



HAL
open science

Modélisation micromécanique du comportement thermoviscoplastique anisotherme cyclique de CMM A12/A12O3

Benoit Berini, Djaffar Boussaa, Pierre Suquet, Myriam Bourgeois, Alexandra
Marie-Louise

► **To cite this version:**

Benoit Berini, Djaffar Boussaa, Pierre Suquet, Myriam Bourgeois, Alexandra Marie-Louise. Modélisation micromécanique du comportement thermoviscoplastique anisotherme cyclique de CMM A12/A12O3. 17e Congrès Français de Mécanique (CFM 2005), Aug 2005, Troyes, France. hal-04091636

HAL Id: hal-04091636

<https://hal.science/hal-04091636>

Submitted on 8 May 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation micromécanique du comportement thermoviscoplastique anisotherme cyclique d'un CMM Al/Al₂O₃.

Benoit Berini^{1,2}, Djaffar Boussaa¹, Pierre Suquet¹, Myriam Bourgeois² et Alexandra Marie-Louise^{2,3}

¹Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, CNRS-UPR 7051,
31 chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille Cedex 20
berini@lma.cnrs-mrs.fr

²PSA Peugeot Citroën
Route de Gisy Bat. 62, 1er étage,
78943 Velizy Villacoublay

³Centre Des Matériaux Pierre-Marie Fourt
École Nationale Supérieure des Mines de Paris, BP87
91003 Evry Cedex France

Résumé :

L'article porte sur le comportement thermoélastoviscoplastique anisotherme cyclique d'un composite à matrice métallique (Al/Al₂O₃). Il y est présenté (i) un modèle micromécanique d'un tel comportement s'appuyant sur une variante de la Transformation Field Analysis de Dvorak, (ii) la validation expérimentale dudit modèle et (iii) sa mise en œuvre numérique (UMAT ABAQUS).

Abstract :

This paper deals with the thermomechanical viscoplastic behavior of metal matrix composites. A constitutive model, based on a variant of Dvorak's Transformation Field Analysis, is implemented to investigate the response of an Al/Al₂O₃ composite to an anisothermal, cyclic loading. Comparisons are carried out between the predictions of the model and experimental data. The validation of the model and its implementation in the finite element code ABAQUS through a user defined material subroutine are discussed.

Mots-clefs :

Composites à matrice métallique; viscoplasticité; anisotherme; cyclique; TFA; UMAT

1 Introduction

L'objectif de réduction de la consommation des moteurs implique une augmentation de la température des pièces chaudes. Des inserts en matériau composite à matrice métallique (CMM) sont envisagés pour renforcer les zones où les chargements thermomécaniques sont les plus sévères. Si les propriétés thermomécaniques des CMM, en particulier leur meilleure tenue en température, laissent présager une meilleure tenue de la structure, il reste à quantifier le gain en durée de vie apporté par l'insert.

Une approche possible pour estimer ce gain consiste en les trois étapes suivantes:

- i. développer un modèle de comportement thermoélastoviscoplastique effectif du CMM à partir de considérations micromécaniques,
- ii. implémenter ce modèle dans le code éléments finis ABAQUS,
- iii. choisir et mettre en œuvre un critère de prévision de durée de vie.

Le présent article traite des deux premières étapes. Le modèle micromécanique retenu pour décrire le comportement du CMM est présenté dans la section 2. Il repose sur la variante de la « Transformation Field Analysis » (TFA) de Dvorak [1] telle que mise œuvre par Pottier [2], le modèle utilisé pour l'estimation des propriétés effectives linéaires du composite étant celui de Ferrari [3]. La section 3 est consacrée à la comparaison entre les prédictions du modèle et les résultats d'expériences cycliques isothermes et anisothermes. La section 4 présente la mise en œuvre du modèle dans le code éléments finis ABAQUS à travers une routine UMAT.

