



HAL
open science

Étude de la dépendance du comportement mécanique des treillis quasi-périodiques au motif élémentaire

Audrey Somera, Martin Poncelet, Nicolas Auffray, Julien Réthoré

► **To cite this version:**

Audrey Somera, Martin Poncelet, Nicolas Auffray, Julien Réthoré. Étude de la dépendance du comportement mécanique des treillis quasi-périodiques au motif élémentaire. 25ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2022, Nantes, France. hal-04125027

HAL Id: hal-04125027

<https://hal.science/hal-04125027>

Submitted on 20 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Etude de la dépendance du comportement mécanique des treillis quasi-périodiques au motif élémentaire

A. SOMERA^a, M. PONCELET^b, N. AUFRAY^c, J. RÉTHORÉ^a

a. Nantes Université, Ecole Centrale Nantes, CNRS, GeM, UMR 6183, 44321 Nantes, France,
audrey.somera@ec-nantes.fr, julien.rethore@ec-nantes.fr

b. LMPS, Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, 91190, Gif-sur-Yvette,
France, martin.poncelet@ens-paris-saclay.fr

c. MSME, Univ Gustave Eiffel, CNRS UMR 8208, F-77474 Marne-la-Vallée, France,
nicolas.auffray@univ-eiffel.fr

Résumé :

Les matériaux architecturés quasi-périodiques semblent regrouper les avantages des mousses et des lattices périodiques. Cependant la démocratisation de leur utilisation passe par la capacité à identifier les propriétés d'un matériau homogène équivalent. Cette étude se concentre uniquement sur les structures de type réseaux de poutre. Des simulations numériques utilisant un modèle poutre ont donc été réalisées pour différents motifs afin d'identifier les propriétés élastiques de modèles de Cauchy et de Cosserat équivalents via une méthode FEMU. Il en ressort qu'un modèle de type Cauchy semble plus adapté aux motifs à traction dominante, tandis qu'un modèle de Cosserat convient à ceux à flexion dominante.

Abstract :

Quasi-periodic architected materials seem to combine the advantages of random foams and periodic lattices. However, the democratisation of their use requires the ability to identify the properties of equivalent homogeneous material. This study focuses only on beam network structures. Numerical simulations using a beam model have therefore been carried out for different patterns in order to identify the elastic properties of the equivalent Cauchy and Cosserat models via a FEMU method. It was found that a Cauchy-type model appears to be more suitable for stretching-dominated patterns, while a Cosserat model is suitable for bending-dominated ones.

Mots clefs : Milieux de Cosserat, Réseaux quasi-périodiques, Comportement élastique, FEMU, Matériaux architecturés

1 Introduction

Grâce au développement de nouvelles méthodes de fabrication, telle que la fabrication additive, les matériaux architecturés ont suscité un intérêt croissant au fil des années, notamment en permettant d'atteindre de nouvelles zones des diagrammes d'Ashby [Fleck et al., 2010]. Un matériau est dit architecturé

s'il présente au moins trois échelles d'organisation de la matière : une échelle macroscopique, une ou plusieurs échelles mésoscopiques et une échelle microscopique. L'ordre de grandeur des échelles mésoscopiques doit être proche de celui de l'échelle macroscopique et bien plus grand que celui de l'échelle microscopique [Bouaziz et al., 2008]. On se concentrera ici uniquement sur les structures de type réseau de poutres. Deux catégories ont été largement étudiées : les matériaux aléatoires comme les mousses, et les matériaux périodiques comme les nids d'abeilles. Les mousses sont faciles à produire et possèdent des propriétés isotropes, mais qui peuvent varier d'un spécimen à l'autre. Au contraire, les structures périodiques sont déterministes et leur étude peut être menée sur une cellule élémentaire. Cependant elles ont tendance à avoir un comportement plus anisotrope et une faible ténacité. Les matériaux architecturés quasi-périodiques semblent combiner les avantages de ces deux catégories : il s'agit de structures déterministes [Shechtman et al., 1984], leur comportement est isotrope et ils ont une meilleure ténacité que les matériaux périodiques [Glacet et al., 2018]. Afin de pouvoir généraliser l'utilisation de ce type de matériau, il est nécessaire de réussir à identifier un matériau homogène équivalent, c'est-à-dire un matériau fictif ayant le même comportement macroscopique que le matériau hétérogène. La première étape consiste à choisir un modèle de comportement adapté. Or il a été montré que pour certains réseaux une loi classique de type Cauchy pouvait être insuffisante [Poncelet et al., 2018]. Le but de cette étude est donc d'identifier les paramètres des matériaux élastiques apparents de Cauchy et de Cosserat pour différents motifs quasi-périodiques, et de déterminer quel modèle est le plus adapté.

