



HAL
open science

Un problème de pavage : entre jeu et activité mathématique

Mickael da Ronch

► **To cite this version:**

Mickael da Ronch. Un problème de pavage : entre jeu et activité mathématique. Revue de Mathématiques pour l'École, 2019, 231, pp.46-55. 10.26034/vd.rm.2019.1765 . hal-04059981

HAL Id: hal-04059981

<https://hal.science/hal-04059981>

Submitted on 5 Apr 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - ShareAlike 4.0 International License

UN PROBLEME DE PAVAGE : ENTRE JEU ET ACTIVITE MATHEMATIQUE

Mickaël Da Ronch

Institut Fourier, Université Grenoble Alpes

INTRODUCTION

A l'heure actuelle beaucoup d'institutions culturelles ou associations défendent le fait de vouloir démocratiser les mathématiques pour les rendre accessibles à tous. Certaines se targuent de proposer, le temps d'un moment, de faire de véritables mathématiques, comme pourrait le faire un mathématicien dans son laboratoire. Mais qu'en est-il concrètement ? Est-il réaliste d'envisager de faire des mathématiques dans un contexte d'exposition où la présence de médiateur humain est minimisée ? Grâce à l'étude menée (Da Ronch, 2018), nous tâcherons de répondre à ces questions, en illustrant nos propos par le biais d'une situation élaborée par l'équipe de la fédération de recherche *Maths à modeler* : « le pavage de la cuisine » (Gravier & al., 2008 ; Grenier, 2007 ; Grenier & al., 2017 ; Grenier & Payan, 1998). Cette situation peut être ici considérée comme un jeu car elle est fictive (il ne s'agit pas d'un pavage de cuisine réel) et laisse une part de décision aux élèves. Elle a été proposée lors d'une exposition au sein d'un établissement scolaire français.

CONTEXTE DE LA RECHERCHE ET ÉLÉMENTS THÉORIQUES

Notre recherche s'effectue dans le cadre de l'équipe Combinatoire et Didactique de l'Institut Fourier et s'inscrit dans le projet en développement du centre culturel la *Grange des Maths*¹. Pour ce faire, nous avons mis en place au sein d'un établissement scolaire une exposition destinée à des élèves de 11 à 14 ans. Nous avons présenté différentes situations issues de la fédération de recherche *Maths à modeler* et de la *Grange Vadrouille*², comme par exemple le classique des « tours de Hanoï », mais aussi « les chemins de dominos » où l'on demande de réaliser un alignement (chemin) ou une boucle (chemin fermé) de dominos par rapport à des instances de dominos bien précises. Nous avons également présenté « les carrés insécables ». Dans cette situation on demande de remplir une grille carrée de longueur entière par des pavés carrés de telle manière qu'il n'existe aucune droite horizontale ou verticale coupant le grand carré dans toute sa longueur, existe-t-il alors toujours une solution ? Ou encore celle que nous analyserons par la suite et qui nous a donné le plus de résultats, « le pavage de la cuisine ». De manière générale, les situations proposées par ces deux structures sont présentées sous forme de « jeux ludiques » favorisant de ce fait l'envie d'entrer dans l'activité. Toutes ces situations nous ont permis de rendre l'exposition proche de celles que l'on peut retrouver dans des musées en les décrivant par des panneaux associés à des objets avec néanmoins quelques différences. D'une part, dans notre contexte, les élèves ne sont pas volontaires puisqu'ils sont venus sur demande et accompagnés de leurs enseignants respectifs et d'autre part, dans les musées ce type d'exposition est souvent présenté sous format d'atelier, orchestré par un médiateur ; or, ici, le médiateur n'est autre que leur professeur. Pour analyser la situation, nous nous inspirons de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) de Brousseau (1998) et plus exactement de la notion de situation adidactique d'action. En effet, tout d'abord l'élève est confronté à une situation dans laquelle on lui demande d'agir. Le médiateur endosse ici le rôle d'observateur et n'intervient donc pas *a priori* dans la situation. Dans la typologie des dispositifs de

