



**HAL**  
open science

## Analyse de l'anisotropie induite des matériaux polycristallins

Mohamed Bettaieb, Olivier Débordes, Abdelwaheb Dogui

► **To cite this version:**

Mohamed Bettaieb, Olivier Débordes, Abdelwaheb Dogui. Analyse de l'anisotropie induite des matériaux polycristallins. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-04090868

**HAL Id: hal-04090868**

**<https://hal.science/hal-04090868>**

Submitted on 6 May 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Analyse de l'anisotropie induite des matériaux polycristallins

Mohamed BETTAIEB<sup>a</sup>, Olivier DÉBORDES<sup>a</sup> & Abdelwaheb DOGUI<sup>b</sup>

<sup>a</sup> LMA & ECM, IMT, Technopole Chateau-Gombert, F13383 Marseille Cedex 13,  
(bettaieb debordes)@egim-mrs.fr

<sup>b</sup> LGM, ENIM, 5019 Monastir, Tunisie, abdel.dogui@enim.rnu.tn

### Résumé :

*Ce travail est une contribution à l'étude de l'anisotropie initiale et induite par des grandes transformations plastiques d'un polycristal. D'abord nous commençons par rappeler brièvement les équations constitutives utilisés. Le comportement macroscopique du polycristal est déterminé en utilisant la technique d'homogénéisation périodique. Ensuite nous définissons une méthodologie qui permet de tenir compte de la fraction volumique et de la répartition spatiale des grains. Puis nous sollicitons le polycristal en traction dans plusieurs directions pour détecter l'influence des différents paramètres (fraction volumique et répartition spatiale des grains) sur l'évolution de l'anisotropie initiale. Cette anisotropie sera étudiée en utilisant quelques indicateurs tels que les figures de pôles et le coefficient de Lankford. Après décharge élastique et recharge plastique, nous présenterons les résultats de la même étude afin de cerner l'influence des mêmes paramètres sur l'anisotropie plastique induite.*

### Abstract :

*This work is a contribution to the study of the initial and induced anisotropy of a polycrystal. We begin by briefly recalling the constitutive equations used. The macroscopic polycrystal behavior is computed by using the periodic homogenization technique. Then, we define a methodology allowing to take into account the volume fraction and the spatial repartition of grains. We submit the polycrystal to a tensile test defined in different directions in order to detect the effect of different parameters (volume fraction and spatial repartition) on the evolution of the initial anisotropy. This anisotropy will be studied by using some indicators such as the pole figure and the Lankford coefficient. After an elastic unloading and an elastic-plastic reloading, we present the results of the same study in order to encircle the influence of the same parameters on the evolution of the plastic induced anisotropy.*

### Mots-clefs :

**Homogénéisation périodique, grandes transformations plastiques, anisotropie induite.**

### 1 Introduction

Dans un matériau polycristallin, on attribue usuellement l'anisotropie du comportement plastique à la distribution non uniforme des orientations cristallographiques des grains constituant le matériau ; on parle alors de l'influence de la microstructure du matériau sur son comportement macroscopique. Cette non uniformité peut-être exprimée par la FDOC (Fonction de Distribution des Orientations Cristallographiques) ou par des figures de pôles. Souvent, les conséquences de cette anisotropie à l'échelle macroscopique sont prises en compte par des critères anisotropes de plasticité (comme le critère de Hill, par exemple) identifiés à partir des coefficients de Lankford mesurés lors d'essais de traction selon diverses directions. Un des défis de la modélisation des procédés de mise en forme (laminage, emboutissage,...) consiste non seulement à tenir compte de l'anisotropie initiale du matériau à former, mais aussi de l'anisotropie induite dans le matériau par les déformations plastiques (dues au procédé de

formage) qui modifient la forme des grains et leurs orientations cristallographiques. Ce travail s'inscrit dans le cadre de l'étude de l'influence de la morphologie et de la répartition spatiale des grains sur l'évolution de l'anisotropie initiale et induite d'un polycristal.