2 Méthode

2.1 Pavages considérés

Les matériaux architecturés peuvent être classés en trois catégories : à traction dominante complète, dominance mixte et à flexion dominante complète [Somera et al., 2022]. L'appartenance à l'une ou l'autre des catégories est dépendante de la manière dont la structure va se déformer. Dans cette étude, différents motifs quasi-périodiques sont considérés, appartenant à chacune de ces classes de dominance énergétique. On se concentrera plus particulièrement sur trois pavages de type Penrose (cf. Fig. 1).

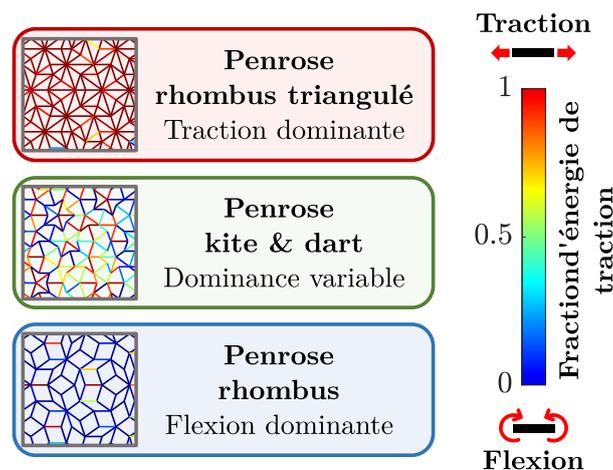


FIGURE 1 – Motifs considérés et modes de déformation privilégiés

Ces motifs appartenant à la classe de symétrie $[D_5]$, c'est-à-dire que leur figure de diffraction est invariante par rotations de $2\pi/5$ et possède 5 plans de symétrie miroir, leur comportement est supposé

isotrope tant pour Cauchy que Cosserat [Auffray et al., 2022]. Cette étude est réalisée pour des élancements des poutres élémentaires allant de 10 à 150.

2.2 Identification via un jumeau numérique

On cherche à identifier les paramètres élastiques apparents de modèles de Cauchy et de Cosserat pour chacun des motifs et élancements. Pour ce faire, il faut choisir un essai non seulement sensible aux paramètres de Cosserat, et donc permettant d'obtenir des champs de déformations riches, mais aussi adapté à la nature discrète des matériaux considérés. En effet, bien que leur comportement global soit supposé homogène, la structure interne de ces matériaux entraîne des fluctuations locales des champs de déplacement et de rotation en fonction de la direction de sollicitation. Ces fluctuations locales peuvent perturber la procédure d'identification. Pour éviter ce problème, il faut être capable de réaliser pour plusieurs orientations de l'éprouvette, et ainsi extraire un champ moyen. Les changements d'orientation doivent être faciles à réaliser, sans changer d'éprouvette, et si possible sans montage et démontage pour éviter les biais. Afin de répondre à toutes ces exigences, il a donc été choisi une configuration de type brésilien "trois points" avec une éprouvette en forme d'anneau : trois points de contacts sont considérés, deux inférieurs et un supérieur (cf. Fig.2). Un effort de compression est appliqué sur le contact supérieur. L'essai est "roulant" afin de pouvoir changer l'orientation du motif.