¹ <https://www.la-grange-des-maths.fr/>

² La Grange Vadrouille est une composante itinérante de la Grange des Maths.

médiation, cette posture est communément appelée médiation directe en position retrait (Belaën & Blet, 2007). En outre, ces actions produites par les élèves permettent le renvoi de rétroactions. Celles-ci sont interprétées sous forme d'informations grâce à l'ensemble des connaissances de l'élève. Néanmoins, ces faits ne garantissent pas un moment de formulation, d'échange ou de validation entre pairs. Il est même possible que l'élève se retrouve seul face au problème. Cette dialectique de l'action nous amène à considérer la notion de double milieu au sens de Sensevy & Mercier (2007). Le milieu est ainsi vu à la fois comme le milieu de la situation faisant référence à l'environnement auquel est confronté l'élève, comprenant le matériel ainsi qu'éventuellement d'autres élèves, mais également vu comme le milieu de l'élève en analogie avec ses propres connaissances. Notre recherche a également montré la forte correspondance qui existe entre la démarche expérimentale (DE) au sens de Giroud (2011) et de Perrin (2007) et la catégorisation de l'activité mathématique (AM) en termes d'action de l'élève (Lepareur & al., 2017). Celle-ci est décrite de manière générale par ces quatre catégories ci-après (Lepareur & al., 2017, p. 106) :

- Expérimenter c'est « choisir des cas particuliers, ni trop simples, ni trop complexes pour comprendre le problème, observer ces exemples au regard du problème, formuler des conjectures concernant ces cas particuliers, valider ou invalider ces conjectures, reconnaître les résultats établis concernant ces cas particuliers. »
- Questionner c'est « dégager un questionnement dans une situation donnée, proposer de nouveaux problèmes ou questions, induits par les actions précédentes. »
- Généraliser c'est « dégager le généralisable du particulier en formulant une conjecture de portée générale, la prouver ou l'invalider par un contre-exemple, définir des objets nouveaux utiles à l'étude. »
- Communiquer c'est « débattre scientifiquement de ses résultats, de ses conjectures, donner (par écrit ou oralement) une preuve acceptable par la communauté à laquelle elle s'adresse, expliciter sa démarche de recherche et sa démarche de preuve, présenter un problème et les résultats obtenus sur celui-ci. »

Cette correspondance nous amène à l'élaboration de critères favorables à l'entrée dans une DE et *a fortiori* à la production d'une AM en termes d'action chez l'élève. Ces critères, notés C_i , sont comparables à ceux développés dans les Situations de Recherche (SR) (Grenier & Payan, 2002 ; Grenier, 2012). Une SR se définit comme

proche d'une question vive de la recherche, la question initiale est facile d'accès, des stratégies initiales existent [...] ainsi que des variables didactiques et au moins une variable de recherche, paramètre du problème qui pourrait être une variable didactique, mais qui est laissé à la disposition de l'élève. (Grenier, 2012, pp. 1360-1361)

Dans le tableau suivant (Tab.1), nous présentons de manière laconique les critères qui favorisent l'entrée dans une DE.

