



HAL
open science

Magis morale quam mathematicum

Sandra Bella

► **To cite this version:**

Sandra Bella. Magis morale quam mathematicum. *Studia Leibnitiana*, 2019, 51 (2), pp.176-202.
hal-04005303

HAL Id: hal-04005303

<https://hal.science/hal-04005303v1>

Submitted on 26 Feb 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright

Sandra Bella

Magis morale quam mathematicum

L'attestation volée
(mai 1705 - mars 1706)

Magis morale quam mathematicum

The Purloined Attestation
(May 1705 - March 1706)

Résumé

Pendant la querelle des infiniment petits, Leibniz a écrit plusieurs textes pour justifier l'utilisation du calcul différentiel auprès des savants parisiens, mais trois seulement ont été rendu publics. Parmi ces trois, « Sentiment de Monsieur Leibnitz » a été publié sans autorisation en 1706 au moment du pic de la querelle, conjointement à des écrits d'autres mathématiciens unis pour la défense du nouveau calcul (Joseph Saurin, Jacob Hermann et les frères Bernoulli). Cependant, Jean-Paul Bignon, alors directeur de l'Académie royale des sciences, confisque les impressions. Au moins un des exemplaires de cette publication a survécu et nous l'avons identifié récemment dans le catalogue de la *British Library*.

Dans cet article, nous analysons « Sentiment de Monsieur Leibnitz » en le contextualisant non seulement dans une perspective épistémologique mais aussi politique. On examinera les enjeux institutionnels qui se jouent en nous appuyant sur des échanges épistolaires récemment publiés.

Mots-clés : Calcul infinitésimal, Réception de Leibniz, Académie royale des sciences, querelle des infiniment petits, Varignon, Gallois

Abstract

During the *querelle des infiniment petits* Leibniz wrote several texts addressed to Parisian savants to justify the use of the differential calculus, but only three of them were made public. One of the three, "Sentiment de Monsieur Leibnitz," was published without authorization in 1706 at the peak of the quarrel, together with the writings of other mathematicians united in the defense of the new calculus (Joseph Saurin, Jacob Hermann and the Bernoulli brothers). However, Jean-Paul Bignon, director of the Académie Royale des Sciences, confiscated the prints. All copies of this publication were assumed to be lost, but we have recently identified one copy of it in the British Library catalog. In this article, we analyze "Sentiment de Monsieur Leibnitz" by contextualizing it not only from an epistemological approach but also from a political perspective. We will examine the institutional issues at stake by relying on recently published correspondence.

Keywords : Infinitesimal Calculus, Reception of Leibniz, Académie royale des sciences, querelle des infiniment petits, Varignon, Gallois

1. Introduction*

En juillet 1700, à l'Académie royale des sciences, Michel Rolle (1652-1719) lance une attaque sévère contre le bienfondé du nouveau calcul différentiel de Leibniz dont la défense sera assurée par Pierre Varignon (1654-1722). Cet épisode marque le début de la bien connue « querelle des infiniment petits » qui ne connaît pas d'apaisement avant 1706. De suite la querelle devient bientôt l'affaire de toute la Compagnie car d'autres académiciens s'y mêlent¹. Cependant,

Leibniz est vivement concerné. Tout au long de la querelle, il compose des écrits pour justifier publiquement son calcul auprès des savants parisiens². Seuls trois de ces textes sont cependant effectivement publiés et parmi ces derniers, *Sentiment de Monsieur Leibnitz* est, comme on le verra, immédiatement confisqué. La quasi-totalité de ces textes a fait l'objet d'analyses philosophiques et d'historiques³. Bien qu'il soit possible aujourd'hui d'affirmer que Leibniz stabilise sa conception ontologique des infiniment petits vers 1676⁴, la manière

* Je remercie Dr Siegmund Probst et Dr Charlotte Wahl pour tous les échanges dont j'ai bénéficié pour écrire cet article. Je remercie également Pr. Antoni Malet pour ses remarques judicieuses qui m'ont permis d'étoffer l'article.

1 Jean Gallois, Thomas Gouye, Louis Carré, Bernard Bouvier de Fontenelle et Antoine Parent.

2 « Mémoire de Mr Leibnitz touchant son sentiment sur le Calcul différentiel », in : *Mémoire de Trévoux*, nov-déc. 1701, p. 270-272, « Extrait d'une lettre de M. Leibnitz à M. Varignon, contenant l'explication de ce qu'on a rapporté de luy dans les Memoires des mois de Novembre et Decembre derniers », in : *Journal des Sçavans*, 20 mars 1702, p. 183-186, *Justification du Calcul des infinitésimales par celui de l'Algèbre ordinaire*, LBr 951, fol.15-16 et GM IV, 104-106, *Cum prodiisset*, LH 35, 7, 19, fol. 1-6, G.W. Leibniz : *Historia et Origo Calculi Differentialis a G.G. Leibnitio conscripta*, Hannover 1846, p. 39-50, *Defense du calcul des Differences*, LH 35, 7, 22, 1-2, Appendice de E. Pasini, *La Nozione di infinitesimo in Leibniz: tra matematica e metafisica*, diss., a.a. 1985-86, Università degli studi di Torino, Lettere e filosofia, p.14-19, *Quaestio de jure negligendi quantitates infiniti parvas*, LH 35, 7, 21, 1-2, Appendice E. Pasini : *La nozione*, p. 40-47, *Puisque des personnes que j'estime beaucoup*, LH 35, 7, 9, fol.1-2, *Sentiment de Monsieur. Leibnitz*, Gotha FB A 448-449, fol. 41-42, G.W. Leibniz : « Sentiment de Monsieur Leibnitz », in : J. Saurin : *Continuation de la défense de M. Saurin contre la Réplique de M. Rolle publiée en 1703, sous le titre de Remarques touchant le problème général des Tangentes*, &c, Amsterdam 1706. Une présentation de ces textes et une transcription de certains des manuscrits sont consultables à l'adresse suivante : <http://mathesis.altervista.org/justification-of-the-differential-calculus/> (consulté le 10 avril 2020).