## 2 Modèle mécanique et algorithme numérique

### 2.1 Équations à l'échelle du polycristal

À un instant  $t$  donné, le polycristal considéré occupe un domaine  $\omega$  de volume  $|\omega|$ . Le gradient des vitesses macroscopiques  $L$  et la contrainte macroscopique  $\Sigma$  peuvent être reliés à leurs homologues microscopiques  $l$  et  $\sigma$  par les relations de moyenne suivantes :

$$L = |\omega|^{-1} \int_{\omega} l \, d\omega \quad ; \quad \Sigma = |\omega|^{-1} \int_{\omega} \sigma \, d\omega \quad (1)$$

L'hypothèse de périodicité et la première relation (1) sont équivalentes à :

$$l = L + \text{grad}_x(v_{per}) \quad (2)$$

avec  $x$  la position actuelle du point considéré dans  $\omega$  et  $v_{per}$  une vitesse  $\omega$ -périodique.

À ces équations, nous ajoutons les équations d'équilibre et de cinématique microscopique :

$$\sigma \cdot n \text{ } \omega\text{-antipériodique} \quad ; \quad \text{div}_x(\sigma) = 0 \quad ; \quad l = \text{grad}_x(v) \quad (3)$$

Pour résoudre complètement le problème imposé sur le polycristal, les équations citées ci-dessus doivent être complétées par la loi de comportement microscopique au niveau de chaque monocristal.

### 2.2 Équations à l'échelle du monocristal

Nous considérons un monocristal CFC obéissant à la loi de Schmid et à une loi d'érouissage exponentielle (Abdul-Latif *et al.*, 1998). Ce monocristal est soumis au gradient des vitesses microscopiques  $l$ . En suivant la théorie de Mandel, nous supposons l'existence d'une infinité de configurations élastiquement relâchées. Chaque configuration relâchée est définie par une rotation  $r$  par rapport à la configuration actuelle. Dans le cas du monocristal, la rotation  $r$  est choisie telle que les tenseurs d'orientation des différents systèmes  $\bar{M}_s$  restent constants par rapport au temps. Nous surlignerons les différents tenseurs et vecteurs exprimés dans la base orthonormée liée à cette configuration intermédiaire. Le tenseur  $\bar{d}$  (resp.  $\bar{w}$ ) représente la partie symétrique (resp. antisymétrique) de  $\bar{l}$ . En supposant que les déformations plastiques restent petites, les équations constitutives du monocristal sont :

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \bar{d}^e + \bar{d}^p \quad ; \quad \bar{w} = \bar{w}^e + \bar{w}^p \quad ; \quad \bar{d}^p + \bar{w}^p = \sum_{s=1}^{24} \dot{\gamma}_s \bar{M}_s \\ \bar{w}^e &= r^T \cdot \dot{r} \quad ; \quad \dot{\bar{\sigma}} = \bar{C} : \bar{d}^e \\ \forall s = 1, \dots, 12: \quad \tau_{s+12}^c &= \tau_s^c = \tau_s^{c0} + \frac{Q}{b} \sum_{g=1}^{12} H_{sg} (1 - e^{-b(\gamma_g + \gamma_{g+12})}) \\ \forall s = 1, \dots, 24: \quad \bar{M}_s : \bar{\sigma} &\leq \tau_s^c \quad ; \quad \dot{\gamma}_s > 0 \Rightarrow \bar{M}_s : \bar{\sigma} = \tau_s^c \end{aligned} \quad (4)$$

Le problème d'évolution constitué par les équations (1), (2), (3) et (4) est résolu en discrétisant spatialement le polycristal par éléments finis et temporellement l'intervalle d'étude

$I^A = [t_0, t_0 + \Delta t]$  par un schéma d'Euler semi-implicite en  $n$  pas de temps. Pour plus de détail sur les aspects numériques, on peut se référer à Bettaieb (2006).