Critère : C_i	Description
$C_{\text{enrôlement}}$	La situation suscite l'adhésion et l'envie des élèves d'entrer dans le problème (Bruner, 2015).
$C_{\text{dévolution}}$	La situation facilite l'accès au problème, permet l'engagement de l'élève dans le problème via des essais, conjectures ou autres (Brousseau, 1990).
C_{milieu}	La situation favorise les actions de l'élève — milieu de la situation — et permet d'interpréter les rétroactions de ce milieu en informations — milieu de l'élève — (Sensevy & Mercier, 2007).
$C_{\text{stratégie}}$	La situation permet de mettre en avant une pluralité de stratégies permettant de résoudre — au moins partiellement — le problème.
$C_{\text{résolution}}$	La situation ne suggère aucune méthode de résolution.
$C_{\text{variable de recherche}}$	La situation met en jeu au moins une variable de recherche (Godot, 2005).
$C_{\text{connaissance d'ordre I}}$	La situation fait intervenir des connaissances notionnelles, mais celles-ci ne sont pas un frein pour l'avancée dans la résolution du problème chez l'élève (Sackur & al., 2005).
$C_{\text{connaissance d'ordre II}}$	La situation favorise la mise en avant de plusieurs compétences et connaissances transversales et d'une pluralité de raisonnements envisageables, autre que le simple raisonnement par essais-erreurs ou tâtonnements chez l'élève (Sackur & al., 2005).

Tab.1 : Critères pour l'entrée dans une démarche expérimentale

PROBLÉMATIQUE ET QUESTIONS DE RECHERCHE

Dans notre travail (Da Ronch, 2018), nous avons choisi plusieurs situations dont l'une correspondant à la situation de « pavages de la cuisine » induit d'une SR. Celle-ci est le plus souvent proposée en format atelier ou exposition en présence de médiateur et permet la production d'une AM chez un sujet (Gandit, 2008 ; Grenier & Payan, 1998 ; Grenier, 2007). Néanmoins, dans notre cas cette situation permet-elle encore d'induire une AM chez les élèves en termes de catégories d'action comme : *expérimenter*, *questionner*, *communiquer* ou encore *généraliser*? Nous nous posons également la question de l'écart constaté entre les connaissances *a priori* visées par la situation et les connaissances perçues *a posteriori* par les élèves, analysées du point de vue du chercheur. En d'autres termes, cet écart pourra être mesuré d'une part, grâce à la littérature déjà abondante sur ce sujet mettant en avant les connaissances mobilisées par cette situation (Gravier al., 2008 ; Grenier, 2007 ; Grenier & al., 2017, Grenier & Payan, 1998) et d'autre part, grâce à l'analyse *a posteriori* qui va nous permettre d'identifier via les stratégies mises en place par les élèves, les différentes connaissances perçues.

LE PROBLÈME DE « PAVAGE DE LA CUISINE »³

Parviendrez-vous à paver intégralement votre cuisine par des pavés de la forme d'un domino — deux cases adjacentes d'un côté — quelle que soit la case laissée libre pour poser un évier ?

Afin de pouvoir envisager des premières pistes, le problème cité précédemment est instancié sur des cas particuliers, en considérant une cuisine de taille 5×5 avec sept configurations différentes concernant le positionnement du trou. Ces sept configurations permettent, à symétries ou rotations près, d'atteindre tous les différents positionnements de la case à ôter. Il est présenté comme suit :

Peut-on paver intégralement la cuisine de taille 5×5 par des dominos, quelle que soit la position de la case laissée libre pour pouvoir poser un évier ?

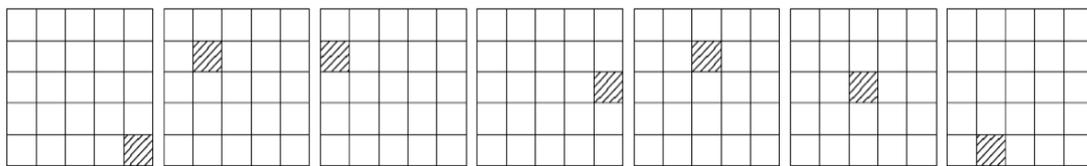


Fig. 1 : Sept positionnements différents du trou

Pour répondre, d'une part au problème instancié sur le cas particulier d'une grille de taille 5×5 et d'autre part, élaborer des pistes pour la résolution dans le cas général⁴ d'une grille de taille $n \times n$, nous disposons d'un ensemble d'artefacts manipulables : un plateau sous forme de grille de taille 5×5 , de dominos 1×2 et d'un unomino pour représenter la case laissée libre (Fig.2).



