

La preuve mathématique

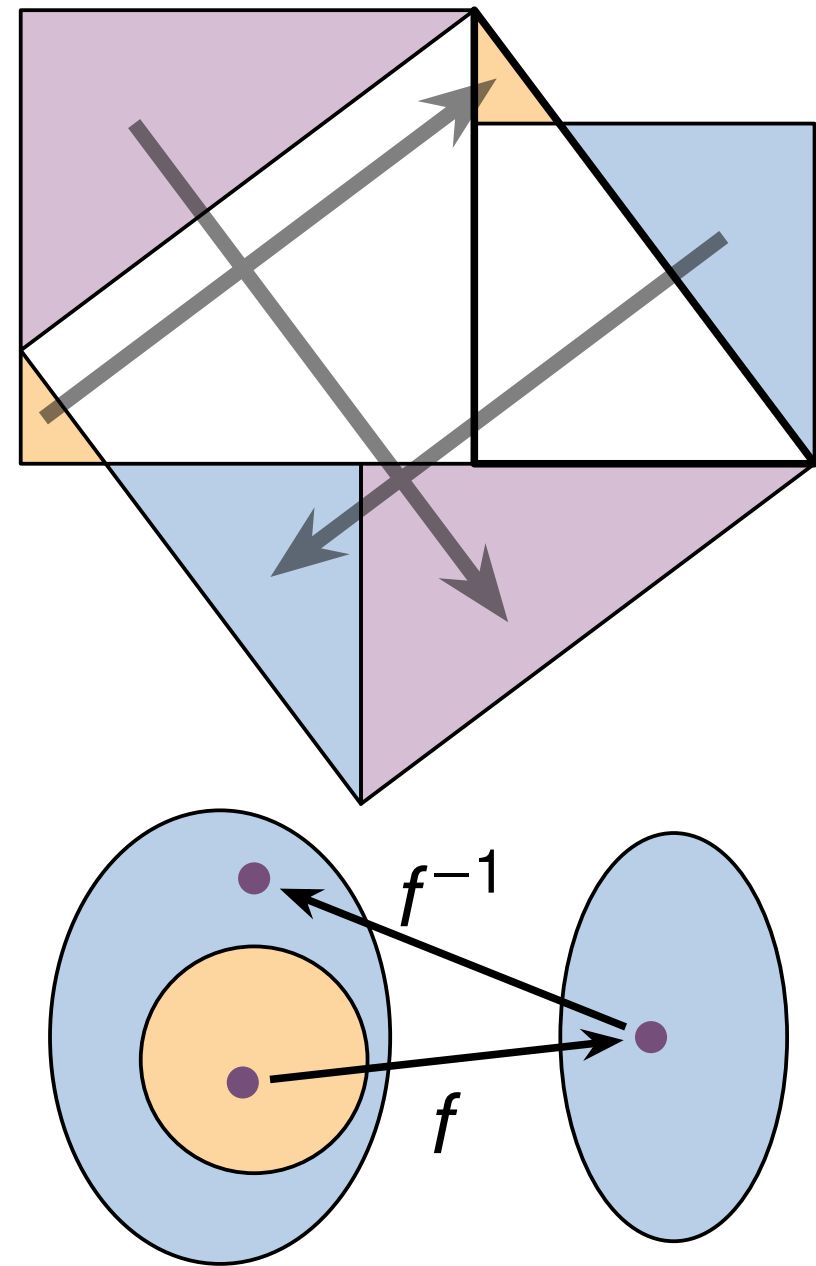
Rôles de la preuve [3]

- validation des assertions (vérification, explication)
- communication (présentation systématique, transmission)
- part du processus de recherche (exploration des conséquences, élaboration de conjectures)

Compétences liées à la preuve [5]

- compréhension de la structure hiérarchique (global / local)
- reconstruction *a posteriori* d'un discours de preuve
- alternance entre *rhétorique formelle* et parties *centrées sur le problème*

