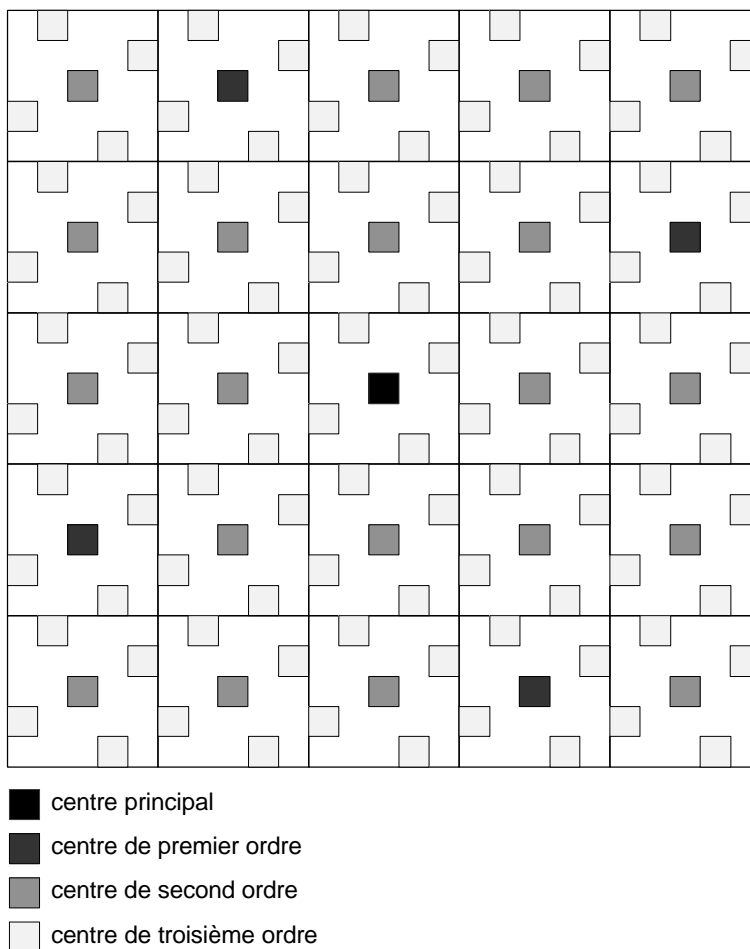
Figure 5 : Une seule branche de la quatrième étape d'itération sur laquelle sont indiqués les centres selon la hiérarchie discutée dans le texte



Sur ces réseaux, nous supposons un centre principal au milieu et nous créons un nombre équivalent à celui du réseau fractal de sous-centres de différents ordres. Pour le réseau linéaire il est facile de répartir les sous-centres de façon homogène. Dans le réseau quadratique nous avons choisi une répartition qui minimise au mieux les distances, et qui est donc optimale en termes d'accessibilité. Pour le premier ordre de sous-centres, il existe néanmoins des zones qui sont moins bien desservies, situées en marge du

carré, entre deux des sous-centres périphériques. Ce phénomène existe aussi pour les sous-centres de troisième ordre, mais il est moins marqué parce qu'il s'agit d'un phénomène de bordure, et il existe à cette étape moins de sous-centres localisés dans les marges (Figure 6) ; la desserte est donc plus homogène. Pour les autres étapes une solution complètement homogène peut être choisie.

*Figure 6 : Une structure quadratique équivalente à la fractale en quatrième ordre d'itération. Afin de conserver la lisibilité, sont uniquement indiqués les centres sous forme de carrés de taille  $e$ . On doit donc imaginer que les surfaces blanches sont couvertes d'un maillage de taille  $e$ . A l'intérieur de chaque maille se trouverait une croix, comme dans la Figure 5*



Tous les paramètres calculés sont répertoriés dans le Tableau 1. Les distances sont indiquées en multiples de  $e = l_4$ , longueur des éléments de la fractale à l'étape d'itération considérée<sup>13</sup>.

Tableau 1 : Comparaison du réseau fractal et de réseaux non-fractals

	fractal	compact	linéaire	frac./comp.	frac./lin.
d.moy. au centre	27,6	12,5	156,3	2,21	0,18
d.moy. au s.c. 1er ordre	9,1	5,9	31,3	1,54	0,29
d.moy. au s.c. 2e ordre	2,9	2,4	6,2	1,21	0,47
d.moy. au s.c. 3e ordre	0,8	0,8	1,2	1	0,67
d.moy. aux zones vertes	0,2	3,3	0	0,06	—
d.max. aux zones vertes	1	12	0	0,08	—

Pour calculer la distance moyenne à la bordure (zone verte) de la zone occupée, nous avons strictement respecté la métrique de Manhattan. Ainsi nous avons supposé que les éléments qui contiennent les intersections de lignes sont situés à une distance  $d = l$  de l'espace vide. Selon le modèle, le nombre d'intersections est égal au nombre de sous-centres.

Outre les distances moyennes, nous avons indiqué la distance maximale pour atteindre la zone verte et, pour chaque distance, nous avons calculé les rapports entre le réseau fractal et les deux autres réseaux de référence.

Les résultats obtenus sont parlants. La fractale se situe de nouveau entre les deux autres structures. En particulier on observe que les distances moyennes au centre de troisième ordre sont équivalentes entre la fractale et la structure compacte. En comparaison avec la structure compacte, les distances moyennes augmentent sur le réseau fractal progressivement en passant des sous-centres du deuxième par le premier ordre au centre principal. Toutefois, pour le second ordre, les distances ne divergent pas encore de façon importante, et, pour atteindre le centre principal, la distance moyenne n'atteint pour la fractale qu'un peu plus du double du réseau compact.

Pour la proximité au centre, la fractale reste donc toujours "assez compacte", bien que sa dimension fractale soit  $D = 1,46$ , donc assez loin de l'homogénéité. Ceci devient évident si on confronte le réseau compact et la fractale au réseau linéaire. Si la distance au centre de troisième ordre est

<sup>13</sup> Nous n'avons pas pris en compte les intersections dans les 625 éléments, puisqu'elles ne font plus partie de la hiérarchie proprement dite.

encore assez semblable, la différence devient importante à partir du deuxième ordre.