2 Un modèle de comportement

2.1 Microstructure du CMM étudié

Le composite étudié est un composite biphasé à matrice d'aluminium (AS7G03) renforcé par des fibres courtes d'alumine (Al_2O_3) d'élancement moyen 50, dont l'orientation est uniformément répartie dans un plan [4]. Deux composites avec des pourcentages de renforts différents, notés CMM 1 et CMM 2, sont envisagés.

2.2 Comportement élastique effectif du CMM

Les propriétés élastiques effectives du CMM sont estimées à l'aide du modèle de Ferrari [3]. Dans le cas d'un matériau biphasé, cette estimation s'écrit :

$$\mathbf{L}_{\text{Ferrari}}^{\text{eff}} = \mathbf{L}^{(m)} + c^{(f)} \left\{ (\mathbf{L}^{(f)} - \mathbf{L}^{(m)}) \mathbf{T}^{(f)} (c^{(m)} \mathbf{I} + c^{(f)} \mathbf{T}^{(f)})^{-1} \right\} \quad (1)$$

où $\{ \cdot \}$ représente la moyenne sur toutes les orientations des fibres, $\mathbf{L}^{(r)}$ est le tenseur des rigidités de la phase r et $c^{(r)}$ sa fraction volumique, m fait référence à la matrice et f aux fibres, $\mathbf{T}^{(f)} = [\mathbf{I} + \mathbf{P} (\mathbf{L}^{(f)} - \mathbf{L}^{(m)})]^{-1}$ avec \mathbf{P} le tenseur de Hill [5] et $\mathbf{I}_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$.

La figure 1 compare les modules de Young dans le plan des fibres obtenus expérimentalement à ceux donnés par les modèles de Ferrari et de Mori et Tanaka pour le CMM 1 (a) et pour le CMM 2 (b). Ceux-ci sont rapportés à une valeur de référence. Pour chacun des CMM, on compare (i) le module de Young mesuré à quatre températures (20°C, 100°C, 200°C et 300°C), pour deux fractions volumiques (ii) au module de Young estimé à l'aide des deux modèles, pour les mêmes conditions.

Pour le CMM 1, les deux modèles prédisent correctement le module de Young sur toute la gamme de température (figure 1.a). Pour le CMM 2, cet accord est bon uniquement pour les deux températures extrêmes (20°C et 300°C); pour les deux autres températures (100°C et 200°C), il y a une légère surestimation (< 10%) par les deux modèles (figure 1.b).

2.3 Comportement thermoélastoviscoplastique effectif du CMM

2.3.1 Comportement local

La fibre est supposée avoir un comportement élastique linéaire et la matrice un comportement élastoviscoplastique, décrit par le modèle unifié viscoplastique avec écrouissage cinématique non linéaire ([6], pages 306-309).

En un point x du milieu hétérogène, on désigne par $\boldsymbol{\sigma}(x)$ la contrainte, $\boldsymbol{\varepsilon}(x)$ la déformation totale, $\boldsymbol{\varepsilon}_{vp}(x)$ la déformation viscoplastique, $\boldsymbol{\varepsilon}_{th}(x)$ la déformation thermique, T la température, $\boldsymbol{\alpha}(x)$ le tenseur de dilatation thermique et $\mathbf{L}(x)$ le tenseur d'élasticité. Ces quantités sont reliées

