



**HAL**  
open science

# Die Konstruktion epistemologischer Dreiecke zur Analyse von Begriffsdeutungen bei mathematischen Lückentexten

My Hanh Vo Thi

► **To cite this version:**

My Hanh Vo Thi. Die Konstruktion epistemologischer Dreiecke zur Analyse von Begriffsdeutungen bei mathematischen Lückentexten. Fourth conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, Leibnitz Universität (Hanover), Oct 2022, Hannover, Germany. hal-04027007

**HAL Id: hal-04027007**

**<https://hal.science/hal-04027007>**

Submitted on 13 Mar 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Die Konstruktion epistemologischer Dreiecke zur Analyse von Begriffsdeutungen bei mathematischen Lückentexten

My Hanh Vo Thi

Leibniz University Hannover, Germany, [vothi@idmp.uni-hannover.de](mailto:vothi@idmp.uni-hannover.de)

*Abstract: Both in school mathematics and in university mathematics, cloze texts are used rather rarely to build up and develop mathematical language skills. It is therefore not surprising that the use of mathematical cloze texts in mathematics didactics has hardly been researched so far. In order to investigate the specific comprehension processes that play a role in the processing of mathematical cloze texts, an empirical study was conducted in which the verbalized thoughts of the participants were recorded in think-aloud protocols. This paper presents Steinbring's epistemological triangle as a possible analytical tool for these comprehension processes as well as the first results of the analysis.*

*Keywords: Teaching and learning of specific topics in university mathematics, Digital and other resources in university mathematics education, mathematical clozes, Processes of understanding , epistemological triangle.*

## **EINLEITUNG**

Das Erlernen der mathematischen Sprache stellt für viele Studierende eine große Herausforderung dar. Dies ist nicht verwunderlich, wenn man bedenkt, wie weit die Fachsprache der wissenschaftlichen Mathematik von der Alltagssprache entfernt ist: Sie ist nicht nur deutlich formaler und exakter, sondern auch zeitlos und unpersönlich. Geringe Formulierungs- und Notationsunterschiede bewirken zum Teil große semantische Unterschiede, weshalb präzises Lesen und Schreiben notwendig ist (Liebendörfer, 2018). Die Beherrschung der mathematischen Sprache ist für das Mathematikstudium zentral und Voraussetzung für ein tieferes Verständnis. Doch trotz ihrer Bedeutung findet eine explizite Thematisierung der Fachsprache häufig nur zu Beginn des Studiums statt, wenn ausgewählte Regeln der Logik gelehrt werden. „Danach bleibt die Vermittlung der Fachsprache weitestgehend implizit“ (Liebendörfer, 2018, S. 28). Dies trifft auch auf die zahlreichen Fachbegriffe zu, die in den Vorlesungen und Seminaren eingeführt und oft nebenher erlernt werden sollen, da bisher entsprechende Aufgaben, mit denen Fachbegriffe erlernt oder trainiert werden können, eher selten in der hochschulmathematischen Lehre verwendet werden. Eines der wenigen Beispiele dafür stellt die Mathematikvorlesung für Pharmazie- und Biologiestudierende der Philipps-Universität Marburg dar (Strauer et al., 2019). In dieser Veranstaltung werden seit dem WiSe 2017/18 Lückentextaufgaben mit Freitext-Lücken eingesetzt, um die präzise Verwendung von Fachbegriffen und die eigenständige Formulierung von Begriffserläuterungen zu üben. Als mögliches Mittel für das Erlernen und das Einüben der mathematischen Sprache wurden Lückentexte aber bisher kaum beforscht, sodass es nicht nur an Gestaltungskriterien und Empfehlungen für den Einsatz in der Lehre fehlt, sondern

auch kaum Informationen darüber vorliegen, wie Studierende mit Lückentexten arbeiten (sollen), wie sie Lückentexte verstehen und welche Fähigkeiten sowie Fertigkeiten mithilfe von mathematischen Lückentexten überhaupt gefördert werden können. In diesem Artikel soll es daher um eine grundlegende Fragestellung gehen:

*Wie gestalten sich die Begriffsdeutungen, die bei der Bearbeitung von mathematischen Lückentextaufgaben von Studierenden entwickelt werden, und wie hängen diese von den vorgegebenen Antwortoptionen ab?*