3 R. Arthur : "Leery Bedfellows : Newton and Leibniz on the Status of Infinitesimals", in: U. Goldenbaum et D. Jessep (ed.) : *Infinitesimal differences, Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, Berlin 2008, p. 7-30, P. Beeley : "Infinity, infinitesimals, and the Reform of Cavalieri : John Wallis and his critics", in: Goldenbaum et Jessep, p. 31-52, H. Bos : « Differentials, Higher-Order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus » in: *Archive for History of exact Sciences*, 14, 1974, pp. 2-90, D. Jessep, Douglas, "Leibniz on the elimination of infinitesimals", in: N. B. Goethe, P. Beeley et D. Rabouin (ed.): *G.W. Leibniz, Interrelations Between Mathematics and Philosophy*, Netherlands 2015, p. 189-206, M. Katz, et D. Sherry: "Leibniz's infinitesimals: their fictionality, their modern implementations, and their foes from Berkeley to Russell and beyond", in: *Erkenntnis* 78, 2013, n°3, p. 571-625, E. Pasini: *La Nozione*, E. Pasini: "Die private Kontroverse des G.W. Leibniz mit sich selbst. Handschriften über die Infinitesimalrechnung" in: *Jahre 1702, Leibniz Tradition und Aktualität V. Internationaler Leibniz-Kongreß unter der Schirmherrschaft des Nierder süchsischen Ministerpräsidenten Dr. Ernst Albrecht Vorträge*, Hannover, 14-19 November 1988, p. 695-709, E. Pasini: *Il Reale e L'Immaginario, La Fondazione del Calcolo Infinitesimale Nel Pensiero Di Leibniz*, Torino 1993, Paolo, Mancosu: *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*, New-York 1996, D. Rabouin & R. Arthur: "Leibniz's syncategorematic infinitesimals II: their existence, their use and their role in the justification of Differential Calculus", in: *Archive for History of Exact Sciences* (2020), p. 1-43.

4 Rabouin et Arthur.

de justifier leur utilisation ne cesse en revanche de s'étoffer. Ces variations sont riches en enseignement d'un point de vue philosophique et épistémologique⁵. Par ailleurs, comme on le verra, il est notable que Leibniz module la manière de justifier son calcul selon à qui il s'adresse. Ainsi, ces variations permettent aussi de mieux appréhender les relations que Leibniz entretient avec la République des lettres, plus particulièrement ici avec les membres de l'Académie royale des sciences.

Sentiment de Monsieur Leibnitz et sa version abrégée en français, *Puisque des personnes que j'estime*⁶, sont deux écrits à situer au pic de la querelle des infiniment petits en 1705. Dans son essai *Remarques de M. Rolle de l'Académie Royale des Sciences touchant le problesme general des tangentes*⁷, Rolle discréditait le calcul différentiel sur ses fondements et s'attachait en particulier à montrer l'insuffisance du calcul pour traiter la recherche des tangentes d'une courbe quartique. Deux ans plus tard, le 23 avril 1705, Saurin publie enfin une réponse⁸. Son ton est virulent, comme le sera, de plus en plus, celui des articles suivants échangés entre les deux adversaires. Dans cet article, Saurin implore plusieurs fois l'Académie de juger les discordances entre lui et Rolle qu'il liste en sept points⁹. Ce climat extrêmement tendu amène Varignon à écrire à Leibniz le 10 mai 1705¹⁰. Il souhaite que Leibniz intervienne auprès de l'Académie. Il lui demande aussi de solliciter les membres de la République des Lettres qui « entendent » son calcul pour obtenir des « attestations » confirmant l'exactitude du contenu traité par Saurin dans son article. Tout cela, avance Varignon, est nécessaire pour le « triomphe de la vérité » et du calcul en France.

Leibniz réagit sans tarder. Il écrit deux lettres, l'une à Jean-Paul Bignon (1662-1743), président de l'Académie, et l'autre à Jean Gallois (1632-1707) qui, avec Rolle, est l'une des figures les plus opposées à son calcul au sein de l'Institution. Aussi, il rédige l'attestation demandée. Deux versions en existent : une version latine holographe et une version abrégée en français, de la main d'un copiste, archivée sous le titre « Puisque des personnes que j'estime ». Seule la version latine est finalement publiée. Elle est jointe à un pamphlet de Saurin¹¹ – qui fait suite à son article au *Journal des Sçavans* du 23 avril 1705 – et à d'autres

5 Pasini : *Il Reale*, Rabouin & Arthur.

6 LH 35, 7, 9, fol.1-2.

7 M. Rolle : *Remarques de M. Rolle de l'Académie des Sciences touchant le problesme général des tangentes*, Paris 1703.

8 J. Saurin : « Défense de la réponse à M. Rolle de l'Académie royale des sciences contenue dans le Journal des Sçavans du 3 août 1702 CONTRE La réplique de cet auteur publiée en 1703 sous le titre de Remarques touchant le Problème général des Tangentes, in : *Journal des Sçavans*, jeudi 23 avril 1705, p. 241-256.

9 Saurin : *Défense*, p. 254.

10 AIII 9, 549.

11 J. Saurin : *CONTINUATION DE LA DEFENSE de M. Saurin contre la Replique de M. Rolle publiée en 1703, sous le titre de Remarques touchant le Problème général des Tangentes, &c*, Amsterdam 1706.

attestations de mathématiciens : celle de Jacob Hermann (1678-1733) et celles des frères Bernoulli. L'attestation de Leibniz est titrée « Sentiment de Monsieur Leibnitz ».

L'ensemble des publications est cependant confisqué par Bignon et peut-être en partie détruit. Ce n'est que récemment que j'ai repéré l'un des exemplaires à la *British Library*¹². Il est répertorié par le titre correspondant à l'écrit de Saurin mais sans hélas aucune indication des auteurs des attestations. C'est probablement pour cette raison qu'on a cru qu'aucun exemplaire n'avait survécu à l'autorité bignonienne.

Comme il a été dit plus haut, *Sentiment de Monsieur Leibnitz* fait partie d'un ensemble de textes que Leibniz écrit dans le but de justifier son calcul auprès des savants parisiens. Longtemps considérée comme perdue, la publication de ce manuscrit se révèle être aujourd'hui un élément essentiel pour une compréhension plus complète de la querelle des infiniment petits et de ses dénouements. Ce moment de la querelle a fait l'objet d'études¹³ mais sans la connaissance de la publication confisquée et sans tenir compte de tous les échanges épistolaires qui l'accompagnent. À la lumière de cette publication saisie, mais aussi de lettres adressées à des membres prestigieux de l'Académie tout récemment éditées, notre contribution a pour dessein de reconstituer les enjeux mathématiques et politiques au sein de l'Académie des sciences, d'un des derniers chapitres de la querelle des infiniment petits, celui qui a abouti à une paix concertée.

