



HAL
open science

MODELISATION DES LIGNES DE TRANSMISSION

Olivier Maurice, Anissa Djaffar

► **To cite this version:**

| Olivier Maurice, Anissa Djaffar. MODELISATION DES LIGNES DE TRANSMISSION. 2023. <hal-04118067>

HAL Id: hal-04118067

<https://hal.science/hal-04118067v1>

Preprint submitted on 6 Jun 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

MODELISATION DES LIGNES DE TRANSMISSION

A.Djaffar¹, O.Maurice²

¹ISAE-Supmeca, 3 Rue Fernand Hainaut, 93400 Saint-Ouen-sur-Seine, anissa.djaffar@isae-supmeca.fr

²ArianeGroup, route de Verneuil, 78130 Les Mureaux, olivier.maurice@ariane.group

Résumé. Une ligne de transmission désigne un dispositif comprenant deux conducteurs utilisé pour transmettre un signal depuis une source vers un utilisateur. Afin d'assurer l'intégrité du signal, il faut vérifier que le signal en fin de ligne ne diffère pas ou peu du signal en entrée.

Si la dimension des lignes est courte par rapport à la longueur d'onde du signal considéré, on peut négliger les phénomènes de propagation. Si au contraire, la ligne est longue devant la longueur d'onde ou bien le signal est de haute fréquence, ces phénomènes de propagation conduisent à des retards ou des déformations du signal.

Dans cet article, nous proposons une méthode de modélisation de ces phénomènes de lignes à l'aide de la méthode de Kron et de la méthode des ondes mobiles. Dans un premier temps, nous étudierons le cas d'une simple ligne, puis de plusieurs lignes successives. Enfin, nous nous pencherons également sur les problèmes de diaphonie pouvant intervenir entre des lignes n'étant pas reliées entre elles, mais faisant partie d'un même toron ou harnais.

I. LIGNE DE TRANSMISSION SANS PERTE

On considère une ligne de longueur x et d'impédance caractéristique z_c . A l'extrémité droite de la ligne se trouve une charge d'impédance R_L . Le générateur à gauche est modélisé avec une force électromotrice et une résistance R_0 . Nous présenterons deux espaces permettant de modéliser cette ligne. Le premier espace se base sur l'utilisation d'une matrice appelée « propagateur » afin de prendre en compte les phénomènes de réflexions pouvant avoir lieu dans la ligne en se référant au tableau des ondes mobiles (voir figure 2). Le second espace est celui des mailles de la méthode de Kron. Le modèle résultant du couplage de ces deux espaces, que nous appelons modèle des ondes mobiles, est comparé en résultat à celui, classique, des télégraphistes.

I.1. Modèle des ondes mobiles

La ligne de transmission peut être représentée comme suit :

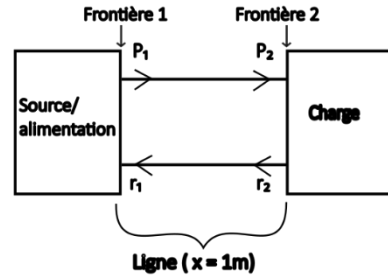


Figure 1 Ligne de transmission

Temps	Frontière 1 (Γ_1) (Tension incidente u_i)	Frontière 2 (Γ_2)
0	u_i	
$e^{-s\tau}$		u_i reçu $\Gamma_2 u_i$ renvoyé
$e^{-2s\tau}$	$\Gamma_2 u_i$ reçu $\Gamma_1 \Gamma_2 u_i$ renvoyé	
$e^{-3s\tau}$		$\Gamma_1 \Gamma_2 u_i$ reçu $\Gamma_1 \Gamma_2^2 u_i$ renvoyé
.....		

Figure 2 Tableau des ondes mobiles

Sur la figure 1 l'alimentation envoie un signal vers la charge. Ce signal subit les phénomènes suivants :

- Un premier signal (onde) est émis depuis une source vers l'entrée de la ligne (point 1). Cette contribution est notée P_1 .
- En arrivant en fin de ligne (point 2), une partie du signal P_1 est propagée vers la charge. On note cette contribution P_2 . Une autre partie du signal va être réfléchi, qu'on nomme r_2 .
- r_1 représente la contribution rétro-propagée du signal qui revient en 1.

Le tableau des ondes présenté en figure 2 est une manière plus classique de représenter ces réflexions le long de la ligne.

Les contributions P_1, r_1, P_2, r_2 sont définies comme appartenant à l'espace des ondes, et décrivent la propagation du signal le long de la ligne. Entre les différentes contributions P_1, P_2, r_1 et r_2 existent les relations d'ondes suivantes :

$$P_2 = e^{-s\tau_1} P_1 \quad (1.1)$$

$$r_2 = \Gamma_2 P_2 \quad (1.2)$$

$$r_1 = e^{-s\tau_1} r_2 \quad (1.3)$$

$$P_1 = \Gamma_1 r_1 \quad (1.4)$$

Où :

Γ_1 et Γ_2 sont respectivement les coefficients de réflexion aux points 1 et 2 du circuit. On a :

$$\Gamma_1 = \frac{R_0 - z_{C1}}{R_0 + z_{C1}} \quad (1.5)$$

$$\Gamma_2 = \frac{R_L - z_{C2}}{R_L + z_{C2}} \quad (1.6)$$

τ_1 est le retard de propagation. On le calcule en fonction de la vitesse de propagation du signal et de la longueur de la ligne.

$$\tau_1 = \frac{x}{c} \quad (1.7)$$

Nous définissons une matrice γ qu'on nomme matrice de propagation ou propagateur, qui contient toutes les relations d'ondes entre les différentes contributions définies dans les équations 1.1 à 1.4. Nous la construisons en reportant les coefficients multiplicateurs entre les contributions comme défini dans les relations 1.1 à 1.4 Ici nous avons choisi l'ordre P_1, r_1, P_2, r_2 (même ordre pour les lignes et les colonnes). Donc par exemple le coefficient en position [3, 1] (troisième ligne, 1ère colonne) est le coefficient reliant P_2 (3^{ème} ligne) et P_1 (1ère colonne). Cette matrice va capitaliser toutes les informations de réflexion des ondes.