Dans un premier temps un jumeau numérique est utilisé pour simuler cet essai. L'effort \vec{F} est imposé de telle sorte que le déplacement vertical en ce point soit égal à 1 mm. Un modèle mésoscopique de type "portique" constitué de poutres d'Euler-Bernoulli est choisi pour représenter le comportement réel des éprouvettes. Cela permet de diminuer le temps de calcul et d'obtenir directement les champs de rotation aux nœuds nécessaires pour l'identification du modèle de Cosserat. Le matériau constitutif est du PMMA.

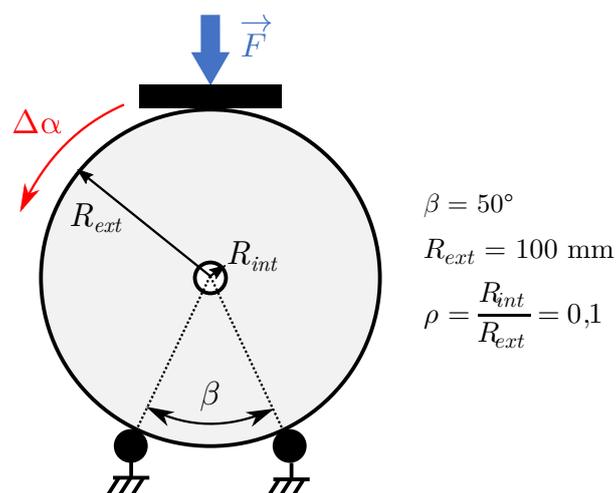


FIGURE 2 – Dispositif et paramètres de l'essai utilisés pour l'identification

Afin de lisser les fluctuations des champs dues aux motifs, 199 simulations sont réalisées pour différentes orientations angulaires $\Delta\alpha$. Un champ moyen en est ensuite extrait en réalisant des moyennes locales autour des nœuds d'une orientation de référence (cf Fig.3). Ce dernier est alors utilisé pour identifier les paramètres matériaux élastiques des modèles de Cauchy et de Cosserat apparents par la

méthode "Finite Element Model Updating" (FEMU) [Avril et al., 2008]. Le maillage surfacique est obtenu en réalisant une triangulation de Delaunay à partir des nœuds physiques du réseau, ce qui permet une comparaison directe des champs issus de l'échelle mésoscopique et simulés à l'échelle macroscopique.