2. Le calcul de Leibniz à l'Académie royale des sciences

Le calcul de Leibniz est diffusé en France à partir de décembre 1691 par Jean Bernoulli (1667-1748) et un cercle de savants regroupés autour du philosophe Nicolas Malebranche (1638-1715)¹⁴. Guillaume de L'Hospital (1661-1704) est l'un des membres les plus actifs. Bénéficiant des services de Jean Bernoulli (leçons particulières puis une correspondance épistolaire fournie), il s'approprie rapidement du nouveau calcul qu'il diffuse par la lecture de mémoires au sein de l'Académie royale des sciences dont il est membre depuis 1693. Il est l'auteur du premier traité de calcul différentiel, intitulé *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (dorénavant « AI »), qu'il publie en juin 1696¹⁵. À l'Académie des sciences, la plupart des académiciens ignorent ou connaissent

12 Sous la cote : BLL01017362909.

13 Notamment : Mancosu, p. 173-178 et J.B. Shank: *Before Voltaire, The origin of "Newtonian" Mechanics, 1680-1715*, Chicago & London 2018, p. 286-297.

14 Tous ne sont pas parisiens et certains, résident en Normandie (Rouen, Angers, Honfleur). Louis Byzance (1647-1722), Louis Carré (1647-1711), François de Catelan (floruit 1676-1710), Bernard Le Bouyer de Fontenelle (1657-1757), Claude Jacquemet (1651-1729), Bernard Lamy (1640-1715), Thomas Fantet de Lagny (1660-1734), Jacques Lelong (1665-1721), Jean Prestet (1648-1690), Charles Reyneau (1656-1728), Pierre Varignon (1654-1722).

15 G. L'Hospital (de) : *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris 1996.

peu le nouveau calcul. Le traité de L'Hospital devient ainsi leur principale référence en la matière.

A N A L Y S E

D E S

I N F I N I M E N T P E T I T S ,

Pour l'intelligence des lignes courbes.



A P A R I S ,
D E L ' I M P R I M E R I E R O Y A L E .

M. D C. X C V I .

Figure 1 : Page de garde du traité de L'Hospital, *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris, Imprimerie royale, 1696.

L'académicien Varignon s'approprie du calcul indépendamment du cercle de Malebranche. Les échanges avec Jean Bernoulli à partir 1692 lui sont précieux. Avec l'Hospital, Varignon est l'un des principaux acteurs de la diffusion du calcul à l'Académie royale des sciences¹⁶

En 1699, de nouveaux règlements sont établis à l'Académie sous l'impulsion de Bignon qui en est le président¹⁷. Ces règlements ont des répercussions sur la diffusion du calcul différentiel.

Tout d'abord, ils conduisent à des recrutements et une hiérarchisation plus marquée entre ses membres (création de quatre classes d'académiciens avec des rôles bien définis)¹⁸. Les savants proches de Malebranche sont nombreux à être élus¹⁹. Parmi les membres de la République des Lettres, au fait du nouveau calcul, Leibniz et les frères Bernoulli sont élus comme membres étrangers. Ainsi le calcul différentiel trouve dans ces nominations l'opportunité d'être diffusé de manière institutionnelle.

16 P. Costabel : « Pierre Varignon et la diffusion du calcul différentiel et intégral » in : *Les conférences du Palais de la découverte*, Paris 1966 et J. Peiffer : « Pierre Varignon, lecteur de Leibniz et de Newton », in : *Studia Leibnitiana*, supplementa XXVIII (1990), p. 244-266.

17 Pour une analyse des règlements, on pourra consulter Shank, p. 217-224 et D. Sturdy, *Science and social status, The members of the Académie des Sciences, 1666-1750*, Woodbridge 1995, p. 281-350.

18 L'Académie est composée de quatre types d'académiciens : les honoraires, les pensionnaires, les adjoints et les élèves. Chaque classe est constituée de douze membres (article 4), *PVARS*, 18, 107r^o.

19 Certains membres du cercle autour de Malebranche étaient déjà académiciens et se voient octroyés un titre. L'Hospital (nommé en 1693) et Malebranche sont nommés membres honoraires, Varignon (nommé en 1688) et Fontenelle (nommé en 1697) entrent dans la classe des pensionnaires géomètres, Filleau Des Billettes dans celle de pensionnaire mécanicien, Thomas Fantet de Lagny dans celle d'associé géomètre, Louis Carré (nommé en 1697) et Antoine Parent dans celle d'élève (de Varignon et De Billettes respectivement).

Par ailleurs, l'article vingt-et-un stipule, qu'en début d'année, chacun des académiciens (sauf les honoraires) doit déclarer le dessein de sa recherche²⁰. Ce point est extrêmement important quant aux relations entre les membres de l'Académie. En effet, chacun d'eux, en déclarant quels sont ses champs de recherche, se positionne quant à ce que sa contribution représente dans l'édifice des connaissances scientifiques de l'Académie. Cela conduit à défendre fermement son point de vue devant la Compagnie, éventuellement à l'encontre d'autres théories. Varignon, Gallois et Rolle sont tous les trois pensionnaires²¹. Comme son nom l'indique, le pensionnaire reçoit une pension du Roi. En retour, ils doivent rendre compte de leurs travaux, à tour de rôle, devant leurs pairs. Cette obligation est en même temps une reconnaissance de leur autorité scientifique. En février 1699, Varignon annonce qu'il travaillera sur « une nouvelle théorie du mouvement » et qu'il « poussera sa théorie jusqu'à l'infini »²². Gallois remettra au goût du jour la géométrie des Anciens car il considérait qu'elle est délaissée en faveur « des nouvelles méthodes »²³. Par « nouvelles méthodes », il vise principalement l'analyse des infinis. Enfin, Rolle projette d'utiliser et de développer les connaissances sur l'algèbre pour fournir une « théorie réglée des méthodes que l'algèbre ait fournies » afin de les appliquer à la géométrie.

Cette composition bariolée n'instaure pas nécessairement un climat propice au dialogue mais révèle plutôt des tensions. Ainsi, bien que les pratiquants du nouveau calcul soient avantageusement représentés au sein de l'Académie, la diffusion rencontre un dédale d'incompréhensions qui conduisent en juillet 1700 à l'éclatement de la querelle des infiniment petits²⁴.

3. Discordes autour d'un point double

3.1) Calculs et discussions autour d'un point double

Pendant la querelle, Rolle propose plusieurs exemples de courbes pour lesquelles il considère que l'application du calcul leibnizien ne permet pas de trouver de manière satisfaisante leurs tangentes. Parmi ces exemples, la quartique d'équation

20 « Chaque académicien pensionnaire sera obligé de déclarer par écrit à la Compagnie le principal ouvrage auquel il se proposera de travailler : et les autres académiciens seront invités à donner une semblable déclaration de leurs desseins. », *PVARS*, 18, 109r°.

21 Les deux premiers ont été nommés géomètres et Rolle est algébriste.

22 *PVARS*, 23, 134r°.

23 « Comme presque tous les géomètres ne s'appliquent maintenant qu'aux nouvelles méthodes de géométrie ce que Mr l'Abbé Gallois juge qu'il est important de ne pas abandonner entièrement la manière des Anciens, il prend pour son partage d'illustrer les ouvrages des Anciens géomètres », *PVARS*, 23, 133r°.