En revanche pour la proximité à la zone verte, la fractale se trouve plus proche de la structure linéaire. Ainsi, pour atteindre la zone verte, la distance moyenne est 16,5 fois plus grande sur le réseau compact que sur la fractale, mais elle est seulement légèrement plus élevée sur la fractale que sur le réseau linéaire !

Le réseau fractal devient donc avantageux, si les agents fréquentent moins les centres hiérarchiques les plus élevés (centre principal et sous-centre de premier ordre) et plus les sous-centres de proximité et s'ils cherchent en même temps une proximité aux zones vertes ce qui semble être le cas dans la réalité. Notons toutefois que les endroits situés à proximité du centre principal ou des sous-centres de premier ordre bénéficient d'un avantage supplémentaire puisque ces centres assurent les fonctions de tous les niveaux.

Par sa logique, le réseau fractal s'approche donc effectivement du concept des "villages urbains". En outre il généralise, pour la proximité des zones vertes, les principes proposés par SCHÖFL pour les franges ; en effet, dans la fractale, ce n'est qu'un cinquième des sites qui est situé en bordure de la ville (les intersections des branches).

On peut réfléchir sur les possibilités de conceptualiser ce fonctionnement selon une approche économique. Ceci nécessite des réflexions sur la manière dont on introduit certains types de comportement. Nous nous bornons dans le présent papier à quelques remarques sur ce sujet.

Il serait en effet possible de considérer, de façon élémentaire, une fonction des coûts de déplacements et d'analyser sous quelles conditions de comportement d'agents le réseau fractal est bénéfique par rapport au réseau dense. Si on suppose une proportionnalité entre la distance parcourue et le coût, on obtiendrait par exemple :

$$c = \sum_{i=0}^n f_i \cdot I_i \cdot p + f_v \cdot I_v \cdot p \quad (9)$$

où  $f_i$  est la fréquentation (par exemple quotidienne ou hebdomadaire) du centre de niveau hiérarchique  $i$  ( $i = 0$  : centre principal),  $f_v$  celle des zones vertes et  $p$  le prix par unité de distance. La comparaison des deux (ou trois) systèmes spatiaux serait ainsi possible en étudiant la différences des coûts obtenus pour chacun des réseaux en fonction des poids  $f_i$ .

Une telle approche paraît assez sommaire. Il semble par exemple évident qu'il est plus raisonnable pour des agents qui fréquentent, par leurs habitudes

de consommation, plutôt les centres-villes de choisir une résidence plus proche de ceux-ci. On devrait donc diversifier la demande selon des groupes d'agents dont le comportement est différent et il serait alors possible d'inverser la logique : on déterminerait la localisation optimale en fonction d'un type de demande et la comparaison se ferait à partir de cette information. De telles réflexions rejoignent le modèle cité qui distingue différents types d'agents selon leurs préférences pour le centre-ville ou la périphérie (GOFETTE-NAGOT, 1994).

En outre, en respectant les arguments présentés plus haut, il serait aussi nécessaire de tenir compte d'arguments concernant l'écologie et la qualité de vie : la structure fractale tient compte des revendications de ventilation prononcées par EBERSTADT-MÖHRING-PETERSEN et par HILBERSEIMER ainsi que des remarques de SCHÖFL sur la qualité écologique des franges. Il faut ajouter que les sites en périphérie sont, même dans la structure fractale, plus entourés d'espaces vides que le centre. Ces arguments "hédonistes" paraissent non négligeables dans une réflexion d'optimisation et ils devraient être pris en compte lors de la déduction d'une fonction d'utilité. Il serait possible d'introduire de tels arguments selon l'approche proposée par SHAVELL et POLINSKI (1975) qui ont pris en compte dans leur fonction d'utilité la qualité de l'air (*Cf.* plus haut), pour laquelle ils ont supposé qu'elle augmente en fonction de la distance au centre.

#### 2.4. RAMIFICATIONS, BOUCLES ET TORTUOSITE

Le réseau fractal discuté montre plusieurs particularités :

- sa connectivité est minimale : en enlevant un seul élément de taille  $e$  le réseau est coupé en deux parties distinctes ;
- sa fractalité se traduit uniquement par la génération itérative d'une hiérarchie de branches ramifiées. En fait la métrique de ce type de fractales est régulière dans le sens où la distance euclidienne (à vol d'oiseau) est en moyenne proportionnelle à la distance mesurée sur la fractale (GOUYET, 1992).

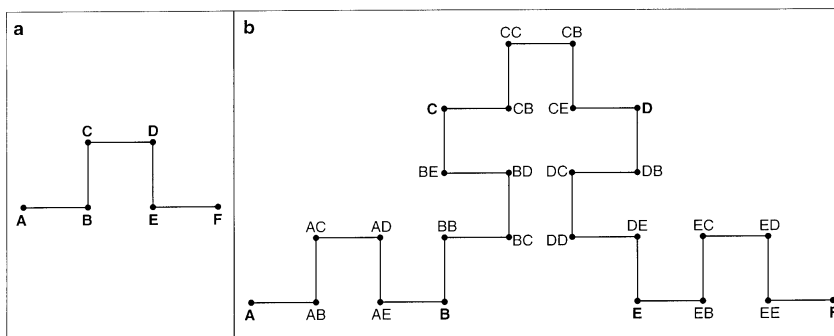
Il est aussi possible de construire des réseaux fractals plus complexes. On peut par exemple imaginer des générateurs qui contiennent des boucles. La connectivité est alors plus élevée (FRANKHAUSER, 1994).

En outre il existe aussi des structures fractales à topologie linéaire qui, au cours de l'itération, deviennent de plus en plus tortueuses : la Figure 7 montre un tel exemple. Un tel concept peut également correspondre à des critères d'optimisation (FRANKHAUSER, 1994). On peut par exemple imaginer que l'on veut relier par une seule ligne les villes importantes A, B,

E et F, mais que l'on accepte un certain détour pour desservir également les villes C et D. De plus se trouvent sur ce trajet d'autres villes de moins grande importance AB, AE, BA, BE, etc. Supposons maintenant que nous acceptons un allongement moins important pour relier d'autres communes AC, AD, BC, BD, etc. situées à une distance  $e$  du réseau. On obtient ainsi le réseau en deuxième étape d'itération. Une telle structure répond également à des critères d'optimisation : l'allongement du réseau assure ainsi l'accessibilité d'un nombre croissant d'endroits, cependant il est évident que la tortuosité allonge les trajets : ainsi, dans le cas de la Figure 7, la longueur totale est à chaque étape d'itération multipliée par le facteur  $\frac{5}{3}$ .