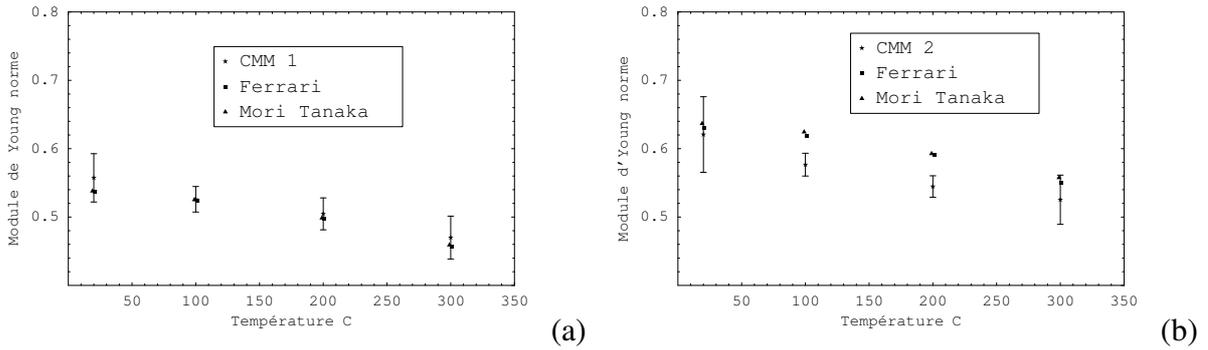


FIG. 1 – Estimation du module de Young du CMM 1 a) et 2 b) pour quatre températures

entre elles par les relations suivantes :

$$\boldsymbol{\sigma}(x) = \mathbf{L}(x) (\boldsymbol{\varepsilon}(x) - \boldsymbol{\varepsilon}_{vp}(x) - \boldsymbol{\varepsilon}_{th}(x)) \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{th}(x) = \boldsymbol{\alpha}(x)(T - T_{ref}) \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp}(x) = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(x, \boldsymbol{\sigma}(x)) \quad (4)$$

où Ψ est le potentiel de dissipation, T_{ref} est la température pour laquelle le matériau est supposé libre de contrainte et le point (\cdot) désigne la dérivée par rapport au temps.

2.3.2 Variante de la Transformation Field Analysis

Initialement développée par Dvorak [1], la TFA repose sur deux hypothèses. On les présente dans le cas d'un milieu contenant N phases :

- i. la déformation viscoplastique et la déformation thermique sont uniformes dans chaque phase :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{vp}(x) = \sum_{s=1}^N \boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^{(s)} \chi^{(s)}(x) \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{th}(x) = \sum_{s=1}^N \boldsymbol{\varepsilon}_{th}^{(s)} \chi^{(s)}(x) \quad (5)$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^{(s)}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}_{th}^{(s)}$ sont les déformations moyennes dans la phase s respectivement viscoplastique et thermique et $\chi^{(s)}(x)$ est la fonction caractéristique de la phase s

- ii. la loi de comportement pour la déformation viscoplastique moyenne $\boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^{(s)}$ est celle de la phase s :

$$\boldsymbol{\sigma}^{(s)} = \mathbf{L}^{(s)} \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{(s)} - \boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^{(s)} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th}^{(s)} \right) \quad \text{et} \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp}^{(s)} = \frac{\partial \Psi^{(s)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(s)}} \left(\boldsymbol{\sigma}^{(s)} \right) \quad (6)$$

où $\boldsymbol{\sigma}^{(s)}$ est la contrainte moyenne dans la phase s , $\mathbf{L}^{(s)}$ est le tenseur de raideur de la phase s et $\Psi^{(s)}$ est le potentiel viscoplastique de la phase s .

Dans le cas thermoélastoviscoplastique, la relation de localisation peut s'écrire :

$$\boldsymbol{\sigma}^{(r)} = \mathbf{B}^{(r)} \boldsymbol{\Sigma} - \sum_{s=1}^N \mathbf{F}^{(rs)} \mathbf{L}^{(s)} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^{(s)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{th}^{(s)} \right) \quad (7)$$

où $\boldsymbol{\Sigma}$ est la contrainte macroscopique, $\mathbf{B}^{(r)}$ est le tenseur de localisation élastique des déformations de la phase r et $\mathbf{F}^{(rs)}$ est un tenseur d'ordre 4 permettant de déterminer l'influence qu'exerce une déformation plastique ou thermique dans la phase s sur la phase r .