Fig. 2 : Ensemble du matériel à disposition des élèves

ÉLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES DE RECUEIL ET D'ANALYSE DES DONNÉES

Notre expérimentation s'est déroulée durant une semaine dans un centre de documentations et d'informations (CDI) d'un collège grenoblois, aucun réinvestissement n'a eu lieu en dehors de ce contexte (Da Ronch, 2018). Les élèves ont eu accès à la salle accompagnés de leur professeur, durant les heures de cours — entre une et deux heures de visite — comme s'ils étaient en immersion dans une

³ Voir l'annexe 1 pour la présentation du problème donné lors de l'exposition.

⁴ Le problème concernant l'étude d'une grille de taille $n \times n$ a déjà été étudié à travers la littérature (Grenier & al., 2017 ; Grenier & Payan, 1998).

salle d'exposition. Comme nous l'avons déjà mentionné en amont, les élèves n'étaient pas volontaires, puisque c'est l'enseignant lui-même qui les avait accompagnés. Cependant, l'accès aux différentes situations n'a pas été influencé par l'enseignant, ni même par l'organisation spatiale. Ceci s'explique par le contrat passé entre l'enseignant et les élèves juste avant l'entrée dans la salle.

- La visite était libre, les élèves avaient la possibilité de se positionner comme ils le voulaient, seuls, par deux ou par trois au maximum.
- Ils pouvaient également utiliser un support « papier crayon » afin de répondre aux questions proposées par les différentes situations (non obligatoire).
- La disposition des différents panneaux et de leurs matériels associés était faite en sorte que chacune des situations proposées pouvait accueillir entre un et trois élèves. Toutes les tables présentaient un panneau décrivant la situation, ainsi qu'un ensemble de matériels manipulables. Le but était en fait de minimiser l'influence d'une situation par rapport à une autre.

Le choix de présenter dans cet article la situation du « pavage de la cuisine » a été orienté principalement du fait des résultats obtenus *a priori* et *a posteriori* de l'expérimentation. En effet, dans Da Ronch (2018) nous avons montré que les critères C_i (Tab.1) favorisant l'entrée dans une DE ont tous été validés en amont grâce à des indicateurs et des données de recherche empiriques recueillies à travers la littérature. Ces données ont permis notamment de mettre en exergue des connaissances de différents ordres, *a priori* évoquées et visées par la situation comme :

- les propriétés élémentaires dans \mathbb{N} , la notion de parité, de symétrie (ou rotation), ou encore de conservation des aires qui correspondent à des connaissances d'ordre I. (Gravier & al., 2008 ; Grenier, 2007)

Mais également

- d'expérimenter sur des cas particuliers, de manipuler l'ensemble des artefacts afin de prouver/conjecturer la « pavabilité » ou non de la grille, de manipuler le matériel pour restreindre le nombre de cas à étudier, de modéliser via des registres de représentation schématique de différentes tailles de grilles, de distinguer les conditions nécessaires des conditions suffisantes, ou encore de développer et d'utiliser de nouveaux raisonnements comme la preuve par l'exemple, la partition, l'exhaustivité des cas, le forçage utilisant le raisonnement par l'absurde ou encore la preuve par bicoloration qui correspondent à des connaissances d'ordre II. (Gravier & al., 2008 ; Grenier, 2007)

Par la validation de ces critères et la correspondance établie entre la DE et l'AM de l'élève, il semble que cette situation favorise la production de cette activité. Celle-ci a pu être mesurée d'une part, via le recueil des données réalisé à l'aide d'un dispositif de caméras posées sur trépieds permettant de filmer la progression des élèves et d'autre part, grâce à l'analyse de quelques productions d'élèves. La transcription des vidéos et traces écrites, nous ont permis de faire une analyse fine des interactions élèves/artefacts en élaborant des catégories d'action de l'élève au niveau microscopique. Celles-ci ont pu être directement reliées aux catégories macroscopiques de leur action telles que : *expérimenter* (E_j), *généraliser* (G_j), *questionner* (QA_j)⁵ et *communiquer* (C_j) (Fig.3) et ont de ce fait permis de reconnaître une AM des élèves.