24 Pour des études sur la diffusion du calcul différentiel à l'Académie des sciences, on pourra consulter : S. Bella : « De la géométrie et du calcul des infiniment petits : les réceptions de l'algorithme leibnizien (1690-1706) », thèse de doctorat sous la direction d'Evelyne Barbin et de David Rabouin, soutenue le 23 octobre 2018 à l'Université de Nantes, M. Blay : *La naissance de la mécanique analytique*, Paris 1992, Mancosu et Shank.

$$y^4 - 8y^3 + 16y^2 - 12xy^2 + 48xy + 4x^2 - 64x = 0 \quad (1)$$

anime les recherches des mathématiciens car elle présente un point double (de coordonnées $x = 2$ et $y = 2$) pour lequel existent deux tangentes.

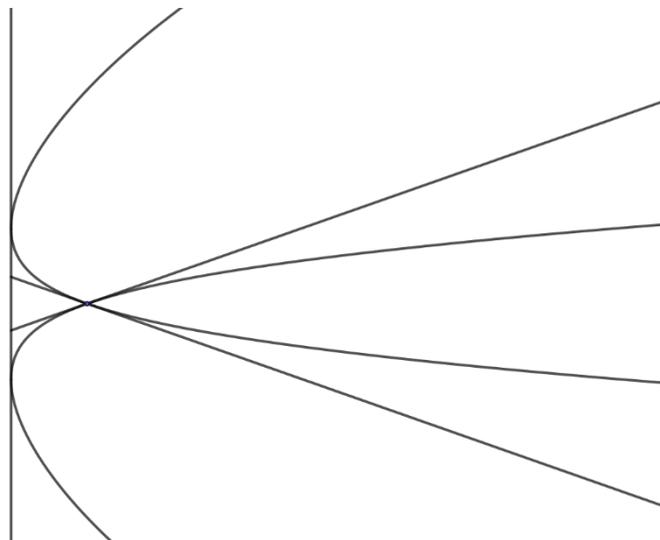


Figure 2 : Quartique d'équation $y^4 - 8y^3 + 16y^2 - 12xy^2 + 48xy + 4x^2 - 64x = 0$ et les deux sous-tangentes au point double (figure réalisée par l'auteure)

Le 13 avril 1702, Rolle publie un mémoire « Règles et Remarques, pour le problème général des tangentes »²⁵, dans lequel il explique que les « méthodes ordinaires » – sans préciser lesquelles – ne conviennent pas pour trouver l'une quelconque des sous-tangentes au point double²⁶. Il fournit un algorithme algébrique qui permet de trouver les valeurs des deux sous-tangentes cherchées, sans cependant fournir l'origine de cet algorithme²⁷.

25 M. Rolle : « Règles et remarques, pour le problème général des tangentes », in : *Journal des Sçavans*, 13 avril 1702, p. 239-253.

26 La sous-tangente en un point M est la longueur algébrique entre l'intersection de la tangente et l'axe des abscisses et le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses (voir Figure 2).

27 L'idée sur laquelle s'appuie l'algorithme est de remplacer y par $y + nz$ et x par $x + nv$ dans l'équation de la quartique. L'algorithme permet de calculer « par tranches » les termes de la nouvelle égalité. La première tranche (qui correspond à la détermination des tangentes en un point non singulier) se forme à partir des termes de l'équation de la courbe en multipliant chacun des termes en y par leur exposant puis en remplaçant par z un seul des y dans le produit. Par exemple y^4 est transformé en $4y^3z$. Le même type de procédé est appliqué aux termes en x mais en remplaçant par v . Puis tous ces produits sont multipliés par n . Pour le deuxième bloc, on procède de manière similaire à partir du premier bloc, obtenu lors de la première étape, sauf que cette fois-ci, les produits sont multipliés par n^2 . Ainsi, l'algorithme permet de calculer un bloc à partir du précédent par ordre rétrograde. Rolle présente la nouvelle égalité rangée par ordre. Dans le cas de la quartique, en remplaçant x et y par 2, la première partie de l'égalité ainsi rangée s'annule, il faut donc passer au bloc suivant qui cette fois-ci ne s'annule pas et fournit les valeurs des deux sous-tangentes, Rolle : *Remarques*, p. 240-242.

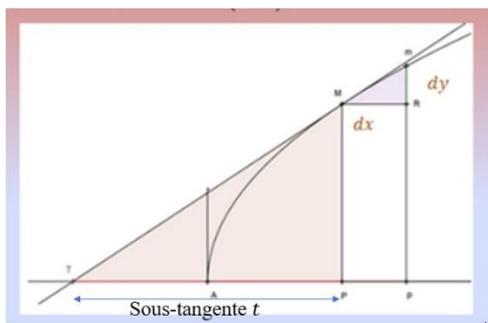


Figure 3 : Triangle caractéristique de côtés dx et dy semblable à TMP (figure réalisée par l'auteure)

Comment le calcul différentiel propose-t-il de résoudre ce problème ?

Dans l'art. 9 de la section II du traité *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*²⁸, l'Hospital présente la résolution générale de la recherche de la sous-tangente t en un point M en fournissant la formule $t = y \frac{dy}{dx}$ dont l'obtention s'appuie sur des considérations géométriques (Figure 3)²⁹.

Dans le cas du point double, l'existence de deux tangentes ne conduit pas à la détermination d'un unique triangle caractéristique, ce dont le calcul rend compte. En effet, en différenciant l'égalité

$$y^4 - 8y^3 + 16y^2 - 12xy^2 + 48xy + 4x^2 - 64x = 0 \quad (1)$$

il suit

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3y^2 - 12y - 2x + 16}{y^3 - 6y^2 + 8y - 6xy + 12x} \quad (2)$$

et pour $x = 2$ et $y = 2$, le numérateur et le dénominateur s'annulent. Il s'agit donc de traiter l'expression « $\frac{0}{0}$ ».

Des lettres échangées entre Jean Bernoulli et L'Hospital entre 1693 et 1694 témoignent que ce dernier avait échoué à obtenir la valeur d'une expression dont le numérateur et le dénominateur s'annulent simultanément. C'est Jean Bernoulli qui lui confie, le 22 juillet 1694, une règle qui permet de sortir de cette impasse³⁰. Dans ce cas, le quotient

28 AI, p. 11.

29 Sur la Figure 3 : au voisinage du point M , en considérant un point m infiniment proche de M , l'arc Mm est supposé rectiligne. Le triangle curviligne MmR est ainsi supposé rectiligne et semblable à TMP , d'où l'égalité $\frac{y}{t} = \frac{dy}{dx}$.

