



HAL
open science

Comment amener les élèves à s'interroger sur la validité de leur démarche à l'école élémentaire ?

Karine Vieque

► To cite this version:

Karine Vieque. Comment amener les élèves à s'interroger sur la validité de leur démarche à l'école élémentaire ?. 21e Ecole d'été de Didactique des Mathématiques, Oct 2021, Ile de Ré, France. hal-04046660

HAL Id: hal-04046660

<https://hal.science/hal-04046660>

Submitted on 26 Mar 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

COMMENT AMENER LES ÉLÈVES À S'INTERROGER SUR LA VALIDITÉ DE LEUR DÉMARCHÉ À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE ?

Karine Vieque - Laboratoire de Didactique André Revuz - Université de Paris

Thèse en cours : « Conception de ressources en géométrie: le cas de la restauration de figures et de la preuve » - viequekarine@gmail.com

1- TYPE DE PROBLÈME ÉTUDIÉ

PROBLÈME DE RESTAURATION DE FIGURE

Une restauration de figure (Perrin & Godin, 2014) est un problème de reproduction de figures avec des contraintes particulières :



Le jeu consiste à restaurer la figure (compléter l'amorce pour retrouver la figure initiale) avec les instruments mis à disposition.

Quand les élèves pensent avoir terminé, la **validation** se fait par **superposition** de la figure à restaurer, disponible sur un transparent, sur la figure réalisée par l'élève. »

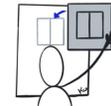
2- QUESTIONS INITIALES

CONNAITRE



Comment construire le lien entre les concepts géométriques et un usage raisonné des instruments à l'entrée du cycle 2 ?

PROUVER



Comment amener les élèves à **valider autrement** que par l'usage d'un calque ?



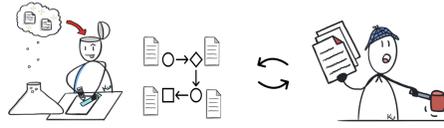
Comment engager les élèves dans un **processus de validation**, voire la **production de preuves** ?

3- APPUIS THEORIQUES

A: METTRE EN RELATION CONNAITRE ET PROUVER

« La **validation** réfère à la **construction de raisons** pour **accepter un énoncé spécifique**, dans un **cadre accepté, façonné par des règles** et d'autres énoncés précédemment acceptés. » (Balacheff, 1987)

« Une **preuve** est une **explication acceptée** par une **communauté donnée** à un moment donné (un débat est possible pour déterminer un système de validation commun aux interlocuteurs (Balacheff, 1987)



Connaître et prouver sont à mettre en relation :

"No one can claim to know without a commitment to and a responsibility for the **validity** of the claimed **knowledge**. In return, this **knowledge functions as a means to establish the validity of a decision** in the course of performing a task and even in the process of building new knowledge - especially in the learning process. In this sense, **knowing and proving are tightly related.**" (Balacheff, 2014)



Balacheff (1987) ajoute que « les **preuves pragmatiques** s'appuient sur des **savoir-faire pratiques** essentiellement engagés dans l'**action**. »

Balacheff (1987) définit par ailleurs un type de situation spécifique pour travailler la preuve à l'école élémentaire : Une **situation de décision** demande « la **mobilisation de moyens de décision** et donc de **moyens de validation**, sans que pour autant soit exigée la production explicite de preuve. »

B: MOBILISER UNE DES FONCTIONS DE LA PREUVE

Brousseau (1998) souligne que la **validation empirique ne suffit pas**. Il faut amener l'élève à construire une **attitude critique** vis-à-vis des modèles d'action qu'il a construits. Balacheff (2014) ajoute quant à lui l'importance de poser un enjeu de certitude: « solving a problem is no longer the main issue and fades away behind the **issue of being "sure"** of the **validity** of the solution. ».

Balacheff (1987) propose d'utiliser certaines **fonctions de la preuve** pour créer des situations qui appellent un processus de validation. Parmi ces fonctions, « la **preuve pour décider** est particulièrement adapté à l'école élémentaire car elle **s'insère dans l'action**, dans le fonctionnement de praticien ». Il ajoute que « décider peut être la source d'un savoir nouveau ».