⁵ QH_j correspond à des actions microscopiques hors activité mathématique de l'élève.

Niveau microscopique des actions de l'élève	Description et indicateurs de validité
E_1	E propose une réponse (correcte ou erronée) en faisant des essais par manipulation. — réponse orale, écrite ou avec support visuel en défaisant leur « construction » répondant à une question.
E_2	E propose une conjecture locale. — Conjecture formulée à l'écrit ou à l'oral.
E_3	E valide ou invalide sa conjecture locale. — Trouve un contre-exemple pour invalider sa conjecture ou la prouve en utilisant un argument valide (oral ou écrit).
E_4	E explique comment il a obtenu une conjecture, une idée. — Dialogue entre élève et/ou professeur permettant à l'élève d'expliquer son cheminement.
E_5	E propose un état mais ne sait pas si celui-ci apporte une réponse ³ à la question. — L'élève fournit une réponse et se pose oralement des questions sur la validité de son résultat.
E_6	E propose une action en lien avec une stratégie identifiée. — L'élève réalise un geste avec l'artefact qui se rapproche d'une stratégie identifiée dans l'analyse <i>a priori</i>
QH_1	E questionne P car il n'a pas compris la consigne. — L'élève pose une question oralement au professeur concernant la consigne, les règles du jeu.
QH_2	E questionne un autre élève car il n'a pas compris la consigne. — L'élève pose oralement une question à un autre élève concernant la consigne, les règles du jeu.
QA_1	E questionne P concernant la question posée. — L'élève pose oralement une question à P concernant la question posée dans la situation.
QA_2	E questionne un autre élève concernant la question posée. — L'élève pose oralement une question à un autre élève concernant la question posée dans la situation.
QA_3	E se pose des questions sur la résolution de la question dans la situation. — L'élève se pose oralement des questions sur la résolution de la question, soit à lui-même, soit à un autre élève, soit au professeur.
G_1	E émet une conjecture de portée générale. — L'élève formule une conjecture de portée générale, soit à l'oral soit par écrit.
G_2	E tente une preuve générale. — L'élève essaye de prouver une conjecture générale par écrit ou à l'oral.
$C1_{E \rightarrow E/P}$	E exprime/donne son ignorance — Par écrit ou à l'oral.
$C2_{E \rightarrow E/P}$	E formule/donne un argument, un résultat local pertinent. — Par écrit ou à l'oral.
$C3_{E \rightarrow E/P}$	E formule/donne un argument, un résultat local non pertinent ou faux. — Par écrit ou à l'oral.
$C4_{E \rightarrow E/P}$	E formule/donne un argument, un résultat de portée générale pertinent. — Par écrit ou à l'oral.
$C5_{E \rightarrow E/P}$	E formule un argument, un résultat de portée générale non pertinent ou faux. — Par écrit ou à l'oral.

3. Une réponse dans notre contexte correspond à une action favorisant un raisonnement oral, écrit ou artefactuel de l'élève et qui peut être perçue entre les actions de « faire et défaire » sur le milieu de la situation (composante artefactuelle).

Fig. 3 : Niveau microscopique des actions de l'élève (E) et ses interactions possibles avec d'autres élèves ou professeur (P) (Da Ronch, 2018, pp. 24-25)

LES RÉSULTATS

Il n'a pas été surprenant au vu de notre analyse *a priori* de voir l'influence et l'engagement imminent dans la résolution du problème que propose cette situation. Les élèves ont essayé de paver suivant les positions du trou données sur le panneau (Fig.1). Tous les élèves sont arrivés à prouver l'existence d'un pavage pour certaines positions de la case laissée libre, soit en l'exhibant (Fig.4), soit en effectuant des rotations de la grille déjà pavée afin d'atteindre de nouvelles configurations (Fig.5).