30 *Der Briefwechsel von Johann I Bernoulli*, Band 1, herausgegeben von der Naturforschenden Gesellschaft in Basel, Herausgeber Otto Spiess, Basel 1955, p. 235. Dorénavant « *DBJB*, 1 ». Les deux tomes suivants correspondent à la correspondance avec Pierre Varignon : *Der Briefwechsel Johann I Bernoulli*, Band 2, *Der Briefwechsel mit Pierre Varignon*, Zweiter Teil, 1692-1702, bearbeitet und kommentiert von P. Costabel und J. Peiffer, unter Benutzung von Vorarbeiten von Joachim Otto Fleckenstein, Basel 1988 et *Der Briefwechsel Johann I Bernoulli*, Band 3, *Der Briefwechsel mit Pierre Varignon*, Zweiter Teil, 1692-1702, bearbeitet und kommentiert von P. Costabel und J. Peiffer, Basel 1992. Ils seront notés respectivement « *DBJB*, 2 » et « *DBJB*, 3 » suivi de la page.

s'obtient en différentiant le numérateur et le dénominateur. L'Hospital consacre cette règle par l'article 163 de l'*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*³¹.

À la fin de son article de 1702, Rolle faisait remarquer l'insuffisance des « méthodes ordinaires » pour trouver les valeurs des tangentes en un point double. Varignon, l'Hospital et Saurin interprètent cette affirmation comme se référant aussi à la méthode différentielle. Ils souhaitent montrer qu'il n'en est rien. Pour ce faire, l'article 163 sera tout de suite de grande utilité. Le résultat, que je développe à la suite, est publié le 3 août 1702 dans un article du *Journal des Sçavans* comme réponse à Rolle³². Bien que cet article soit signé par Saurin, il est notable que Varignon a collaboré généreusement à sa rédaction³³. Pour cette raison, j'écrirai dans la suite de ce paragraphe « auteur » pour désigner la collaboration entre Varignon, Saurin et probablement d'autres membres du cercle autour de Malebranche.

Lorsque x et y sont égaux à 2, l'auteur juge inutile le calcul de $t = \frac{xdy}{dx}$ tant que $\frac{dy}{dx}$ est indéterminé. Pour déterminer cette valeur, il convient selon l'article 163 de différentier le numérateur et le dénominateur de

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3y^2 - 12y - 2x + 16}{y^3 - 6yy + 8y - 6xy + 12x} \quad (2)$$

Ainsi, il vient :

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{d(3y^2 - 12y - 2x + 16)}{d(y^3 - 6yy + 8y - 6xy + 12x)} \right) = \frac{6ydy - 12dy - 2dx}{3yydy - 12ydy + 8dy - 6xdy - 6ydx + 12dx} \quad (3)$$

L'auteur écrit cette égalité formelle sachant qu'elle n'est valable qu'au point double.

Et en substituant x par 2 et y par 2, l'égalité (3) devient $\frac{dx}{8dy} = \frac{dy}{dx}$ (4)

En faisant le produit des extrêmes, il obtient $\frac{dy^2}{dx^2} = \frac{1}{8}$. (5)

Comme $x = 2$, il en déduit $t^2 = \frac{x^2 dy^2}{dx^2} = \frac{4}{8}$. (6) ce qui donne $t = \frac{xdy}{dx} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Rolle n'approuve pas cette manière de procéder bien que ce résultat soit le même que celui qu'il a obtenu avec sa méthode algébrique. Il explique qu'« on a fait concourir deux Methodes de cette Analyse, l'une de l'art. 9 l'autre de l'art. 163 »³⁴. Or, il indique que, dans ces deux articles, il n'est nullement question de recherche de tangentes doubles, ni d'ailleurs à aucun endroit de l'*Analyse des infiniment petits*, de sorte que des changements ont été

31 « Soit une ligne courbe AMB ($AP = x, PM = y, AB = a$) telle que la valeur de l'appliquée y soit exprimée par une fraction, dont le numérateur et dénominateur deviennent chacun zero lorsque $x = a$, c'est-à-dire lorsque le point P tombe sur le point B . On demande quelle doit être la valeur de l'appliquée BD . (...) si l'on prend la différence du numérateur, & qu'on la divise par la différence du dénominateur, après avoir fait $x = a = Ab$ ou AB , l'on aura la valeur de l'appliquée BD ou bd », *AI*, p. 145.

32 Saurin : *Réponse*.

33 Bella : *De la géométrie et du calcul*, p. 570-577

34 Rolle : *Remarques*, p. 131.

nécessaires pour « y faire un supplément particulier des tangentes ». Cette remarque revient à affirmer que le traité de l'Hospital ne fournit pas une méthode générale pour trouver les tangentes des courbes. De plus, d'après lui, ces ajouts ont été effectués dans le but de déguiser sa propre méthode algébrique décrite dans l'article du 13 avril 1702³⁵. Par ailleurs, il est horrifié devant certaines manipulations calculatoires qu'il détaille notamment dans les articles XI et XIV de *Remarques*. Entre autres, il prétend qu'il est inexact d'appliquer l'article 163 sur $\frac{dy}{dx}$ (étape (3)) plutôt que sur $\frac{xdy}{dx}$ qui est ce qui est recherché³⁶. Il pointe aussi que le traité de l'*Analyse des infiniment petits* ne préconise pas de procéder à une seconde différentiation de cette manière (il fait allusion à la section 4 du traité qui s'occupe des différentielles d'ordre supérieur et de leur manipulation). Enfin, il critique d'avoir substitué $\frac{dy^2}{dx^2}$ par $\frac{1}{8}$ pour obtenir t^2 dans l'étape (6) ci-dessus. Cette dernière critique montre à quel point Rolle n'accepte pas que la « Géométrie transcendante » s'approprie des simples règles usuelles de l'algèbre pour traiter les différentielles comme si elles étaient des grandeurs. Ici, il s'agit en effet de substituer tout simplement des choses égales à des choses égales.

La réponse de Saurin du 23 avril 1705 reprend chacune des critiques concernant la quartique dans le but de montrer leur peu de fondement³⁷.

3.2) Attester « sans parler d'infinis » : Varignon implore

Depuis le début du conflit, les instances de l'Académie ne se sont pas positionnées vis-à-vis de la dispute. Dans une lettre du 10 mai 1705³⁸, Varignon rappelle à Leibniz que malgré « tout ce que je luy demontrois [à Rolle] de paralogismes commis par sa seule ignorance de votre calcul », il n'a pas pu obtenir de justice de la part des Commissaires nommés le 3 septembre 1701³⁹. Il incrimine Rolle de tromper le public par sa « hardiesse » et Gallois par le « bruit qu'il fait en sa faveur », de sorte que les juges – Bignon, Cassini, la Hire et Gouye – n'osent pas se prononcer. Dans ces conditions, il affirme qu'il ne sera possible de contrecarrer Rolle que par des « attestations de sçavans ». Lui et Saurin le prient donc de leur envoyer non seulement son attestation mais aussi « celles de tout ce que vous connoissez de gens qui entendent votre calcul » :

35 Rolle : *Règles*, p. 240-242]

36 Le résultat est le même sauf qu'en l'appliquant l'article 163 à $\frac{xdy}{dx}$ les calculs sont plus prolifiques. Saurin lui montre Saurin : *Défense*, p. 249.

