



HAL
open science

Vers une solution numérique de référence pour un écoulement 3D de convection mixte : démarche et résultats

M. Médale, Xavier Nicolas, S. Glockner, S. Gounand

► To cite this version:

M. Médale, Xavier Nicolas, S. Glockner, S. Gounand. Vers une solution numérique de référence pour un écoulement 3D de convection mixte : démarche et résultats. Congrès Français de Thermique SFT2010, May 2010, Le Touquet, France. 2010. hal-04108238

HAL Id: hal-04108238

<https://hal.science/hal-04108238>

Submitted on 30 May 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers une solution numérique de référence pour un écoulement 3D de convection mixte : démarche et résultats.

Marc MEDALE ¹, Xavier NICOLAS ², Stéphane GLOCKNER ³, Stéphane GOUNAND ⁴

¹Laboratoire IUSTI (UMR CNRS 6595), 5 rue Enrico Fermi – 13453 Marseille cedex 13

²Laboratoire MSME (UMR CNRS 8208), 5 bd Descartes – 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2

³Laboratoire TREFLE (UMR CNRS 8508), 16 avenue Pey Berland – 33607 Pessac Cedex

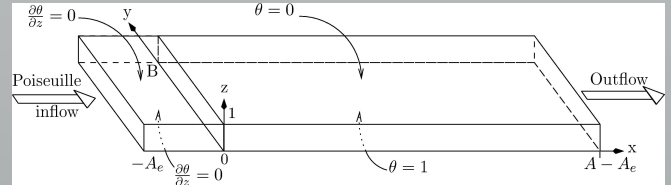
⁴CEN/Saclay, DEN/DM2S/SFME/LTMF, Bâtiment 454 – 91191 Gif-sur-Yvette Cedex

Résumé :

Lorsqu'on recherche la solution de référence d'un problème, il est tout aussi déterminant de connaître la méthode avec laquelle celle-ci est obtenue que sa valeur elle-même. L'objectif de ce travail vise à proposer une première solution numérique de référence sur une configuration d'écoulement 3D de convection mixte, pour la validation des codes de calculs.

Définition du problème :

Il s'agit d'un écoulement de Poiseuille-Rayleigh-Bénard dans un canal horizontal de section rectangulaire, chauffé à la paroi inférieure et refroidi à la paroi supérieure, tel que schématisé sur la figure ci-contre.



Equations du problème

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\vec{\nabla} P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V} + \frac{Ra}{Pr \cdot Re^2} \theta \vec{z}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \theta = \frac{1}{Pr \cdot Re} \nabla^2 \theta$$

Conditions aux limites

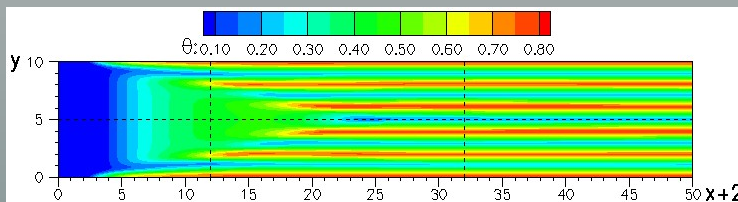
- $x = -Ae$: $u = u_{\text{pois}}(y, z)$, $v = w = 0$ et $\theta = 0$

- $x = A - Ae$: laissée au libre choix des contributeurs ;

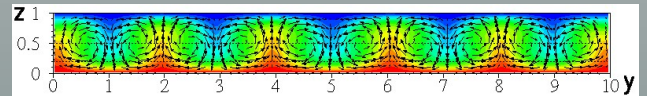
- $z = 0$: $u = v = w = 0$; $\partial z \theta = 0$ (adiabatique) pour $-Ae \leq x < 0$ puis $\theta = 1$ (isotherme) pour $0 \leq x \leq A - Ae$;

- $z = 1$: $u = v = w = 0$; $\partial z \theta = 0$ (adiabatique) pour $-Ae \leq x < 0$ puis $\theta = 0$ (isotherme) pour $0 \leq x \leq A - Ae$;

- $y = 0$ et $y = B$: $u = v = w = 0$; $\partial y \theta = 0$ (adiabatique).



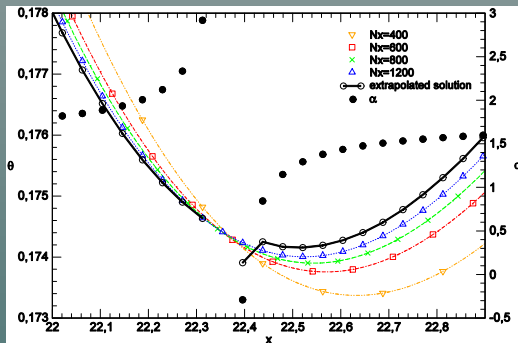
Paramètres : $Re = 50$; $Ra = 5000$; $Pr = 0,7$; $A = 50$; $B = 10$; $Ae = 2$.