Fig. 4 : Preuve de l'existence d'un pavage pour ce positionnement du trou



Fig. 5 : Preuve de l'existence d'un pavage en utilisant des considérations géométriques (rotations)

Concernant les cases où il était impossible d'exhiber un pavage nous avons vu deux postures d'élève différentes. La première, l'élève accepte le fait qu'il n'existe pas de solution et sait qu'il ne l'a pas prouvé. Dans la deuxième posture, l'élève refuse la situation d'impossibilité et n'envisage à aucun moment l'inexistence d'un tel pavage. Nous constatons ci-après que l'élève est en train de (re)déplacer des dominos pour essayer d'exhiber absolument un pavage de cette région (Fig.6).



Fig. 6 : L'élève essaye absolument de paver pour cette configuration sans y parvenir

Le résultat du rejet de cette impossibilité peut s'expliquer par la transposition du contrat didactique, qui, malgré un contexte hors cadre de la classe, continue encore à perdurer. Une première raison vient du fait que l'élève est dans l'Institution scolaire, il est donc tenu de respecter un certain nombre de règles liées au contrat pédagogique et donc *a fortiori* de donner une réponse aux questions qu'on lui pose. Une seconde raison qui est que le médiateur en position d'observateur n'est autre que l'enseignant de mathématiques, ceci induit que le contrat didactique relatif à la preuve est toujours en vigueur comme en classe. Ce rejet peut donc en partie s'expliquer par le fait qu'en mathématiques — pour cette même classe d'âge — il y a souvent une et une seule réponse possible et, qui plus est, que nous pouvons « quantifier » au sens numérique. Il a donc fallu à un certain moment changer la posture du médiateur, en passant d'une position de retrait à une position de réacteur. En effet, ceci tout d'abord pour maintenir l'orientation de l'élève quand celui-ci est confronté à l'impossible et en outre, pour permettre à l'élève de faire la distinction entre le fait de ne pas arriver à exhiber une solution et affirmer que cela est impossible (Gravier & al., 2008).

D'autres stratégies utilisant un raisonnement par conditions nécessaires (forçage) ont également émergé de l'analyse vidéo. Cependant, la plupart étaient incomplètes et ne permettaient pas tout à fait de conclure sur la « non pavabilité » de la grille (Fig.7).



Fig. 7 : Début d'un raisonnement de type forçage (absurde) non abouti

Nous distinguons à travers ces photos que l'élève raisonne par conditions nécessaires. Sur la photo de gauche (Fig.7), l'élève place d'abord le domino de droite nécessairement de cette manière, puisqu'il y a qu'une seule possibilité, puis fait un choix arbitraire sur le positionnement du deuxième domino à gauche (l'élève aurait pu le positionner le long de la grille). Cette disjonction de cas n'a cependant pas été mise en avant. Les autres photos nous montrent ensuite la continuité du raisonnement par conditions nécessaires. L'élève construit ainsi un pavage partiel de la région considérée. Malheureusement, il ne termine pas la preuve car l'argument sur le fait qu'il doit rester indéniablement

deux cases isolées à la fin du pavage partiel n'apparaît pas. Cela ne permet donc pas de conclure quant à l'impossibilité.

Un duo d'élèves a émis une conjecture sur la (non) pavabilité de la grille en utilisant une remarque sur la bicoloration (Fig.8). Nous n'avons pas mentionné en amont le fait d'avoir bicolorié la grille au dos du plateau. Ce choix se justifie d'abord, parce que cette coloration était située au dos du plateau et donc non visible par les élèves et ensuite, qu'elle n'est à notre sens pas un indicateur de solution dès lors que l'argument sur la bicoloration n'est *a priori* pas un savoir déjà institué dans le curriculum de l'élève (Grenier, 2007).