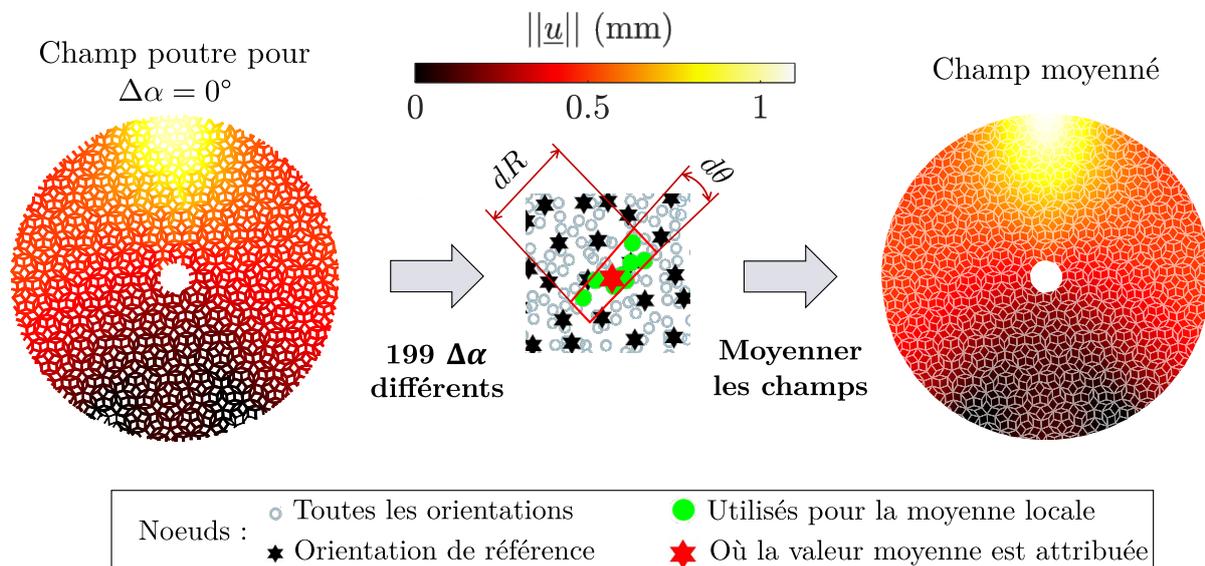


FIGURE 3 – Extraction du champ moyen

2.3 Identification à partir de données expérimentales

Un banc d'essai spécifique a été réalisé afin d'obtenir des données expérimentales (cf Fig.4). Il a été conçu de façon à pouvoir être monté dans une machine de traction de type MTS 810. Des galets et un système de crémaillère motorisée sont utilisés afin de pouvoir faire tourner l'éprouvette sans la démonter. Les champs de déplacement et de rotation sont mesurés grâce à une méthode de corrélation d'images utilisant des cinématiques de type poutre. Les données expérimentales sont en cours de post-traitement.

3 Résultats

On considère ici uniquement les résultats des identifications utilisant le jumeau numérique. La figure 5 donne l'erreur globale E sur la norme des champs de déplacement de Cauchy et de Cosserat identifiés en fonction de l'éclancement moyen des poutres composant les motifs. Elle est calculée de la façon suivante :

$$E = \|\underline{U}^{sim} - \underline{U}^{ref}\|_2 \approx \sqrt{\sum_{i \in \text{noeuds}} (\underline{u}_i^{sim} - \underline{u}_i^{ref})^2} \quad (1)$$

Avec :

- \underline{u}_i^{sim} le vecteur déplacement au nœud i du champ macroscopique (surfacique) simulé ;
- \underline{u}_i^{ref} celui du champ issu de l'échelle mésoscopique moyenné ;
- $\|\underline{U}\|_2 = (\int_{\Omega} \underline{U} \cdot \underline{U} d\Omega)^{1/2}$

La figure 5a correspond aux résultats pour le motif à traction dominante complète. L'identification du modèle de Cauchy converge rapidement et mène à de faibles erreurs sur les champs identifiés quel que soit l'éclancement considéré. La convergence vers une solution avec le modèle de Cosserat est quant à