Um diese Frage beantworten zu können, wurde in einer Studie im Frühjahr 2020 der Lückentext „Der Gauß-Algorithmus“ (siehe Abb. 3) als Diagnoseaufgabe eingesetzt. Bei den Teilnehmenden der Studie handelte es sich um zehn Studierende der Leibniz Universität Hannover aus unterschiedlichen Studiengängen<sup>1</sup>, die im Wintersemester 2019/20 die Grundlagenveranstaltung „Lineare Algebra I“ besucht und im Rahmen dieser Veranstaltung Online-Tests als Teil der Studienleistung bearbeitet hatten. Den Aufgabentyp „Lückentextaufgabe“ kannten die Teilnehmenden vor der Studie daher schon. Für die Untersuchung wurden die Studierenden in der vorlesungsfreien Zeit zu freiwilligen Einzelinterviews mit der Autorin eingeladen, bei denen sie eine Lückentextaufgabe unter Laborbedingungen<sup>2</sup> bearbeiten sollten. Damit die kognitiven Prozesse der Studierenden erfasst werden konnten, wurden die Studierenden während der Einzelbearbeitung dazu angehalten, die Laut-Denken-Methode (Deffner, 1984; Bise, 2008) anzuwenden. Das bedeutet, dass die Probandinnen und Probanden während der Bearbeitung alle Gedanken, die aufkommen, laut äußern sollten. Die Audioaufnahmen wurden im Anschluss transkribiert und hinsichtlich der eingangs gestellten Fragen analysiert.

Da die Analysen noch nicht abgeschlossen sind, sollen in diesem Beitrag die Auswertungsmethodik und erste Analyseergebnisse diskutiert werden. Hierzu wird zunächst die theoretische Grundlage, das epistemologische Dreieck nach Steinbring, vorgestellt sowie die Analysemethodik erläutert. Abschließend werden die ersten Ergebnisse entlang eines Analysebeispiels illustriert.

## **DAS EPISTEMOLOGISCHE DREIECK**

Um mathematisches Wissen erfassen, repräsentieren, kommunizieren und kodieren zu können, werden in der Mathematik bestimmte *Zeichen- bzw. Symbolsysteme* verwendet, wobei solche Zeichen/Symbole für sich allein keine Bedeutung besitzen (Steinbring, 2006). Die Bedeutung eines mathematischen Zeichens muss vom dem oder der Lernenden aktiv konstruiert werden (Steinbring, 2000; Steinbring, 2005).

Steinbring geht davon aus, dass sich die Bedeutung eines mathematischen Begriffs aus den konstruierten Wechselbeziehungen zwischen *Zeichen/Symbolen* und

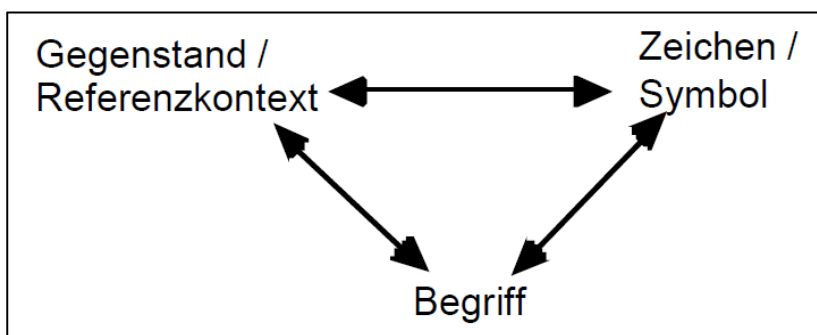
---

<sup>1</sup> Studiengänge: Physik, Mathematik und Mathematik auf Lehramt (Gymnasium)

<sup>2</sup> Die Bearbeitungen fanden im Büro der Autorin statt. Die Studierenden hatten keine zeitlichen Begrenzungen für die Bearbeitung der Aufgabe. Die Lückentextaufgabe wurde von den Studierenden über einen von der Autorin bereitgestellten Laptop bearbeitet. Als Hilfsmittel wurden nur Papier und Stift zugelassen. Beides wurde ebenfalls gestellt.