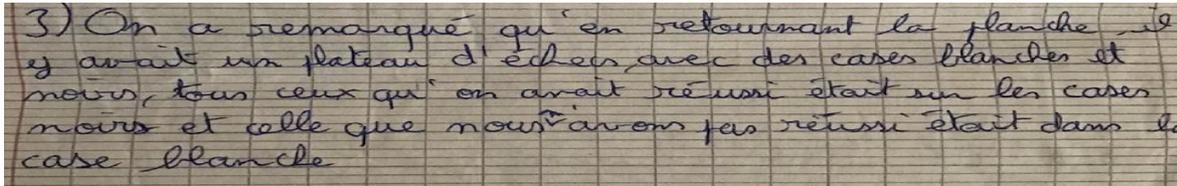


Fig. 8 : Début d'un argument sur la bicoloration non abouti

Dans cet extrait, il manque l'argument le plus important qui est le recouvrement d'une case noire et blanche par un domino et donc la nécessité d'avoir autant de cases noires que blanches dans une bicoloration en damier.

Le tableau des actions des élèves (Fig.3) nous a permis d'une part, d'identifier les actions microscopiques produites par les élèves en relation avec des stratégies établies en amont grâce à la littérature déjà abondante à ce sujet et d'autre part, d'induire des actions des élèves au niveau macroscopique qui sont caractéristiques de l'AM (Da Ronch, 2018, p. 56) telles que :

- **Expérimenter** : Ils exhibent des solutions sur des cas particuliers, formulent des conjectures locales.
- **Questionner** : Ils se questionnent sur l'impossibilité de paver ou sur la solution trouvée.
- **Communiquer** : Ils communiquent en donnant des arguments locaux pertinents ou erronés.

Les connaissances d'ordre II *a priori* mobilisées par la situation se retrouvent pour la plupart *a posteriori*, en voici les principales :

- Chercher et exhiber une solution dans un cas particulier.
- Utiliser la preuve par forçage, exhaustivité des cas, ou la bicoloration même si elles sont toutes incomplètes dans notre contexte.
- Émettre des conjectures locales.
- Manipuler le matériel en effectuant une rotation de la grille pour restreindre le nombre de trous à étudier.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE

Nous avons essayé de montrer par ce texte qu'il est envisageable de faire des mathématiques dans un contexte d'exposition moyennant certaines conditions. En effet, la situation du « pavage de la cuisine » a favorisé l'émergence d'actions de l'élève propres à l'activité mathématique comme *expérimenter*, *communiquer* ou encore *questionner*. Néanmoins, nous avons constaté, lorsque le médiateur est en retrait, qu'il est difficile pour les élèves d'accepter le fait qu'une configuration pavable soit impossible à exhiber. Ce rejet de l'impossible a conduit des élèves à l'abandon et à la frustration. Ce refus peut s'expliquer par la transposition du contrat didactique hors classe mais également par la conception que l'élève a de l'impossible. Ces faits nous ont donc amenés à modifier la posture du médiateur passant d'une position de retrait à une position de réacteur. Ceci afin de faire réfléchir les élèves sur cette notion d'« impossibilité » en mathématiques qui peut être vue comme un obstacle épistémologique, ontogénique et didactique (Brousseau, 1998). Ce changement, si minime soit-il, a favorisé d'autres actions de l'élève conduisant notamment à expérimenter et à se questionner sur de nouvelles démarches

à adopter afin d'essayer de montrer l'inexistence de solution. Ce vacillement nous amène à admettre que cette situation ne peut pas être présentée telle quelle en l'absence totale de médiateur. Dans ce contexte, il est alors nécessaire d'élaborer une nouvelle caractérisation ayant pour but de favoriser via des SR, l'activité mathématique du sujet. Cette volonté tient d'une première hypothèse qu'à l'heure actuelle les situations proposées dans les institutions culturelles, sans médiateur, ne semblent pas dépasser les simples faits d'observations ou de jeux d'essais-erreurs au détriment d'une véritable activité mathématique. Cette caractérisation permettrait donc d'élaborer de nouvelles situations de recherche hors classe, dans le but de les inclure au niveau d'institutions culturelles ou scolaires, ayant pour intention principale de favoriser l'activité mathématique d'un sujet.