37 Saurin : *Défense*.

38 AIII 9, 548.

39 Voir note 3.

« Il ne faut toucher, s'il vous plaist, qu'au point traité dans le *Journal* du 23 avril dernier, sans parler d'infinis, de peur de fournir occasion à M. Rolle de s'accrocher ailleurs. Les points sur lesquels vous et ces M^{rs} êtes priés de prononcer, se trouvent de suite à la fin de ce *Journal*, et dans le Mémoire que voici : ce secours nous est absolument nécessaire pour le triomphe de la vérité et de votre calcul en ce pays-ci »⁴⁰.

En indiquant de ne pas « parler d'infinis », Varignon fait référence aux méprises à l'occasion des publications au *Journal de Trévoux* quatre ans auparavant. En mai 1701, Thomas Gouye (1650-1725) publiait un article critique envers le calcul différentiel et dans lequel il attaquait en particulier la considération d'infinis de tout ordre⁴¹. Leibniz écrit un court article⁴² de réponse dans lequel il explique que la pratique de son calcul n'exige pas de prendre les infiniment petits « à la rigueur » mais seulement comme des quantités aussi petites qu'il faut pour que l'erreur soit moindre que souhaitée. Pour expliquer ce qu'il entend par cette affirmation il use de comparaisons avec des quantités finies. La pratique d'infiniment petits de tout ordre s'apparente à ce qui est en usage par exemple en optique lorsque des rayons qui viennent d'un point lointain sont considérés être parallèles ou encore lorsqu'on estime que le diamètre de la Terre est relativement à la distance des fixes (ou une boule par rapport au diamètre de la Terre) comme un point (est à une ligne). De la même manière, une boule est, par rapport à la distance des fixes, un infiniment infiniment petit. Ces comparaisons sont très proches de celles qu'il utilisait lorsqu'il expliquait son célèbre Lemme des incomparables⁴³. Ce « lemme » suppose qu'il est possible dans un calcul de négliger certaines quantités par rapport à d'autres car elles sont « incomparables ». Pour Leibniz, la quantité incomparable est celle qui peut être considérée aussi petite pour que l'erreur soit moindre que toute erreur donnée⁴⁴. Il ne fournit pas des critères qui permettraient de décider ce qui doit être négligé. En fait, la décision est laissée à l'appréciation du mathématicien pendant la résolution calculatoire de son problème.

Les académiciens – qu'ils attaquent ou défendent le calcul différentiel – s'étonnent que Leibniz soutienne qu'une différentielle est une quantité fixe et déterminée car c'est ainsi qu'ils interprètent les comparaisons avec des grandeurs finies, introduites dans l'article du

40 AIII 9, 549.

41 T. Gouye : « Nouvelle méthode pour déterminer aisément les rayons des développées dans toute sorte de courbe algébrique. Par Monsieur Jacques B. Acta Eruditorum, Mensis Novembris anni 1700. Lipsiae », in : *Mémoires de Trévoux*, Mai-Juin 1701, p. 422-430.

42 Leibniz : *Mémoire de Mr Leibnitz*.

43 G.W. Leibniz : « Tentamen de motuum coelestium causis », in : *Acta Eruditorum*, février 1689, p. 82-96

44 « Itaque si quis nolit adhibere infinite parvas, potest assumere tam parvas quam sufficere judicat, ut sint incomparabiles, & errorem nullius momenti, imo dato minorem, producant », Leibniz : *Tentamen*, p. 85.

*Journal de Trévoux*⁴⁵. Leibniz reformule une réponse qui est publiée en mars 1702⁴⁶. Il y introduit sa célèbre formule de « fiction bien fondée » pour caractériser les différentielles. Cette réponse clarifie et apaise les inquiétudes des académiciens concernés⁴⁷. Face à ces antécédents que je viens de rappeler, Varignon veut avant tout éviter un autre épisode de ce type, comme sa mise en garde impérative « sans parler d’infinis », le montre.

Ainsi, dans le mémoire qui accompagne la lettre, Varignon prend soin de formuler très précisément six demandes. Elles concernent les critiques d’ordre strictement technique que Rolle avait développées dans les articles XI et XIV de *Remarques* (voir *supra*). Il demande de confirmer que Saurin a réfuté correctement toutes ces critiques lors de sa réponse publiée au *Journal des Sçavans* du 23 avril 1705⁴⁸. Il indique précisément les pages de l’article où ont lieu ces réfutations⁴⁹. Il ajoute qu’il serait aussi de bon aloi d’annoncer « quelque chose dans les actes de Leipsik ».

Leibniz réagit prestement à la demande de Varignon dès qu’il reçoit l’article de Saurin du 23 avril 1705. Dans la lettre du 27 juillet⁵⁰, il explique que bien qu’il « n’aime pas les contestations », il a rédigé une attestation. Cependant, il décide aussi de son propre chef d’écrire à Bignon et à Gallois⁵¹. Il souhaiterait que l’attestation soit transmise à Bignon mais sans être, dans un premier temps, publiée. Pour obtenir justice contre les accusations de Rolle, Leibniz ne souhaite pas suivre à la lettre la demande de Varignon. Il insiste à procéder dans cet ordre : d’abord solliciter de manière privée Bignon et Gallois – probablement car ils sont des plus représentatifs de l’autorité de l’institution académique –, puis, si par ce biais rien n’est obtenu, renoncer à la reconnaissance académique et solliciter la République des lettres⁵².

4. *Puisque des personnes que j’estime beaucoup*

4.1) Leibniz interpelle l’Institution

45 La réponse de Leibniz est suivie d’ailleurs d’un commentaire en italique qui est presque une demande de réponse : « Quelques géomètres, qui ont examiné avec beaucoup de soin l’analyse des infiniment petits de Mr. Le Marquis de l’Hôpital, & qui font même profession de suivre sa méthode, disent qu’il y faut prendre l’infini à la rigueur, & non pas comme Mr. Leibnitz l’explique icy », Leibniz : *Mémoire de Mr Leibnitz*, p. 271.

46 Leibniz : *Extrait d’une lettre*.

47 *DBJB*, 2, p. 312.