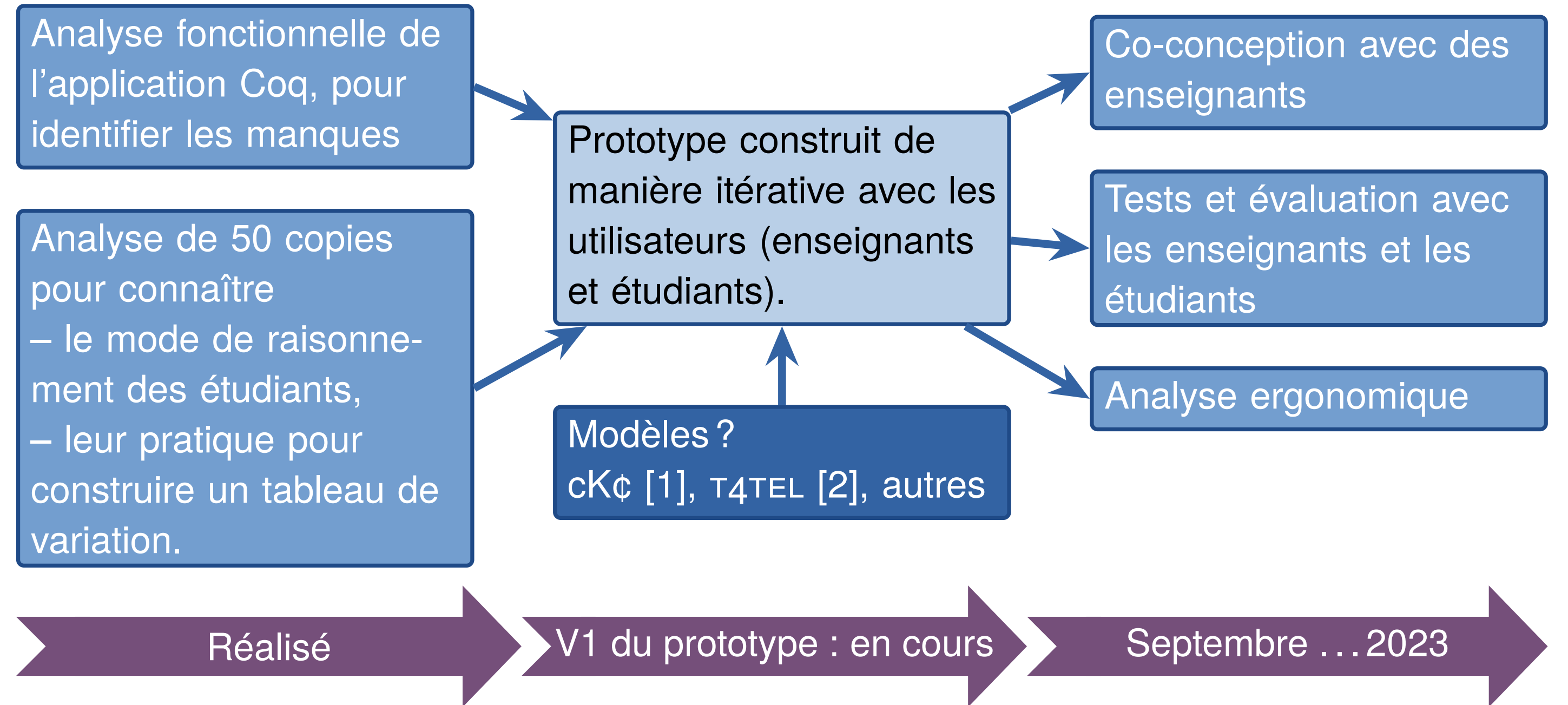
Et dans la pratique, beaucoup de preuves utilisent le registre visuel.



Installer la pratique de la démonstration est un enjeu majeur en mathématiques à l'entrée à l'université.