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & \Gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-s\tau_1} \\ e^{-s\tau_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

Au point 1, nous avons initialement une contribution P_1 propagée depuis le générateur du circuit. La tension en ce point peut être calculée grâce à la formule du diviseur de tension. Nous avons donc le vecteur d'ondes suivant :

$$S = \begin{pmatrix} \frac{z_c}{z_c + R_0} U_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

En multipliant le vecteur S par des puissances successives de γ , nous obtenons un vecteur donnant les contributions en P_1, r_1, P_2, r_2 après des réflexions successives.

$$V = \sum_{i=0}^n (\gamma)^i S = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{contribution } P_1 \\ \text{contribution } r_1 \\ \text{contribution } P_2 \\ \text{contribution } r_2 \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

Revenons maintenant à notre problème initial après ces développements.

Pour résoudre la ligne à l'aide de la méthode de Kron [1], nous allons définir le vecteur des sources ainsi que la matrice d'impédance dans l'espace des mailles. Dans le cas de cette modélisation, nous choisissons de décrire le couplage entre les mailles directement dans le vecteur des sources plutôt que sur les termes extra-diagonaux de la matrice des impédances.

Jusqu'à présent, nous avons exprimé les contributions dues à la propagation et aux réflexions dans la ligne dans l'espace des ondes. Afin de pouvoir prendre en compte ces couplages dans le vecteur des sources, nous allons devoir exprimer les ondes dans l'espace des mailles, sous forme de forces électromotrices, comme présenté sur le graphe suivant :

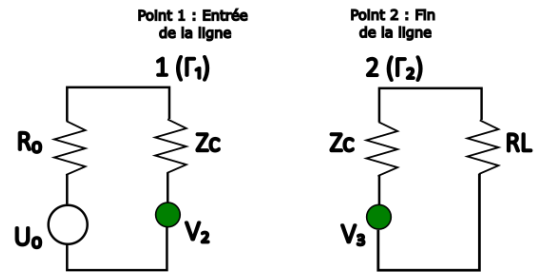


Figure 3 Graphe équivalent du problème avec le modèle des ondes mobiles

Sur ce graphe, les générateurs V_3 et V_2 représentent respectivement les générateurs de tension dus aux ondes de propagation du signal en 2 et de réflexion du signal revenant vers 1 (liés aux contributions en P_2 et r_1).

La transformation des ondes décrites dans V en forces électromotrices dans l'espace des mailles se fait selon l'opération suivante :

$$V_{Mailles} = \Lambda 2V \quad (1.11)$$

Λ est la matrice de connectivité permettant de sélectionner les contributions entrant dans chacune des mailles. Chacune des lignes représente une maille, tandis que les colonnes représentent les contributions dans l'espace des ondes. Pour chaque onde entrant dans une maille, nous imposons un coefficient 1 ou -1 en fonction du sens de propagation de l'onde (1 pour le sens direct et -1 pour le sens rétrograde). Dans notre cas nous avons :

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

En multipliant cette matrice de connectivité par le vecteur des ondes dans l'espace des mailles (eq. 1.11), nous sélectionnons donc les composantes V_2 et V_3 comme représentés dans le graphe en figure 3. Il ne reste plus qu'à additionner le vecteur des forces électromotrices ainsi obtenu avec les sources de tensions fonctionnelles présentes sur la ligne.

Notre vecteur des sources s'écrit donc :

$$T = \begin{pmatrix} U_0 \\ 0 \end{pmatrix} + V_{Mailles} = \begin{pmatrix} U_0 - 2V_2 \\ 2V_3 \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Et la matrice d'impédance a la forme suivante :

$$\zeta = \begin{pmatrix} R_0 + z_c & 0 \\ 0 & z_c + R_L \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Nous pouvons ensuite résoudre les courants en inversant la matrice des impédances :

$$K = \begin{pmatrix} K^1 \\ K^2 \end{pmatrix} = \zeta^{-1}T \quad (1.14)$$

Où K^1 et K^2 sont respectivement les courants dans les mailles 1 et 2. Nous avons ainsi accès au courant traversant la charge suite au couplage causé par les réflexions sur la ligne, dont nous pourrions déduire la tension de sortie.

I.2. Modèle des télégraphistes

Afin de vérifier les résultats obtenus avec le modèle des ondes mobiles nous utilisons une seconde méthode de modélisation : celle des télégraphistes. Cette dernière est très répandue dans la littérature, et consiste à modéliser la ligne par des inductances et capacités afin de représenter les énergies cinétiques et potentielles stockées dans la ligne sous forme de champ électromagnétique.