L'allongement relatif le plus important est obtenu par une itération qui couvre finalement de façon compacte la surface entière et dont la dimension fractale est donc deux. Il s'agit de la courbe de PEANO. Cette structure est le modèle antagoniste d'une courbe régulière de dimension un. En interprétant cette structure comme un réseau de transport on pourrait dire qu'il s'agit d'une seule ligne sans ramification qui dessert de façon équivalente la totalité de la surface à l'intérieur d'une certaine zone. En effet, en atteignant la dimension deux, l'aspect hiérarchique a disparu et on retrouve une structure homogène.

Figure 7 : La figure a montre un générateur « tortueux » et la figure b la seconde étape d'itération. Comme les paramètres du générateur sont les mêmes que pour le réseau de la Figure 4, les dimensions fractales sont égales, d'où l'intérêt d'introduire des mesures supplémentaires



Ces réflexions montrent qu'il semble exister deux principes complémentaires pour optimiser les réseaux : d'une part *l'allongement du trajet* qui vise à capter le maximum de trafic entre l'origine et la destination, et d'autre part *la ramification hiérarchique* qui vise à minimiser la longueur totale du réseau (FRANKHAUSER, 1994). Les deux principes induisent une desserte non-homogène qui se manifeste par l'émergence d'une hiérarchie d'espaces non desservis.

Ces exemples montrent non seulement la grande variété de réseaux qu'il est possible de concevoir à partir de la géométrie fractale sur un plan morphologique, mais aussi le lien étroit entre la notion d'optimisation et l'approche fractale.

### **3. L'APPLICATION DES MESURES FRACTALES AUX RESEAUX DE TRANSPORT**

#### *3.1. LES RESEAUX DE TRANSPORT EN COMMUN : UNE DEMANDE NOUVELLE ET UNE APPROCHE DIFFERENTE*

L'intérêt de la géométrie fractale ne se borne pas à l'aspect conceptuel que nous avons discuté. Elle sert aussi de base de réflexion pour la mise au point de mesures morphologiques qui paraissent complémentaires des mesures traditionnelles. Pour l'étude des tissus urbains l'utilisation de mesures fractales a été discutée dans plusieurs publications (BATTY, LONGLEY, 1994 ; FRANÇOIS *et al.*, 1995 ; FRANKHAUSER, 1994 ; FRANKHAUSER, 1997a ; FRANKHAUSER, 1997b).

Dans la réalité, la structure complexe des agglomérations induit des flux de plus en plus divers et diffus. Aux flux domicile-travail suivant les axes radiaux centre-périphérie, se substitue aujourd'hui une demande de déplacements beaucoup plus difficile à cerner, où les déplacements de périphérie à périphérie jouent un rôle croissant, au point de devenir majoritaires (les transports publics restant sur ce créneau très peu présents). De plus, à la variété des origines et destinations des flux s'ajoute la variété des motifs, les loisirs et achats jouant notamment un rôle croissant. Mais ces mutations dans la structure des déplacements ne vont pas sans poser de problèmes aux opérateurs des réseaux de transport en commun. Il n'est plus possible de concevoir des réseaux dans une logique de ligne et de les juxtaposer, chaque ligne répondant à un flux bien défini. Avec une territorialité urbaine de plus en plus réticulaire et une demande diversifiée, la conception d'un réseau de transport en commun doit tenir compte de cette situation par ses qualités connectives et de drainage. Ceci paraît la seule chance pour offrir une alternative crédible à la voiture.

Par une conception réticulaire du réseau, il paraît possible de profiter de ses capacités connectives afin de pouvoir répondre à une demande pour laquelle il n'a pas été explicitement conçu. Ainsi s'oppose à l'objectif traditionnel, marqué par la volonté d'avoir les trajets les plus directs possibles, sur les axes radiaux, par exemple, une nouvelle orientation, qui voit dans la multiplication des échanges entre lignes un gage d'amélioration globale de

l'accessibilité. Dans un tel concept les correspondances jouent alors un rôle primordial.

### 3.2. LES MESURES TRADITIONNELLES ET LEURS LIMITES

Une telle approche des réseaux de transport en commun rend nécessaire l'élaboration d'outils permettant leur description et leur évaluation au niveau de "l'objet réseau lui-même", de sa structure. Une perception du réseau dans sa globalité et non dans une approche par éléments (lignes) permet également d'intégrer les transports dans des réflexions sur le fonctionnement des agglomérations et de proposer une réorganisation des espaces urbains et périurbains, discutée plus haut.

Une telle réflexion en réseau reste toutefois difficile, puisque très peu de mesures permettent de décrire et d'évaluer *globalement* un réseau, notamment au niveau morphologique. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'appréciation globale des réseaux est un phénomène récent dans la culture des exploitants, mais aussi et surtout, par le caractère complexe de l'objet réseau. En effet les réseaux de transport en commun urbains sont définis par deux morphologies :

- d'une part la morphologie fonctionnelle, qui caractérise qualitativement et quantitativement les relations entre les nœuds du réseau, elle définit donc une proximité interne au réseau ;
- d'autre part la morphologie spatiale, qui montre la disposition des branches et des nœuds dans l'espace, c'est-à-dire la façon dont le réseau draine l'espace, elle définit quant à elle une proximité externe au réseau.

Les travaux portant sur la morphologie fonctionnelle sont de plus en plus nombreux. On recourt notamment à des indices issus de la théorie des graphes, qui caractérisent les *possibilités connectives* du réseau. On peut par exemple définir une hiérarchie nodale en fonction de l'accessibilité, définit comme la somme des distances d'un point du réseau à tous les autres ou encore comparer les réseaux en observant les valeurs des différents indices attribuées à chaque nœud pour plusieurs configurations de réseaux.

Si les mesures issues de la théorie des graphes permettent de bien rendre compte de la morphologie fonctionnelle, il existe, en revanche, très peu de mesures pour caractériser globalement un réseau au niveau de sa disposition spatiale, c'est-à-dire de la desserte. En effet s'intéresser au fonctionnement global d'un réseau, veut dire que l'on définit l'offre non plus par rapport au fonctionnement interne au réseau, mais au contraire comme une proximité physique au réseau. Seuls deux types de mesures provenant de la théorie des

graphes permettent d'avoir une vue globale sur la structure spatiale du réseau :

- les mesures de connexité, qui décrivent la plus ou moins grande continuité du réseau ;
- les mesures de connectivité qui caractérisent plus ou moins la qualité du maillage.

