



**HAL**  
open science

# Les Réseaux à Organisation Polaire (ROP) : approche théorique et méthodologie de l'évaluation des performances

Gorges Amar, Nikos Stathopoulos

► **To cite this version:**

Gorges Amar, Nikos Stathopoulos. Les Réseaux à Organisation Polaire (ROP) : approche théorique et méthodologie de l'évaluation des performances. Les Cahiers Scientifiques du Transport / Scientific Papers in Transportation, 1987, 15-16 | 1987, pp.14-39. 10.46298/cst.11841 . hal-04114309

**HAL Id: hal-04114309**

**<https://hal.science/hal-04114309v1>**

Submitted on 1 Jun 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - ShareAlike 4.0 International License

**Les Cahiers Scientifiques du Transport**  
pp.13-40 N<sup>os</sup> 15-16/1987

*G. AMAR, N. STATHOPOULOS, Les Réseaux à Organisation Polaire (ROP).*

***Les Réseaux à Organisation Polaire : (ROP)  
approche théorique et méthodologique  
de l'évaluation des performances***

**G. AMAR**

*Chargé de la Mission PROSPECTIVE  
à la Direction Générale de la RATP*

**N. STATHOPOULOS**

*Réseau 2000-RATP,  
LAMSADE, Paris-Dauphine*

## 1 Crise de la conception de réseau : Hétérogénéité et anisotropie du déplacement urbain

### 1.1 L'activité de la RATP et la conception de réseau

D'une manière générale, on peut dire que l'objet de l'activité de la RATP est la mobilité sociale urbaine sous ses divers aspects. Pour mieux appréhender son rôle, précisons ses trois caractéristiques essentielles : une activité d'Entreprise, une activité de service public, et une "activité-de-réseau". Cette dernière est une activité spécifique comportant les trois aspects suivants : un rapport au territoire, un principe de connexion et une logique de l'usage. Nous allons examiner dans cet article le premier de ces aspects ( le rapport au territoire) à travers le concept de l'homo(hétéro)généité.

### 1.2 Le concept d'homogénéité

D'un point de vue sémantique , homogène signifie ( en parlant d'un tout, d'un ensemble) "ce qui est de structure uniforme, dont les éléments constitutifs, les parties, sont de même nature ou répartis de façon uniforme". Il s'agit donc d'une propriété qui se réfère à une population munie de caractéristiques dont on étudie la répartition par rapport à une référence préétablie. On retrouve cette signification dans les réseaux techniques notamment les réseaux de distribution d'eau sous pression.

#### 1.2.1 Homogénéité hydraulique

A son propos G. DUPUY écrit: "Pour la plupart des réseaux techniques, les spécialistes ont établi des indicateurs qui mesurent le degré d'homogénéité de tout ou partie des réseaux, sous la forme d'un calcul des "pertes en lignes", des "pertes en charge", en fonction des phénomènes physiques spécifiques mis en oeuvre dans le réseau". Dans les réseaux de distribution d'eau sous pression, la transmission de la pression d'un noeud à l'autre du réseau se fait avec une perte de charge (décroissance de la pression) et la signification des indicateurs est fort simple: si la perte de charge entre deux points  $a_i$  et  $a_j$  du réseau est négligeable on considère que le flux entre  $a_i$  et  $a_j$  est homogène. Il est évident que si un tel indicateur peut être défini pour une liaison quelconque du réseau on peut, moyennant un système d'aggrégation, arriver à définir un degré d'homogénéité pour l'ensemble du réseau.

#### 1.2.2 Homogénéité et réseaux de transport

Dans les réseaux de transport le phénomène "physique" mis en oeuvre est la circulation des usagers; on devrait donc, en fonction de leurs caractéristiques, définir l'homogénéité par rapport au déplacement. C'est exactement le but de cet article mais encore, faut-il ajouter, que la métaphore hydraulique choisi n'est pas innocente. En effet nous postulons que le concept d'homogénéité dans les réseaux de transport peut avoir deux lectures dont chacune renvoie à une conception différente du rapport "réseau-territoire" et aussi à un paradigme différent de conception de réseau.

### 1.3 Déplacement, Territoire et Homogénéité

Pour les géographes, la résistance aux déplacements est une fonction inhérente à l'espace. Cette inaccessibilité de l'espace géographique est purement physique au sens ou elle ne fait pas référence à des obstacles provenant des formes d'organisation sociale. Lorsque l'on parle de territoire l'espace géographique est plus ou moins abandonné, ou plutôt dominé par un autre espace enjeu de pouvoirs, car toute définition de territoire fait

explicitement ou implicitement référence à la notion de pouvoir. Toutefois si les jeux de pouvoir dans l'espace géographique le transforment en territoire ils ne lui enlèvent jamais sa propriété fondamentale par rapport au déplacement; le territoire reste lui aussi un obstacle au déplacement que les systèmes de transport s'efforcent à surmonter. De la nécessité d'organiser, de réguler et finalement de surmonter dans la mesure du possible, cette résistance des territoires aux déplacements, sont nés les réseaux. Sans cette résistance des territoires, les déplacements seraient homogènes, en ce sens que leurs caractéristiques quantitatives et qualitatives seraient plus ou moins identiques ou répartis de façon uniforme.

### 1.3.1 Le réseau tuyau : Faire disparaître l'hétérogénéité

Les recherches socio-historiques récentes sur la conception de réseau convergent à reconnaître deux paradigmes de conception. Dans le premier ("réseau-tuyau") l'hétérogénéité des déplacements, imposée par le territoire, est invitée à disparaître. Ainsi, si par analogie aux réseaux hydrauliques, on construisait un indicateur d'homogénéité des déplacements pour les réseaux de transport, il aurait la forme suivante:

$$H_{ij} = f(d_{ij}, v_{ij}, f_{ij}, p_{ij})$$

ou  $d, v, f, p$  sont respectivement la distance, la vitesse, la fréquence et la régularité de la liaison ( $i-j$ ) entre les points  $i$  et  $j$  du réseau. Pour une liaison donnée,  $H_{ij}$  (l'homogénéité du réseau) serait une fonction croissante des  $v, f, p$  et décroissante de  $d$ . Cette manière de traiter l'hétérogénéité, indique bien la nature du "réseau-tuyau". Son rôle en tant que régulateur est d'intervenir sur l'hétérogénéité pour la réduire ; vaincre la résistance du territoire pour se constituer en un pseudo-territoire à part, homogène et astreint à ces propres règles.

### 1.3.2 Réseau connexioniste : gérer l'hétérogénéité relative

Il y a toutefois une autre manière de traiter le problème de l'hétérogénéité dans les réseaux. Elle consiste à accepter le caractère fondamentalement hétérogène des déplacements et, en matière de modélisation, à ne plus s'intéresser directement aux degrés d'homo(hétéro)généité mais à leurs variations relatives.

Cela, non pas en vue d'instaurer un degré zéro de variation relative, mais d'étudier en quoi ces variations informent sur les relations du réseau avec le territoire, et d'analyser comment la superposition de plusieurs réseaux, techniquement ou en termes d'exploitation différents, peut conduire à un réseau de transport collectif et plurimodal. Dans ce type de réseau c'est la connexion des divers degrés d'hétérogénéité des déplacements qui sera supposée conduire au réseau plurimodal, cohérent sur le plan fonctionnel et respectant la diversité inhérente aux territoires urbains. Nous l'appellerons ici le "réseau connexioniste".

## 2. Le réseau tuyau

### 2.1 - Le concept traditionnel de réseau de transport

C'est peut-être parce qu'il est aujourd'hui le lieu d'une crise des représentations que nous pouvons reconnaître que c'est un certain concept de réseau qui a dominé, pendant plusieurs décades, les représentations de la plupart des acteurs, en particulier celles des décideurs et des concepteurs. Ce concept (le réseau-tuyau), nous semble fondé sur deux principes ou attributs d'extra-territorialité et pseudo-territorialité. Extra-territorial, le réseau-tuyau le serait car il aurait, idéalement, le pouvoir de ne pas être affecté par les territoires qu'il traverse. Pseudo-territorial, car il serait un territoire à part, astreint à ses propres règles qui sont celles de la fluidité de la circulation.

### 2.1.1 Les Impasses du réseau-tuyau

Ces conditions étant admises, le modèle du réseau-tuyau offre un énorme avantage : il rend possible le calcul. Il permet le développement d'une rhétorique économétrique qui, par delà sa prétention à l'optimisation pour une collectivité, est, encore aujourd'hui peut-être, le langage commun partageable dans lequel des décisions à caractère global peuvent être débattues. Ce sont justement toutes ces conditions de mise en oeuvre (du modèle du réseau-tuyau) qui semblent aujourd'hui battues en brèche. Les signes de cette remise en cause sont aujourd'hui multiples mais nous allons nous limiter aux trois aspects suivants :

#### a) La multiplicité irréductible des modes de déplacement

De même qu'il y a plusieurs allures (le trot, le galop, etc.), il y a plusieurs manières de se déplacer : à pied, en voiture, en vélo, en bus, en métro, etc... C'est bien un fait, **les modes de déplacement** sont multiples et distincts. Or c'est bien l'échec relatif, ou en tous cas le peu de concrétisations, des "stratégies d'intégrations des modes" qui se sont succédées depuis une quinzaine d'années, qui devrait nous amener à réinterroger l'évidence de cette idée d'intégration ou de pluri-modalité. Et peut-être à redécouvrir ce qu'est un "mode", un mono-mode, à voir en quoi chaque mode a une identité propre qui résiste à toute "intégration" forcée, et dont la négation risque d'être finalement désastreuse. Il nous semble donc, judicieux de définir un mode de déplacement comme une conjonction réussie et stable de trois éléments :

- un élément technologique, qui fournit la puissance de traction, selon des modalités bien définies, correspondant à une "lignée technologique" particulière (le ferroviaire, l'aéronautique...);
- un élément pragmatique, consistant en savoir-faire, modes d'emplois et cultures socio-professionnelles, relatifs à cet élément technologique dans un environnement donné et en fonction d'un certain nombre de finalités ;
- un élément imaginaire, qui dote le mode de déplacement d'une couleur affective, de mémoires individuelles et collectives, et le charge ainsi de sens vécu.