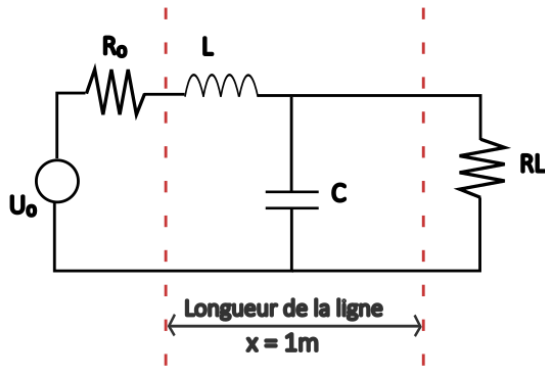


Figure 4 Schéma équivalent avec le modèle des télégraphistes

Sur la figure 3, la cellule des télégraphistes est délimitée par les pointillés. Ici, nous ne prenons qu'une unique cellule des télégraphistes car la fréquence maximale considérée est de l'ordre de 10^8 Hz, pour une célérité d'onde de $3 \cdot 10^8$ m/s. Nous en déduisons que la longueur d'onde minimale sera de 3m, ce qui est une dimension plus élevée que celle de notre ligne. Nous pouvons ainsi négliger en première approximation le phénomène de propagation et ne pas multiplier le nombre de cellules.

Puisque nous avons une unique cellule des télégraphistes, nous calculons l'impédance équivalente du circuit :

$$Z_{TG} = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + sC} + sL + R_0 \quad (1.12)$$

La source considérée est simplement :

$$T = U_0 \quad (1.13)$$

On obtient le courant dans la charge :

$$K = \frac{T}{Z_{TG}} \quad (1.14)$$

I.3. Résultats

a - Ligne adaptée

Après avoir implémenté les deux méthodes dans un programme écrit en python, nous traçons les courbes de courant passant dans la charge pour différents cas. Nous faisons varier les valeurs d'impédance et de résistance afin de mettre en évidence les comportements lorsque la ligne est adaptée ou non.

Les paramètres choisis dans le cas d'une ligne adaptée, donc avec $R_0 = R_L = z_c$ sont répertoriés dans le tableau suivant :

Grandeur	Symbole	Valeur
Longueur de la ligne	x	1m
Amplitude du générateur de tension	U_0	1 V
Impédance caractéristique de la ligne	z_c	50 Ω
Vitesse de propagation	c	$3 \cdot 10^8$ m/s
Résistance du générateur	R_0	50 Ω
Résistance de la charge	R_L	50 Ω

Tableau 1 Paramètres utilisés pour l'application

La plage de fréquence balayée va de 1kHz à 500 MHz, et nous considérons un générateur envoyant un créneau d'amplitude 1V, d'une durée de 100 ns, de temps de montée 10 ns et de période 200 ns. Nous obtenons les graphes suivants.

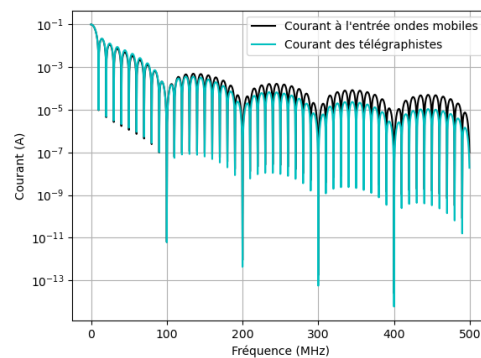


Figure 5 Courant passant dans la charge avec les deux modèles

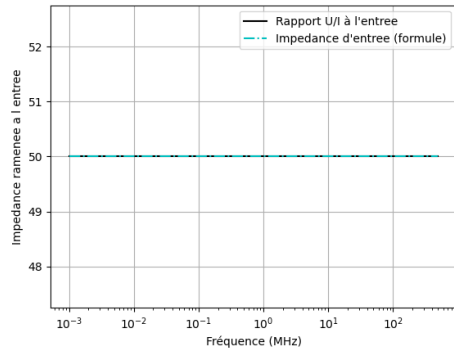


Figure 6 Impédance d'entrée calculée de deux manières différentes

Nous voyons que les modèles semblent cohérents entre eux, en particulier en basse fréquence. Comme on pouvait s'y attendre, le modèle des télégraphistes s'effondre lorsque les fréquences deviennent élevées. Cela est dû au fait que l'effet de propagation ne peut plus être négligé en haute fréquence.

b - Ligne désadaptée

Les figures suivantes montrent les résultats obtenus pour un cas où la ligne n'est pas adaptée à la sortie. Les paramètres utilisés sont les mêmes que ceux indiqués dans le tableau 1, à l'exception de la résistance de la charge (tableau 2).

Grandeur	Symbole	Valeur
Résistance de la charge	R_L	0.7 MΩ

Tableau 2 Paramètres utilisés pour l'implémentation d'une ligne désadaptée

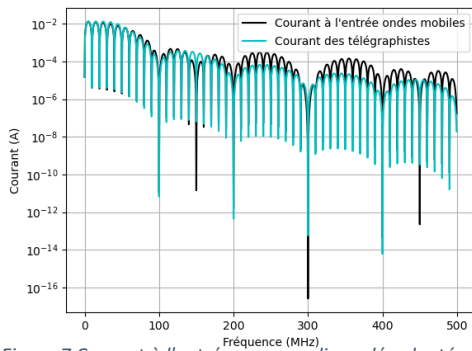


Figure 7 Courant à l'entrée pour une ligne désadaptée à la sortie

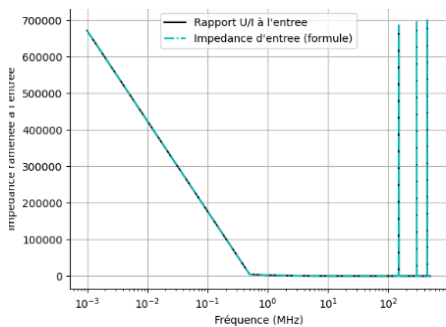


Figure 8 Impédance d'entrée calculée de deux manières différentes pour le cas désadapté.