### 3 Prise en compte de la fraction volumique et de la répartition spatiale des grains

Après discrétisation spatiale du polycristal par éléments finis, nous attachons un monocristal ou un grain à chaque point de gauss. Chaque grain est défini par sa fraction volumique à travers le poids du point de gauss correspondant et par son orientation cristallographique initiale. Le choix d'une distribution initiale des orientations se fait en utilisant la méthode de quaternion définie dans Bertram et al (1999). Le maillage considéré contient  $5 \times 5 \times 1$  éléments en intégration réduite, ce qui donne 200 grains. Pour étudier l'influence de la fraction volumique et la position spatiale des grains, nous considérons les trois polycristaux *pol1*, *pol2* et *pol3* de la Fig. 1. Pour *pol1* et *pol2*, tous les grains du polycristal ont le même volume. La différence entre *pol1* et *pol2* est au niveau de la distribution des orientations cristallographiques initiales : nous affectons les mêmes orientations des grains constitutifs de *pol1* d'une manière aléatoire et différente de la distribution de *pol1* aux grains de *pol2*. La différence entre les deux comportements relatifs aux *pol1* et *pol2* est due dans ce cas à la répartition spatiale des grains. Pour *pol3*, nous gardons la même distribution des orientations cristallographiques que *pol1* et nous changeons juste le maillage. Ce qui permet d'étudier l'influence de la fraction volumique sur le comportement de polycristal par comparaison entre la réponse de *pol1* et *pol3*.

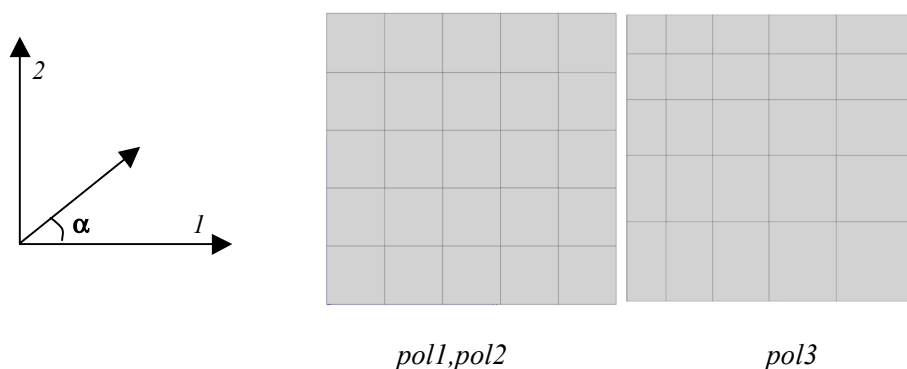


Fig. 1 : Prise en compte de la taille et de la répartition spatiale des grains

### 4 Étude de l'anisotropie initiale

Dans cette communication, nous simulons le comportement de Waspaloy dont les constantes matérielles sont données dans Abdul-Latif et al (1998) :

$E$ (Gpa)	$\nu$	$Q$ (Mpa)	$b$	$\tau_0$ (Mpa)	$h_i$ ( $i=1, \dots, 6$ )
215	0.3	256	12.6	240	1.4

Pour étudier l'anisotropie initiale, nous imposons un essai de traction dans cinq directions différentes :  $\alpha=0$ ,  $\alpha=\pi/6$ ,  $\alpha=\pi/4$ ,  $\alpha=\pi/3$  et  $\alpha=\pi/2$  (Fig. 1). Cet essai est imposé jusqu'à 20% de déformation. Dans chaque direction de traction, les tenseurs  $D$  et  $\Sigma$  sont définis par les formes suivantes :

$$D = \begin{bmatrix} 0.2 & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{bmatrix} ; \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

À  $t=0$ , nous supposons que  $\Sigma_{11} = 0$ . Nous notons par  $E$  le tenseur des déformations cumulées et nous définissons le coefficient de Lankford  $r$  comme étant le rapport  $E_{22} / E_{33}$ .

Nous présentons l'évolution de la contrainte de traction (avec un zoom sur la partie plastique du comportement), du coefficient de Lankford  $r$  et de la figure de pôles déterminée dans le plan  $\langle 010 \rangle$ .