2.3.3 Comportement macroscopique déduit de la TFA telle que modifiée par Pottier

Le champ de déformation viscoplastique (resp. thermique) macroscopique est relié au champ de déformation viscoplastique (resp. thermique) local par :

$$\mathbf{E}_{vp} = \sum_{s=1}^N c^{(s)} (\mathbf{B}^{(s)})^T \boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^{(s)} \quad \text{et} \quad \mathbf{E}_{th} = \sum_{s=1}^N c^{(s)} (\mathbf{B}^{(s)})^T \boldsymbol{\varepsilon}_{th}^{(s)}$$

où T est la transposition.

En considérant l'équation de localisation en contrainte (7) et les équations reliant les déformations macroscopiques aux déformations microscopiques, on peut écrire, dans le cas d'un matériau biphasé, le modèle déduit de la TFA sous une forme macroscopique :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma} &= \mathbf{L}_{Ferrari}^{eff}(T) \mathbf{E}_e = \mathbf{L}_{Ferrari}^{eff}(T) (\mathbf{E} - \mathbf{E}_{vp} - \mathbf{E}_{th}) \\ \mathbf{E}_{th} &= c^m (\mathbf{B}^m)^T \boldsymbol{\alpha}^m (T - T_{ref}) + (1 - c^m) (\mathbf{B}^f)^T \boldsymbol{\alpha}^f (T - T_{ref}) \\ \dot{\mathbf{E}}_{vp} &= \frac{3}{2} c^m \left(\frac{J_2(\mathbf{B}^m (\boldsymbol{\Sigma} - \mathbf{X})) - \sigma_y(T)}{\eta(T)} \right)^{m(T)} \frac{(\mathbf{B}^m)^T \text{dev}(\mathbf{B}^m (\boldsymbol{\Sigma} - \mathbf{X}))}{J_2(\mathbf{B}^m (\boldsymbol{\Sigma} - \mathbf{X}))} \\ \mathbf{X} &= \mathcal{H} \mathbf{E}_{vp} - \mathcal{K} (T - T_{ref}) + \mathcal{U} \bar{\mathbf{a}} \\ \dot{\bar{\mathbf{a}}} &= \dot{\mathbf{E}}_{vp} - \dot{P} \frac{\xi(T)}{c^m} \bar{\mathbf{a}} \end{aligned}$$

où dev est l'opérateur déviateur, $J_2(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{\frac{3}{2} \text{dev}(\boldsymbol{\sigma}) \cdot \text{dev}(\boldsymbol{\sigma})}$. \mathbf{X} et $\bar{\mathbf{a}}$ sont les variables d'érouissage, \dot{P} est la déformation plastique cumulée définie par $\dot{P} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\mathbf{E}}_{vp} (\mathbf{B}^m)^T \mathbf{K} \mathbf{B}^m \dot{\mathbf{E}}_{vp}}$ où \mathbf{K} est le projecteur sur l'espace des déviateurs. σ_y , m , η , H et ξ sont les paramètres matériaux de la matrice représentée par le modèle unifié élastoviscoplastique avec érouissage cinématique non linéaire, dépendant de la température,

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \frac{1}{c^m} (\mathbf{B}^m)^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{B}^m) (\mathbf{M}^m - \mathbf{M}^f)^{-1} \mathbf{C}^m (\mathbf{B}^m)^{-T} \\ \mathcal{K} &= (\mathbf{B}^m)^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{B}^m) (\mathbf{M}^m - \mathbf{M}^f)^{-1} (\boldsymbol{\alpha}^f - \boldsymbol{\alpha}^m) \\ \mathcal{U} &= \frac{2}{3c^m} H(T) (\mathbf{B}^m)^{-1} (\mathbf{B}^m)^{-T} \end{aligned}$$

avec $\mathbf{M}^{(r)}$ le tenseur de souplesse de la phase r et \mathbf{C}^m est un tenseur correctif introduit par Pottier pour assouplir les prédictions du modèle déduit de la TFA de Dvorak, prédictions en général trop raides.