Avec le modèle des ondes mobiles nous observons de nouvelles résonances dues à la désadaptation de la charge en fin de ligne, où le signal se réfléchit pour revenir à l'entrée. Ces résonances n'apparaissent cependant pas dans le modèle des télégraphistes car nous n'avons pas assez de cellules pour prendre la propagation en compte.

Nous observons également l'effet de la désadaptation de la ligne sur l'impédance ramenée à l'entrée de la ligne. En haute fréquence, celle-ci présente des variations importantes.

II. DEUX LIGNES DE TRANSMISSIONS SUCCESSIVES SANS PERTES

Nous reprenons l'exemple précédent, mais en ajoutant une ligne à la suite de la première.

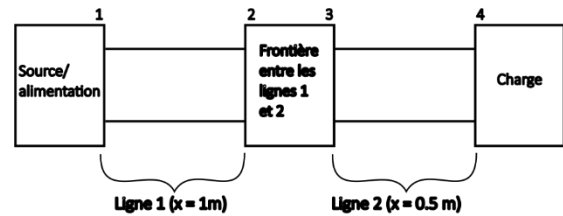


Figure 9 Schéma des deux lignes successives

Comme précédemment nous utilisons les deux méthodes (ondes mobiles et télégraphistes) pour résoudre le problème.

II.1. Ondes mobiles

Nous utilisons la même méthode que précédemment pour construire la matrice de propagation des lignes. Cette fois ci, la matrice aura une dimension plus importante (8x8) puisqu'avec 2 lignes successives il y a maintenant 8 contributions à caractériser. En se référant à la figure 8, on définit les contributions suivantes :

- Un premier signal est émis depuis une source. Cette contribution est notée P_1
- En arrivant à la frontière, une partie du signal P_1 , que nous nommons P_2 , est propagée, et une partie du signal, nommée r_2 , va être réfléchi.
- Par la suite, une partie du signal P_2 va se transmettre à la maille 2 et est représentée par P_3 . Attention, $P_2 \neq P_3$ car le changement de milieu à la frontière entre les deux lignes implique que le coefficient de transmission d'un milieu à l'autre n'est pas forcément égal à 1, ainsi, seule une partie du signal va être transmise à la frontière.
- De même que précédemment pour la ligne 1, le signal P_3 va se transmettre en partie à

4, donnant ainsi P_4 , et être réfléchi en partie, donnant r_4 .

- r_1 et r_3 représentent les contributions réfléchies qui reviennent en 1 et en 3.

En dressant le même type de relations entre toutes ces contributions que dans les équations 1.1 à 1.4, nous construisons la matrice de propagation suivante :

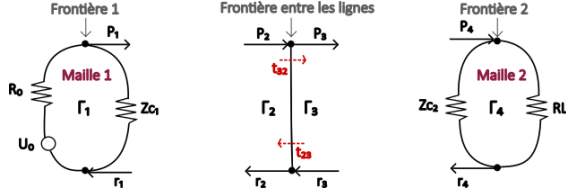


Figure 10 Schéma équivalent des deux lignes successives

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & \Gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-s\tau_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e^{-s\tau_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_2 & 0 & 0 & 0 & t_{23} & 0 \\ 0 & 0 & t_{32} & 0 & 0 & 0 & \Gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-s\tau_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-s\tau_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Gamma_4 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Ici t_{23} et t_{32} représentent les coefficients de transmission à la frontière entre 3 et 2 (onde réfléchie) puis entre 2 et 3 (onde incidente). Pour une onde de tension :

$$t_{23} = (1 + \Gamma_3) \quad (2.2)$$

$$t_{32} = (1 + \Gamma_2) \quad (2.3)$$

Le vecteur d'onde incidente ne présente toujours qu'une composante en P_1 .

$$S = \begin{pmatrix} \frac{z_{c1}}{z_{c1} + R_0} U_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Et les contributions des toutes les réflexions sont accessibles grâce au vecteur V :

$$V = \sum_{i=0}^n (\gamma)^i v = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Contribution } P_1 \\ \text{Contribution } r_1 \\ \text{Contribution } P_2 \\ \text{Contribution } r_2 \\ \text{Contribution } P_3 \\ \text{Contribution } r_3 \\ \text{Contribution } P_4 \\ \text{Contribution } r_4 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

NB : Dans les équations 1.10 et 2.5, i représente une puissance à laquelle on élève gamma et non un indice tensoriel.

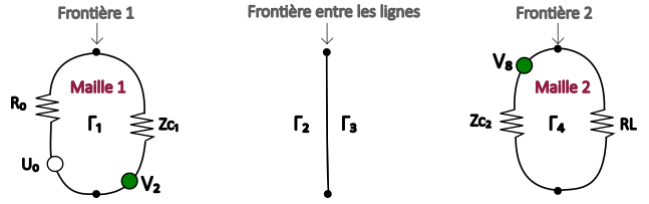


Figure 11 Schéma des lignes successives avec les générateurs équivalents

Similairement à ce qui a été fait dans la partie 1, nous souhaitons prendre en compte les couplages dus aux réflexions dans notre vecteur des sources afin de coupler les mailles lors de la résolution du problème. Les contributions à récupérer dans le vecteur V sont représentées sur la figure 10. Le générateur V_2 représente la contribution qui revient vers la première maille (r_1). Le générateur V_8 représente la contribution de l'onde propagée dans la maille 2 (P_4).