Balacheff précise qu'« en posant l'**enjeu de certitude**, la prise décision est motivée par son **caractère nécessaire**. Elle va se distinguer des autres décisions par la prise en compte de son **adéquation** et sa **validité** ». Cette idée est également soulignée par Brousseau (1998) qui précise que « les questions de décision mathématiques sont celles où le seul **critère** est l'**adéquation** de la **décision** ».

➤ Mobiliser la **preuve pour décider de l'adéquation des actions** en posant un **enjeu de certitude** entraîne chez l'élève la nécessité de s'interroger sur la validité des actions réalisées.



C: FAVORISER LA PRISE DE CONSCIENCE DE CONTRADICTIONS

Pour rendre effectif la prise en compte de l'adéquation et la validité de la décision, il est alors nécessaire de mettre à l'épreuve les prises de décisions. En effet, Balacheff (1987) souligne que « le processus de validation, qu'il s'accomplisse ou non dans l'explication d'une preuve, est fondé sur une **analyse du pour et du contre**, sur la **prise en charge de contradictions potentielles**. »

Ainsi, « l'action n'est alors plus seulement agie. Produit d'un choix, elle est rapportée à des **conditions de validité** et à ses effets. Elle est soumise à une finalité. La **contradiction** surgit de la non-réalisation de cette finalité. Elle **pose** donc la **question du choix** et des **conditions de l'action**. »

Par ailleurs, Balacheff (1987) souligne que c'est la prise de conscience de contradiction qui rend nécessaire l'**évolution des conceptions** des élèves. Pour Brousseau (1998), il s'agit même d'une étape essentielle de l'apprentissage à traverser: « l'apprentissage se fait par la mise à l'essai de conceptions successives, provisoirement et relativement bonnes, qu'il faudra rejeter successivement ou reprendre une véritable **genèse** à chaque fois. »

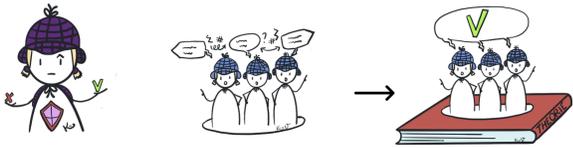
➤ Amener les élèves à s'engager sur une proposition et à prendre conscience de contradictions favorise la **construction des raisons de la validité de l'action ou de son adéquation**



E: FIXER LES CRITÈRES SUR LESQUELS FAIRE REPOSER LA DISCUSSION ET LA VALIDATION

Pour autant, le problème des conditions de validité doit se poser sur des bases acceptables

« L'accord revient en fait à un **consensus** sur les **critères de validation**, et donc sur les **règles du débat de validation**. Le fait qu'une explication constitue une preuve peut faire l'objet d'un consensus dans la classe mais cela est insuffisant, l'enseignant doit s'assurer que ce **consensus** se réalise sur des bases acceptables. Il doit pouvoir intervenir sur les **critères** de cette décision ».

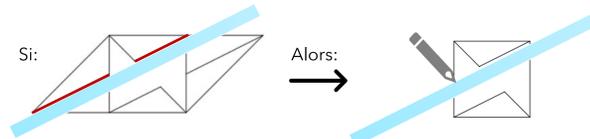


➤ Il s'agit pour l'enseignant de poser le problème des conditions de validité en formalisant au sein de la communauté de la classe des **règles du débat de validation** propices à la genèse des **théorèmes-en-acte**.

D: INITIER LA GENÈSE DES THÉORÈMES-EN-ACTE

Il s'agit alors de se saisir de la prise de conscience d'une contradiction comme levier pour faire évoluer les conceptions des élèves: « lorsque la prise de conscience de cet échec survient, le premier progrès décisif sera de **poser le problème des conditions de validité de l'action** ou de son **adéquation**. C'est cet événement qui initiera la **genèse** du **théorème-en-acte** en engageant la construction du prédicat associé à l'action. » (Balacheff, 1987)

La notion de **théorèmes-en-acte** est essentielle à considérer car elle est une des composantes des schèmes. Cette composante est en lien étroit avec celle qui concerne les **règles d'action** qui « relie les **actions** à des **conditions** et des **circonstances** » (Vergnaud 2001/2).