3 Comparaisons essai/simulation

Les prédictions du modèle présenté dans la section précédente sont comparées à des résultats d'essais menés au Centre des Matériaux de l'École des Mines de Paris. Les éprouvettes testées sont sollicitées dans le plan des fibres. Deux types d'essais ont été réalisés [4]:

- i. essais LCF: des essais de fatigue oligocyclique isothermes (300°C) (cycles triangulaires en traction-compression), pilotés en déformation.

- ii. essais FMT : des essais de fatigue oligocyclique mécano-thermique, pilotés simultanément en température (entre 100°C et 300°C) et en déformation.

La figure 2 compare les prédictions du modèle aux mesures pour un essai LCF (a) et pour un essai FMT (b). Pour chacun des essais, on compare le cycle stabilisé expérimental au cycle stabilisé prédit par le modèle. Le modèle converge rapidement vers un cycle stabilisé, en général en moins de 5 cycles; expérimentalement, on observe, pour les deux types d'essais, une stabilisation également rapide, en 10 cycles environ.

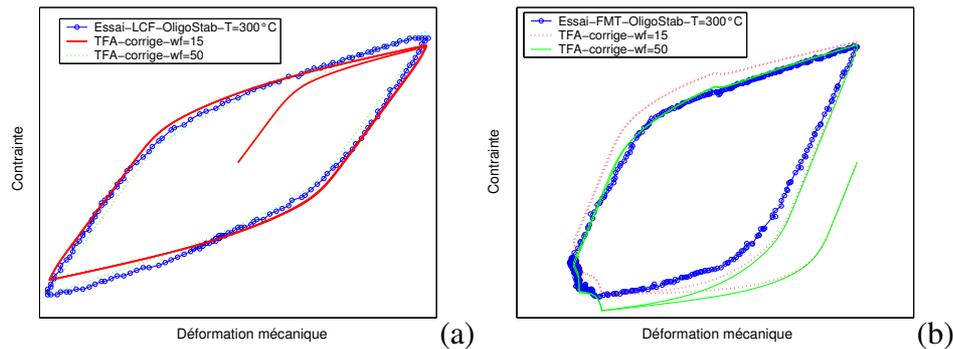


FIG. 2 – Simulation avec le modèle déduit de la TFA corrigée d'essais CMM 1 pour deux élargissements ($w_f = 15$ et 50) (a) essai LCF isotherme à 300°C et à $\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$, (b) essai FMT anisotherme à amplitude de déformation maximale de -0.5%

Pour l'essai LCF, il y a un bon accord entre l'essai et la simulation. La figure 2.a montre un résultat d'essai et deux simulations effectuées avec deux élargissements de fibres (15 et 50). Ces deux simulations permettent de mettre en évidence l'influence de cet élargissement sur le comportement effectif du CMM. Sur cette gamme d'élargissement étudiée, plus l'élargissement est grand, plus la pente d'écrouissage est grande (en valeur absolue). On observe une erreur comprise entre 6% et 13% sur la contrainte minimale obtenue en fin de compression.

Pour l'essai FMT présenté figure 2.b, la comparaison essai/simulation est bonne et on observe lors de la première compression le même effet de l'élargissement sur la pente d'écrouissage que pour l'essai LCF.

4 Mise en œuvre du modèle dans ABAQUS à travers une routine UMAT

4.1 Principe de base de la programmation d'une UMAT

La programmation d'une UMAT dans Abaqus nécessite la résolution numérique des équations différentielles décrivant le comportement du matériau ainsi que la détermination de la matrice tangente cohérente avec le schéma d'intégration choisi (Euler implicite dans notre étude).

Les grandeurs $\Delta \mathbf{E}$, $\Delta \mathbf{E}_{th}$ et T sont des données d'entrée du problème. Les variables internes choisies pour intégrer ce modèle sont (i) la déformation élastique \mathbf{E}_e , (ii) la variable d'écrouissage $\bar{\alpha}$, et (iii) la déformation plastique cumulée P . Le système non linéaire à résoudre est donc de dimension 13. La matrice jacobienne a été calculée analytiquement.