Une fois encore nous transformons les ondes décrites dans V afin de les exprimer sous forme de forces électromotrices dans l'espace des mailles à l'aide de la matrice de connectivité :

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

On définit les matrices d'impédance dans l'espace des mailles ζ , et le vecteur des sources, et on obtient à nouveau les courants grâce à l'équation 1.13.

$$\zeta = \begin{pmatrix} R_0 + z_{c1} & 0 \\ 0 & R_L + z_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

$$T = \begin{pmatrix} U_0 \\ 0 \end{pmatrix} + \Lambda 2V = \begin{pmatrix} U_0 - 2V_2 \\ 2V_7 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

II.2. Modèle des télégraphistes

Avec le modèle des télégraphistes, le problème peut être représenté de la manière suivante :

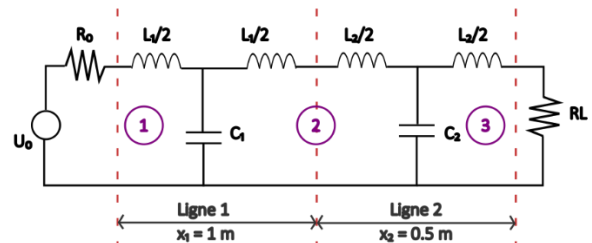


Figure 12 Modèle des télégraphistes pour 2 lignes successives

Ici encore, on considère seulement une cellule par ligne.

Les matrices d'impédances et vecteur des sources sont cette fois définis ainsi :

$$\zeta = \begin{pmatrix} R_0 + \frac{L_1}{2}s + \frac{1}{C_1s} & -\frac{1}{C_1s} & 0 \\ -\frac{1}{C_1s} & s\left(\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}\right) + \frac{1}{C_1s} + \frac{1}{C_2s} & -\frac{1}{C_2s} \\ 0 & -\frac{1}{C_2s} & \frac{L_2}{2}s + \frac{1}{C_2s} + R_L \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

$$T = \begin{bmatrix} U_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Où L_1, C_1 et L_2, C_2 sont respectivement les inductances et capacités des lignes 1 et deux.

II.3. Résultats

Nous réalisons deux applications dans cette section. Dans la première application, nous utilisons la méthode des ondes mobiles et des télégraphistes pour les comparer dans le cas d'un signal échelon, avec une ligne adaptée ou non. Dans la deuxième application, nous étudions le cas d'un signal créneau, avec la méthode des ondes mobiles seulement afin de simplifier la lecture des graphiques et l'interprétation des résultats obtenus.

a - Echelon avec ligne adaptée

Nous envoyons dans la ligne 1 un échelon d'amplitude 1V.

Dans le cas de deux lignes successives adaptées entre elles et au générateur et à la charge, nous obtenons les courants présentés sur la figure 11. Les paramètres utilisés sont répertoriés dans le tableau 3.

Grandeur	Symbole	Valeur
Longueur de la ligne 1	x_1	1 m
Longueur de la ligne 2	x_2	0.5 m
Amplitude du générateur de tension	U_0	1 V
Impédances caractéristique des lignes	z_{c1} et z_{c2}	50 Ω
Vitesse de propagation	c	3 10^8 m/s
Résistance du générateur	R_0	50 Ω
Résistance de la charge	R_L	50 Ω

Tableau 3 Paramètres utilisés dans le cas de lignes successives adaptées

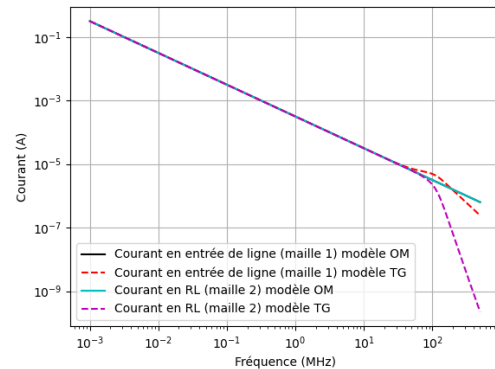


Figure 13 Courant en entrée de ligne 1 et sortie de ligne 2 dans le cas de lignes successives adaptées avec les modèles ondes mobiles et télégraphistes

Nous constatons une fois encore une bonne corrélation entre les résultats des ondes mobiles et des télégraphistes en basse fréquence, et que le signal n'est pas altéré entre l'entrée de la ligne 1 et la sortie de la ligne 2 grâce à l'adaptation de celles-ci. Comme dans le cas précédent le modèle des télégraphistes s'écroule en haute fréquence. Par ailleurs, il est intéressant de noter qu'on obtient exactement le même résultat en modélisant ce même problème par une seule ligne de longueur 1.5 m, avec une charge, résistance de générateur et impédance caractéristique de 50 Ω grâce aux équations décrites en partie 1.

b - Echelon avec ligne désadaptée

Nous reprenons le même exemple mais nous changeons cette fois les paramètres des lignes de manière à ne pas avoir d'adaptation. Dans un premier cas nous désadaptions seulement la fin de la ligne, dans un second cas nous désadaptions à la frontière et en fin de ligne. Les autres paramètres restent inchangés par rapport à l'application précédente.