Cette conjonction constituerait un "opérateur spatio-temporel" particulier : un mode de transport.

#### b) Hétérogénéité des territoires urbains

L'une des grandes orientations stratégiques de la RATP, depuis plusieurs années, est le passage de l'échelle parisienne à l'échelle régionale. Cependant, si un tel passage demeure problématique et constitue encore un défi, c'est bien parce qu'il ne s'agit pas d'une simple extension géographique, déjà largement réalisée, mais de l'adaptation et de la contribution à un nouveau type de territorialité urbaine.

Il s'agit, en un mot, de la disparition progressive de la notion de **banlieue**, entendue comme un tissu plus ou moins homogène, infra-urbain et totalement dominé par le pôle Paris (au plan socio-culturel, économique et politique). L'émergence d'un territoire urbain hétérogène et polycentrique, à l'échelle régionale, pose de nouveaux et difficiles problèmes d'organisation. L'un des symptômes en est, au niveau des transports collectifs, la difficulté à concurrencer la voiture particulière dans le marché des déplacements banlieue-banlieue (l'un des seuls qui soit véritablement porteur). Mais au-delà de ce symptôme, c'est bien le concept homogénéisant de réseau-tuyau, et des pratiques de conception qui s'y réfèrent, qui sont aujourd'hui en cause.

### c) hétérogénéité et déplacement

"Cette hétérogénéité des territoires n'est pas sans conséquences sur les déplacements effectués à travers le réseau. Les déplacements eux-mêmes deviennent hétérogènes, leur organisation et leur qualité étant affectées par les territoires traversés. Ainsi le territoire apparaît comme un espace fondamentalement hétérogène, et le réseau comme un opérateur-régulateur de l'hétérogénéité imposée aux déplacements par le territoire. Dans le paradigme du réseau-tuyau cette hétérogénéité est refusée et le réseau cherche au travers de l'"intégration" quasi-mythique des modes à se transformer en un pseudo-territoire à part.

Pour illustrer cette tendance à refuser l'hétérogénéité à travers de l'"intégration des modes" et cela dans un esprit maximaliste il suffit de rappeler que cette intégration est toujours pensée en un sens unique. Il s'agit toujours par exemple, de mieux intégrer le bus au transport ferré (modèles dits de "rabattement"). Pourtant cette prépondérance du ferré dans la logique de l'intégration des modes est intéressante en ce qu'elle est révélatrice d'un phénomène méconnu : il existe dans les réseaux des axes plus homogènes que d'autres (plus "déterritorialisés" par conséquent), en ce sens que, les déplacements assurés par eux sont les moins affectés par les territoires traversés.

Ces axes instaurent dans le réseau, par leurs caractéristiques (site propre, vitesse, régularité, ponctualité...) une borne supérieure d'homogénéisation (de déterritorialisation) des déplacements, et peuvent servir de référence pour l'évaluation des degrés (niveaux) d'homogénéisation des déplacements par un réseau ou sous-réseau. Cette lecture du rapport triangulaire réseau-déplacement-territoire peut être modélisée au moyen de méthodes multicritères pour en arriver à une définition opérationnelle des niveaux de desserte comme niveaux de déterritorialisation relative du réseau.

### 3. Le Réseau "connexioniste"

La réflexion développée dans cet article a été élaborée au cours des travaux entrepris sur l'opérationnalité des concepts avancés par le projet de recherche Réseau 2000 de la RATP, mais elle a également bénéficiée des nombreux travaux sur les réseaux. Plus particulièrement, les aspects socio-historiques sur la conception et la genèse des réseaux se trouvent résumés dans une proposition théorique de G. DUPUY dont nous nous sommes permis de présenter ici quelques aspects.

#### 3.1 Le Réseau Idéalisé Maximaliste (RIM) : Un objet virtuel

La thèse principale développée dans cette approche est "qu'au-delà des apparences, il y a nécessité de repenser les réseaux techniques en tant que réseaux territoriaux". La formulation nouvelle tentée part de deux axiomes "formateurs" d'un réseau idéalisé, à partir duquel le réseau technique (RT) se conçoit comme terme d'un processus d'amendement du réseau idéalisé, par des logiques politiques, économiques et sociales. Le premier de ces axiomes est fondamental en ce qui concerne le rapport des réseaux aux territoires dans lesquels ils "s'inscrivent" et aussi pour ce qui est de l'utilité du concept de l'homo(hétéro)généité dans la clarification de ce rapport.

Selon donc G. DUPUY : "A la base de la notion du réseau, il faut reconnaître l'affirmation d'une diversité, d'une hétérogénéité fondamentale dans le temps et dans l'espace... Il faut accepter de repérer ces "points". Mais ces points ne sont pas de pures abstractions géométriques, ils ont une épaisseur sociale géographique,.... sont des individus localisés, villages, villes, capitales.... mais aussi usines, logements, barrages... Sans cet axiome de diversité qui (im)pose l'existence des points ou des noeuds, ou encore des pôles, il ne saurait y avoir de réseau".

A partir de ces points, les acteurs conçoivent leurs mises en relation, leurs "projets transactionnels", formant ainsi un Réseau Idéalisé, le Réseau de Projets Transactionnels (RPT).

### 3.1.2 Caractère maximaliste du RPT

Le RPT, relevant de l'imaginaire et étant du domaine de la virtualité, est conçu par chaque acteur de manière à se plier à ses besoins et à eux seuls. Ceci conduit à un RPT (lieu de rencontre des multiples acteurs) maximaliste où les noeuds sont tous liés directement deux à deux quelle que soit la nature de la liaison. Sur les indices "réseau" issus de la théorie des graphes que l'on utilise habituellement pour décrire la structure des réseaux et que l'on définira formellement plus loin, on montrera, qu'un tel réseau atteint ses valeurs maximales. Evidemment ce réseau ne se réalise, mais on peut considérer tout autre réseau technique comme un compromis entre le RPT, moyens à disposition et conditions réelles. A cause de son caractère maximaliste on désignera désormais ce réseau sous l'abréviation (RIM).

### 3.2. Le passage du (RIM) au réseau technique (RT)

Ce compromis qu'est le RT ne peut évidemment être réalisé par tous les acteurs intéressés. Un acteur délégué est désigné pour le mettre en place. Dans la logique de cet opérateur, la "faisabilité du projet collectif exigera une homogénéisation" des divers logiques et projets transactionnels. "Le passage du (RIM) au réseau technique ne peut se comprendre que par la mise en évidence (pas toujours souhaitable par l'opérateur) de nombreuses déterminations, à la fois combinées et masquées par les outils mathématiques de planification et de dimensionnement utilisés"(1). Ce passage consiste en un compromis entre différentes catégories d'acteurs concernés:

- C'est un compromis entre acteurs du (RIM), c'est-à-dire les acteurs qui disposent d'assez de pouvoir pour que leurs localisations dans l'espace soient considérées comme des points remarquables du territoire;

- C'est aussi un compromis entre les acteurs du (RIM) et d'autres acteurs qui bien qu'ils ne disposent pas d'assez de pouvoir pour participer directement au formatage du (RIM) (parce qu'ils sont dispersés sur le territoire ou encore insignifiants économiquement...etc.), en ont assez pour être pris en compte par l'opérateur-formateur du réseau. Cette prise en compte se fera par le biais des institutions, des instruments et des pratiques auxquelles les acteurs auront recours.

Au bout de cette procédure le (RIM) n'existe plus ; il s'est transformé en réseau technique avec toute la complexité qui le caractérise. Ainsi, parmi les pôles du réseau des projets transactionnels: certains disparaissent, d'autres perdent leur importance ou au contraire la confirment. De plus les fonctions spatio-temporelles que les pôles devraient remplir se différencient et au bout de cette différenciation de **nouveaux pôles apparaissent**. Ce processus qui compte de nombreuses étapes (synchrones ou non) éloigne définitivement le réseau technique du Réseau Idéalisé, mais il dissimule aussi les hiérarchies-ordres établies entre les pôles qui restent toujours identifiables. La complexité du réseau technique où tout point semble plus ou moins lié aux autres, où tout chemin se découpe en plusieurs petites fractions avec des caractéristiques différentes, rend difficile l'étude du rôle du réseau par rapport aux points qu'il dessert ; des hiérarchies qu'il aide à confirmer, infirmer ou tout simplement à établir entre ces points ; somme toute de la structuration-distribution spatiale et économique des activités dans le territoire.

-----

(1) G. DUPUY : "Les réseaux techniques sont-ils des réseaux territoriaux ?"

Néanmoins cette étude peut être menée sur un "réseau polaire" qui est composé :

- par les pôles qui restent identifiables dans le réseau technique,
- par les liaisons interpolaires

Ce "réseau polaire" peut être considéré comme une médiation entre le (RIM) et le (RT) et peut être modélisé en termes mathématiques de façon à ce que les concepts et indices définis sur lui aient une interprétation significative pour le Réseau Technique. Le passage du modèle (objet abstrait) au "réel" et inversement est régi par des règles simples.

### 3.3. Une piste de recherche

Le paradigme "connexioniste" s'oriente vers une conception de réseau par "points" beaucoup plus que par "lignes". Seulement dans son fonctionnement concret, le transporteur (c'est le cas de la RATP) considère généralement "la ligne" (d'autobus, de métro...) comme le "format" fondamental qui conditionne son action : aussi bien au niveau de l'organisation du travail, de la gestion du personnel, de sa gestion financière. Par exemple, le développement du réseau est la plupart du temps conçu en terme de création ou de prolongement de lignes.

Ce "primat" de la ligne tient au privilège traditionnel accordé à la fonction "mouvement" et aux métiers correspondants : la logique des flux domine les autres fonctions, notamment la gestion des lieux et des territoires. D'où l'idée de promouvoir une "définition" de réseau, non plus en termes de lignes, mais en termes de "points" ; un réseau serait alors un ensemble de points ayant la double propriété :

-d'être "inscrits" dans un site urbain (au plan économique, architectural, social, institutionnel);

-d'être reliés, de diverses manières par des lignes, sans distinction nécessaire de "mode".