4.2 Validation de la programmation

Afin de valider la programmation de la UMAT, des comparaisons sur élément de volume ont été effectuées entre la programmation ABAQUS et une programmation réalisée sous Ma-

thematica avec un algorithme de prédiction-corrrection.

On présente ici les résultats de ces comparaisons pour un cisaillement dans la direction hors fibre en isotherme (figure 3.a) et une traction/compression dans la direction des fibres en anisotherme (figure 3.b). Dans les deux cas, les résultats des comparaisons donnent des écarts

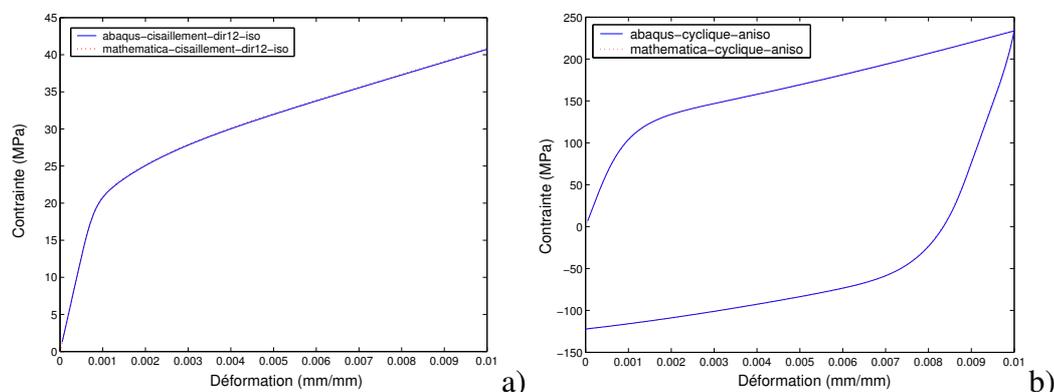


FIG. 3 – Comparaison d’un cisaillement isotherme dans la direction hors plan a) et une traction/compression anisotherme dans la direction des fibres b) entre Abaqus et Mathematica

maximaux inférieurs à 0,5%. Cette différence provient sans doute des différentes méthodes d’intégration utilisées, le pas de temps ayant été choisi égal pour les deux calculs. On considère donc que la programmation de la UMAT est validée.

5 Conclusion

Le modèle de comportement élastoviscoplastique déduit de la TFA permet de simuler des essais cycliques anisothermes en intégrant la fraction volumique de fibres comme paramètre. Les comparaisons essai/simulation sont satisfaisantes. Le modèle a été implémenté dans le code éléments finis ABAQUS et validé sur de nombreux cas tests. Les temps de calculs obtenus permettent d’envisager un calcul sur structure complexe dans des temps acceptables.

Références

- [1] G. DVORAK. Transformation field analysis of inelastic composite materials. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 437:311–327, 1992.
- [2] J. F. MAIRE J. L. CHABOCHE, S. KRUCH and T. POTTIER. Towards a micromechanics based inelastic and damage modeling of composites. *Int. J. Plasticity*, 17:411–439, 2001.
- [3] P. R. HEYLIGER M. L. DUNN, H. LEDBETTER and C. S. SOI. Elastic constants of textured short fiber composites. *J. of Mech. Phys. of Solids*, 44:1509–1541, 1996.
- [4] A. MARIE-LOUISE. *Fatigue haute température de composites à matrice métallique pour application automobile*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2005.
- [5] M. TAYA and R. J. ARSENAULT. *Metal matrix composites*. Oxford, England; New-York : Pergamon Press, 1989.
- [6] J. LEMAITRE and J. L. CHABOCHE. *Mécanique des matériaux solides*. Paris, Dunod, 1985.