Méthode

Un travail de recherche guidé par le Design-Based Research [4, 6] et une démarche centrée utilisateur pour la conception et l'évaluation de MathCoq



Les assistants de preuve

Il existe de nombreux assistants de preuves (Coq, Isabelle, HOL4, Lean, etc.). Ils permettent de définir et manipuler des objets mathématiques et de **prouver des théorèmes**. Contrairement à des logiciels de calcul symbolique, ils ne sont pas faits pour calculer indépendamment de l'utilisateur : ils ne font que **vérifier une preuve rédigée par l'utilisateur**.

Interface de Coq

L'interface de Coq est séparée en deux parties distinctes.

À gauche l'entrée l'utilisateur À droite les retours de Coq

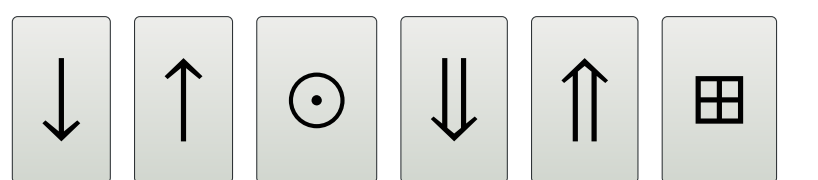
Prototype en cours d'élaboration

Require Import TabVar.

Definition f x :=
(2 * x - 1) / (5 * x^2 - 1).

Eval Compute Deriv f.

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{5-\sqrt{5}}{10}$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5+\sqrt{5}}{10}$	$+\infty$
$-10x^2 + 10x - 2$		-	0		+	?	
$(5x^2-1)^2$		+	0	+	0	+	
$f'(x)$		-	-	0	+	+	?
$f(x)$						0	?



$(-10 * x^2 + 10 * x - 2) / (5 * x^2 - 1)^2$

— Action de l'utilisateur
— Réponse de Coq

L'interface permettra la manipulation d'un tableau :

- ajout de lignes et colonnes (calculs intermédiaires, points d'intérêt)
- ajout d'information dans les cases (valeurs, signes, variations)
- validation des informations entrées, indication des éléments à prouver