Concevoir un "réseau par points", plutôt que par lignes, conduit à s'interroger sur la nature de ces points : pôles urbains, noeuds de réseaux, mais aussi ancrages possibles d'une certaine décentralisation de l'entreprise. Une réflexion stratégique de la RATP, connue sous le nom "Schéma Directeur de l'Offre" (SDO), va dans le sens d'une conception "par points". Nous avons, pour cette raison, tenu à présenter sommairement les principes d'une telle conception de réseau.

#### 3.3.1 Les principes du Schéma Directeur de l'Offre

**Bâtir un réseau de POINTS** ; c'est-à-dire un réseau s'organisant autour de pôles de transport qui soient aussi, de préférence, des pôles d'aménagement choisis parmi les principaux centres d'habitat ou d'emplois. Ils se situeraient à l'intersection d'axes lourds radiaux et de rocade, et autour de noeuds d'échange bus-bus, aménagés pour être perçus comme de véritables stations de correspondance entre lignes.

**Structurer le réseau par niveau de desserte** ; ces niveaux pouvant être :

- la desserte Interpolaire à caractère régional, reliant entre eux les principaux pôles ;
- la desserte sectorielle qui doit assurer la desserte interne d'un secteur et le rabattement sur la desserte régionale ;
- la desserte locale et spécifique, pour les liaisons internes aux communes.



Coordonner les niveaux entre eux ; ce qui implique notamment, une meilleure intégration des différents modes aux pôles constitutifs du réseau. Donc, on s'aperçoit facilement que le réseau proposé par SDO est très proche de ce que l'on a appelé Réseau Polaire. Or, évaluer les performances ou gérer un réseau du type SDO, suppose que l'on soit en mesure de modéliser ce Réseau Polaire. Ceci constitue le but de notre démarche, mais avant on aura besoin de rappeler quelques notions de l'analyse des systèmes et de l'algèbre des graphes.

#### 4. Systèmes et Réseaux

##### 4.1. La notion de système

Notre propos n'est pas de passer au crible les utilisations multiples des systèmes ni d'en faire une classification quelconque ; les réponses à ce problème semblent s'esquisser dans des ouvrages assez récents que l'intéressé pourra facilement consulter. Toutefois, l'utilisation fréquente du terme "réseau", les renvois multiples à ses aspects "systémiques" et l'ambition d'opérationnalité nous incitent à rechercher une définition formelle du système le définissant à la fois : par ses éléments et/ou sous-systèmes, dans son environnement et, au moyen de ses lois d'interaction/transformation entre éléments ou entre système et environnement. C'est précisément le mérite d'une définition formelle due aux cybermétriciens CLIR et VALLACH(1) :

- Soit un système  $S$  contenant les éléments  $a_1, a_2, \dots, a_n$

- Soit  $a_0$  l'environnement de  $S$

- on note l'ensemble  $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  et l'ensemble  $B = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$

- Chaque élément de l'ensemble  $B$  est caractérisé par un ensemble de quantités d'entrée et un ensemble de quantités de sortie.

- Soit  $r_{ij}$  la façon dont les quantités d'entrée de l'élément  $a_j$  dépendent des quantités de sortie de l'élément  $a_i$ , l'ensemble de tous les  $r_{ij}$  sera noté  $R$

- Chaque ensemble  $S_e = (B, R)$  constituera un système défini dans son environnement. Il est évident que  $S_e$  est représentable sous forme d'un graphe associé avec comme noeuds les éléments de  $B$  et comme arcs les éléments de  $R$  représentés sous forme booléenne ou autre.

Bien que toute définition "ensembliste" des systèmes est sujette à des critiques que l'on connaît, on s'est directement inspiré dans ce qui suit de cette définition pour formaliser un réseau. Mais une autre raison a aussi motivé ce choix, le rapprochement de cette définition avec les indices "réseau", de la théorie des graphes est de nature à mettre en évidence un des aspects de la "spécificité réseau" : le rapport au territoire.

Parmi les représentations graphiques possibles des systèmes, celle qui, d'un avis général, présente le plus d'intérêt pour sa clarté, comparabilité et facilité d'apprentissage est due à la théorie des graphes. Dans cette représentation, les éléments et/ou sous-systèmes sont représentés comme des noeuds et les interactions comme des arcs peuvent être évalués d'une manière quelconque, exprimant des lois d'interdépendance (contraintes de postériorité/antériorité des noeuds ; contraintes cumulatives, disjunctives) et/ou des lois de

transformation-circulation ( contraintes de capacité des arcs) ou encore des lois de transformation entre système et environnement (conservation ou non de flux entre entrées et sorties du système).

## 4.2 Indices caractéristiques des réseaux

On résume ici quelques indices "réseau" empruntées à la théorie des graphes qui peuvent nous aider à mettre en évidence, voire à modéliser l'un des aspects de la spécificité des réseaux: leur rapport au territoire .

### 1.CONNEXITE

La connexité est un concept topologique permettant de caractériser le réseau du point de vue des relations qu'il assure entre ses noeuds-pôles. Dans la théorie des graphes on définit des connexités fortes, semi-fortes, faibles, etc..etc. On se limitera ici à la connexité forte et simple.

#### connexité forte

Au système  $S_e$ , on associe le graphe orienté  $G(R)$  défini par la matrice  $(g_{ij})$  telle que:  $g_{ij}=0$  si les entrées de  $a_j$  ne dépendent pas des sorties de  $a_i$  ou  $g_{ij}=1$  si elles en dépendent.  $G(R)$  est fortement connexe si pour tout  $i$  et tout  $j$  ( $i \neq j$ ) on a: soit  $g_{ij}=1$  pour tout  $i$  et tout  $j$ , soit il existe un chemin  $k, l, m, \dots, s$  ( $=i, =j$ ) tel que:  $g_{ik} \cdot g_{kl} \cdot g_{lm} \cdot \dots \cdot g_{sj} = 1$ .  $G(R)$  sera non-fortement connexe dans le cas contraire.

#### connexité simple

Au système  $S_e$  on associe le graphe non-orienté  $G'(R)$  défini par la matrice  $(g'_{ij})$  telle que :  $(g'_{ij}=1$  si  $g_{ij}=1$  ou  $g_{ji}=1$ ) et  $(g'_{ij}=0$  si  $g_{ij}=0$  et  $g_{ji}=0$ ).  $G'(R)$  est (simplement) connexe si on a :  $g'_{ij}=1$  pour tout  $i$  et tout  $j$  ou il existe une chaîne  $k, l, m, \dots, s$  telle que:  $g'_{ik} \cdot g'_{kl} \cdot g'_{lm} \cdot \dots \cdot g'_{sj} = 1$ .  $G'(R)$  sera non connexe dans le cas contraire. Il est intéressant de signaler que dans le cas des réseaux techniques où les liaisons à double sens sont possibles on peut se limiter à la connexité simple (entraînant une connexité forte au sens de la théorie des graphes).

#### Signification territoriale

Si le système  $S_e=(B,R)$  est un système territorial (au sens où ses éléments et leurs liaisons appartiennent et/ou définissent un territoire) la signification de la connexité est assez évidente: elle traduit le fait que le réseau liant les éléments du système "solidarise" le territoire en question.

#### décomposition

Un réseau non-connexe peut être décomposé en sous-réseaux connexes; on appellera ces sous-réseaux composantes connexes. De nombreux algorithmes ont été développés en Recherche Opérationnelle pour traiter ce type de problème. Ainsi on peut dénombrer les composantes connexes d'un réseau, le nombre de composantes connexes sur lesquelles est situé un noeud du réseau ...etc.

## 2. CONNECTIVITE

Ce concept nous permet d'évaluer les possibilités de liaisons directes et/ou alternatives offertes par le réseau. Parmi les divers indices existants pour quantifier cette notion, nous avons retenu les indices  $\alpha$  et  $\partial$ , qui sont à la fois les plus satisfaisants sur le plan conceptuel et les plus utilisés.

### Indice $\alpha$

Cet indice mesure le nombre de circuits existant dans  $G'(R)$  par rapport au nombre maximum de circuits que pourrait présenter un graphe ayant le même nombre de noeuds. Il s'agit donc d'un indicateur de maillage du  $G'(R)$ . Ainsi:

$$\alpha = \frac{\sum_{ij} g_{ij}^{n-1}}{(n(n-1)/2) - (n-1)}$$

avec  $n$  = nombre de noeuds du graphe.

Nombre cyclomatique: la quantité  $\sum_{ij} g_{ij}^{n-1}$  représente le nombre maximal de cycles indépendants réalisables dans le graphe et il est convenu de l'appeler **nombre cyclomatique**.

### Indice $\partial$

Cet indice mesure l'importance des liaisons directes entre les noeuds du  $G'(R)$  indépendamment des liaisons indirectes (assurées par la connexité):

$$\partial = \frac{\sum_{ij} (g_{ij})}{n(n-1)/2}$$

Ces formules sont valables pour des graphes non-planaires(1).

### 2.1. Liaisons d'ordre structurel entre connexité et connectivité.

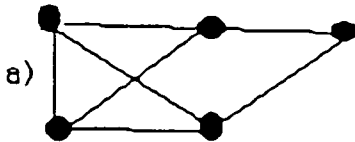
On ne traite ici que de graphes connexes. La connectivité peut être définie pour des graphes non-connexes mais dans ce cas sa signification pour l'analyse des réseaux techniques n'est pas évidente. En se limitant donc aux graphes connexes, il nous faut éclaircir le rapport connexité/connectivité.

Une forte connectivité au sens de l'indice  $\alpha$  signifie une multiplication des liaisons alternatives entre noeuds et par là une multiplication des chemins qui les relient, ce qui conduira à une espèce de super-connexité. D'autre part une connectivité forte au sens de l'indice  $\partial$  équivaut à une multitude de liaisons directes entre les noeuds. Mais ajouter une liaison directe entre deux noeuds déjà en relation (par la connexité) est de nature à créer un cycle repérable par l'indice  $\alpha$  et donc conduire de nouveau à des structures super-connexes/super-connectives.