konkreten oder abstrakten *Gegenständen/Referenzkontexten* ergibt. Allgemein können *Mathematische Begriffe* somit als „symbolisierte, operative Beziehungen“ (Steinbring, 2000, S. 34) verstanden werden, welche zwischen ihren kodierten Formen und „den sozial intendierten Deutungen“ (Steinbring, 2000, S. 34) bestehen. Mathematische Begriffe drücken demnach keine Dinge aus, sondern Beziehungen. In mathematischen Lehr-Lernkontexten wird mathematische Bedeutung also beispielsweise dadurch generiert, dass mögliche Bedeutungen von einem relativ oder teilweise bekannten Referenzkontext auf ein unbekanntes Zeichensystem, welches für den Lernenden noch keine Bedeutung besitzt, übertragen werden (Steinbring, 2005).

Der Zusammenhang zwischen den Zeichen zur Kodierung des Wissens und den Referenzkontexten zur Etablierung der Bedeutung des Wissens lässt sich im epistemologischen Dreieck darstellen. (Steinbring, 2000, S. 34)



**Abb. 1: Das epistemologische Dreieck (Steinbring, 2000, S. 34)**

Der *Gegenstand/Referenzkontext* stellt bei Steinbring kein unabhängiges Element dar, das vorab eindeutig vorgegeben wird (Steinbring, 2005). Stattdessen wird der Gegenstand/Referenzkontext im Prozess der Wissensentwicklung „mehr und mehr in einen strukturellen Zusammenhang umgedeutet“ (Maier & Steinbring, 1998, S. 309). Darüber hinaus sind die Beziehungen zwischen den Eckpunkten des epistemologischen Dreiecks nicht explizit definiert. Vielmehr handelt es sich um ein ausbalanciertes System, dessen Eckpunkte sich wechselseitig stützen (Maier & Steinbring, 1998; Steinbring, 2000; Steinbring, 2005). Hierbei kann „eine Änderung in jeder der Ecken direkt Reaktionen in den anderen und den jeweiligen Beziehungen“ (Rieß, 2018, S. 91) auslösen, daher handelt es sich um ein Gebilde, das sich ständig verändert. Übertragen auf mathematische Lehr-Lernkontexte kann man sich dieses Spannungsverhältnis folgendermaßen vorstellen: Die Bedeutung mathematischer Zeichen/Symbole, die in einem solchen kulturellen Kontext verwendet werden, können aus dem bereits konstruierten Wissen und den bekannten Gegenständen/Referenzkontexten generiert werden. Es besteht allerdings die Möglichkeit, dass die Bedeutung sich mit der Beschäftigung neuer Gegenstände/Referenzkontexte ändert. Beispielsweise werden Variablen wie  $x$  im Mathematikunterricht mithilfe von Aufgaben wie  $2 + x = 5$  als eine Unbekannte eingeführt. Das Symbol steht also für ein Objekt, das noch unbekannt ist, aber (unter

bestimmten Konditionen) bestimmt werden kann. Beschäftigt man sich aber auch mit Aufgaben zu funktionalen Zusammenhängen wie z.B.  $f(x) = x + 2$ , so erhält das Symbol in diesem Kontext eine neue Bedeutung: Es steht für eine Veränderliche. Die Umdeutungen und Neuinterpretationen der Zeichensysteme und Referenzkontexte bewirken eine sukzessive Weiterentwicklung des mathematischen Wissens, sodass die „Deutung mathematischer Zeichen nicht zu endgültigen, eindeutigen Definitionen“ (Akinwunmi, 2012, S. 51) führt. Die Vorstellung von einer komplexen Wechselbeziehung zwischen Zeichen/Symbol und Gegenstand/Referenzkontext bildet einen Kontrast zu anderen statischeren Zeichenmodellen (Ogden & Richards, 1923; Frege, 2019). Mithilfe des epistemologischen Dreiecks kann die mathematische Bedeutungsentwicklung mit einem stärkeren Fokus auf den Prozess untersucht werden.

