



**HAL**  
open science

## Spectres quantiques

Martino Lobue

► **To cite this version:**

| Martino Lobue. Spectres quantiques. En attendant Nadeau, 2020, 106, pp.40. hal-04046236

**HAL Id: hal-04046236**

**<https://hal.science/hal-04046236>**

Submitted on 27 Mar 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Spectres quantiques

***La collection des éditions du CNRS « Les grandes voix de la recherche », constituée de petits livrets disponibles également en audio-livres aux éditions De vive voix, recueille les conférences tenues par des chercheurs lauréats de la médaille d'or du CNRS. La forme brève, la coexistence des aspects scientifiques, présentés de façon accessible, et d'une composante autobiographique, en font une archive assez unique de contenus ainsi que d'expériences vécues dans le milieu de la recherche. Chercheurs engagés dans tous les domaines de la connaissance, parmi les médaillés figurent des scientifiques qui ont aussi été lauréats du prix Nobel, tels Louis Néel, Albert Fert, Jules Hoffmann, ou de récompenses comparables comme, dans le cas d'Alain Connes, la médaille Fields.***

par Martino Lo Bue

---

**Alain Connes**

*La géométrie et le quantique*

CNRS Éditions, coll. « Les grandes voix de la recherche », 75 p., 8 €

---

Dans sa leçon inaugurale à son cours sur les fonctions des lignes, prononcée à la Sorbonne en 1912, Vito Volterra exprimait l'inquiétude diffuse chez les mathématiciens à l'égard de l'hypothèse des quanta et du risque de devoir abandonner, dans la description des phénomènes atomiques, l'idée du continu qui avait été au fondement du calcul différentiel et de cette remarquable construction qu'est la mécanique rationnelle, point d'aboutissement d'un programme qui avait commencé avec Galilée et Newton. Les trois articles connus sous le nom de *trilogie* de Bohr proposant le premier modèle atomique basé sur les quanta ne seront publiés qu'un an plus tard, mais le spectre quantique hantait déjà la communauté scientifique.

Volterra ne pouvait certainement pas imaginer alors que, grâce aux articles de Schrödinger de 1926, une équation différentielle jouerait un rôle de premier plan sur la scène de la physique, et que, deux ou trois ans auparavant, étudiant la théorie des opérateurs intégro-différentiels à laquelle lui-même avait contribué pendant sa jeunesse, David Hilbert introduirait des espaces vectoriels, qui portent aujourd'hui son nom, qui de-

viendraient un élément clé du langage de la physique quantique.

La belle conférence d'Alain Connes commence elle aussi en parlant de spectres, atomiques dans ce cas, et de la façon dont Heisenberg en a déduit la formulation de la physique quantique s'appuyant sur l'algèbre des matrices et connue comme « mécanique matricielle ». En fait, à l'époque même où Schrödinger développait sa mécanique ondulatoire, Heisenberg avait eu l'intuition que, pour donner une description mathématique des phénomènes ayant lieu quand la lumière interagit avec des atomes, il faut utiliser des opérations qui ont la propriété insolite de donner des résultats dépendant de l'ordre dans lequel elles ont été effectuées, ce qu'on appelle des opérations non commutatives.

L'arithmétique nous habitue à la propriété commutative, on sait que  $3 \times 2$  donne le même résultat que  $2 \times 3$ . Néanmoins, dès qu'on pense à des opérations géométriques effectuées sur des objets en trois dimensions, les choses peuvent se compliquer. Imaginons qu'on trace une rose des vents sur une feuille de papier et qu'on dépose un stylo le long de l'axe nord-sud, la pointe dirigée vers le nord. Effectuons ensuite deux opérations de symétrie dans le plan de la feuille : une rotation de  $90^\circ$  dans le sens anti-horaire autour de l'axe vertical (perpendiculaire à la feuille et passant par le centre de la rose), puis une rotation de  $45^\circ$  en sens horaire autour du même axe. Le résultat final sera un stylo pointant en direction nord-est. Il