(1): Un graphe non-planaire peut être représenté sur un plan de sorte que les noeuds soient des points distincts, les arcs des courbes simples et que deux arcs ne se rencontrent pas en dehors de leurs extrémités. On a considéré que les réseaux des transport urbain peuvent difficilement se concevoir comme de graphes planaires, donc, on ne parle ici que de graphes non-planaires même si cela n'est pas précisé.

Ce caractère cumulatif des indices de connexité et de connectivité (ou cette dépendance au sens des liaisons structurelles si l'on se réfère à une terminologie de modélisation multicritère) pose de redoutables problèmes et il n'est pas sans rapport avec ce que l'on appelle "l'effet réseau".

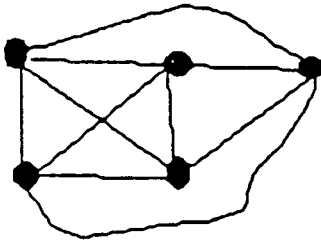
### Illustration graphique



$$a = \frac{2(7-5+1)}{(5-2)(5-1)} = 0,5$$

$$\alpha = \frac{2*7}{5(5-1)} = 0,7$$

Si à propos de ce même réseau à 5 nœuds on essayait d'imaginer un Réseau Idéalisé Maximaliste (RIM) correspondant où chaque nœud serait directement lié aux quatre autres, on aboutirait à un réseau de la forme suivante.



$$a = \frac{2(10-5+1)}{(5-2)(5-1)} = 1$$

$$\alpha = \frac{2*10}{5(5-1)} = 1$$

La connectivité du RIM constitue une borne supérieure pour tout réseau technique ayant le même nombre de nœuds.

### 3. HOMOGENEITE.

Dans la définition du système on a noté  $r_{ij}$  la façon dont sont liés les éléments du système. Or dans la formalisation des indices de connexité et de connectivité nous ne sommes intéressés (à travers des  $g'_{ij}$ ) qu'à l'existence ou non des liaisons ( $r_{ij}$ ) sans se préoccuper de leur nature. Dans cette optique les caractéristiques des liaisons ne sont pas susceptibles d'affecter la corrélation spatio-temporelle des éléments du système qu'elles mettent en relation.

Pour autant que les  $r_{ij}$  restent a-spatiales et a-temporelles (et donc, les  $g'_{ij}$  restent booléennes) le réseau R est Homogène, l'homogénéité traduisant "le fait que la façon dont les différents éléments du système dépendent les uns des autres par l'intermédiaire du réseau est indépendante des caractéristiques particulières spatio-temporelles des liaisons considérées(1).

(1) cf : G.DUPOUY, "Systèmes, Réseaux et Territoires", Presses ENPC, 1985

Dans un réseau technique les mises en relation des noeuds sont toujours fonction des caractéristiques spatio-temporelles des liaisons et non seulement de leur existence. Ainsi dans un réseau de transport la distance, le temps de parcours, la fréquence, la régularité, ... sont autant des facteurs d'hétérogénéité. Il serait donc utile de se donner des indicateurs pour mesurer ce degré d'hétérogénéité des réseaux techniques. Des tels indicateurs sont déjà utilisés pour certains réseaux comme ceux de distribution d'eau sous pression. Par analogie à ces indicateurs on peut en imaginer un autre, défini pour les réseaux de transport. On a déjà indiqué que la forme de cet indicateur et des approches statistiques peuvent être envisagées pour y arriver dans le cas des réseaux de transport. Toutefois pour notre part on estime qu'une telle démarche serait inadaptée pour les raisons suivantes:

\_ Les facteurs que l'on devrait prendre en considération sont multiples et mal maîtrisés. Il suffit de s'interroger sur les variations de  $v, f, p$  en fonction de l'état général de la circulation et de la voirie pour s'en apercevoir.

\_ D'autre part les "flux" circulant dans un réseau de transport sont "susceptibles d'un minimum de conscience et de liberté" (1) et ils s'accrochent mal avec ce type d'indicateurs homogénéisants au mépris de l'information perdue.

Pour ces raisons la proposition qu'on fait pour modéliser l'homo(hétéro)généité se caractérise par une approche multicritère sans agrégation des facteurs susceptibles d'influencer le degré d'homogénéité d'un réseau.

#### 4. ISOTROPIE

L'isotropie signifie que toutes les liaisons du réseau sont équivalentes du point de vue de leurs homogénéités respectives. Autrement dit pour un réseau où des degrés d'homogénéité sont définis par liaison, l'isotropie s'intéresse à la variance de ces degrés. Dans son ouvrage "Systèmes, Réseaux et Territoires", G. DUPUY donne l'exemple suivant : "En supposant qu'il existe plusieurs chemins entre les éléments  $a_i$  et  $a_p$  d'un réseau, un indicateur d'homogénéité  $H(a_i - a_p)$  prendra plusieurs valeurs. On peut prendre comme indice d'isotropie dans le réseau de  $a_i$  vers  $a_p$  :  $I(a_i - a_p) = 1/V^2(H)$  ou  $V^2(H)$  représente la variance de  $H(a_i - a_p)$  "On conçoit facilement qu'un réseau homogène est aussi isotrope mais qu'un réseau hétérogène peut aussi être isotrope si les variations des degrés d'hétérogénéité sont (ou peuvent être considérées comme) négligeables. Des indicateurs d'isotropie peuvent être construits à partir de ceux d'homogénéité mais l'on a préféré traiter l'isotropie dans le même esprit multicritère que l'homogénéité. D'autre part pour bien insister sur les manières différentes de traiter l'homogénéité dans les deux types de réseau nous allons parler dorénavant d'homo(hétéro)généité relative au lieu de parler d'isotropie.

#### 5. NODALITE

Nous avons présenté jusqu'ici des indices portant sur le réseau d'une manière globale (connexité, connectivité) et sur les liaisons (homogénéité, isotropie). Nous allons finir par un dernier qui porte sur les noeuds-pôles du réseau. La nodalité est un concept qui nous permet de caractériser, voire de hiérarchiser les noeuds d'un réseau du point de vue de leurs capacités relationnelles.

(2) cf : G. AMAR, L'évolution de la conception de réseau, Réseau 2000, 1987

Il y a diverses manières pour évaluer cette capacité; on peut s'intéresser aux liaisons directes internodales, au nombre de pôles accessibles à partir de chaque pôle du réseau, aux moyens affectés aux liaisons contrôlées par chaque pôle...etc. On a retenu ici six indices que l'on va présenter ci-après sans les définir formellement:

**5.1 Nodalité de premier ordre( $N_1$ ):** il s'agit du nombre de liaisons directes internodales contrôlées à partir de chaque noeud-pôle du réseau.

**5.2 Nodalité générale( $N_g$ ):** nombre de pôles accessibles en employant, à partir de chaque pôle, tous les chemins qui y passent mais sans correspondance (p.e dans un réseau de bus en employant toutes les lignes qui desservent un pôle donné mais sans correspondance). On a appelé ce nombre Nodalité générale ( $N_g$ ) à distinguer de la nodalité généralisée indice que l'on n'a pas retenu ici.

**5.3 Nodalité combinée( $N_c$ ):** nombre de pôles accessibles à partir d'un pôle donné, mais avec une seule correspondance entre chemins et cela pour tous les chemins passant par ce pôle.

**5.4 Nodalité en moyens ( $N_m$ ):** cet indice tient compte des moyens affectés aux chemins contrôlés par chaque pôle (dans un réseau de bus il sera calculé en fonction de la fréquence des lignes desservant un pôle donné).

**5.5 Nodalité radiale ( $N_{ra}$ ):** si le réseau qu'on analyse présente une radiocentricité (le réseau de bus en banlieue) il est intéressant de savoir le nombre de chemins radiaux pour chaque pôle.

**5.6 Nodalité périphérique( $N_{pe}$ ):** en analogie avec l'indice précédent il s'agit là du nombre de chemins assurant de liaisons périphériques par rapport à la centricité du réseau (p.e les lignes rocade de bus).

Ces six indices seront désormais appelées attributs de nodalité et ils ne sont évidemment pas les seuls à pouvoir être pris en considération. Dans chaque cas ce sont les questions que l'on se pose qui vont nous dicter les aspects de la nodalité à retenir.

#### 4. Le Réseau Polaire (RP)

Nous nous efforcerons dans les pages suivants de formaliser conceptuellement un réseau du type SDO et d'esquisser les grandes lignes d'une méthodologie d'analyse de ses performances morphologiques et fonctionnelles.

##### 4.1 Définition

Le Réseau Polaire est un objet mathématique dont la forme générique serait celle d'un graphe particulier, caractérisé par :

##### composition

- un ensemble des sommets(pôles) de deux catégories, "internes" et "externes". Les premiers, dont l'ensemble constitue un "secteur", sont choisis en fonction de divers critères démographiques, urbanistiques et autres(ils ont pu faire l'objet des négociations avec les collectivités territoriales concernées). Les deuxièmes sont essentiellement les pôles par qui transitent les usagers pour sortir du secteur considéré, et sont en général situés sur les axes repères d'homogénéité. Ils sont souvent faciles à repérer par l'importance de leur trafic et par le nombre des correspondances que l'on peut y réaliser.

- un ensemble d'arcs- liaisons entre les sommets. Ces arcs sont munis d'une série de fonctions-attributs qui les caractérisent et qui sont les attributs de l'homogénéité des déplacements assurés par ces arcs.

- un ensemble des fonctions associées aux arcs ou aux sommets. Il s'agit en fait de deux types de fonctions :

a) paramètres d'exploitation comme le kilométrage interpoilaire, la vitesse commerciale et la fréquence (en termes de bus affectés et/ou de passages dans une unité temporelle selon que l'on se réfère aux arcs et/ou aux pôles).

b)"construits" sur les paramètres, comme les indicateurs de régularité, d'attente et de charge que l'on peut calculer, soit pour les arcs interpolaires, soit pour les sommets-pôles.