Structure de l'écoulement stationnaire obtenu (champs de température et de vecteurs vitesse) : plan horizontal à gauche et plan vertical transverse en $x=30$ au-dessus.

Démarche :

La solution numérique de référence est issue de la moyenne des quatre solutions extrapolées par la méthode de Richardson à partir de solutions discrètes calculées sur 3 ou 4 maillages différents, selon les contributeurs. Par exemple, l'extrapolation à trois maillages s'écrit :



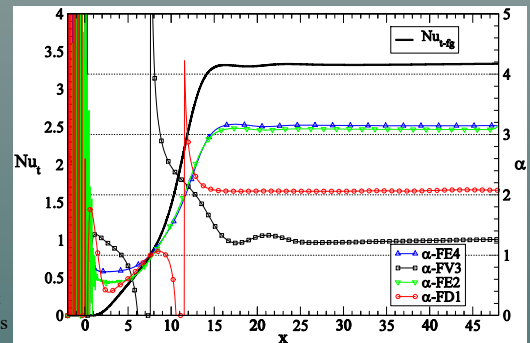
$$f_{\text{exact}} = f_{hi} + Ch_i^\alpha + O(h_i^{\alpha+1})$$

$$f_{\text{extrapolée}} = f_{hi} + Ch_i^\alpha$$

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{f_{h1} - f_{h2}}{f_{h2} - f_{h3}}\right)}{\ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right)}$$

$$C = \frac{f_{h2} - f_{h3}}{h_3^\alpha - h_2^\alpha}$$

Profils longitudinaux de la température (à gauche), du nombre de Nusselt (à droite) et des taux de convergence associés, α , obtenus à partir de l'extrapolation de Richardson.



Synthèse des résultats :

Contribution	# 1 (X. Nicolas)	# 2 (M. Medale)	# 3 (S. Glockner)	# 4 (S. Gounand)		#1	#2	#3	#4	Référence	
Méthode numérique	différences finies 2 nd ordre	éléments finis quad. (v, θ), lin. p	volumes finis 2 nd ordre	éléments finis quad. (v, θ), lin. p		$2Ee^{ex}$	1,292446	1,292452	1,292455	1,292458	
Nombre de points de maillage Nx, Ny, Nz	400 × 134 × 40	601 × 121 × 41	600 × 160 × 40	601 × 121 × 49		α_{Fe}	2,22	2,92	2,00	1,75	
	600 × 200 × 60	901 × 181 × 61	900 × 240 × 60	751 × 151 × 61		$Dist_{Fe}$	$2,55 \times 10^{-5}$	$2,35 \times 10^{-7}$	$-7,74 \times 10^{-5}$	$-3,86 \times 10^{-5}$	$\pm 0,000006$
	800 × 268 × 80	1351 × 271 × 91	1350 × 360 × 90	801 × 161 × 65		Δp^{ex}	14,40647	14,40649	14,40678	14,40681	14,40664
Sym. / plan vert.	non	oui	oui	oui		α_{Ap}	2,03	1,99	2,00	1,75	$\pm 0,00017$
						$Dist_{Ap}$	$3,91 \times 10^{-4}$	$9,36 \times 10^{-5}$	$-3,08 \times 10^{-4}$	$-1,80 \times 10^{-5}$	$1,18 \times 10^{-5}$
Détails des méthodes et paramètres numériques utilisés par les quatre contributeurs.						Tm^{ex}	0,448594	0,448604	0,448606	0,448612	0,448603
						α_{Tm}	1,19	1,18	1,02	1,18	$\pm 0,000009$
						$Dist_{Tm}$	$-2,32 \times 10^{-4}$	$4,68 \times 10^{-5}$	$2,65 \times 10^{-4}$	$1,04 \times 10^{-4}$	$2,01 \times 10^{-5}$

Valeurs des quantités intégrales (énergie cinétique moyenne, différence de pression entrée/sortie moyenne et température moyenne) obtenues par chaque contributeur et celles proposées comme référence.

Conclusions :

- Accord des 4 solutions extrapolées avec 4 ou 5 chiffres communs, quelle que soit la grandeur locale, intégrale ou différentielle calculée ;
- Détermination de solutions de référence par la moyenne des 2 valeurs extrêmes des 4 solutions calculées ;
- Hypothèses d'application de la méthode de Richardson vérifiées en un nombre limité de zones du domaine ;
- Ordre de convergence effectif des modèles numériques limité par la singularité du problème (discontinuité du gradient de température sur les parois horizontales en raison de la juxtaposition de conditions aux limites thermiques adiabatique et isothermes).