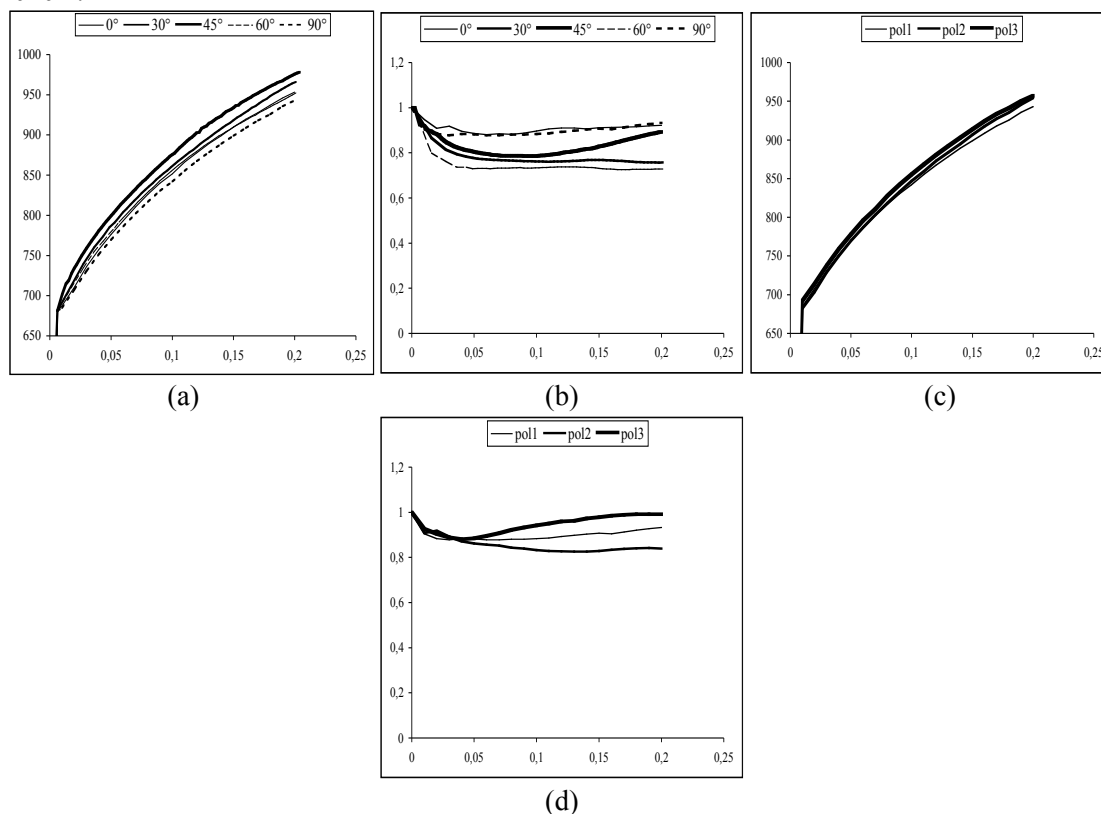


Fig. 2 : (a)  $\Sigma_{11}$  en fonction de  $E_{11}$  pour pol1, (b)  $r$  en fonction de  $E_{11}$  pour pol1, (c)  $\Sigma_{11}$  en fonction de  $E_{11}$  pour la direction 90°, (d)  $r$  en fonction de  $E_{11}$  pour la direction 90°

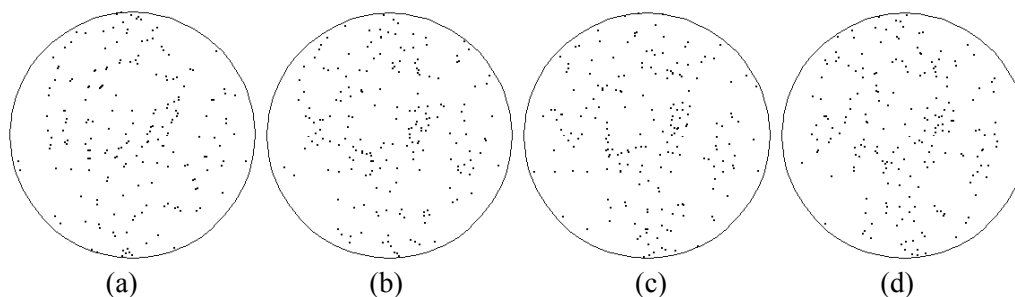


Fig. 3 : (a) avant chargement, (b) après chargement pol1, (c) après chargement pol2, (d) après chargement pol3