##### additivité

Il est muni d'une forme d'additivité en ce qui concerne les arcs : moyennant une appartenance à une même unité d'exploitation (ligne) les arcs peuvent s'additionner et composer de chemins. Il va de soi que cette appartenance commune des arcs peut entraîner une uniformité ou des liens structurels entre leurs attributs-fonctions( p.e même vitesse commerciale pour plusieurs arcs interpolaires appartenant à une même ligne).

##### connexité

- il est par définition connexe et non-polaire, étant donné que les réseaux de transport urbain des grandes villes ont depuis beaucoup atteint un niveau de connexité élevé.

##### symétrie

- il est symétrique au sens où ses arcs/chemins sont orientés "aller-retour" ou au sens qu'il y ait toujours un arc/chemin "aller" et un arc/chemin "retour" entre deux sommets.

## hiérarchie

- il est hiérarchisable au sens où les fonctions associées aux arcs et aux sommets sont susceptibles d'introduire des hiérarchies entre eux.

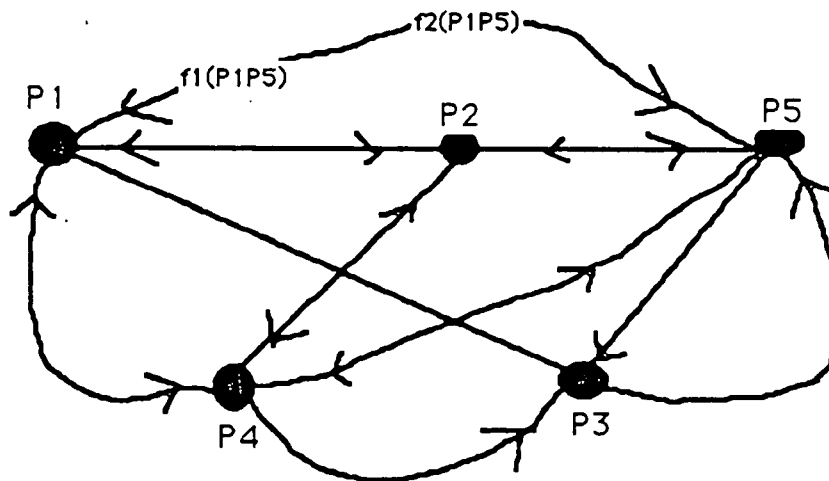
## décomposition

- il est évident que la propriété précédente sous-entend la possibilité de décomposition du graphe en sous-graphes, des pôles en catégories de pôles et des arcs en catégories d'arcs. La décomposition est l'autre face de l'additivité. Cette décomposition se fera selon les degrés d'homo(hétéro)généité pour les arcs et selon les degrés de nodalité-accessibilité pour les pôles.

## existence d'axes repères d'homogénéité

- l'existence de ces axes est l'hypothèse fondamentale de cette modélisation. On a préféré l'explicitier étant donné que nous sommes convaincus que dans tout réseau il est possible de rechercher de tels axes. Bien entendu, mis à part les axes type RER qui émergent comme les axes les plus homogènes donc plus déterritorialisés du réseau, leur choix (surtout pour les axes bus) fera l'objet d'une négociation serrée entre les acteurs du réseau vu leur importance dans la "connexification" de leurs territoires respectifs.

Le schéma suivant illustre un graphe polaire :



où  $P_1, \dots, P_5$  sont les sommets-pôles et  $f_1(P_1P_5)$ ,  $f_2(P_1P_5)$  sont deux de fonctions associées à l'arc  $P_1P_5$ .

### 4.2 Définition formelle

On va par la suite présenter une définition formelle des graphes polaires qui s'appuie à la fois sur la formalisation KLIR, VALACH pour les systèmes et sur la définition du mode de transport comme un "opérateur spatio-temporel".



#### 4.2.1 Définition formelle des graphes polaires

-Soit  $S$  un "secteur", c'est à dire, par définition un ensemble de "sommets"

$$S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$$

-Soit  $S_e$  l'environnement du secteur  $S$ ; c'est à dire, par définition un ensemble de  $k$  sommets

$$S_e = \{p_{n+1}, p_{n+2}, \dots, p_{n+k}\}$$

de telle manière que les sommets "internes" ne sont liés à l'environnement que par l'intermédiaire des  $p_{n+1}, p_{n+2}, \dots, p_{n+k}$ .

-On note  $S^*$  le "secteur complété",  $S^* = S \cup S_e$  et on définit par  $(g_{ij})$  la matrice décrivant les liaisons entre les  $p_i$ ,  $i=1$  à  $k$ , construite de la façon suivante:

$$g_{ij} = 1 \text{ si } p_i \text{ et } p_j \text{ sont liés}$$

$$g_{ij} = 0 \text{ si } p_i \text{ et } p_j \text{ ne sont pas liés}$$

et on note par  $G$  le graphe associé à la matrice  $(g_{ij})$ . Alors :

$G(S)$  est le graphe associé à la matrice  $(g_{ij})$ , pour le secteur  $S$ ,  $i, j=1$  à  $n$

$G(S^*)$  est le graphe associé à la matrice  $(g_{ij})$ , pour le secteur  $S^*$ ,  $i, j=1$  à  $n+k$

On distingue encore deux types de liens :

-le lien "tous modes" (bus ou ferré)

-le lien "bus seulement", noté avec l'indice  $b$ , et on définit la matrice  $(g_{bij})$ , construite de la façon suivante:

$$g_{bij} = 1 \text{ si } p_i \text{ et } p_j \text{ sont liés par "bus seulement"}$$

$$g_{bij} = 0 \text{ si } p_i \text{ et } p_j \text{ si pas de liaison ou liaison ferrée}$$

et on note par  $G$  le graphe associé à la matrice  $(g_{bij})$ . Alors :

$G_b(S)$  est le graphe associé à la matrice  $(g_{bij})$ , pour le secteur  $S$ ,  $i, j=1$  à  $n$

$G_b(S^*)$  est le graphe associé à la matrice  $(g_{bij})$ , pour le secteur  $S^*$ ,  $i, j=1$  à  $n+k$

On distingue donc quatre graphes:

$G(S)$  graphe "tous modes" sur le secteur  $S$

$G_b(S)$  graphe "bus seulement" sur le secteur  $S$

$G(S^*)$  graphe "tous modes" sur le secteur  $S$  complété de son environnement

$G_b(S^*)$  graphe "bus seulement" sur le secteur  $S$  complété de son environnement

On distingue encore pour chaque lien  $l_{ij}$  :

- 1- son kilométrage ( symbolisé par  $D_{ij}$  pour distance)
- 2- sa vitesse ( symbolisée par  $V_{ij}$ )
- 3- sa fréquence ( symbolisée par  $F_{ij}$ )
- 4- sa régularité ( symbolisée par  $R_{ij}$  )
- 5- son attente ( symbolisée par  $A_{ij}$ )
- 6- sa charge ( symbolisée par  $C_{ij}$  )

D'autre part pour chaque sommet  $p_i$  on relève ponctuellement pour tous les points d'arrêts qui sont installés dans son périmètre:

- 1- son vecteur de régularité (symbolisé  $V_{ij}(Rp_i)$ ), calculé ponctuellement sur les points d'arrêts regroupés dans le périmètre du  $p_i$  pour tous les  $g_{ij}$  convergeant sur  $p_i$
- 2- son vecteur d'attente (symbolisé  $V_{ij}(Ap_i)$ ), calculé ponctuellement sur les points d'arrêts regroupés dans le périmètre du  $p_i$  pour tous les  $g_{ij}$  convergeant sur  $p_i$
- 3- son vecteur de charge (symbolisé  $V_{ij}(Cp_i)$ ), calculé ponctuellement sur les points d'arrêts regroupés dans le périmètre du  $p_i$  pour tous les  $g_{ij}$  convergeant sur  $p_i$

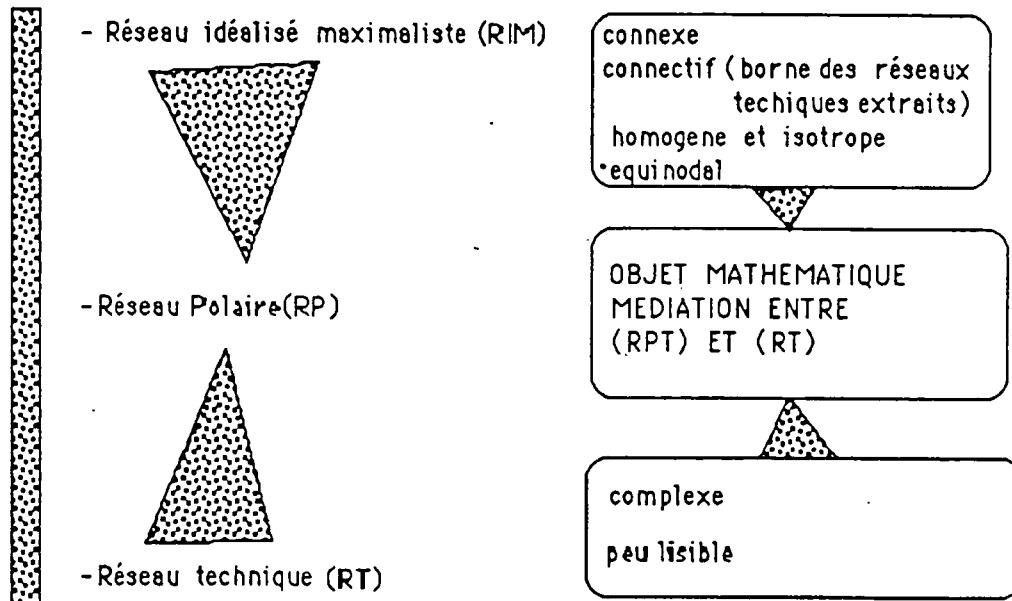
Il est évident que les attributs 1 à 6 concernant les liens  $g_{ij}$  sont les attributs d'homo(hétérogénéité) des déplacements effectués en empruntant les  $g_{ij}$  tandis que les attributs-vecteurs 1 à 3 concernant les sommets  $p_i$  permettront de contrôler sur les sommets-pôles l'amélioration ou non du niveau et de la qualité du service offert dans le secteur.