Cependant, ces deux mesures, s'avèrent beaucoup trop globales et n'ont pas de caractère véritablement spatial : leurs valeurs peuvent être identiques pour des réseaux dont les développés spatiaux sont résolument différents.

Ainsi, *la densité* reste la seule véritable mesure globale et spatiale pour décrire un réseau. Mais, comme nous l'avons déjà mis en évidence, cette mesure fait implicitement référence, en tant que moyenne, à la notion *d'homogénéité*. Or il existe des raisons de penser que les réseaux de transport ne suivent pas une telle loi de répartition, mais qu'au contraire, comme le dit CLAVAL "ils suivent une logique d'ordre hiérarchique puisque la recherche d'économies d'échelle pour les réseaux de transport, conduit à une hiérarchisation des voies...".

La mise en place des réseaux semble donc dictée par deux principes antagonistes : d'une part *l'allongement du trajet* qui vise à capter le maximum de trafic entre l'origine et la destination, et d'autre part *la hiérarchie* qui vise à minimiser la longueur totale du réseau. Ces deux principes induisent une desserte non-homogène, une hiérarchie d'espaces non desservis apparaissant à toutes les échelles. Recourir à une approche géométrique, telle que la géométrie fractale, dont la référence est une telle organisation hiérarchique et non l'homogénéité, semble donc opportun pour l'étude des réseaux de transport au niveau morphologique et spatial.

### 3.3. L'APPORT DES MESURES FRACTALES A LA DESCRIPTION ET L'EVALUATION DE LA MORPHOLOGIE DES RESEAUX

Les mesures fractales caractérisent le remplissage inégal, en cela elles s'opposent à la densité. La référence est une organisation hiérarchique d'un système spatial. Les analyses fractales des réseaux de transport permettent d'étudier la façon dont le réseau est disposé dans l'espace, c'est-à-dire de distinguer des zones en fonction de la qualité de desserte fournie par le réseau, celle-ci étant vue comme une proximité physique au réseau. Il est donc possible de distinguer des réseaux réels selon leur organisation hiérarchique et de les comparer à des structures théoriques de référence à partir des valeurs de ces mesures. L'intérêt potentiel de telles mesures pour les réseaux de transport a été discuté dans plusieurs publications

(BENGUIGUI, DAOUD, sd ; FRANKHAUSER, 1994 ; FRANÇOIS, 1997 ; FRANÇOIS *et al.*, 1995 ; LAURIOT, 1996 ; FRANKHAUSER, 1996). La géométrie fractale représente aussi un élargissement naturel de la géométrie habituelle qu'elle contient, en effet, comme cas limite.

Il existe plusieurs méthodes d'analyse fractale qui reposent, cependant sur la même logique de base. On remplace l'itération que nous avons connue lors de la construction des fractales théoriques en couvrant la structure d'une manière ou d'une autre par des éléments-tests, par exemple des disques ou des carrés de taille  $\epsilon$ . On détermine alors le nombre minimum d'éléments  $N(\epsilon)$  nécessaires pour couvrir la structure. Cette procédure est répétée pour différentes tailles  $\epsilon$ .

On montre alors qu'on obtient la relation suivante (FRANKHAUSER, 1997b) :

$$\log N(\epsilon) = \text{const} + D \cdot \epsilon \quad (10)$$

Dans cette relation linéaire entre  $N(\epsilon)$  et  $\epsilon$ , la pente indique la dimension fractale. En outre, tout changement dans l'organisation spatiale d'une structure ou toute déviation de la loi fractale apparaissent dans la courbe comme ruptures ou comme déformations.

Rappelons qu'une valeur proche de *deux* indique que le réseau tend vers une distribution homogène, tandis qu'une valeur proche de *un* traduit l'existence d'une forte hiérarchie, c'est-à-dire que la desserte tend à se limiter à des corridors étroits. Pour la répartition des stations, les valeurs peuvent tomber en dessous de *un*. Une valeur faible indique une concentration de stations dans quelques zones et l'existence de grandes zones mal desservies.

En utilisant les différentes méthodes pour analyser un réseau, on constate que les valeurs obtenues pour la dimension fractale ne sont souvent pas les mêmes ; chaque méthode transcrit en fait une propriété différente du réseau. Certaines méthodes fournissent des informations plus locales sur l'organisation du réseau, d'autres caractérisent le réseau dans sa globalité ou décrivent une propriété particulière telle que la tortuosité. Nous présentons les différentes méthodes d'analyse en précisant le type d'information qu'elles fournissent. Nous incluons la discussion de résultats récents et nous indiquons de futures pistes de recherche.

#### *L'analyse de la dilatation : la mise en évidence d'une hiérarchie des proximités*

Cette analyse est basée sur la méthode la plus ancienne pour caractériser les ensembles fractals. Elle a été introduite par MINKOWSKI et la dimension

fractale associée à cette méthode porte son nom. Par son aspect visuel<sup>14</sup>, ce type d'analyse permet de comprendre de quelle manière on obtient une information sur la fractalité et l'intérêt que représente cette mesure pour comparer la morphologie de différentes structures. Pour illustrer ce type d'analyse, nous prendrons comme exemple l'étude du semis d'arrêts de bus à Besançon.

A partir du relevé de la disposition des stations, symbolisées par des points, on remplace chaque point par un disque noir dont le diamètre  $e$  est agrandi à chaque étape du processus de dilatation. Plus les stations sont proches les unes des autres, plus les disques se joignent rapidement et la zone devient un agrégat noir. Les agrégats ainsi formés constituent les secteurs les mieux desservis.

Parallèlement, chaque itération fait apparaître un niveau supérieur de la hiérarchie des espaces laissés vides, donc non desservis. Ainsi la méthode met en évidence la non-homogénéité de la distribution et si celle-ci est hiérarchique, son caractère fractal.

La surface noircie, répertoriée à chaque étape permet de mettre en évidence le caractère fractal du réseau et de déterminer la dimension de Minkowski. Suivant la logique discutée on obtient le nombre  $N(e)$  en divisant la surface noircie par la surface d'un disque de taille  $e$ . La représentation graphique de la relation (10) permet d'étudier le comportement fractal du réseau et éventuellement de déterminer la dimension fractale qui est égale à la pente de cette courbe.