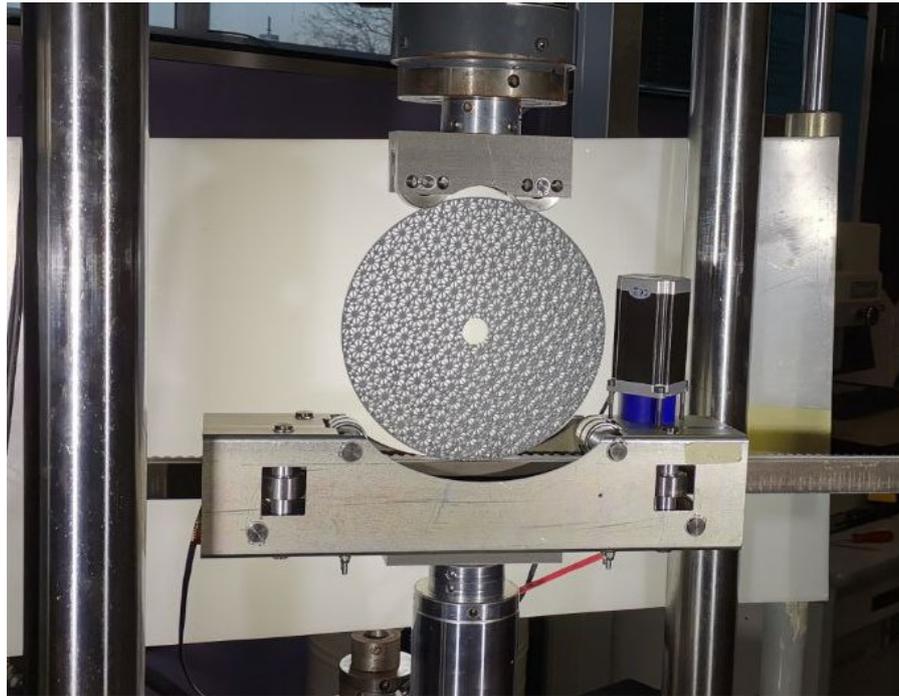
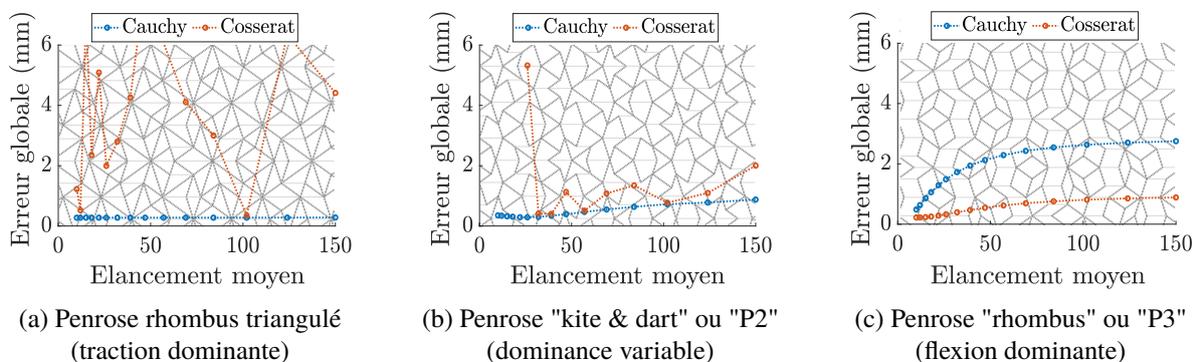


FIGURE 4 – Banc d'essai

elle beaucoup plus difficile, et les erreurs sur les champs identifiés sont au mieux égales mais souvent plus élevées qu'avec Cauchy pour ce motif. Les mêmes conclusions peuvent être faites pour le motif à dominance variable (Fig.5b). Il y a même non-convergence pour les faibles élançements. Quel que soit le résultat, pour ce motif des précautions sont toutefois à prendre pour de grands élançements. En effet, les différences entre le champ de référence moyen et celui simulé pour une orientation du motif $\Delta\alpha$ bien définie sont particulièrement notables et beaucoup plus élevées que pour les deux autres réseaux. Enfin, concernant le motif à flexion dominante complète, l'identification est réussie pour les deux modèles, cependant le modèle de Cosserat mène à une erreur globale sur les champs de déplacement au minimum deux fois plus faible quel que soit l'élançement considéré (Fig.5c et 6). Ainsi un modèle de type Cauchy semble plus adapté aux motifs à traction dominante et à dominance variable, et un modèle de type Cosserat aux motifs à flexion dominante.

FIGURE 5 – Erreur globale E pour différents motifs en fonction de l'élançement moyen de leurs poutres (cas non-convergés et cas avec $E > 6 \text{ mm}$ non représentés).