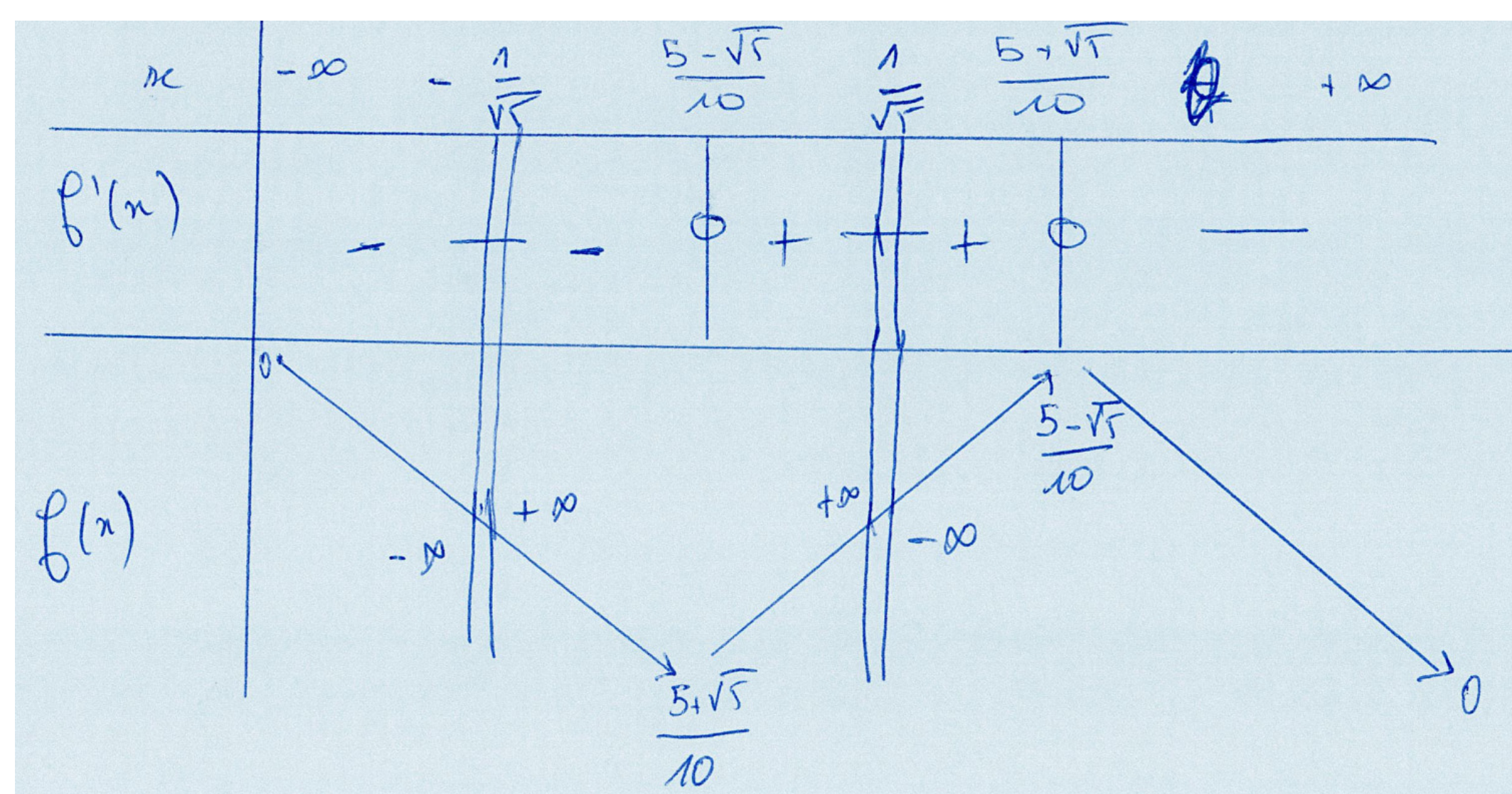
On souhaite maintenir le lien avec la preuve textuelle :

- automatisation de certains calculs
- justification de certaines assertions dans le langage usuel de Coq