Sur l'exemple de Besançon, on remarque une déviation de la loi fractale : plus la taille des carrés est importante, plus la pente s'accroît, la surface noircie a ainsi une distribution *de plus en plus homogène* au fil des itérations puisque la valeur de  $D$  s'approche de *deux*. Des deux réseaux, celui qui possède la distribution la plus homogène est donc celui dont la pente de la courbe est la plus importante. En revanche, un point *isolé* aurait la dimension *zéro*, en concordance avec la définition topologique habituelle.

Les éventuelles ruptures dans le comportement fractal permettent de voir à quelle distance moyenne entre arrêts, l'organisation spatiale change. En superposant les plans où figurent les stations dilatées jusqu'à une certaine étape (correspondant par exemple à 300 m), à un plan représentant la surface bâtie bisontine, on obtient un zonage du bâti en fonction de la proximité aux stations. En superposant ensuite ce zonage à une carte de la population de la

---

<sup>14</sup> Cet aspect est aussi utilisé en imagerie et la morphologie mathématique recourt également à la dilatation dans un contexte différent.

ville, on peut évaluer pour chaque distance, la part de la population desservie, autrement dit la plus ou moins bonne accessibilité au réseau pour les différents quartiers. La dimension fractale de dilatation décrit donc la disposition d'une structure dans l'espace en référence à un modèle hiérarchique, elle cerne le caractère plus ou moins homogène des distributions, ce que ne permet pas la mesure de la densité.

### *L'analyse radiale*

Ce type d'analyse permet d'étudier la variation de la desserte en fonction de l'éloignement à un centre. On entoure un point, choisi comme centre, de cercles de rayon  $r$  croissant et on détermine la longueur  $L(r)$  du réseau présent dans ces cercles. Si le réseau suit une distribution fractale, on obtient une relation linéaire entre  $\log(r)$  et  $\log L(r)$ , analogue à (10). La dimension fractale indique dans quelle mesure la qualité de desserte diminue à partir du centre choisi.

Les ruptures apparaissant dans les courbes d'analyse indiquent les variations qui s'opèrent dans la dilution radiale du réseau à partir du centre, par exemple le passage d'une logique de couverture dans une zone centrale ( $D$  proche de  $deux$ ) à un logique plus radiale visant à relier au centre les sous-centres de la périphérie ( $D$  proche de  $un$ ) (BENGUIGUI, DAOUD, sd). En général, on observe que les réseaux de type R.E.R., dont la fonction est de concentrer les flux vers une agglomération, suivent plus que les réseaux intra-urbains un principe de *décroissance radiale régulière* (FRANKHAUSER, 1994), la méthode s'avère donc surtout utile pour des analyses à une échelle régionale (FRANÇOIS, 1997).

Comme l'on montré DAOUD et BENGUIGUI (sd), ce type d'analyse peut également servir pour l'étude du réseau de stations, afin de voir si la desserte effective assurée par les stations suit le même principe de dilution que le réseau constitué de lignes, donc s'il y a concordance entre les deux morphologies. Enfin pour introduire une information sur l'espace à desservir, on peut mettre en relation la surface bâtie et le réseau correspondant. Pour cela on réalise des analyses radiales à partir d'une représentation du bâti, pour les mêmes centres que pour le réseau. Puis, on construit un graphe sur lequel, on représente en abscisse le logarithme de la surface bâtie comprise dans des cercles de rayon  $r$  et en ordonnée le logarithme de la longueur totale du réseau présent dans ces mêmes cercles. Dans ce cas la pente de la courbe donne le rapport des dimensions des deux structures. Si cette pente est égale à  $un$ , réseau et bâti suivent les mêmes principes de dilution, par contre des ruptures dans la courbe indiquent que les systèmes d'organisation changent l'un par rapport à l'autre. Par exemple une pente inférieure à  $un$  indique que le

réseau se dilue plus rapidement que la surface bâtie. Ce type de comparaison s'avère ainsi utile pour étudier la desserte assurée par un réseau d'un point de vue global.

### *L'analyse du quadrillage*

Si l'analyse radiale permet d'analyser, à partir d'un centre, l'organisation du réseau, l'analyse du quadrillage caractérise la desserte de façon globale dans une zone. Un tel type d'information semble particulièrement adapté aux études intra-urbaines. Il est en effet possible de distinguer les parties d'un réseau selon le caractère plus ou moins homogène de la distribution de ses branches. Cela revient à qualifier la desserte dans une zone sans faire référence à un centre particulier. On obtient ainsi une connaissance sur l'aire effectivement desservie et sur le degré de non-homogénéité de cette desserte.

Pour le calcul, on choisit la partie du réseau à étudier et on la couvre d'un quadrillage dont on fait varier la taille des mailles. On détermine ensuite pour chaque taille le nombre de mailles qui contiennent des branches du réseau. Pour les grandes tailles toutes ou presque contiennent encore des branches du réseau, puis, plus les tailles diminuent, plus le nombre de mailles vides augmente, si le réseau n'est pas distribué de façon rigoureusement homogène. On étudie ainsi le réseau à travers les échelles, telles qu'elles sont définies par la taille des mailles. On met enfin en relation dans un graphe double logarithmique la taille des mailles et le nombre d'entre elles occupées selon la relation (10). La valeur de la pente de cette courbe indique la dimension fractale, désignée comme *dimension du quadrillage*.