La Fig. 2 (a) montre que la contrainte de traction dépend (d'une manière assez faible) de la direction de chargement ce qu'implique que le comportement initial est peu anisotrope. Cette

constatation est confirmée par la Fig. 2 (b) qui montre une dépendance du coefficient de Lankford vis-à-vis de la direction de sollicitation. Les Fig. 2 (c) et (d) montrent l'influence de la fraction volumique et de la répartition spatiale des grains sur l'évolution de la contrainte macroscopique de traction et du coefficient de Lankford. La projection sur le plan  $\langle 010 \rangle$  de la distribution des orientations cristallographiques avant et après chargement pour les trois polycristaux est présentée sur la Fig. 3. Malgré que la distribution initiale soit la même pour les trois polycristaux, nous constatons une légère différence après chargement.

## 5 Étude de l'anisotropie induite

Les différents polycristaux sont sollicités en traction jusqu'à 20% selon la direction  $0^\circ$  dans une première étape. Ensuite ils sont déchargés élastiquement en ramenant la contrainte macroscopique à zéro. Après chaque polycristal est rechargé jusqu'à 20% dans les différentes directions mentionnés ci-dessus ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$ ). Ces essais permettent d'analyser l'anisotropie induite des différents polycristaux. Nous présentons les mêmes résultats que la partie relative à l'étude de l'anisotropie initiale.