48 AIII 9, 550-551.

49 Les six points concernent l’exactitude de la solution concernant la quartique et son point double publiée par Saurin dans les articles du 3 août 1702 ou du 23 avril 1705 au *Journal des Sçavans*, le fait de substituer avant ou après avoir appliqué l’article 163, le fait de remplacer $\frac{dy^2}{dx^2}$ par $\frac{1}{8}$, la manière de différencier une seconde fois, la considération de courbes de sous-tangentes. Toutes ces critiques sont réfutées par Saurin dans son article du 23 avril 1705, Saurin : *Defense*, p. 249-251 et p.255-256.

50 AIII 10, 32, Vorausedition, 7.10.2020.

51 Lettre de Leibniz à Varignon le 27 juillet 1705, A III 10, 32, Vorausedition, 7.10.2020. Les lettres à Bignon et à Gallois se trouvent respectivement en AI 24, 837 et AIII 10, 46-55, Vorausedition, 7.10.2020.

52 AIII 10, 32, Vorausedition, 7.10.2020.

Leibniz envoie deux lettres fin juillet, une à Bignon, l'autre à Gallois. Ses deux correspondants, ne jouant pas le même rôle dans l'Institution, Leibniz n'espère pas de chacun d'eux le même type d'intervention dans ce conflit. Ainsi, il ne s'adresse pas à l'un et à l'autre de la même manière. La lettre à Bignon est plus courte. Leibniz ne s'attache pas à développer trop longuement des arguments mathématiques ou métamathématiques, probablement car Bignon n'est pas mathématicien. Il n'en demeure pas moins que des similitudes existent. Par exemple, dans les deux lettres, Leibniz commente les critiques adressées à son calcul concernant sa valeur apodictique. Ce commentaire s'adresse tout particulièrement à Gallois que Leibniz honore dans sa lettre de en le qualifiant de « zélé » de la « conservation de la Geometrie dans son ancienne pureté ». Leibniz souligne que c'est en effet le sort des nouvelles méthodes, qui en raison de leur nouveauté, sont susceptibles d'être amenées à être justifiées. Dans la lettre à Bignon, pour illustrer cette affirmation, il cite la Géométrie des indivisibles de Cavalieri puis l'analyse de Descartes dont on reprochait, comme pour son calcul, de ne pas être « assez demonstrative ». En citant ces exemples de prestige dont l'histoire montre qu'ils ont eu reconnaissance de leur valeur apodictique, Leibniz souhaite probablement suggérer que ce devenir sera aussi celui de son calcul. D'ailleurs, lui-même se place du côté de la rigueur, admiratif de mathématiciens qui, comme par exemple Proclus ou Roberval, ont « voulu démonstrer les Axiomes d'Euclide »⁵³. Il juge utile que l'on démontre à la manière des Anciens toutes les découvertes que son calcul a produites. Dans tous les cas, ce genre de critiques ne peut, selon l'esprit optimiste de Leibniz, qu'aider au bien-fondé de son calcul puisqu'elles donnent « occasion à quelque éclaircissement ».

Cependant, dans le cas de la mésentente entre Rolle et Saurin, Leibniz assure péremptoirement que les critiques adressées à Saurin ne sont absolument pas de cet ordre. Elles relèvent de règles ordinaires des mathématiques que le calcul algébrique a emprunté en partie aux axiomes géométriques et dont le calcul différentiel, en tant que calcul, hérite :

« Elles reviennent à dire en effet qu'en maniant ce nouveau Calcul des infinitesimales, on ne doit point avoir la liberté d'y joindre les axiomes et opérations de la Geometrie et de l'Analyse ancienne, qu'on ne doit pas substituer *aequalibus aequalia*, qu'on ne doit point dire que deux quantités égales les quarrés sont egaux aussi⁵⁴, et des choses semblables. »⁵⁵

⁵³ AIII 10, 47, Vorausedition, 7.10.2020.

⁵⁴ Il fait référence notamment ici au fait d'avoir substituer $\frac{1}{8}$ à $(\frac{dy}{dx})^2$.

⁵⁵ AI 24, 838.

La même remarque est déclarée dans la lettre à Gallois⁵⁶. Ainsi, Leibniz prie Bignon et Gallois de condamner ces objections malheureuses qui s'opposent « à des vérités de dernière évidence », en insistant, surtout auprès de Bignon, sur les conséquences néfastes qu'une absence d'intervention judiciaire aurait sur l'harmonie de la communauté institutionnelle et le public en général :

« Il s'agit seulement de savoir si on ne l'a pas combattu icy d'une maniere tout à fait indigne. Et s'il n'est de l'intérêt de la justice et des sciences, qu'un si mauvais exemple ne passe pas, apres l'establissement d'une société si autorisée, et sous ses yeux.

Le public vous aura l'obligation d'avoir arrêté un abus, capable d'infecter les sciences mathematiques qui en ont esté les plus exemtes. »⁵⁷

Bien que Leibniz avance un argument dans le but de convaincre le président de l'Académie, il ne s'agit pas à mon sens d'un simple stratagème. Leibniz n'est pas nécessairement contre les différents scientifiques, au contraire, il considère qu'ils conduisent souvent à des discussions utiles à l'avancement des sciences. Cependant, il juge que le différend avec Rolle est non seulement illégitime mais abusif. De la sorte, continuer à nourrir des discussions concernant cette affaire est non seulement stérile pour la République des lettres mais polluant⁵⁸.

La lettre à Gallois est particulièrement intéressante. Leibniz avait correspondu avec ce dernier entre 1672 à 1692 mais il s'agit d'un échange presque unilatéral puisque Gallois ne lui avait répondu qu'une seule fois⁵⁹. L'examen des lettres montre que Leibniz considère Gallois comme un interlocuteur au fait des mathématiques⁶⁰. Il en est de même dans la lettre de fin juillet 1705. Leibniz revient sur les difficultés soulevées par sa réponse au *Journal de Trévoux* en novembre-décembre 1701. Comme il a été vu, cette réponse avait créé confusion entre les membres de l'Académie royale, et c'est pour cette raison que Varignon lui a fait la demande expresse de ne pas reprendre les idées qu'il y développait.

⁵⁶ « ces objections qui me paroissent des moins excusables puisqu'elles reviennent à refuser à ce qui manient le Calcul nouveau, la liberté de se servir des axiomes et des opérations les plus receues de la Geometrie ordinaire », AIII 10, 48, Vorausedition, 7.10.2020.

⁵⁷ AI, 24, 840.