Résultats partiels d'observation des copies

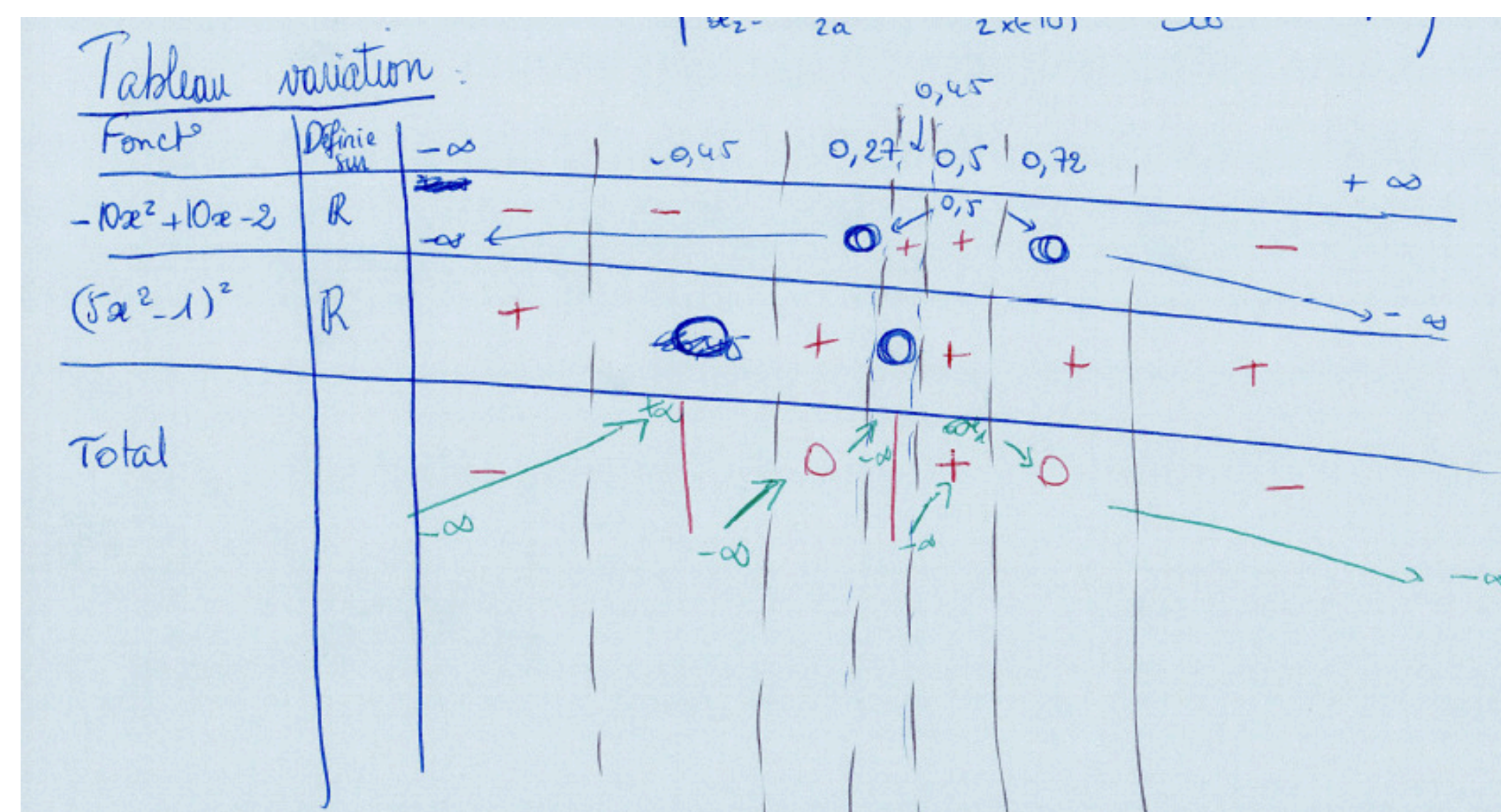
Le tableau de variation est utilisé de plusieurs façons par les étudiant-es comme