On remarque que ces graphes peuvent être définis l'un à partir de l'autre et qu'il sont les graphes associés au Réseau Polaire. Ils correspondent aussi à des "opérateurs spatio-temporels" distincts. Le réseau polaire doit, à partir de là être considéré, comme une "synthèse" de ces "opérateurs spatio-temporels". Si les modalités de cette synthèse restent pour le moment à étudier, quelques réponses semblent d'ores et déjà s'esquisser comme on le verra plus loin.

#### 4.2.2 Liaisons entre le RIM et les graphes polaires

Le schéma suivant regroupe sommairement le raisonnement que l'on a suivi pour arriver à la définition du Réseau Polaire comme objet mathématique intermédiaire entre le Réseau Idéalisé Maximaliste et le Réseau Technique. Il rappelle en outre que le Réseau Maximaliste constitue une borne supérieure de connectivité, homogénéité et nodalité pour tout réseau technique monomodal ayant le même nombre de sommets.

Il s'agit d'une propriété remarquable car elle nous permettra de comparer, soit des versions de l'offre pour un même Réseau Polaire, soit plusieurs réseaux polaires entre eux par l'intermédiaire de leurs réseaux maximalistes correspondants.



#### 4.3 Relations d'inclusion pour les Indices de connectivité et Instrumentation du concept de la Hiérarchie.

On a défini sur l'objet mathématique trois types d'indices: ceux définis sur l'ensemble du réseau, ceux définis sur les liaisons (arcs et/ou chemins), et ceux définis sur les pôles. Nous allons par la suite éclaircir les propriétés de ces indices, pour ensuite illustrer l'intérêt de leur utilisation pour évaluer les performances d'un réseau, à la fois en termes de structure (connectivité, nombre cyclomatique,...) et de qualité de service offert (homogénéité, nodalité) offert aux usagers.

##### a) Indices définis sur l'ensemble du réseau

###### Indice $\alpha$ :

Il est calculé comme le nombre maximal de cycles indépendants réalisables dans le réseau polaire, par rapport au nombre maximal de cycles réalisables dans son Réseau Idéalisé Maximaliste. Il s'agit donc; d'un indicateur du potentiel en alternatives de trajet entre les pôles du réseau.

Par sa définition reste toujours compris entre 0 et 1 qu'il s'agisse d'un Réseau Polaire ou d'un Réseau Maximaliste. D'autre part la valeur de l'indice pour un Réseau Maximaliste avec un nombre de pôles donné constitue une borne supérieure pour la valeur de l'indice dans tous les réseaux polaires ayant le même nombre de pôles. Autrement dit pour un RIM et les divers Réseaux Polaires (RP) extraits,  $\alpha$  obéit à la relation suivante:

$$1 = \alpha(\text{RIM}) \geq \alpha(\text{RP}) \geq 0$$

On peut donc, à partir de cette relation, comparer et hiérarchiser soit diverses version de l'offre pour un même réseau polaire (des versions avec le même nombre de pôles mais avec nombres d'arcs, fréquences,..., différentes), soit divers réseaux polaires entre eux.

Indice  $\partial$  :

Il est calculé comme le nombre maximal de liaisons directes indépendantes réalisables dans le réseau polaire, par rapport au nombre maximal de liaisons directes réalisables dans son Réseau Idéalisé Maximaliste. Il s'agit donc; d'un indicateur du potentiel en trajets directs entre les pôles du réseau. Par sa définition reste lui aussi toujours compris entre 0 et 1 et instaure entre les réseaux à comparer une relation ordinale analogue de celle de l'indice précédent :

$$1 = \partial(\text{RIM}) \geq \partial(\text{RP}) \geq 0$$

On peut donc, utiliser  $\partial$  pour hiérarchiser des réseaux de la même manière que l'indice  $\alpha$ . Nous ajoutons ici que pour le même réseau l'indice  $\partial$  est toujours supérieur à  $\alpha$ .

**b) Indices définis sur les liaisons**

On a séparé ces indices en deux catégories. D'une part, ceux qui sont des ratios simples que l'on peut facilement calculer pour confronter les résultats des indices purement morphologiques ( $\alpha$  et  $\partial$ ) à la répartition des moyens affectés par liaison. Ceci nous permettra de ne pas exclusivement se fier aux performances morphologiques, étant donné que ces performances peuvent facilement rester théoriques dans la mesure où les moyens pour les exploiter peuvent très bien ne pas exister dans un réseau. D'autre part, les concepts plus complexes tels que l'homogénéité, dont le traitement exigera une instrumentation plus lourde. Nous allons par la suite présenter ces ratios ainsi qu'une méthode de traitement de l'homo(hétéro)généité dans un réseau.

**b1) ratios simples**

On peut facilement, dans un réseau polaire calculer une fréquence moyenne par arc, étant donné que la fréquence interpolaire fait partie, comme on l'a déjà vu, des attributs des liaisons du réseau. A partir de cette fréquence moyenne ( $fm$ ), on peut construire un certain nombre de ratios simples comme les suivants :

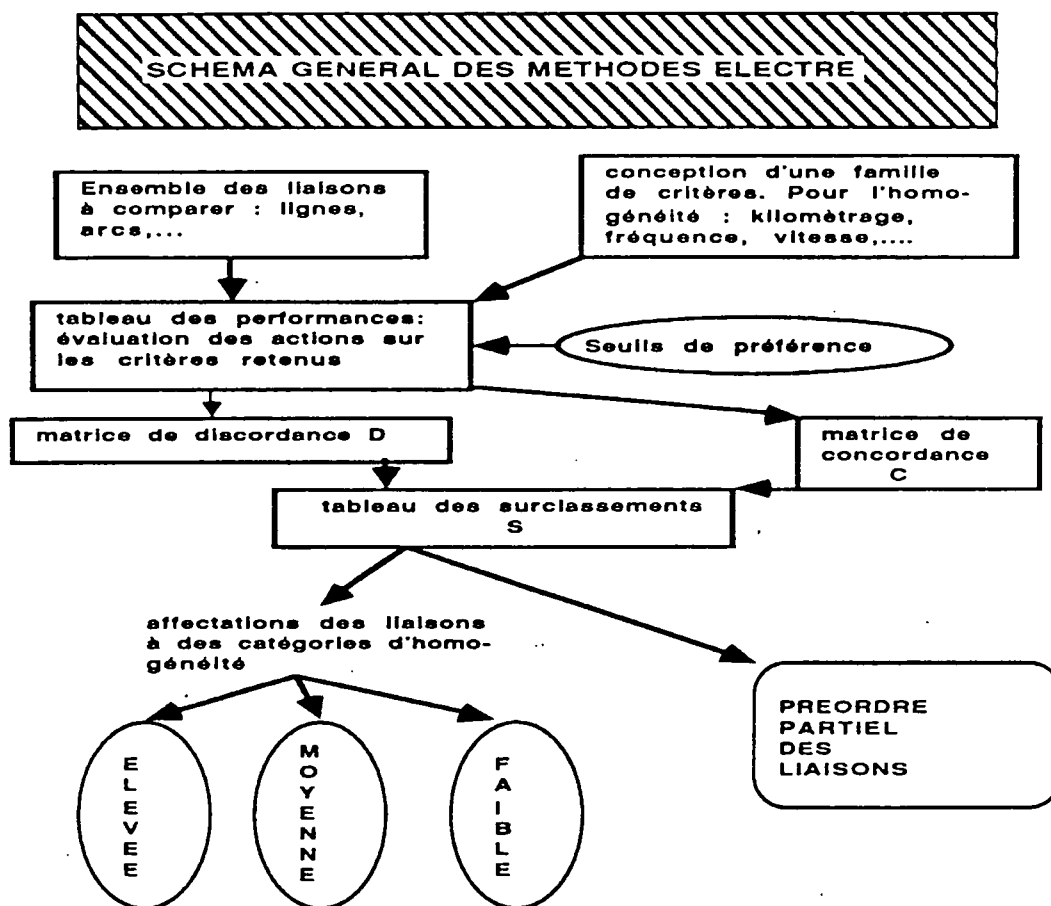
- $r1 = fm \cdot \text{nombre cyclomatique}$
- $r2 = fm \cdot \partial$
- $r3 = fm \cdot \text{nombre d'arcs Interpolaires du réseau}$

Ces trois ratios nous ont permis, dans une étude de comparaison des versions voisines d'offre, d'anticiper le transfert des moyens qui s'opérait en passant d'une version à l'autre et en passant aussi du secteur complété au secteur propre qui faisait l'objet de l'étude. Nous avons pu ainsi, mieux interpréter et nuancer les hiérarchisations obtenues sur les indices morphologiques  $\alpha$  et  $\partial$ .

**b2) Homogénéité et isotrope dans le réseau polaire**

Pour des raisons que l'on a évoqué, nous croyons que l'évaluation de l'homo(hétéro)généité doit se faire dans une optique multicritère. Ainsi nous allons présenter une méthode où les divers facteurs susceptibles d'exprimer le niveau d'homogénéité d'un déplacement ne sont pas agrégés comme dans les réseaux hydrauliques. Le schéma suivant décrit d'une façon simplifiée le fonctionnement d'une telle méthode. Il s'agit d'une évaluation multicritère des performances du Réseau Polaire

sur le plan de l'homogénéité. Il s'agit de comparer les performances d'un ensemble d'actions (en l'occurrence) lignes ou arcs interpolaires) sur une famille de critères-attributs. Nous n'explicitons pas ici des notions comme les seuils ou les matrices de concordance-discordance.



Les étapes qui touchent de près à notre démarche sont : la conception d'une famille de critères/attributs d'homogénéité d'un déplacement, la construction du tableau des performances et la problématique de choix dans laquelle fonctionnera la méthode. Sans se perdre donc, dans les détails du fonctionnement d'une méthode du type d'ELECTRE, nous allons par la suite expliquer sommairement ces trois étapes.