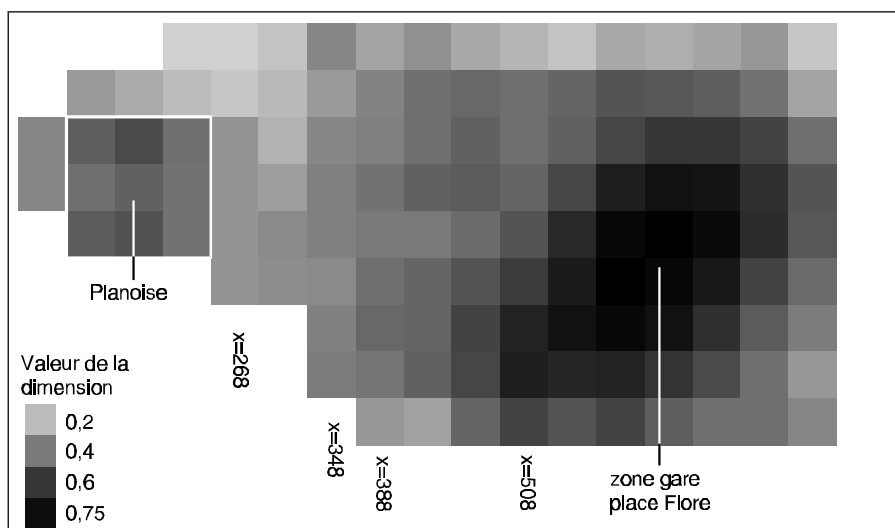
En faisant varier de façon systématique la position de la fenêtre d'analyse, on calcule des valeurs de dimension pour les différentes positions. Il est alors possible de répertorier sur une carte les dimensions fractales obtenues pour chaque fenêtre. Ceci est réalisé en associant à chaque valeur de la dimension un niveau de gris où un noir foncé correspond à la valeur deux et la couleur blanc à la valeur zéro. On obtient ainsi une carte qui indique pour un réseau la variation du degré d'homogénéité de la desserte telle qu'elle est représentée dans la Figure 8.

Des investigations sur la répartition des arrêts de bus à Besançon (GENRE-GRANDPIERRE, 1995) ont permis de montrer que l'information transcrite par la dimension fractale est différente de celle de la densité, elle est surtout plus discriminante. Ainsi si on établit une carte de densité selon la procédure utilisée pour la carte de dimension, on remarque des similitudes, mais on constate aussi que la carte de dimensions distingue des zones ayant des valeurs de densité identiques. *L'information obtenue est donc de nature différente*. En comparant ces secteurs on constate que, si la masse totale dans

la fenêtre (donc la densité) est identique, sa *répartition est différente*. Le calcul de la dimension fractale fournit donc une information quantitative, qui permet de décrire la façon dont une masse est répartie dans une zone, contrairement à la densité qui ne donne que la valeur totale de cette masse.

*La dimension de quadrillage peut donc servir à segmenter les zones d'un réseau selon le degré d'homogénéité de la répartition des éléments (branches, stations). Il reste toutefois à établir un lien systématique entre les modifications de la disposition d'une structure sur le terrain et la valeur numérique de la dimension.*

*Figure 8 : La carte en niveau de gris des dimensions fractales pour le réseau des arrêts de bus à Besançon. Les valeurs les plus élevées sont observées au centre-ville. Pour la zone entourée d'un trait blanc on constate une différence considérable entre l'information obtenue par l'analyse fractale et la mesure des densités (cf. texte).*



Le choix de la taille des fenêtres d'analyse peut aussi influencer les résultats de l'analyse : une grande fenêtre correspond par exemple à un lissage important, les variations du degré d'homogénéité à l'intérieur de la fenêtre n'apparaissent plus. Chaque taille de fenêtre apporte donc une information particulière. Une petite fenêtre peut servir à étudier la situation au niveau de l'îlot, pour une plus grande fenêtre on obtient une information au niveau du quartier... Là encore, en réalisant ce même type d'analyse pour le bâti, on peut mettre en relation la répartition du bâti et celle du réseau afin de juger de la concordance entre les deux systèmes spatiaux.

### *L'analyse de la tortuosité et de la plus courte distance*

Les dimensions fractales considérées ne permettent pas de distinguer une fractale ramifiée simple comme celle de la Figure 4 d'une fractale tortueuse. Or pour l'investigation de réseaux de transport il paraît particulièrement utile de distinguer ces deux aspects morphologiques. Il existe une approche fractale qui rend possible une telle distinction. Il s'agit du concept de la dimension d'étalement (GOUYET, 1992) qui a été utilisé par N. FRANÇOIS (1997). Dans ce cas on détermine à partir d'un centre donné le nombre de points occupés en fonction d'une distance mesurée à pas  $e$  sur le réseau. Pour une fractale on obtient la relation entre le nombre de pas  $I$  et le nombre de sites occupés  $N(I)$  à cette distance :

$$N(I) = I^b \quad (11)$$

La *dimension d'étalement*  $b$  caractérise l'*accessibilité* aux points situés sur le réseau à partir du centre de comptage et tient en même temps compte de la *connectivité* du réseau. En effet des points occupés qui ne sont pas connectés au centre (par exemple des points ou des branches isolées) ne sont pas comptés, donc n'interviennent pas dans l'estimation de  $b$  contrairement au cas de l'analyse radiale. Cependant il existe des fractales non-tortueuses et complètement connectées pour lesquelles cette dimension est égale à la dimension radiale (GOUYET, 1992).

Il est possible d'élargir ce concept en mettant en relation pour chaque point la distance  $I$  la plus courte à chaque autre point, mesurée *sur* le réseau, et la distance euclidienne  $r$  entre ces deux points. On calcule alors pour chaque distance sur le réseau donné  $I$  la valeur moyenne sur l'ensemble des points de la distance euclidienne  $\bar{r}$  correspondante et on obtient la relation<sup>15</sup> :

$$\bar{r} = I^{\frac{1}{d}} \quad (12)$$

On désigne  $d$  comme *dimension chimique*. En insérant (12) dans la relation (11) on obtient

$$N(I) = r^{b \cdot d} \equiv r^{D_r} = N(r) \quad (13)$$

où  $D_r$  est la dimension radiale. Pour les fractales non-tortueuses on obtient donc  $D_r = b$ ,  $d = 1$  (GOUYET, 1992).

---

<sup>15</sup> Cette méthode ressemble à l'analyse de la côte de Bretagne utilisée par MANDELBROT (1983) pour mesurer la longueur de bordures tortueuses.