- une synthèse des résultats
- un objet évolutif qui guide la résolution

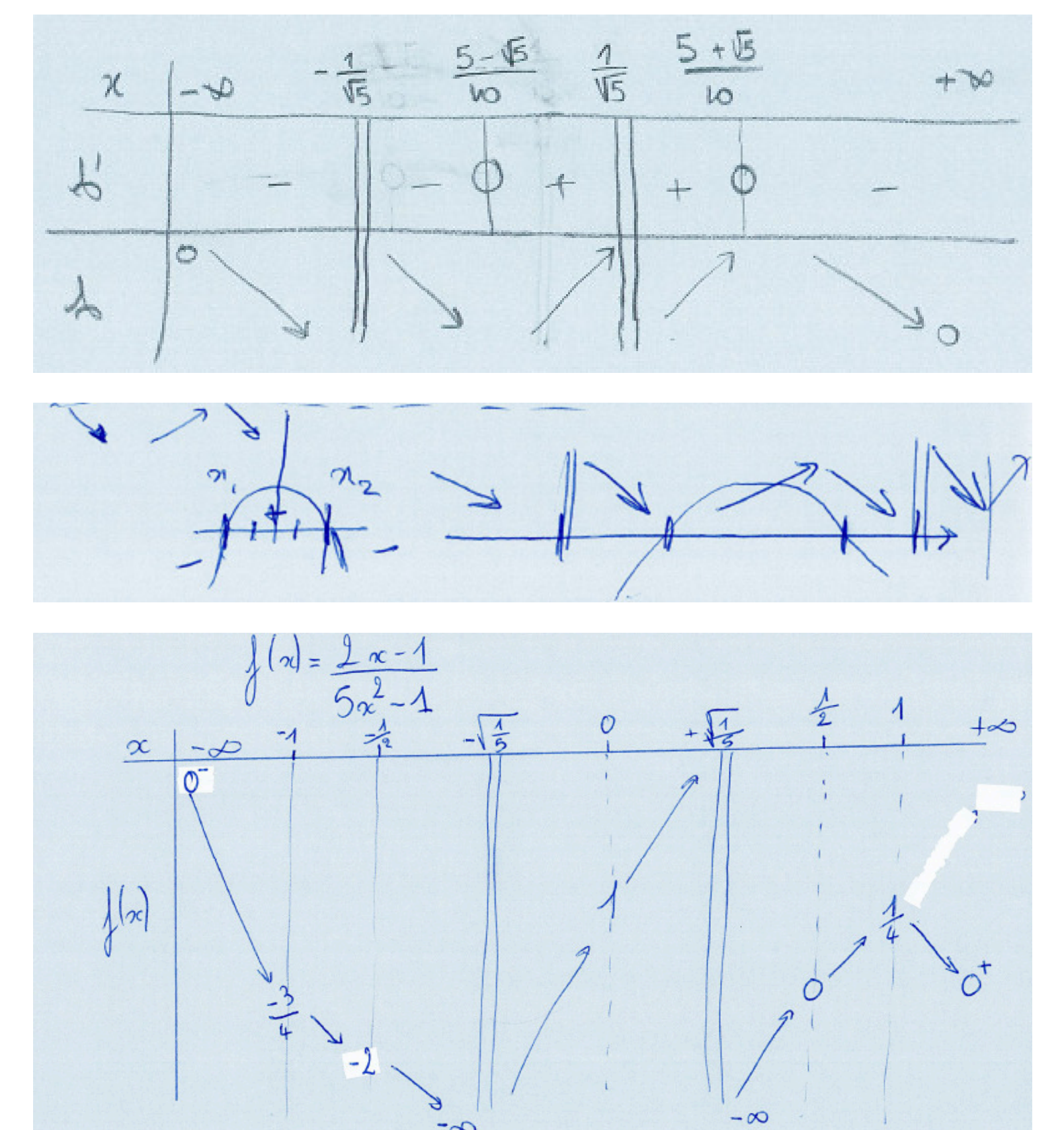


Consigne donnée : Dresser un tableau de variation pour $f(x) = \frac{2x-1}{5x^2-1}$.

Certaines copies suggèrent que certain-es utilisent le tableau pour raisonner ou pour relever des erreurs.



Des variations dans les pratiques



[1] Balacheff, N., Margolinas, C. : cKc Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In : XII^e école d'été de didactique des mathématiques. p. 1. La Pensée Sauvage éditions (Aug 2003)

[2] Chaachoua, H. : T4TEL un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. In : Pilet, J., Vendaia, C. (eds.) Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2018. pp. 8–25. IREM de Paris – Université Paris Diderot, Paris, France (2019)

[3] Hanna, G. : Proof, Explanation and Exploration : An Overview. Educational Studies in Mathematics 44(1/2), 5–23 (2000). <https://doi.org/10.1023/A:1012737223465>

[4] Mandran, N., Vermeulen, M., Prior, E. : THEDRE's Framework : Empowering PhD Candidates to Efficiently Implement Design-Based Research. Education and Information Technologies 27(7), 9563–9586 (Aug 2022). <https://doi.org/10.1007/s10639-022-10993-x>

[5] Selden, J., Selden, A. : Teaching Proving by Coordinating Aspects of Proofs with Students' Abilities. In : Stylianou, D.A., Blanton, M.L., Knuth, E.J. (eds.) Teaching and Learning Proof Across the Grades, pp. 339–354. Routledge, zeroth edn. (Sep 2010). <https://doi.org/10.4324/9780203882009-20>

[6] Wang, F., Hannafin, M.J. : Design-based research and technology-enhanced learning environments. Educational Technology Research and Development 53(4), 5–23 (Dec 2005). <https://doi.org/10.1007/BF02504682>