Modélisation d'une colonne d'extraction à effet Taylor-Couette.

1

S. Gounand DEN/DM2S/SFME/LTMF CEA Saclay

J. Duhamet DEN/VRH/DRCP/STPI/LGCI CEA Valrhô-Marcoule



- 1. Description du dispositif ;
- 2. Modélisation fluide axisymétrique stationnaire monophasique : obtention des rouleaux de Taylor-Couette ;
- 3. Imposition d'un débit fluide traversant (axial) dans l'écoulement obtenu ;
- 4. Transport d'un colorant par le champ de vitesse obtenu à l'étape précédente ;

5. Perspectives.





Colonne d'extraction liquide-liquide à contre-courant.





- Création et maintien d'une émulsion (chimique, mécanique,...)
- Effets concurrents (taille des gouttes) :
 - augmentation de la surface d'échange : $S/V \propto 1/a$;

- vitesse de Stokes :
$$v = \frac{2g\delta\rho}{9\mu}a^2$$





Description : photo **PSfrag replacements** Phases immiscibles Échange (affinité chimique)

Colonne à effet Taylor-Couette.





Géométrie modélisée.



Modélisation fluide : équations

• Axisymétrique :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$$
 pour les inconnues $\mathbf{v} = (v_r \ v_\theta \ v_z) \ P$

• Navier-Stokes stationnaire :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{v}^{n+1} = 0\\ (\mathbf{v}^n \cdot \nabla) \, \mathbf{v}^{n+1} = -\frac{\nabla P^{n+1}}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{v}^{n+1}\\ \mathbf{v}^{n+1} \big|_{\text{bord}} = \mathbf{v}^0 \big|_{\text{bord}} \end{cases}$$

• Méthode d'éléments finis standard (éléments Q_2/Q_1).



Modélisation fluide : paramètres

• Paramètres géométriques :

| Nom | Symbole | Unité | Valeur |
|--------------------------------|---------|---------------|----------|
| Rayon moyen | R | mm | 9,25 |
| Intervalle entre les cylindres | a | mm | 1,5 |
| Allongement | b/a | | 8 |
| Hauteur (allongement réel) | H, H/a | <i>mm</i> , — | 750, 500 |
| Vitesse de rotation | ω | $tr.min^{-1}$ | 1000 |

• Paramètres physiques :

| Nom | Symbole | Unité | Valeur |
|---------------------|-------------------------------------|--------------|-------------|
| Masse volumique | ρ | $kg.m^{-3}$ | 1000 |
| Viscosité dynamique | ν | $m^2.s^{-1}$ | 1.10^{-6} |
| Nombre de Taylor | $Ta = \frac{\omega^2 a^3 R}{\nu^2}$ | | $3, 4.10^5$ |
| Taylor critique | Ta_c | | 1712 |
| Débit volumique | q | $ml.h^{-1}$ | 0 ou 200 |



SFME/LTMF



UR UZ U

Écoulement initial (v^0 , P^0) non déstabilisé (Couette).





UR UZ UT

Écoulement déstabilisé (Taylor-Couette) ($||v_r, v_z|| = 0, 17 m.s^{-1}$).



Modélisation fluide : résultats (III)



UR UZ UT

Écoulement de Poiseuille ($||v_z|| = 9, 4.10^{-4} m.s^{-1}$).







UR UZ UT

Écoulement déstabilisé + débit ($||v_r, v_z|| = 0, 17 m.s^{-1}$).



Modélisation fluide : résultats (V)

• Paramètres numériques :

| Nom | Unité | Valeur |
|-------------------------|-------|-----------|
| Nombre d'éléments | - | 800 |
| Nombre de d.d.l. | - | 11034 |
| Nombre d'itérations | - | 260 + 700 |
| Temps CPU par itération | S | 2,5 |

• Paramètres physiques :

| Nom | Unité | Valeur |
|---|------------|-------------|
| Échelle de vitesse v_r | $m.s^{-1}$ | 0,15 |
| Échelle de vitesse $v_{	heta}$ | $m.s^{-1}$ | 0,89 |
| Échelle de vitesse v_z | $m.s^{-1}$ | 0,14 |
| Échelle de pression ΔP | Pa | 20 |
| Échelle de vitesse v_z (Poiseuille) | $m.s^{-1}$ | 1.10^{-3} |
| Échelle de pression ΔP (Poiseuille) | Pa | 4.10^{-2} |



Transport : équations

• Axisymétrique :

 $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ pour l'inconnue c

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \left(\mathbf{v}_{\mathsf{Taylor-Couette}} c \right) = s$$

• Méthode d'éléments finis espace-temps moindres carrés (éléments Q₂).



SFME/LTMF





Masse de colorant dans la colonne en fonction du nombre d'itérations.

16



Concentration à l'itération 3200.



Transport : résultats (III)

• Paramètres numériques :

| Nom | Unité | Valeur |
|-------------------------|-------|--------|
| Nombre d'éléments | - | 2352 |
| Nombre de d.d.l. | - | 28899 |
| Nombre d'itérations | - | 6000 |
| Temps CPU par itération | s | 0,3 |

• Paramètres physiques :

| Nom | Unité | Valeur |
|-------------------|-------|----------------|
| Nombre de cfl | - | 0,9 |
| Pas de temps dt | s | $3, 5.10^{-4}$ |
| Temps final | S | 2,11 |



Conclusion

- modélisation stationnaire axisymétrique monophasique d'un écoulement dans une colonne d'extraction
 ;
- méthode précise de transport passif d'un colorant.

Perspectives

- comparaison avec l'expérience ;
- modélisation diphasique ;
- conditions aux limites ;
- stabilité de la méthode de transport.