### *Indice d'allongement du trajet induit par la configuration du réseau*

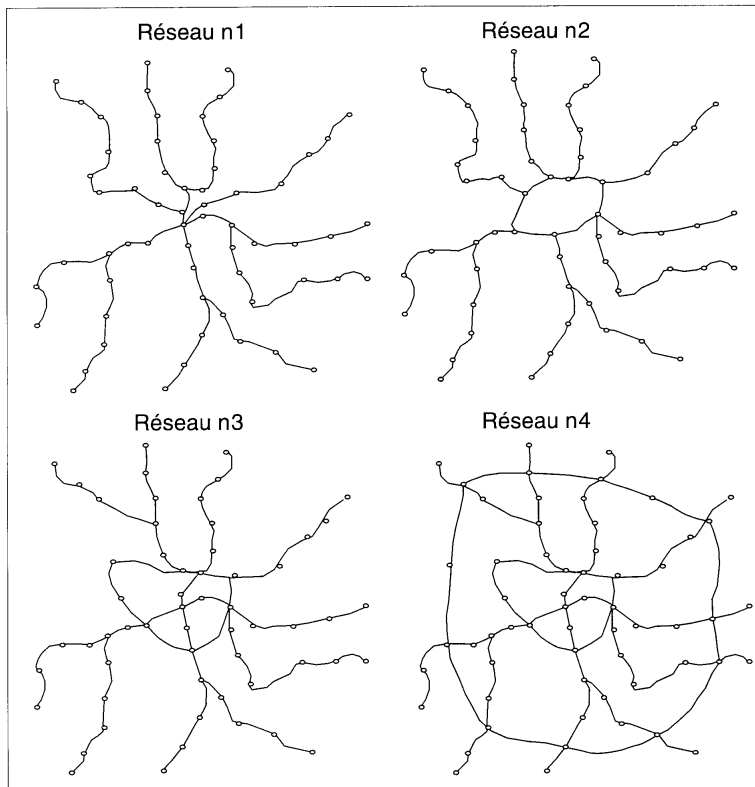
Afin de caractériser la qualité de l'accessibilité assurée par un réseau, des réflexions en cours portent sur la validation d'une mesure qui est basée sur l'approche de la dimension chimique. Cependant afin d'évaluer la pertinence d'un réseau, il est éventuellement utile de considérer non les distances sur le réseau, mais les distances  $I_{ij}$  les plus courtes *entre les stations i et j* et de mettre celles-ci en relation à la distance euclidienne correspondante  $r_{ij}$ . Il est possible soit de considérer l'allongement moyen en fonction des distances euclidiennes, mais il est aussi possible de garder l'information sur les couples de valeurs  $I_{ij}, r_{ij}$ . Le rapport entre ces deux valeurs  $g_{ij}$  décrit l'ampleur de l'allongement du trajet induit par la configuration du réseau. Il tient compte à la fois de la tortuosité propre de chaque distance sur le réseau et du caractère plus ou moins embranché et ramifié du réseau, lorsque sa connectivité n'est pas totale, c'est-à-dire lorsque tous les couples de nœuds ne sont pas reliés directement par paires. Plus cet indice est proche de *un*, plus le réseau montre les caractéristiques d'un réseau direct. Il décrit donc la pertinence des trajets entre les stations du réseau. Pour chaque distance euclidienne on peut évaluer les déformations spatiales induites par le réseau, par exemple voir pour quelle longueur de trajet le réseau a tendance à perdre de la pertinence par rapport à un tracé plus direct. Cette mesure définit donc en quelque sorte la métrique du réseau.

On peut calculer cet indice à partir du tracé du réseau uniquement, il est alors purement morphologique, mais on peut également introduire sa fonctionnalité. En effet le calcul de la distance sur le réseau peut intégrer différents paramètres tels que la fréquence des lignes, un indice de friction sur chaque connexion minimale entre stations, des aspects topographiques... L'indice devient alors mixte puisqu'il intègre à la fois la fonctionnalité du réseau et sa morphologie. Il est donc complémentaire à l'indice d'accessibilité globale de la théorie des graphes (somme des accessibilités locales), qui ne distingue pas les différentes classes de trajets et ne décrit pas leur aspect plus ou moins tortueux en intégrant la morphologie physique du réseau.

Dans le but de tester dans quelle mesure cet indice permet de classer les réseaux en fonction du caractère plus ou moins direct de leur trajet, nous avons progressivement modifié un réseau virtuel de type radial, en ajoutant successivement différents éléments. Ainsi nous avons ajouté une rocade périphérique proche du centre, puis une seconde à la périphérie du réseau initial afin de constituer un réseau de plus en plus complet (Figure 9). A chaque modification l'indice d'allongement global a été calculé, sa valeur étant égale à la moyenne de l'ensemble des rapports entre la distance allongée des points i et j, mesurée sur le réseau et la distance euclidienne

séparant ces mêmes points. Les résultats montrent que l'indice permet effectivement de classer morphologiquement les réseaux, puisqu'il s'approche de plus en plus de *un* lorsque le réseau devient de plus en plus complet. Si ce résultat semble trivial pour des réseaux simples, il n'en est pas de même pour des réseaux plus complexes où il est très difficile d'évaluer quelle morphologie est la plus optimale du point de vue de la configuration des tracés des trajets.

Figure 9 : Les réseaux simulés pour étudier l'information obtenue par l'indice  $g$

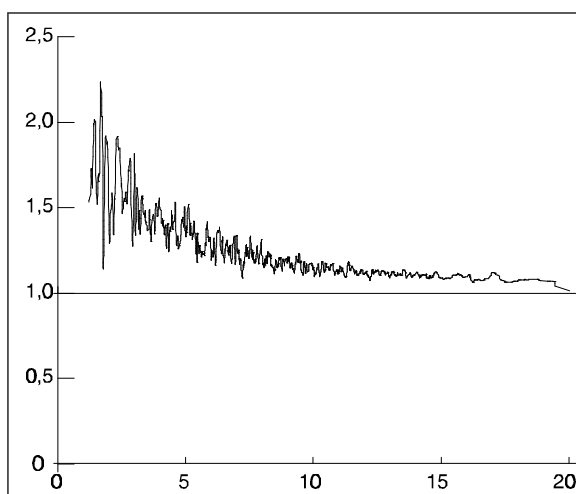


Une information intéressante est aussi transcrite en construisant un graphique sur lequel on représente en abscisse les distances euclidiennes  $r_{ij}$  entre stations et en ordonnée les valeurs correspondantes de l'indice d'allongement. Il est ainsi possible d'évaluer la pertinence morphologique du réseau pour les différentes classes de distance.