#### Conception d'une famille de critères

L'homogénéité étant un concept qui se réfère à la corrélation spatio-temporelle des pôles, elle sera décrite à travers les fonctions associées aux arcs du Réseau Polaire. Tout facteur de ces fonctions qui est susceptible d'influencer la corrélation spatio-temporelle des pôles est également susceptible de faire partie de la famille de critères : la distance (kilométrage), la vitesse, la fréquence, la régularité sont des attributs d'homogénéité du réseau. Bien entendu cette liste n'est pas exhaustive ni définitive. En réalité une famille de critères doit obéir à un ensemble d'exigences<sup>(1)</sup> dont il ne peut pas être question dans cet article.

(1) cf sur la définition de ces concepts B.ROY " Méthodologie multicritère d'aide à la décision", ECONOMICA, 1985.

Le tableau de performances en homogénéité

Dès lors qu'une famille est retenue, chaque arc ou chemin du réseau polaire sera évalué sur les attributs retenus. Le schéma suivant indique ce que serait le tableau des performances dans le cas où notre réseau polaire serait un réseau de bus avec les lignes (chemins) L1,L2,L3,...LX et l'on aurait voulu évaluer l'homogénéité sur trois critères dans un secteur limité par les axes repères du RERC, RERB, et la ligne PC-bus.

lignes	vitesse	régularité	fréquence
RER B	.	.	.
RER C	.	.	.
PC-bus	.	.	.
L1	.	.	.
L2	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
LX	.	.	.

Isotropie ou homogénéité relative

Dans ce tableau il n'y a aucun ordre des arcs préétabli sauf celui qui pourrait résulter de l'application de la méthode. Or dans le réseau polaire il est certain qu'existent des arcs ou des chemins qui, par leurs caractéristiques (fonctions), peuvent être considérés comme les axes de l'homogénéité la plus élevée dans le réseau. Autrement dit, les déplacements effectués sur ces axes sont les plus déterritorialisés, les moins affectés par le territoire. Evaluer donc non pas l'homo(hétéro)généité absolue mais l'hétérogénéité relative en fonction des caractéristiques de ces axes peut nous conduire à un nouveau tableau de performances où les attributs d'homogénéité de chaque arc/chemin seraient évalués par rapport à ceux des axes repères. La forme de ce nouveau tableau serait la suivante:

homogénéité relative : tableau des performances

lignes X	$D(X)/D(axe)$	$F(X)/F(axe)$	$V(X)/V(axe)$	$R(X)/R(axe)$
L1	*	*	*	*
L2	*	*	*	*
LX	*	*	*	*

ou L1,L2,..LX les lignes (chemins) du réseau et D, F, V, R étant respectivement la distance, fréquence, vitesse et régularité du chemin considéré. Bien entendu dans ce cas c'est le tableau ci-dessus qui servira de tableau des performances pour la méthode ELECTRE

### Problématique de choix

Dans le schéma des méthodes ELECTRE on voit que la méthode peut être utilisée dans deux problématiques (il y a une troisième mais qui ne nous intéresse pas ici). Soit pour aboutir à un classement (préordre partiel) des liaisons, soit pour affecter chaque liaison, en fonction de ses performances, à des catégories d'homogénéité prédéfinies. Il est évident (quelle que soit la problématique), d'après les attributs de l'homogénéité, qu'il s'agit d'un classement des déplacements effectués en empruntant ces liaisons comparées, et que ce classement présente par rapport aux indicateurs traditionnels de niveau et de qualité de service les avantages suivants:

- au lieu d'évaluer les performances par lignes (ou parties de lignes) sur un indicateur (p.e charge), il intègre ces indicateurs (en tenant compte des conditions de compatibilité entre eux qui seront examinées pour la conception d'une famille cohérente de critères), dans un schéma plus global qui a comme cadre de référence le Réseau.

- il devrait permettre par ailleurs, de se rendre compte, comment et à partir de quelle taille, des modifications locales, ponctuelles sur telle lignes ou telle partie de ligne (p.e augmentation de la vitesse, aménagement de "points noirs",...) se répercutent de manière sensible( suffisamment pour modifier les classements) à l'échelle du Réseau.

### c) Indices définis sur les pôles du réseau

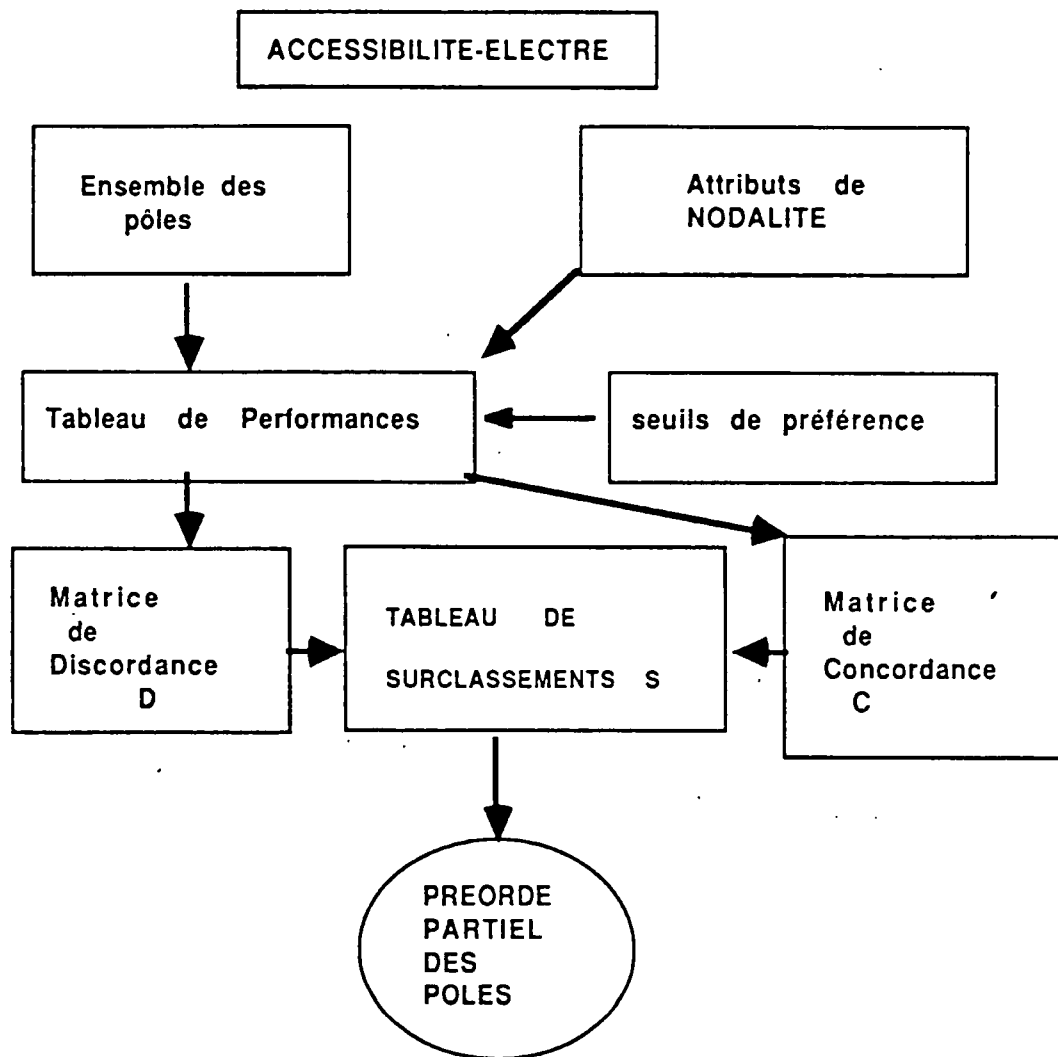
Afin d'instrumenter la notion de hiérarchie en ce qui concerne les pôles du réseau polaire les six attributs de nodalité déjà évoqués, ou d'autres définis en fonction du problème que l'on se pose, pourront servir de famille de critères pour en construire un tableau des performances.

Bien entendu, dans ce cas il peut s'agir de hiérarchiser les pôles du réseau entre eux ou de hiérarchiser des versions de l'offre du point de vue de la qualité (multicritère) du service offert sur le même pôle par chaque version. Pour ce type de problème tableau des performances et cheminement de la méthode ELECTRE auront la forme suivante:

NODALITE-TABLEAU DES PERFORMANCES

Poles	N1	Ng	Nc	Nm	Nra	Npe
P1	.	.	.	.	.	.
P2	.	.	.	.	.	.
.						
.						
.						
.						
PX	.	.	.	.	.	.

ou P1,P2,...PX sont les pôles-noeuds du réseau et N1,Ng, Nc, Nm, Nra, Npe des attributs de nodalité (accessibilité).



#### 4.4 Préoccupation des gestionnaires et réseau polaire.

Nous finirons cet article par un inventaire des questions actuelles sur la gestion d'un réseau type SDO qui nous paraissent traitables à ce niveau de la modélisation du "réseau polaire". Bien entendu cet inventaire est indicatif. On se limitera à rappeler une série de préoccupations actuelles des gestionnaires de réseaux qui sont très près du concept de hiérarchie associé au réseau polaire.

##### Connexité, connectivité et nombre cyclomatique

-Les réseaux de transports urbains les plus développés sont depuis longtemps connexes. Toutefois dans ces réseaux le concept de la connexité est susceptible de trouver une application du moins pour ce qui est de leur découpage en sous-réseaux. Ceci arrive souvent lorsque, pour une opération ponctuelle ou pour l'étude d'un secteur on découpe le réseau. Ce découpage doit respecter la connexité en sauvegardant, pour les étudier, les liaisons assurant la connexité entre sous-réseau et réseau entier.