Zu beachten ist allerdings, dass sich die Ecke *Begriff* in der Regel nicht explizit in den Äußerungen von Studierenden finden lässt. Betrachtet man das Beispiel in Abb. 2, so lässt sich schnell erkennen, dass das Symbol 3 für die drei schwarzen Kugeln und die drei Äpfel stehen kann, weil sie die Mächtigkeit der dargestellten Mengen ausdrückt. Diese formulierte Beziehung/Relation „drückt die Mächtigkeit aus“ allein kann aber nicht die Komplexität des *Zahlbegriffs* abbilden. Um die Komplexität mathematischer Begriffe erfassen zu können, ist eine Akkumulation der aufgestellten Relationen zwischen Gegenstand/Referenzkontext und Symbol notwendig, die auf verschiedene Aspekte des Begriffs abzielen.

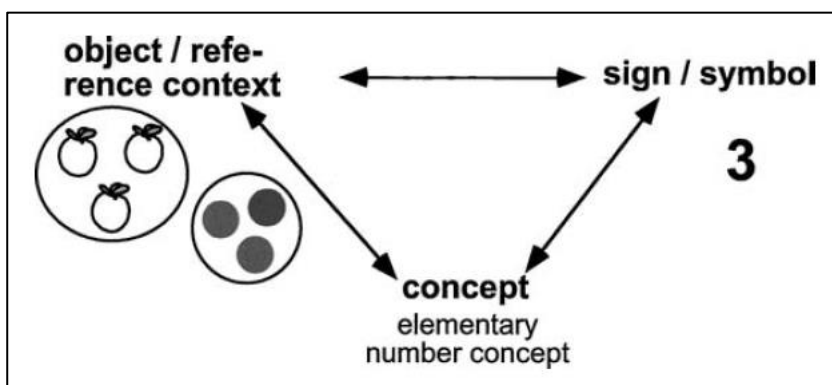


Abb. 2: Das (Steinbring, 2006, S. 141)

## ANALYSEVERFAHREN

Mithilfe des epistemologischen Dreiecks können die Bedeutungen für die zentralen mathematischen Begriffe und Sätze, die von den Probandinnen und Probanden konstruiert wurden, identifiziert werden. Angelehnt an das Verfahren von Steinbring (Steinbring, 1993; Maier & Steinbring, 1998) wurden dafür zunächst die die beiden Ecken Zeichen/Symbol und Gegenstand/Referenzkontext sowie die Relation/Beziehung für jeden Fall bestimmt.

Für den vorliegenden Transkriptionsausschnitt wurden dazu die Äußerungen der interviewten Person in vier unterschiedliche Kategorien eingeordnet:

1. **Zeichen/Symbol:** Elemente, Begriffe, Phrasen oder Sätze, die den Probandinnen und Probanden unbekannt oder mit einer gewissen Art der Unsicherheit behaftet sind, d. h. dass sie den Teilnehmenden unbekannter sind als die Elemente der zweiten Kategorie.
2. **Gegenstand/Referenzkontext:** Elemente, Begriffe, Phrasen oder Sätze, die von den Probandinnen und Probanden herangetragen werden, um die Elemente aus der ersten Kategorie zu bestimmen. Diese Elemente sind den Teilnehmenden (relativ) bekannt.
3. **Relation/Beziehung:** Da die Ebene des Begriffs nicht direkt in den Äußerungen identifiziert werden kann, werden stattdessen Äußerungen kodiert, in denen ein Bezug oder eine Verbindung hergestellt wurde zwischen Elementen aus der ersten und zweiten Kategorie.
4. **Nicht zuordenbare Äußerungen:** Äußerungen, die sich in keine der oberen drei Kategorien zuordnen lassen.

Im Anschluss daran wurden die Wechselwirkungen zwischen dem Gegenstand/Referenzkontext und dem Zeichen/Symbol untersucht. Daneben wurden die aufgestellten Dreiecke auch miteinander verglichen, um den Prozess einer möglichen Bedeutungsverschiebung oder Änderung abbilden zu können.