Paramètre	Cas 1	Cas 2
z_{c1}	50 Ω	50 Ω
z_{c2}	50 Ω	50 k Ω
R_0	50 Ω	50 Ω
R_L	0.7 M Ω	0.7 M Ω

Tableau 4 Paramètres utilisés dans le cas de lignes successives désadaptées

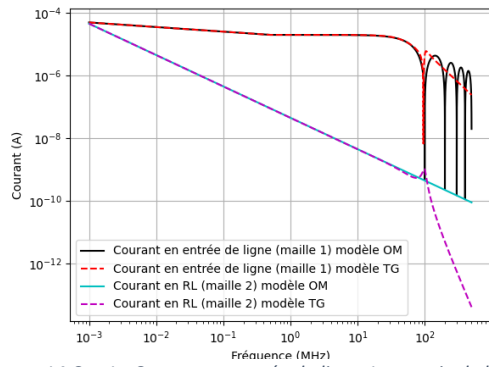


Figure 14 Cas 1 - Courant en entrée de ligne 1 et sortie de ligne 2 dans le cas d'une désadaptation en fin de ligne 2

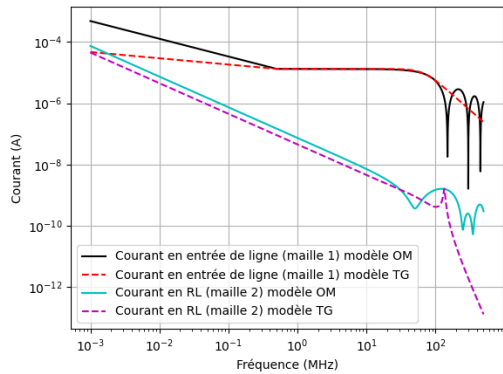


Figure 15 Cas 2 - Courant en entrée de ligne 1 et sortie de ligne 2 dans le cas d'une désadaptation en fin de ligne 2 et à la frontière entre les deux lignes.

Dans les deux cas, nous constatons l'apparition de résonances avec le modèle des ondes mobiles, ainsi qu'une déformation du signal entre l'entrée (maille 1) et la sortie (maille 2) de la ligne à cause des réflexions successives en fin de ligne, et au niveau de la frontière.

c - Créneau

Pour cette dernière application, nous étudions un créneau d'amplitude 1V, d'une durée de 100 ns, de temps de montée 10 ns et de période 200 ns. Pour cette application, nous ne traçons que les résultats de la méthode des ondes mobiles.

Paramètre	Cas adapté	Cas désadapté
z_{c1}	50 Ω	50 Ω
z_{c2}	50 Ω	50 k Ω
R_0	50 Ω	50 Ω
R_L	50 Ω	0.7 M Ω

Tableau 5 Paramètres utilisés dans le cas de lignes successives avec un signal créneau.

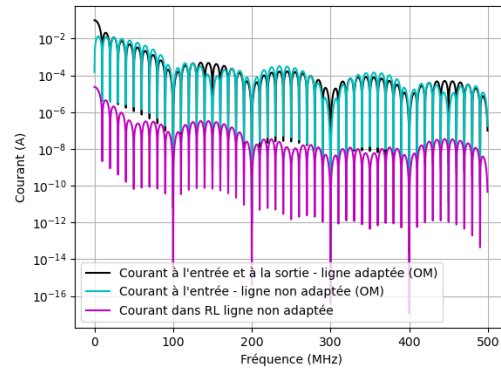


Figure 16 Comparaison des courants de ligne dans les cas adaptés et non adaptés pour un signal créneau

Comme précédemment nous observons des résonances sur le signal pour le cas désadapté en comparaison avec le cas adapté. Les résonances sont différentes entre l'entrée et la sortie de la ligne.

III. DIAPHONIE

Nous nous intéressons maintenant au phénomène de diaphonie. Il s'agit d'un phénomène de couplage entre deux lignes non reliées entre elles mais voisines, par exemple au sein d'un même toron. Dans notre cas, nous considérons que la ligne 1 porte un générateur tandis que la ligne 2 n'en porte pas. Nous pouvons représenter la situation comme ci-dessous :

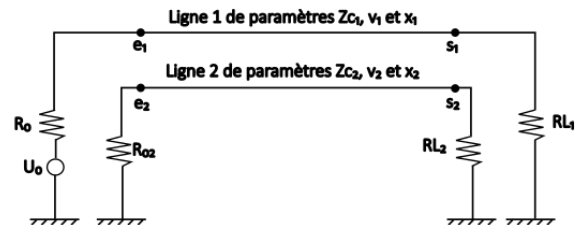


Figure 17 Schéma d'un cas de diaphonie entre deux lignes

Sur la figure 16, e_1 , s_1 , e_2 et s_2 représentent respectivement les points d'entrée-sortie des lignes 1 et 2.

Vabre [2] a exprimé mathématiquement les tensions induites aux entrées et sorties des deux lignes dues à la diaphonie. Selon ses travaux, nous pouvons identifier deux types de diaphonie : la télé-diaphonie et la para-diaphonie. La figure suivante schématise la différence entre ces contributions :

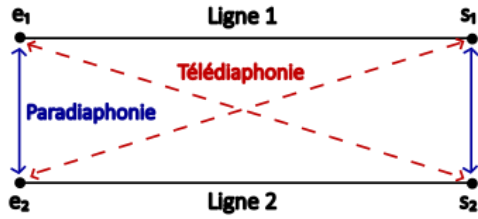


Figure 18 Différence entre la para-diaphonie et la télé-diaphonie

La para-diaphonie exprime les tensions induites par l'entrée d'une ligne sur l'entrée de l'autre ligne et par la sortie d'une ligne sur la sortie d'une autre ligne. La télé-diaphonie exprime quant à elle les tensions induites par l'entrée d'une ligne sur la sortie de l'autre ligne, et la sortie d'une ligne sur l'entrée de l'autre ligne.

Selon Vabre le couplage entre les lignes s'effectue via une inductance et une capacité mutuelle. Ici on considère que nos deux lignes sont identiques, et qu'elles possèdent donc les mêmes caractéristiques Z_C , C et L . Les tensions de para-diaphonie et télé-diaphonie induites en un point sont données par les formules suivantes :

$$V_{para} = \frac{\alpha(K + 1)}{4} U(p)(1 - e^{-2p\tau}) \quad (3.1)$$

$$V_{télé} = -\frac{\alpha(K - 1)}{2} \tau p U(p) e^{-p\tau} \quad (3.2)$$

Où :

$$\alpha = \frac{C_m}{C + C_m} \quad (3.3)$$

$$K = \frac{L_m(C + C_m)}{L C_m} \quad (3.4)$$

C_m et L_m représentent respectivement la capacité mutuelle et l'inductance mutuelle du réseau.