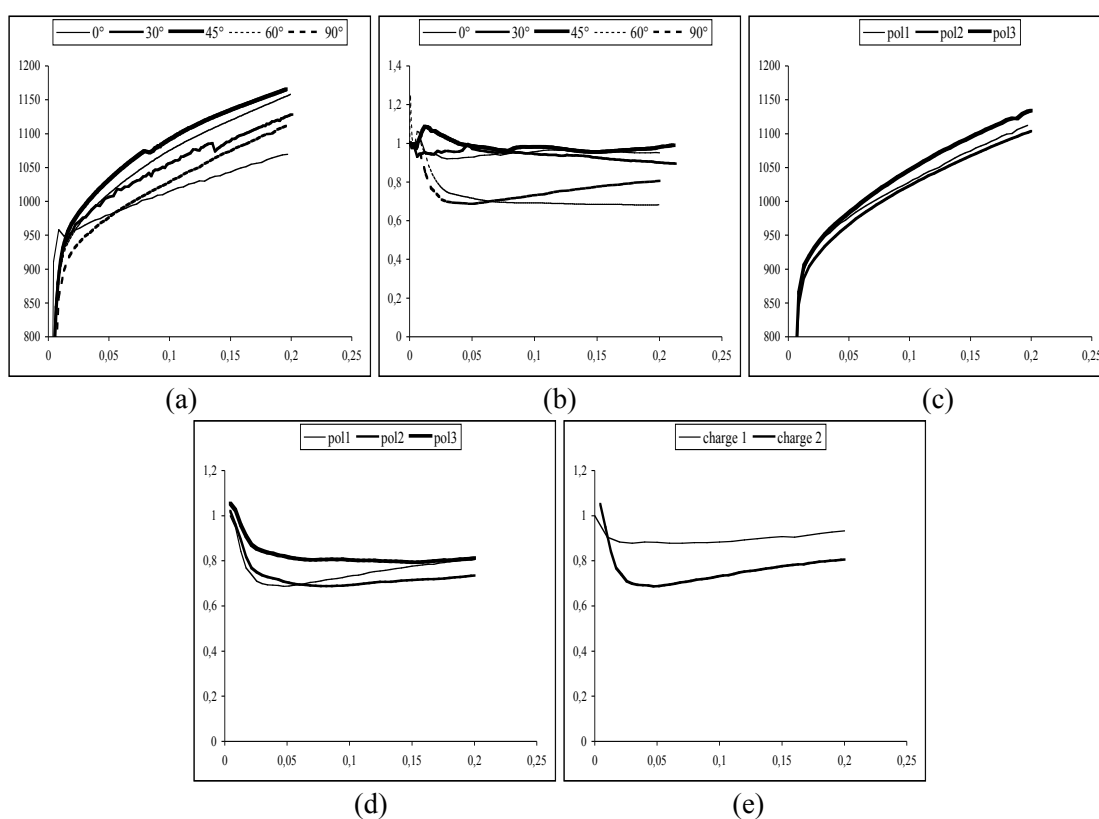


Fig. 4 : (a)  $\Sigma_{11}$  en fonction de  $E_{11}$  pour pol1, (b)  $r$  en fonction de  $E_{11}$  pour pol1, (c)  $\Sigma_{11}$  en fonction de  $E_{11}$  pour la direction  $90^\circ$ , (d)  $r$  en fonction de  $E_{11}$  pour la direction  $90^\circ$ , (e)  $r$  en fonction de  $E_{11}$  après le premier chargement et après le second chargement (pol1 à  $45^\circ$ )

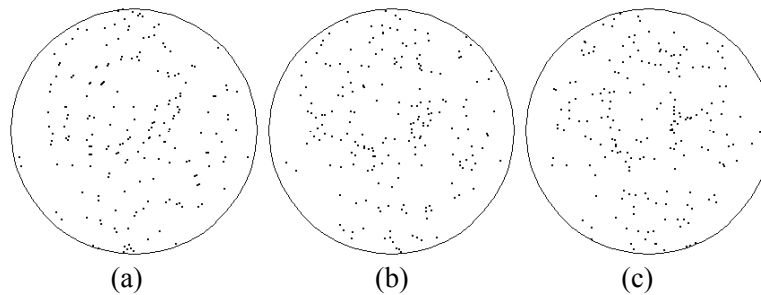


Fig. 5 : (a) avant chargement, (b) anisotropie initiale  $pol1$  à  $30^\circ$ , (c) anisotropie induite  $pol1$  à  $30^\circ$

La Fig. 4 (a) montre une dépendance plus forte de la contrainte macroscopique vis-à-vis de la direction de chargement que le cas de la Fig. 2 (a). Cette forte dépendance peut être expliquée par le phénomène d'anisotropie induite. Sur la Fig. 4 (b), nous présentons l'évolution du coefficient de Lankford lors du premier et du second chargement (pour  $pol1$  et la direction  $45^\circ$ ). On constate que le comportement est plus anisotrope lors du second chargement. Ce qui peut être expliqué aussi par le phénomène d'anisotropie induite. La Fig. 5 souligne la redistribution des orientations cristallographiques due au phénomène d'anisotropie induite.

## 6 Conclusions

Dans cette communication, nous avons utilisé la méthode d'homogénéisation périodique pour analyser l'évolution de l'anisotropie initiale et induite d'un polycristal. Les résultats présentés montrent l'apparition d'une anisotropie non négligeable dès que le polycristal est chargé en grandes transformations. Ces résultats montrent aussi l'influence de la fraction volumique et de la répartition des grains sur ces deux types d'anisotropie. Ce travail sera complété en considérant des morphologies plus réalistes des grains et en utilisant la méthode des polyèdres de Voronoi (Decker *et al*, 2000). Un plan d'expérience numérique est en cours de définition pour mieux comprendre et quantifier l'influence de chaque paramètre sur l'anisotropie initiale et induite du polycristal.

## Références

- Abdul-Latif A., Dingli J.Ph., and Saanouni K.. "Modeling of complex cyclic inelasticity in heterogeneous polycrystalline microstructure," *Mechanics of Materials*, 1998, 30, 287-305.
- Bettaieb M., "Modélisation du comportement des matériaux polycristallins par homogénéisation périodique," Thèse de Doctorat, 2006, Université de la Méditerranée.
- Decker L. and Jeulin D. (2000). Simulation 3D de matériaux aléatoires polycristallins. *La Revue de Métallurgie-CIT*, vol. 96, pp 271–275.
- Bertram A., Brhlke T. and Kraska M., «*Texture development of aluminum polycrystals under finite plastic deformations*», in: O.T. Bruhns and E. Stein, eds., *IUTAM--Symposium on Micro-and Macrostructural Aspects of Thermoplasticity* (Kluwer Academic Publishers, 1999) 127-136.