## **BESPIELANALYSE**

### **Lückentextaufgabe und Transkriptausschnitte**

Bei der ausgewählten Diagnoseaufgabe handelt es sich um eine Online-Aufgabe zum Thema Gauß-Algorithmus, die für den Einsatz in der Grundlagenveranstaltung „Lineare Algebra I“ (WiSe 2019/20) entwickelt worden ist. Die Aufgabe stellt eine Mischform aus Lückentext und Auswahlaufgabe dar. Bei Lückentextaufgaben muss die Testperson einen unvollständigen Text ergänzen (Eichler, 1977). Welche Art von Element fehlt, kann je nach Aufgabe variieren. Denkbar wären beispielsweise Symbole, Wörter, Wortbestandteile, Wortgruppen oder gar ganze Sätze. Auswahlaufgaben, sind derart gestaltet, dass die Testperson aus einer vorgegebenen Auswahl an Antwortoptionen eine richtige oder mehrere richtige Antworten wählen kann. Existiert nur eine richtige Antwort, handelt es sich um eine *Single-Choice-Aufgabe*, im anderen Fall wird die Aufgabe als *Multiple-Choice-Aufgabe* bezeichnet. Bei der Aufgabe zum Gauß-Algorithmus gibt es sowohl Auswahlen mit Single-Choice als auch Auswahlen mit Multiple-Choice. Die Antwortoptionen, die für jede Lücke vorgegeben werden, sind nicht willkürlich gewählt worden. Die Erstellerinnen und Ersteller haben versucht, nach Möglichkeit nur falsche Antwortoptionen zu



### Erster Transkriptausschnitt:

ProbandIn: (seufzt) -ähm- Naja. Also, (.) ich weiß halt nur, was eine Zeilenstufenform ist und ich weiß ja auch, (.) also, dieses Muster innen und -ähh- und dass das beim Gauß-Algorithmus eben rauskommt. Dann bereinigte Normalform habe ich noch nie gehört und Spaltenstufenform (.) ist halt eben nicht das, was rauskommt. Also also/ Außerdem hat hat man diesen/ dieses Wort Zeilenstufenform, hat man auch schon irgendwie oft gehört.  
Also/#00:22:28#

### Zweiter Transkriptausschnitt:

ProbandIn: Naja. (seufzt) Ich weiß nicht. Also, (..) egal, der Gauß-Algorithmus/ Ich weiß halt, was man damit macht. Man bringt den halt auf diese Zeilenstufenform und ich weiß auch gar nicht jetzt, wo ich darüber nachgedacht habe, was eigentlich eine Spaltenstufenform ist. Also, wahrscheinlich das gleiche irgendwie andersrum symmetrisch, aber/ (.) Ja. (lacht) #00:24:00#

### Zuordnungen und Analyseergebnisse

Die folgende Tabelle enthält die Zuordnungen zu den aufgestellten Kategorien für die beiden Transkriptausschnitte<sup>5</sup>:

| Nr. | Zeichen/ Symbol          | Relation/Beziehung   | Gegenstand/Referenzkont. |
|-----|--------------------------|--|--------------------------|
| 1   | „eine Zeilenstufenform“  | „innen“  | „dieses Muster“          |
| 2   | „eine Zeilenstufenform“  | „das beim [Gauß-Algorithmus] eben rauskommt“                       | „Gauß-Algorithmus“       |
| 3   | „bereinigte Normalform“  | „habe ich noch nie“  | „gehört“                 |
| 4   | „Spaltenstufenform“      | „ist halt eben nicht das, was rauskommt“                           | „Gauß-Algorithmus“       |
| 5   | „der Gauß-Algorithmus“   | „Ich weiß halt, was man damit macht. Man bringt den halt auf“      | „diese Zeilenstufenform“ |
| 6   | „eine Spaltenstufenform“ | „Also, wahrscheinlich das gleiche irgendwie andersrum symmetrisch“ | „diese Zeilenstufenform“ |

**Tab. 1: Zuordnungen zu den Kategorien**

<sup>5</sup> Die restlichen Elemente aus den Ausschnitten wurden der Kategorie „nicht zuordenbare Äußerungen“ zugeordnet und werden dementsprechend nicht in diesem Beitrag thematisiert.



Betrachtet man die Zuordnungen, so lassen sich verschiedene Aspekte erkennen:

1. Die gewählten Referenzkontexte können Elemente sein, die bereits in der Aufgabe enthalten sind wie *Gauß-Algorithmus* oder *Zeilenstufenform*. Gleichzeitig werden aber auch Referenzkontexte gewählt, die nicht oder nicht wortwörtlich im Lückentext enthalten sind, wie *gehört* oder *Muster*. Mit *gehört* könnten beispielsweise die akustischen Zeichen gemeint sein, die im Rahmen von Vorlesungen, Übungen, etc. kommuniziert wurden, d. h. mündliche Erwähnungen, Beschreibungen und Erläuterungen. Mit dem *Muster*, das sich *innen* befindet, sind möglicherweise die Art und Anordnung der Koeffizienten bzw. die Matrixeinträge gemeint, die eine Dreiecksform oder Treppenform bilden.
2. Die Relation zwischen den Zeichen und Referenzkontexten wird häufig vage und recht unpräzise formuliert. Deutlich wird dies zum Beispiel bei der formulierten Relation zwischen dem Zeichen *Spaltenstufenform* und dem Referenzkontext *Gauß-Algorithmus*. Hier beschreibt die Versuchsperson die Spaltenstufenform lediglich als das, was *eben nicht* beim Gaußalgorithmus *rauskommt*. Diese Relation ist insofern noch vage, als dass sie auf alle möglichen Referenzkontexte zutrifft. Eine Spaltenstufenform erhält man beispielsweise auch nicht, wenn man eine quadratische Ergänzung durchführt. Gleichzeitig entsteht die Vagheit auch durch den gewählten Referenzkontext, denn durch die Anwendung des Gauß-Algorithmus erhält man beispielsweise auch keine *bereinigte Normalform*, da dieser Begriff aus der Prädikatenlogik stammt.
3. Es wird durchaus mehr als ein Referenzkontext herangezogen, um ein Zeichen zu deuten. Das Zeichen *Zeilenstufenform* wird nicht nur mit *Muster*, sondern auch mit *Gauß-Algorithmus* in Beziehung gesetzt. Das Gleiche gilt für das Zeichen *Spaltenstufenform*, welches ebenfalls mit *Gauß-Algorithmus* ins Verhältnis gesetzt wird, aber auch mit *Zeilenstufenform*. Bei der *Spaltenstufenform* lässt sich durch die zweite konstruierte Relation sogar eine Art Entwicklung hin zur Präzisierung erkennen, denn die Spaltenstufenform ist nicht mehr nur das, was nicht bei der Anwendung des Gauß-Algorithmus entsteht. Der formulierten Relation kann man entnehmen, dass sie für die Probandin/den Probanden vergleichbar mit der Zeilenstufenform ist, nur *irgendwie andersrum symmetrisch*. *Andersrum symmetrisch* könnte wiederum eine unpräzise Beschreibung der Transponierten darstellen, da eine transponierte Matrix durch die Spiegelung der Ausgangsmatrix an ihrer Hauptdiagonalen entsteht.
4. Selbst bei einer einzelnen Lücke bleiben die Zuordnungen zu den Ecken des epistemologischen Dreiecks nicht stabil. Zu Beginn ist *Zeilenstufenform* ein Zeichen, das gedeutet wird. Im Verlauf der Bearbeitung wird *Zeilenstufenform* aber auch als Referenzkontext genutzt, um andere Zeichen zu deuten. Auffällig sind hier auch die Zuordnungen in Zeile zwei und fünf der Tabelle 1: *Gauß-Algorithmus* ist hier zunächst der Referenzkontext, mit dessen Hilfe

*Zeilenstufenform* gedeutet wird. Später werden die Rollen dieses Paares vertauscht. Die formulierten Relationen ähneln sich semantisch. Die zweite Relation ist sogar unpräziser, da sie suggeriert, dass der Gauß-Algorithmus in Zeilenstufenform gebracht wird, dabei müsste man eigentlich von der Ausgangsmatrix sprechen.

5. Wie die Zuordnungen in Zeile zwei und vier der Tabelle 1 zeigen, können gleiche Referenzkontexte und syntaktisch ähnlich formulierte Relationen herangezogen werden, um Unterschiede oder Kontraste zwischen den Begriffen zu verdeutlichen. Zeilenstufenform und Spaltenstufenform werden dadurch als Gegensatzpaar markiert.

## FAZIT UND AUSBLICK

Die eingangs gestellte erste Frage *Wie gestalten sich die Begriffsdeutungen, die bei der Bearbeitung von mathematischen Lückentextaufgaben von Studierenden entwickelt werden und wie hängen diese von den vorgegebenen Antwortoptionen ab?* kann bisher noch nicht im vollen Umfang beantwortet werden. Die ersten Analyseergebnisse deuten aber darauf hin, dass durch die Vorgabe spezifischer Auswahloptionen bestimmte Prozesse der Bedeutungsgenerierung angestoßen werden.