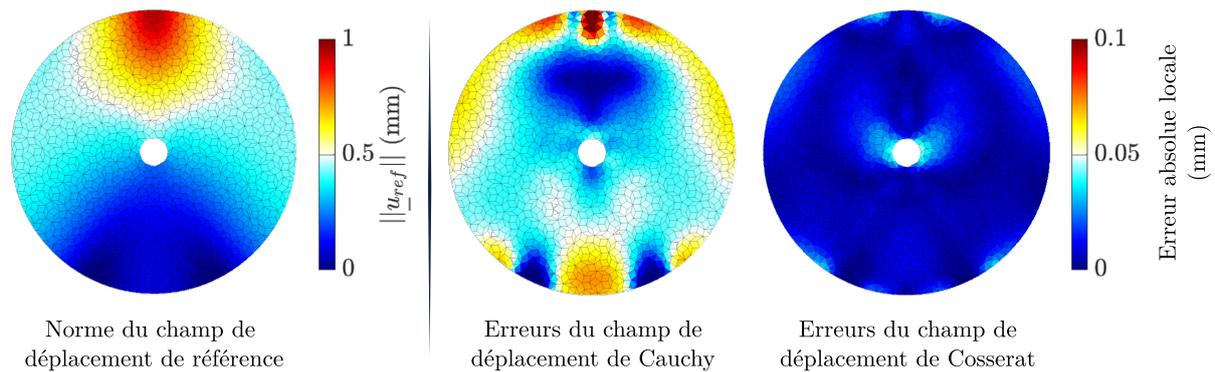


FIGURE 6 – Erreurs des champs de déplacements identifiés pour les modèles de Cauchy et de Cosserat pour l'éprouvette Penrose "rhombus" et un élargissement de 32.

4 Conclusion

Les paramètres de loi élastiques de type Cauchy et Cosserat ont été identifiés par FEMU pour différents motifs quasi-périodiques. Il a ainsi été montré que le type de motif d'un matériau quasi-périodique a une forte influence sur son comportement global, et doit donc être pris en compte. Le modèle à choisir semble notamment être dépendant du type de dominance énergétique du motif.

Références

- [Fleck et al., 2010] N. A. Fleck and V. S. Deshpande and M. F. Ashby. Micro-architected materials : past, present and future. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 466.2121 (2010) : 2495-2516.
- [Bouaziz et al., 2008] O. Bouaziz, Y. Bréchet and J. D. Embury Heterogeneous and Architected Materials : A Possible Strategy for Design of Structural Materials. *Advanced Engineering Materials*, 10.1-2 (2008) : 24-36.
- [Shechtman et al., 1984] D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias and J. W. Cahn. Metallic Phase with Long-Range Orientational Order and No Translational Symmetry *Physical Review Letters*, 53 (1984) : 1951–1953.
- [Glacet et al., 2018] A. Glacet, J. Réthoré, A. Tanguy and F. Morestin. On the failure resistance of quasi-periodic lattices *Scripta Materialia*, 156 (2018) : 23–26.
- [Poncelet et al., 2018] M. Poncelet, A. Somera, C. Morel, C. Jailin, N. Auffray An experimental evidence of the failure of Cauchy elasticity for the overall modeling of a non-centro-symmetric lattice under static loading *IJSS*, 147 (2018) : 223–237.
- [Somera et al., 2022] A. Somera, M. Poncelet, N. Auffray and J. Réthoré Quasi-periodic lattices : Pattern matters too *Scripta Materialia*, 209 (2022) : 114378.
- [Auffray et al., 2022] N. Auffray, S. El Ouafa, G. Rosi, and B. Desmorat. Anisotropic Structure Of Two-Dimensional Linear Cosserat Elasticity. *Mechanics of Complex Systems*, to appear.
- [Avril et al., 2008] S. Avril, M. Bonnet, A. S. Bretelle, M. Grédiac, F. Hild, P. Ienny, F. Latourte, D. Lemosse, S. Pagano, E. Pagnacco and F. Pierron Overview of Identification Methods of Mechanical Parameters Based on Full-field Measurements. *Experimental Mechanics*, 48.4 (2008) : 381–402.