Si on prend en compte toutes les contributions en para-diaphonie et télé-diaphonie, on se retrouve donc avec huit termes en tout puisque deux tensions sont induites en chaque point e_1 , e_2 , s_1 et s_2 comme montré sur la figure 17.

Dans notre cas, et afin de simplifier le problème nous faisons les hypothèses suivantes:

- Nous considérons que le couplage entre les lignes est faible, ce qui signifie que seule la ligne 1, dite génératrice, crée des perturbations sur la ligne 2, réceptrice.
- Nous négligeons la télé-diaphonie et ne prendrons en compte que la para-diaphonie. ($K \approx 1$)

Autrement dit, nous ne considérons que deux couplages dans la résolution de notre problème :

- La tension induite par e_1 sur e_2 .
- La tension induite par s_1 sur s_2 .

Pour cette dernière application, nous ne considérerons que la méthode des ondes mobiles.

III.1. Ondes mobiles

Si nous revenons à notre problème initial, nous pouvons le modéliser ainsi par le graphe suivant :

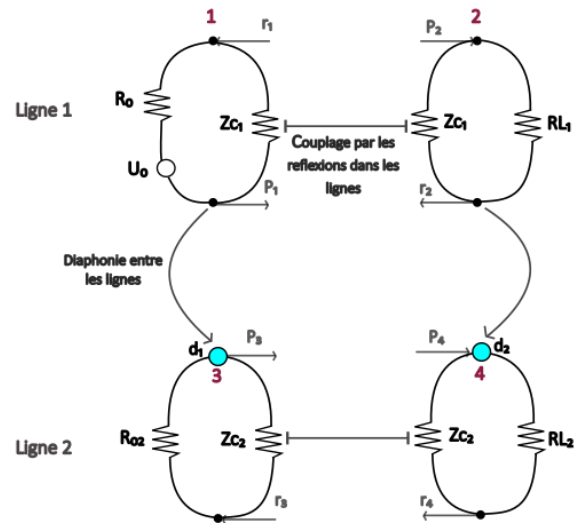


Figure 19 Schéma équivalent du problème de diaphonie entre les lignes

Chacune des lignes est modélisée selon la méthode présentée dans la partie 1, et nous introduisons la diaphonie par un terme de couplage entre les lignes. Comme on peut le voir sur la figure 15, ce couplage intervient par la génération de tensions de para-diaphonie d_1 et d_2 sur les mailles 3 et 4 de la ligne 2 respectivement.

La première étape pour résoudre ce problème est exactement la même que dans le cas d'une ligne simple présenté à la partie 1 puisque l'on considère que la ligne 1 n'est pas perturbée par la ligne 2. On peut donc reprendre les équations de cette partie pour résoudre les courants et tensions de cette ligne (équations 1.8 à 1.14).

Le couplage intervient dans l'expression du vecteur d'ondes incidentes de la ligne 2 : en effet, les tensions propagées dans la ligne 2 en r_3 et P_4 ne sont autres que les tensions induites par para-diaphonie par la ligne 1 sur la ligne 2. En utilisant les expressions de Vabre pour la para-diaphonie définies dans les équations 3.1, 3.3 et 3.4, nous avons le vecteur d'ondes incidentes suivant :

$$S_d = \begin{pmatrix} d_1 \\ 0 \\ 0 \\ d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \frac{K+1}{4} V_1 (1 - e^{-2s\tau}) \\ 0 \\ 0 \\ \alpha \frac{K+1}{4} V_4 (1 - e^{-2s\tau}) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Le vecteur d'ondes incidentes de la ligne 2, noté S_d , exprime les sources de tensions sur la ligne 2 dues au phénomène de para-diaphonie qui vont être propagées le long de la ligne après multiplication par le propagateur.

Dans S_d , V_1 et V_4 sont les termes définis dans l'équation 1.10, et représentent les contributions P_1 de l'onde quittant le point 1 et de l'onde r_2 quittant le point 2 sur la ligne 1 (figure 18).

Ces contributions issues de la ligne 1 génèrent les tensions d_1 et d_2 respectivement en entrée et sortie de la ligne 2. d_1 , qui est la tension générée au point 3 (figure 15) va se propager selon P_3 et d_2 selon r_4 , d'où le positionnement en 1^{er} et 4^{ème} termes du vecteur S_d .

Une fois le vecteur d'onde incidente de la ligne 2 définie, la méthode est une fois encore similaire à ce qui a été fait en partie 1. Le propagateur a la même forme que celui de la première ligne :

$$\gamma_{L2} = \begin{pmatrix} 0 & \Gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-s\tau_2} \\ e^{-s\tau_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_4 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Et la propagation des ondes sur la ligne 2 sera exprimée par :

$$V_{L2} = \sum_{i=0}^n (\gamma_{L2})^i S_d = \begin{pmatrix} V_{L2,1} \\ V_{L2,2} \\ V_{L2,3} \\ V_{L2,4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{contribution } P_3 \\ \text{contribution } r_3 \\ \text{contribution } P_4 \\ \text{contribution } r_4 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

On finit par résoudre les courants de la ligne 2 en utilisant la méthode de Kron. La matrice d'impédance est :

$$\zeta_{L2} = \begin{pmatrix} R_{02} + z_{c2} & 0 \\ 0 & z_{c2} + R_{L2} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Pour le vecteur des sources, nous venons sélectionner une fois encore les contributions qui nous intéressent, à savoir les contributions P_4 et r_3 , à l'aide d'une matrice de connectivité Λ .