Cette analyse est intéressante sachant que toutes les classes de distance n'ont pas la même importance. En effet par exemple les distances mesurées sur le

réseau correspondant à des distances euclidiennes faibles (moins de 600 m) n'ont que peu d'intérêt puisque les déplacements correspondant à ces distances s'effectuent non pas en bus, mais à pied. Ainsi sur la Figure 10, on peut voir que, pour un réseau radial, l'indice d'allongement est plus élevé pour les trajets de proximité, c'est-à-dire joignant des stations proches les unes des autres et qu'au contraire les tracés deviennent de plus en plus directs pour les grandes distances. Ceci résulte du fait qu'il existe beaucoup de couples proches en distance euclidienne, pour lesquels on est contraint d'effectuer un détour passant par le centre du réseau. Pour ces couples la valeur d'allongement est donc très importante. En revanche pour les grandes distances, en particulier pour les couples joignant les stations de bout de lignes ce passage par le centre pèse relativement moins, la valeur de l'indice est donc plus faible.

*Figure 10 : L'indice d'allongement pour tous les couples de stations du réseau no. 1 en fonction de la distance euclidienne. On constate des valeurs plus élevées et une grande variance pour les petites distances*



## CONCLUSION

Nous avons pu constater que l'utilisation de la géométrie fractale est une approche qui peut s'avérer utile dans une palette large d'applications aux réseaux de transport urbains. Son avantage principal résulte de son caractère géométrique. Celui-ci transcrit dans sa logique un certain type de répartition spatiale, qui correspond à un modèle non-homogène de l'espace, basé sur un principe hiérarchique. Un tel concept paraît plus pertinent que les modèles traditionnels basés sur la notion d'homogénéité pour développer des structures de référence, par exemple pour des réseaux, qui répondent

simultanément à plusieurs critères d'optimisation. Une étude plus approfondie sur les choix de localisation des agents permettrait de concrétiser ces critères.

Sur cette base il est aussi possible de rendre opérationnelles certaines mesures morphologiques qui transcrivent un autre type d'information que les mesures traditionnelles basées sur la densité ou la théorie des graphes.

## RÉFÉRENCES

BATTY M., LONGLEY P. (1994) **Fractal Cities, a Geometry of Form and Function**. Academic Press.

BENIGUI L., DAOUD M. (sd) Is the suburban railway system a fractal ? Soumis à **Geographical Analysis**.

BERRY B.J.L. (1976) The counter-urbanization process : Urban america since 1970. In B.J.L. BERRY (ed), **Urbanization and Counter-Urbanization**. Sage Urban Affairs Annual Reviews 11.

DERYCKE P.-H. (1992) De la nouvelle économie urbaine à l'économie publique locale. In P.-H. DERYCKE (éd.), **Espace et dynamique territoriale**. Economica.

DERYCKE P.-H., HURIOT J.-M., PUMAIN D. (éd.) (1996) **Penser la ville**. Anthropos.

DUPUY G. (1991) **L'urbanisme des réseaux**. A. Colin.

EBERSTADT R., MÖHRING B., PETERSEN R. (1910) **Architektenwettbewerb Berlin**, chapter « Et in terra pax ».

FOUCHIER V. (1995) La densification : une comparaison internationale entre politiques contrastées. **Les Annales de la Recherche Urbaine**, 67.

FRANK H. (1987) Die Überwindung der Stadtbaukunst. In **Idee, Prozess, Ergebnis. Die Reparatur und Rekonstruktion der Stadt**. Internationale Bauausstellung Berlin 1987, Fröhlich und Kaufmann.

FRANÇOIS N. (1997) **Méthode d'application de la géométrie fractale à la description des systèmes de villes et des réseaux de transport**. Thèse de Doctorat, Université Paris 1.

FRANÇOIS N., FRANKHAUSER P., PUMAIN D. (1995) Villes, densité et fractalité. **Les Annales de la Recherche Urbaine**, 67(6).

FRANKHAUSER P. (1994) **La fractalité des structures urbaines**. Anthropos.

- FRANKHAUSER P. (1996) La géométrie fractale, une nouvelle approche pour l'étude de la morphologie de réseaux. A paraître dans les **Actes du Colloque "Infrastructures, Villes et Architecture"**.
- FRANKHAUSER P. (1997a) L'analyse fractale, un nouvel outil de réflexion dans l'analyse spatiale des agglomérations urbaines. **Population** 4.
- FRANKHAUSER P. (1997b) L'analyse fractale, un nouvel outil pour l'analyse spatiale des tissus urbains. In J.-B. BOCQUET-APPEL, D. COURGEAU, D. PUMAIN (éds), **Spatial Analysis of Biodemographic Data**. John Libbey and INED (Série Congresses and Colloquia).
- FRIEDRICHS J. (1983) **Stadtanalyse**. Westdeutscher Verlag (3e édition).
- GENRE-GRANDPIERRE C. (1995) **Application de nouvelles méthodes d'analyses spatiales à l'étude d'un réseau de transport en commun**. Mémoire de DEA.
- GOFETTE-NAGOT F. (1994) **Analyse micro-économique de la péri-urbanisation : un modèle de localisation résidentielle**. Thèse de Doctorat, Université de Bourgogne.
- GOUYET J.-F. (1992) **Physique et structures fractales**. Masson.
- HALL P. (1991) Gibt es sie noch, die Stadt ? In T. SCHABERT (ed.), **Die Welt der Stadt**. Piper.
- HILBERSEIMER L. (1963) **Entfaltung einer Planungsidee**. Ullstein.
- HUMPERT K. (1990) Stadt und Landschaft – Stadtlandschaft. **ARCUS – Architektur und Wissenschaft, Wohnen in Zukunft**, 11.
- HURIOT J.-M. (1994) **Von Thünen, Economie et Espace**. Economica.
- LAURIOT N. (1996) **L'adaptation géographique et technique des chemins de fer urbains**. Thèse de Doctorat, Université Paris 1.
- MANDELBROT B. (1983) **The Fractal Geometry of Nature**. W.H. Freeman and Co.
- PEITGEN H.O., RICHTER P.H. (1986) **The Beauty of Fractals**. Springer.
- PROGNOS (1976) Qualitativer und quantitativer Wohnungsbedarf in der Freien und Hansestadt Hamburg. **Rapport**.
- SCHÖFL G. (1986) Minimalnetze. **ARCUS**, (2).
- SHAVELL S., POLINSKI A. (1975) The air pollution and property value debate. **RES**, 57(1).
- VINNING D.R. (1977) The rank-size in the absence of growth. **Journal of Urban Economics**, 4.