BIBLIOGRAPHIE

- Belaën, F. & Blet, M. (2007). La médiation présentielle dans un musée des sciences. *La Lettre de l'OCIM. Musées, Patrimoine et Culture scientifiques et techniques*, 114, 30–38.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 309–336.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Bruner, J. (2015). *Le développement de l'enfant : savoir-faire, savoir dire*. Presses universitaires de France.
- Da Ronch, M. (2018). *Activité mathématique dans un contexte d'exposition avec manipulations d'objets : utopie ou réalité ?* (Mémoire de master 2, Didactique des Sciences et Numérique). Université Grenoble Alpes.
- Gandit, M. (2008). *Étude épistémologique et didactique de la preuve en mathématiques et de son enseignement : une ingénierie en formation*. Thèse de doctorat. Université, Joseph-Fourier-Grenoble I.
- Giroud, N. (2011). *Étude de la démarche expérimentale dans les situations de recherche pour la classe*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.
- Godot, K. (2005). *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation. Exemple de la roue aux couleurs*. Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier-Grenoble I.
- Gravier, S., Payan, C. & Colliard, M. (2008). Maths à modeler. Pavages par des dominos. *Grand N*, 82, 53-68.
- Grenier, D. (2007). *Des situations de recherche en mathématiques pour une formation à la démarche scientifique*.
- Grenier, D., Barbe, H., Beffara, E., Bicaïs, Y., Charlot, G., Decauwert, M., ... Mouton, F. (2017). Expérimenter, conjecturer, raisonner et prouver en Mathématiques.
- Grenier, D. & Payan, C. (1998). Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(1), 59–100.
- Grenier, D. & Payan, C. (2002). Situation de recherche en classe : essai de caractérisation et proposition de modélisation, In V. Durand-Guerrier & C. Tisseron (Eds.), *Actes du séminaire national de recherche en didactique des mathématiques* (pp. 189-204). Paris.
- Grenier, D. (2012). La démarche d'investigation dans les situations de recherche pour la classe (SiRC). In J.-L. Dorier & S. Coutat (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21^e siècle – Actes du colloque EMF2012 (GT7, pp. 1354–1364)*. <http://www.emf.unige.ch/actes-emf-2012/>.
- Lepareur, C., Gandit, M. & Grangeat, M. (2017). Évaluation formative et démarche d'investigation en mathématiques : une étude de cas. *Education et didactique*, 11(3), 101–120.
- Perrin, D. (2007). L'expérimentation en mathématiques. *Petit x*, 73, 6-34.
- Sackur, C., Drouhard, J.-P., Assude, T., Paquelier, Y. & Maurel, M. (2005). L'expérience de la nécessité épistémique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 25(1), 57–90.
- Sensevy, G. & Mercier, A. (2007). *Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Presses universitaires de Rennes.

ANNEXE 1

maths à modeler
vous propose :

Paver la cuisine

Voici un exemple de pavage d'un sol de cuisine avec des dominos (deux cases) et un espace laissé libre pour poser un évier.

Parviendrez-vous à paver entièrement votre cuisine quelque soit la case laissée disponible? Et en changeant la taille de la cuisine?

A vous de jouer !

Institut Fourier - 100, rue des Maths - BP 74 - 38402 Saint-Martin d'Hères

Découvrez d'autres jeux sur : www.mathsamodeler.ujf-grenoble.fr/LAVALISE