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Ici, il ne faut pas oublier d'ajouter les tensions d_1 et d_2 en tant que source dans le vecteur des sources puisque ces forces électromotrices dues à la diaphonie sont vues comme des générateurs sur la ligne 2. Le vecteur des sources a donc la forme :

$$T_{L2} = 2 \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} + \Lambda 2V_{L2} = \begin{pmatrix} 2d_1 - 2V_{L2,2} \\ 2d_2 + 2V_{L2,3} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Les courants sur la ligne 2 dans l'espace des mailles sont donnés par :

$$K_{L2} = \zeta_{L2}^{-1} T_{L2} \quad (3.11)$$

III.2. Résultats

Nous implémentons la méthode décrite pour modéliser la diaphonie dans deux cas : le premier cas où les deux lignes sont adaptées, et le second cas où la seconde ligne ne l'est pas. Le signal utilisé est dans les deux cas un créneau de mêmes caractéristiques que dans les implémentations précédentes.

a - Lignes adaptées

Nous utilisons les paramètres suivants :

Grandeur	Symbole	Valeur
Longueur des lignes	x_1, x_2	1 m
Impédances sur la ligne 1 adaptée	R_0, z_{c1}, R_L	50 Ω
Impédances sur la ligne 2 adaptée	R_{02}, z_{c2}, R_{L2}	50 Ω
Vitesse sur les lignes	c_1, c_2	3 10^8 m/s
Capacité mutuelle	C_m	10^{-12} F
Inductance mutuelle	L_m	10^{-10} H

Tableau 6 Paramètres utilisés dans le cas des lignes adaptées

Nous obtenons les graphes suivants :

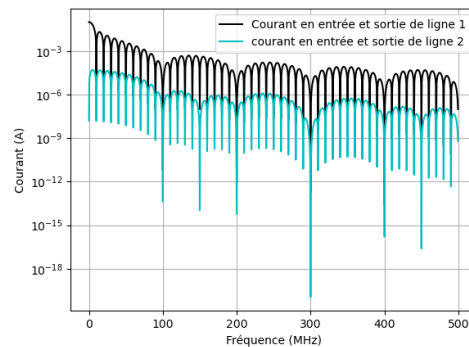


Figure 20 Courant circulant dans les lignes 1 et 2 dans le cas où les deux lignes sont adaptées

Nous observons la génération d'un courant sur la ligne 2, qui est due aux termes de diaphonie. Ce signal a l'air d'être correctement propagé le long de la ligne 2 : en effet, comme les deux lignes sont adaptées, il est cohérent de voir qu'il n'y a pas de

déformation entre le signal en entrée et en sortie de ligne, et ce pour les deux lignes.

Enfin, nous pouvons également constater que le résultat du courant de la ligne 1 est exactement similaire au cas étudié en partie 1 avec la ligne adaptée. Cela semble cohérent également puisque nous ne considérons pas l'effet que peut avoir la ligne 2 sur la ligne 1 : la ligne 1 est comme isolée.

b - Ligne réceptrice désadaptée

Pour le cas où la ligne 2 est désadaptée nous changeons les paramètres suivants :

R_{l2}	0.7 M Ω
----------	----------------

Tableau 7 Paramètres utilisés quand la ligne 2 est désadaptée

Comme nous n'avons pas altéré les paramètres de la ligne 1, le résultat obtenu pour celle-ci est similaire au cas III-2-a. Pour la ligne 2, nous obtenons les résultats suivants:

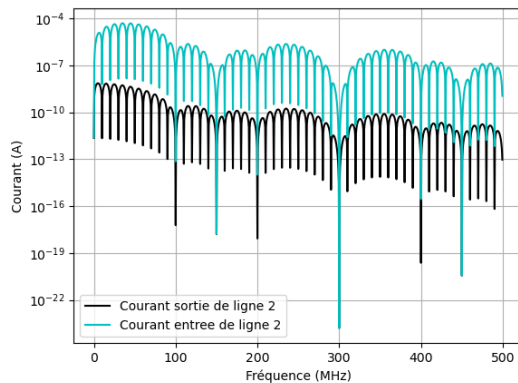


Figure 21 Courant en entrée et sortie de ligne 2 lorsque celle-ci est désadaptée en fin de ligne

Nous constatons toujours l'apparition de courants sur cette ligne due à la diaphonie, mais également la déformation entre le signal en entrée et en sortie, lié à la désadaptation de la ligne.

IV. CONCLUSION

Nous avons présenté une méthode de calcul permettant de modéliser rapidement le comportement d'une ligne simple, de deux lignes successives et enfin, les couplages par diaphonie pouvant survenir entre deux lignes. Pour ce faire, nous formalisons l'historique de propagation et de réflexion des ondes sous forme d'un vecteur dans l'espace des ondes. Nous le transformons par la suite pour passer dans l'espace des mailles, et résoudre le problème grâce à la méthode de Kron. Plusieurs applications numériques de cas simples ont été réalisées par la suite afin d'illustrer la méthode avec des résultats.

La méthode de calcul présentée dans cet article pourrait être utilisée afin de modéliser une

architecture et d'analyser les effets des couplages pouvant intervenir dans celle-ci.

V. REFERENCES

- [1] O. Maurice, « Compatibilité électromagnétique - Notions fondamentales », 2016.
- [2] J.-P. Vabre, « Monographie sur les lignes couplées ». A. Telec, 30, n°11-12, 1975.