-La comparaison des indices  $\alpha$  et  $\beta$  entre deux réseaux techniques est une comparaison portant sur la connectivité effective offerte par ces réseaux. Ceci veut dire que le réseau qui présente la connectivité la plus élevée c'est le réseau qui peut potentiellement s'adapter le plus facilement aux comportements nouveaux des usagers, aux nouveaux usages occasionnels. Dans un réseau d'autobus la variante d'offre la plus connective est celle qui a priori, et toutes choses égales par ailleurs, offre le potentiel de réussite le plus élevé. D'autre part, la combinaison d'un indice de connectivité (tel que le nombre cyclomatique) avec les paramètres d'exploitation comme la fréquence sur les arcs interpolaires est susceptible de nous aider à approfondir cette première conclusion. Ceci est important dans la mesure où en cas de refonte des réseaux, ce sont souvent des variantes de l'offre à moyens constants que les gestionnaires des réseaux sont appelés à comparer.

### Hiérarchie

Le concept de hiérarchie peut être appliqué soit aux arcs soit aux pôles. Concernant les arcs/chemins du réseau :

- L'analyse multicritère de leur homogénéité relative peut conduire à un pré-ordre partiel ou à la définition de quelques catégories d'homogénéité relative regroupant plusieurs lignes d'un réseau. Etant donné les attributs dont il nous faut tenir compte dans une méthode du type ELECTRE, on s'aperçoit qu'en fait, il s'agit d'une méthodologie d'étude des disparités de l'offre dans un réseau. Par sa conception cette méthode est apte à tenir compte des aspects qualitatifs de l'offre mieux que les indicateurs synthétiques définis sur un élément partiel du réseau. On n'insistera pas sur ce point, l'étude des disparités de l'offre revêtant une importance bien connue aux yeux des gestionnaires de réseaux de transport.

En ce qui concerne les applications possibles du concept de hiérarchie sur les pôles nous allons citer Ch. CHAPIROT et P. AUZANNET qui, à propos des externalités produites par le réseau de transport, écrivaient dans un rapport de la deuxième phase de Réseau 2000 :

"Un nouveau projet de taxation des bénéficiaires indirects consisterait donc, pour l'entreprise ou l'autorité organisatrice, à "négocier" les améliorations de transports collectifs... avec les collectivités acceptant de moduler leurs ressources fiscales en conséquence. On pourrait assimiler, dans ce contexte, la collectivité non plus à un bénéficiaire parmi d'autres,.... mais à un acteur du transport qui perçoit des ressources et négocie avec l'entreprise de transport. La notion d'accessibilité (nodalité dans les graphes) pourrait être au centre du dispositif... et on pourrait dès lors envisager de faire payer les communes au prorata de cette accessibilité... ce qui aurait pour avantage de réduire, voire de supprimer, des phénomènes redistributifs entre communes (les auteurs se réfèrent ici à des inadéquations entre fiscalité-ménages et accessibilité entre communes)."

L'étude des hiérarchies interpolaires au moyen de l'analyse multicritère de la nodalité, telle qu'elle fut évoquée précédemment est susceptible à la fois de révéler les inadéquations en question et de constituer la base d'un dispositif de redistribution.

### 5. une algèbre des modes et des déplacements?

On voudrait ici, après cette énumération sommaire des possibilités de modélisation et d'instrumentation, résumer nos réflexions concernant le développement des recherches sur la modélisation d'un réseau polaire. Poussons un peu plus loin les développements possibles sur les graphes définis pour étudier quelques relations d'inclusion mutuelle entre les ensembles des pôles ou des arcs qui les définissent.

Si l'on considère  $G_b(S)$  comme un réseau unimodal, autrement dit comme un "opérateur spatio-temporel" élémentaire est-il possible de développer une métrique quelconque définissant à partir de  $G_b(S)$  des "opérateurs" de deuxième, troisième ordre (p.e les  $G_b(S^*)$ ,  $G(S)$ ,  $G(S^*)$ ) ?

Si la question paraît techniciste nous nous sommes permis de la poser étant donné que des recherches récentes semblent esquisser quelques éléments de réponse. Ainsi dans une thèse de Docteur Ingénieur présentée à l'ENPC avec la collaboration de la RATP C. Taxiltaris fait ressortir une hiérarchie quasiment stable des modes de transport urbain allant de l'autobus au RER en passant par le trolleybus -tramway-métro-train de banlieue. Si cela apparaît comme une tautologie, le fait que cette hiérarchie résulte des analyses portant sur 150 agglomérations urbaines françaises et étrangères, de toute taille et mode de transport, devrait renforcer notre conviction sur l'"identité propre" des modes dont la compréhension, voire la modélisation, permettra de renouveler les logiques d'intégration des modes.

Si on définissait par  $D\{G(S^*)\}$ ,  $D\{G_b(S^*)\}$ ,  $D\{G(S)\}$  et  $D\{G_b(S)\}$  les ensembles des déplacements réalisables dans les quatre graphes polaires une série de relations d'inclusion entre eux peut facilement s'établir. Ainsi si un déplacement est réalisable dans  $D\{G_b(S)\}$  ce déplacement est forcément réalisable dans  $D\{G(S^*)\}$ ,  $D\{G_b(S^*)\}$ ,  $D\{G(S)\}$ . Autrement dit l'ensemble  $D$  de  $G_b(S)$  est un sous-ensemble des ensembles  $D$  de tous les autres graphes. Somme toute, entre les ensembles  $D$  des graphes interpolaires existent les relations suivantes :

$D\{G_b(S)\}$  sous-ensemble de  $D\{G(S)\}$  sous-ensemble de  $D\{G(S^*)\}$  (1)

$D\{G_b(S)\}$  sous-ensemble de  $D\{G_b(S^*)\}$  sous-ensemble de  $D\{G(S^*)\}$  (2)

On ne sait pas pour le moment établir un rapport entre  $D\{G(S)\}$  et  $D\{G_b(S)\}$  étant donné qu'il s'agit d'une question relative à la modélisation de l'identité propre des modes. Toutefois la comparaison des sous-réseaux entre eux au moyen des indices du type "connectivité" doit forcément se faire d'une façon tenant compte de ces questions. Des recherches parallèles existent à l'appui de cette perspective. En 1981 aboutissait une "étude de la mobilité des habitants de la proche banlieue parisienne", menée conjointement par la RATP et l'ENST au moyen des méthodes d'analyse de données multidimensionnelles. Parmi les résultats principaux se trouvaient :

- la reconnaissance du budget-temps des personnes, une typologie des boucles caractéristiques de déplacements effectués par elles et la reconnaissance de neuf groupes socioculturels ayant un comportement homogène en matière de mobilité. Il a été possible d'associer à ces groupes des boucles modales ou des boucles de motifs de déplacements qui à côté de leurs budget-temps constituaient une typologie très fine de leur mobilité. Il est possible à condition de s'y pencher, de dégager des résultats quantifiés de cette étude quelques premières réponses aux problèmes évoqués dans cet article. Nous citerons ici très sommairement les conclusions de cette étude concernant les "boucles" de motifs ou de modes de déplacement :

"A côté des estimations quantitatives (budget-temps), c'est encore la notion (plus qualitative) de "boucle" de motifs (ou de modes) de déplacement, qui a paru la plus révélatrice de la structure des comportements. Tous les centres d'intérêt de la personne y apparaissent, notamment son activité principale par ses fréquentes répétitions et sa disponibilité par la présence d'activités "gratuites". La multiplicité des

motifs de déplacement renseigne sur le dynamisme de la personne et la fréquence des retours au domicile ou au travail informe sur sa volonté ou possibilité d'organisation de ses déplacements. Cet intérêt de la notion de "boucle" incite à aller plus loin dans cette voie : on pourrait donc explorer la combinatoire des boucles successives des personnes. Il est en effet très probable que les combinaisons observées, soit à la journée, soit à la semaine, se ramènent dans la plupart des cas à quelques schémas d'activités-types (une vingtaine environ). Ces schémas, encore plus que les boucles, seraient sans doute facilement identifiables".

Ces schémas identifiés, on peut penser que le problème de développement d'une algèbre des modes et des déplacements, aurait fait un pas considérable. En effet, il ne serait pas, dans ce cas, difficile sur le plan conceptuel d'imaginer un système de pondération explicite ou non de ces "opérateurs spatio-temporels" que sont les modes en fonction de leur degré d'adaptation aux exigences en matière de mobilité de ces groupes homogènes ; les méthodes d'analyse multicritère offrant un support logistique considérable pour traiter ce type de problèmes. Nous finirons ce paragraphe par une dernière référence à la démarche Réseau 2000 qui montre bien, du moins à notre avis, la transversalité de la réflexion développée sur la crise de conception de réseau ainsi que la rencontre plus que jamais souhaitable des sciences de modélisation avec les sciences humaines. Partant des considérations relatives à la "crise et la mutation" du concept de réseau, G. AMAR présentait au colloque de Cerisy la thèse suivante :

"La carte des flux d'un réseau, qui est l'information nécessaire et suffisante pour le réseau-tuyau, ne dit pas grand chose des pratiques de déplacement. Elle ne dit pas, par exemple, si par hasard tous les voyageurs n'effectuent pas le même et unique trajet (chacun le sien) tout au long de l'année ; ou si, au contraire, ils sont nombreux à exploiter toutes les possibilités de trajectoires offertes par le réseau. Elle ne dit pas les enchaînements ou combinaisons de modes ou de lignes auxquels peuvent se livrer les voyageurs. Elle ne dit pas leurs bifurcations, et surtout elle ne dit pas leurs explorations et leurs voyages singuliers. Elle ne dit pas ce qu'ils font lorsque leur ligne habituelle est coupée par une manifestation ou un accident. Or ce sont peut-être toutes ces pratiques, rares individuellement mais nombreuses collectivement, qui feront de plus en plus la performance d'un réseau, bien qu'elle échappent totalement à la mesure en terme de flux moyens, par arc ou par ligne.

En fait, il s'agirait de développer toute une morphologie des motifs de déplacements, mais en donnant à terme de motif non plus son sens de motivation (travail, loisir...), mais celui de forme spatio-temporelle, de rythme. Une grammaire et une "stylistique" des motifs de déplacements."

Cette rencontre, entre des réflexions prospectives et les suggestions des analyses quantitatives récentes de la mobilité urbaine montre bien que la question d'une algèbre des modes, des motifs, et par là des déplacements n'est peut-être pas utopique.