Werden Begriffe zur Auswahl gestellt, die aus einem mathematischen Kontext stammen und in der Begriffshierarchie gleichwertig zueinander sind wie z. B. *Spaltenstufenform* und *Zeilenstufenform*, dann kann dies dazu führen, dass der Versuch unternommen wird, diese Begriffe voneinander abzugrenzen, indem jeweils eine Relation zu einem übergeordneten Begriff (in diesem Fall *Gauß-Algorithmus*) formuliert wird. Gewissermaßen wird hier eine gemeinsame Vergleichsbasis herangezogen. Daneben konnte aber auch beobachtet werden, dass Begriffe, die als Lösung für eine Textlücke zur Auswahl standen, direkt miteinander in Beziehung gesetzt wurden.

Die Deutungen, die entstehen, entsprechen keiner präzisen mathematischen Definition, sondern bleiben häufig vage. In einigen Fällen verbleiben sie (wie bei der Deutung für *bereinigte Normalform*) auf einer intuitiven Ebene. Im Verlauf der Bearbeitung können die Deutungen für ein Zeichen allerdings präziser werden, wie man am Beispiel *Spaltenstufenform* erkennen kann. Die formulierten Relationen sollten also nicht als etwas Isoliertes betrachtet werden, denn Zeichen/Symbole und ihre Gegenstände/Referenzkontexte bauen immer auf Wissen auf, das bereits im Vorfeld konstruiert worden ist, also anderen epistemologischen Dreiecken. Sie können sich gegenseitig ergänzen, wobei „die Ecken des epistemologischen Dreiecks als Summe der bisher mit dem Konzept [...] verbundenen positionsgleichen Elemente zu verstehen“ (Rieß, 2018, S. 93) sind.

## LITERATUR

- Akinwunmi, K. (2012). *Zur Entwicklung von Variablenkonzepten beim Verallgemeinern mathematischer Muster*. Springer Spektrum.
- Bise, V. (2008). *Problemlösen im Dialog mit sich selbst. Dialogische Strukturen im inneren Sprechen beim Problemlösen. Eine explorative Studie nach der Methode des lauten Denkens*. Tectum.
- Deffner, G. (1984). *Lautes Denken – Untersuchung zur Qualität eines Datenerhebungsverfahrens*. Peter Lang.
- Eichler, W. (1977). *Sprach-, Schreib- und Leistungsbewertung. Eine Diagnostik für den Deutschlehrer*. Wilhelm Fink
- Frege, G. (2019). *Über Sinn und Bedeutung*. Reclam.
- Liebold, M. (2018). *Motivationsentwicklung im Mathematikstudium*. Springer Spektrum.
- Maier, H., & Steinbring, H. (1998). Begriffsbildung im alltäglichen Mathematikunterricht – Darstellung und Vergleich zweier Theorieansätze zur Analyse von Verstehensprozessen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19, 292-329.
- Ogden, C. K., & Richards, I. A. (1923). *The Meaning of Meaning*. Harvest Books.
- Rieß, M. (2018). *Zum Einfluss digitaler Werkzeuge auf die Konstruktion mathematischen Wissens*. Springer Spektrum.
- Steinbring, H. (1993). Die Konstruktion mathematischen Wissens im Unterricht – eine epistemologische Methode der Interaktionsanalyse. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 14 (2), 113-14.
- Steinbring, H. (2000). Mathematische Bedeutung als eine soziale Konstruktion – Grundzüge der epistemologisch orientierten mathematischen Interaktionsforschung. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 21 (1), 28-49.
- Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction. An Epistemological Perspective*. Springer.
- Steinbring, H. (2006). What Makes a Sign a Mathematical Sign? – An Epistemological Perspective on Mathematical Interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 133-162.
- Strauer, D., Feil, L., & Zwingmann, K. (2019). Entwurf und Einsatz von Lösungsbeispielen mit Lückentext und Selbsterklärungsaufforderungen in Mathematikveranstaltungen für Studierende der Pharmazie und der Biologie. In A. Frank, S. Krauss, & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 789-782). WTM.
- Vollrath, H.-J., & Roth, J. (2012). *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe*. 2. Auflage. Spektrum