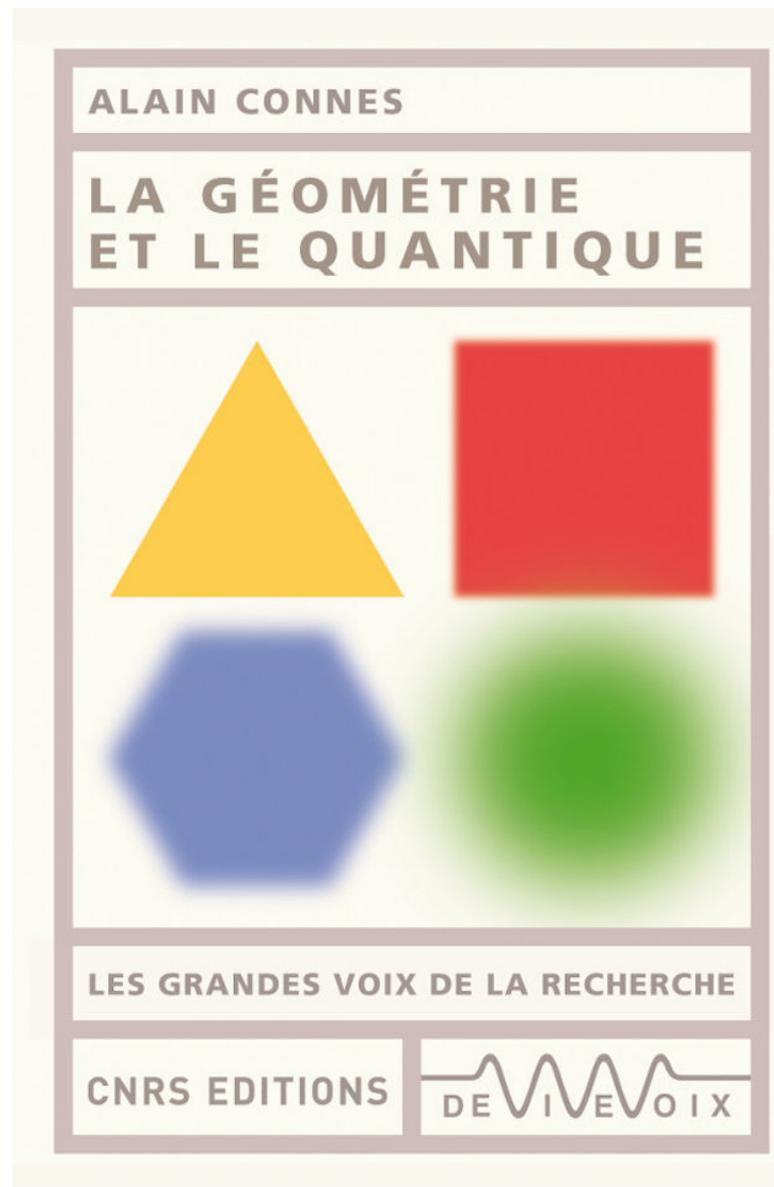
## SPECTRES QUANTIQUES

n'est pas difficile de s'apercevoir que, si l'on effectue, à partir du même état initial, les deux rotations en échangeant leur ordre, on obtiendra le même résultat. Dans ce cas, on dit que les opérations sont commutatives.

Repartons maintenant du même état initial mais cette fois en effectuant des opérations en trois dimensions. D'abord, on fait tourner le stylo de  $90^\circ$  autour de l'axe est-ouest de façon à le positionner perpendiculairement au plan de la feuille la pointe vers le haut ; ensuite, on le fait pivoter de  $90^\circ$  autour de l'axe nord-sud de façon à le placer sur la feuille le long de l'axe est-ouest la pointe vers l'est. Répétons les deux opérations mais en ordre inverse : la rotation autour de l'axe nord-sud fait pivoter le stylo sur son axe majeur, rien ne change en fait ; ensuite la rotation de  $90^\circ$  autour de l'axe est-ouest le dispose perpendiculairement au plan, la pointe vers le haut. Avec deux résultats fort différents, on vient de vérifier que les rotations dans l'espace ne sont pas commutatives.

Il y a là quelque chose de profond : on observe que la commutativité ou non de certaines opérations est liée de façon inextricable aux propriétés de l'espace dans lequel elles ont lieu, ainsi qu'à la symétrie des objets sur lesquels on opère. Qu'en serait-il si, au lieu d'un stylo, on avait utilisé une bille parfaitement sphérique ?

Ce lien entre l'algèbre, cette partie des mathématiques souvent perçue comme l'une des plus éloignées de l'expérience, la géométrie et notre façon de percevoir ainsi que d'opérer sur l'espace et le temps est le fil conducteur que l'on suit tout au long de la conférence d'Alain Connes. L'auteur nous guide à travers son itinéraire biographique et scientifique, de l'école d'été des Houches en 1970 à la découverte des travaux sur les algèbres modulaires de Tomita et Takesaki, de ses recherches en géométrie différentielle sur les feuilletages et leur rapport avec les algèbres de von Neumann et les pavages de Penrose à sa rencontre avec [Carlo Rovelli](#) et aux travaux qui en ont résulté sur la structure de l'espace-temps quantique ; on trouvera aussi des digressions historiques et méthodologiques, de l'expédition de Delambre et Méchain pour mesurer la distance entre Dunkerque et Barcelone et en déduire la circonférence de la Terre, jusqu'à Descartes, Riemann ou encore Hilbert.



Il s'agit d'une lecture d'un peu plus de soixante-dix pages qui conduira tout lecteur curieux à approfondir une ou plusieurs des traces esquissées avec sensibilité par Alain Connes. On en sortira avec un aperçu sur le rapport inséparable entre mathématiques et représentation de l'espace, espace physique, social, humain, divin, dépendant du contexte culturel et historique d'où on le regarde. Ce n'est pas par hasard si, bien avant la révolution quantique, algèbre et perspective ont été les moteurs de la vision du monde de la Renaissance. Il ne pourra plus ne pas nous venir à l'esprit ce lien inextricable entre mathématiques, théories optiques et représentation du monde, en regardant des images aussi différentes que les vues urbaines peintes par van Eyck dans l'autel de Gand et celles, dominées par la perspective et son point de fuite, que nous a laissées à la même époque Fra Angelico.