➤ Pour mettre en relation connaître et prouver, il est important d'identifier au **préalable** de quelle manière **construire et structurer** les **connaissances** destinées à devenir des **moyens de preuve** reconnus au sein d'une communauté.



4- PROBLÉMATIQUE ET QUESTIONS DE RECHERCHE

Problématique:

Sous quelles conditions peut-on penser la mise en œuvre de **situations de décision** à l'école élémentaire afin d'observer les élèves **s'interroger** et **discuter** sur la **validité des actions** réalisées pour résoudre un problème de restauration de figure ?

Questions de recherche:

Comment caractériser le **contrat didactique** à installer par l'enseignant-e pour observer les élèves **s'interroger** et **discuter** sur les **raisons de l'adéquation** des actions réalisées ?



Comment élaborer des problèmes pour le cycle 2 pour observer chez les élèves le développement des schèmes associés aux problèmes de restauration de figures ?



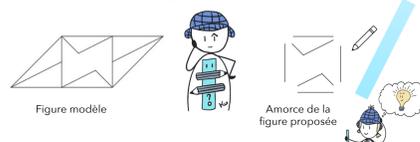
Quels types de situations à usage didactique mettre en dialectique pour institutionnaliser les formes opératoires (signifiés) et des formes prédicatives (signifiants) des connaissances en jeu ?

5- PROJET D'EXPÉRIMENTATION CONCERNANT LE CONTRAT DIDACTIQUE À INSTALLER

Mise en place de situations qui appellent un processus de validation :

✓ Mobiliser la **preuve pour décider des actions efficaces, poser l'enjeu de certitude**

Consigne : « Trouve **comment positionner** la règle de **manière efficace** pour **réussir à coup sûr** la reproduction de la figure »



Mise en place d'un jeu de contradiction lors des moments de communication:

✓ Favoriser la prise de conscience des contradictions potentielles

Rôle de l'élève: formuler une action qu'il a réalisée et qu'il estime efficace, adéquate

Rôle de l'enseignant: éprouver la compréhension et l'adéquation de l'action proposée avant d'effectuer le tracé

3 cas possibles lors de la mise à l'épreuve de l'adéquation des actions proposées



Mise en place de règles de débat:

✓ Fixer les critères sur lesquels faire reposer la validation et la discussion

Poser le problème des conditions de l'adéquation des actions proposées

« Est-ce que ça convient ? Pourquoi ? »

« Dans tous les cas, l'enseignant engage la discussion avec la classe: **est-ce que cela convient ? Pourquoi est-ce que cela convient, ne convient pas ?** Pourquoi est-ce efficace ?



➤ **Institutionnalisation** des raisons de l'adéquation et de la validité des actions

6-RÉFÉRENCES

BALACHEFF, N. (1987) : Processus de preuve et situation de validation. Educational Studies in Mathematics, Springer Verlag, pp.1-33
BALACHEFF, N. (2014) : Bridging knowing and proving in mathematics: an essay from a didactical perspective. In Hann G., Jahnke H.N. (eds) Explanation and proof in mathematics, pp.115-135, Heifberg: Springer
BROUSSEAU, G. (1998) : Théorie des situations didactiques, Grenoble : La Pensée Sauvage - Éditions, coll. Recherches en Didactique des Mathématiques
PERRIN M.-J. & GODIN, M. (2014) : De la reproduction de figures géométriques avec des instruments à leur caractérisation par des énoncés. Revue Math-École, 222, pp.28-38.
VERGNAUD, G. (2001/2) : Piaget visité par la didactique. Revue de l'Association pour la recherche cognitive, Intellica, n°33, pp.107-123