⁵⁸ Dans la lettre du 4 septembre 1699, il explique à James Cressett : « Vous avés bien raison de dire que les contestations entre les personnes studieuses sont utiles, et servent à l'avancement des sciences : mais quand on n'y observe pas les loix de l'honesteté, elles nuisent plus qu'elles ne servent, et decrient les sciences, en faisant voir, que ceux qui s'y adonnent n'en deviennent point meilleurs », AI, 17, 439. Au sujet de Leibniz et les controverses, on pourra consulter M. Dascal : (ed) : *The Practice of Reason. Leibniz and his Controversies*, Philadelpia 2010.

⁵⁹ AIII, 4, 13.

⁶⁰ Leibniz écrit plusieurs lettres à Gallois entre 1676 et 1692. Il n'hésite pas à lui soumettre des écrits mathématiques épineux comme ceux des séries des inverses des nombres figurés (*Accessio ad arithmetica infinitorum*, AIII 1, 1-20) ou de la quadrature arithmétique du cercle, AIII 1, 355-363.

Tout d'abord, Leibniz reprend la signification des « différences infinitésimales ». Elles sont présentées comme les « modifications » des grandeurs assignables. Par grandeurs assignables, il entend des grandeurs finies, comme l'exemple des ordonnées des courbes, qui suit immédiatement, en témoigne⁶¹. Ces modifications de grandeurs assignables procèdent de manière inassignable, continuellement et « sans faire aucun saut ». De même, puisque ces modifications peuvent être continuellement inégales, elles auront des accroissements appelés différences secondes, et ainsi de suite, de « degré » en « degré ». Ces « degrés des grandeurs » sont, écrit-il, hétérogènes entre eux. Ils sont ceux dont le calcul demande « leurs élisions » pour abréger : « en négligeant les grandeurs ou différences inférieures par rapport à celles qui sont supérieures (...) »⁶².

En fait, le procédé calculatoire qui consiste à négliger des quantités par rapport à d'autres n'est pas propre au calcul de Leibniz et, dans ce sens, cette question n'est pas nouvelle. En effet, les méthodes algorithmiques de recherche de tangentes – celle de Fermat ou de Barrow par exemple – ont pour la plupart une étape de ce type. Les mathématiciens du XVII^e siècle appellent cette dernière par « l'élision des homogènes » mais ils ne la justifient que par détours ou pas du tout⁶³. Ici, afin de mieux faire comprendre ce qu'il entend par « degrés de grandeur » et comment on procède à leur élision, Leibniz soutient que

« toutes ces grandeurs de divers degrés sont d'une même dimension c'est à dire des lignes dans le cas dont je parle [ordonnées de courbes], et jamais des points indivisibles »⁶⁴.

Il introduit ici une distinction importante entre la notion de dimension et la notion d'hétérogénéité. Les infinitésimales de tout degré sont de même dimension que leur grandeur assignable bien qu'elles leur soient hétérogènes. Elles sont incomparables par degré. Leibniz conseille de concevoir les infinitésimales d'un certain degré par rapport à celles d'autres degrés, non pas comme « infiniment moindres » mais comme « moindres incomparablement ». Ce choix est à interroger. Tout d'abord, il est probable que Leibniz veuille éviter d'utiliser des termes renvoyant à la notion d'infini. Cependant, choisir l'expression « incomparablement moindre » peut aussi sembler oxymorique. En effet, le terme « moindre » renvoie justement à la notion de comparabilité et ainsi cette expression

61 Dans le brouillon de sa lettre, Leibniz avait écrit le terme « ordinaire » qu'il a barré pour le remplacer par « assignable ».

62 A III, 10, 50, Vorausedition, 7.10.2020.

63 Bella : *De la géométrie et du calcul*, p. 41-100 et p. 181-192.

64 AIII 10, 51, Vorausedition, 7.10.2020.

manquerait de cohérence⁶⁵. Il me semble qu'il n'en est rien : bien que cette expression exprime le caractère hétérogène (et donc l'impossibilité de comparaison de mesure), elle indique cependant un type de relation, celle des « degrés » à l'intérieur d'une dimension. La mise en lumière de ce type de relation est cruciale car elle est, selon Leibniz, le principal soubassement des élisions qui ont lieu lors de l'application du calcul. Immédiatement après avoir effectué cette remarque, Leibniz reprend des analogies du même type que celles introduites au *Journal de Trévoux* en novembre-décembre 1701. Les reprendre est risqué car elles avaient provoqué des méprises épineuses. Mais cette fois-ci, en faisant appel à ces analogies, Leibniz veut souligner non seulement qu'elles ne reposent pas sur la petitesse de grandeur mais surtout qu'elles s'appuient sur la notion de degrés d'incomparabilité à l'intérieur d'une même dimension.

La loi des homogènes (*Homogenea homogeneis*) assure que les égalités portent sur des quantités de même dimension. Ainsi, en algèbre, la notion d'hétérogénéité est considérée uniquement du point de vue de la notion de dimension. Leibniz soutient que l'Analyse des infinis introduit une autre notion d'incomparable, à l'intérieur de la notion d'hétérogénéité et de celle de dimension, tout en garantissant son traitement par le calcul. Dans cette lettre, il désigne par la « loix des homogenes de l'Analyse des infinitesimales »⁶⁶ celle qui assure la légitimité des élisions de son calcul. Cette loi permet de négliger des grandeurs ou différences dont le degré est supérieur.

L'introduction de ces distinctions permet à Leibniz de revenir sur la question de l'exactitude de son raisonnement qui, basé sur la notion d'incomparabilité, est, selon lui, aussi rigoureux qu'un raisonnement à la manière d'Archimède⁶⁷. Ces lignes renvoient au début de ses deux lettres où il célébrait les preuves rigoureuses à la manière des Anciens et où il déclarait qu'on « n'auroit plus d'usage qu'on ne pense » à démontrer à l'ancienne les résultats obtenus par son calcul.

En produisant des distinctions faisant intervenir les notions de dimension et d'hétérogénéité, Leibniz apporte des nouvelles clarifications au lemme des incomparables

65 Ishiguro : *Leibniz's Philosophy of Logic and Language*, Cambridge 1990, p. 88.

66 Leibniz établit une analogie entre les puissances des sommes et les différenciations des produits aux alentours de 1691 : de la même manière que lorsqu'on développe la puissance d'une somme, on obtient des monômes en degré, lorsqu'on effectue une différenciation d'ordre n , on obtient le même degré de différenciation dans les termes obtenus. Il en fait part à Jean Bernoulli et à L'Hospital en 1695, AIII 6, 504. Des manuscrits de cette époque attestent de sa découverte qu'il nomme « *Lex Homogenorum in Transcentibus* », LH 35, 8, 9, fols.3, 8, 10. Leibniz constitue cette loi par un raisonnement de type combinatoire. Leibniz fait allusion à cette nouvelle loi dans au moins deux textes contemporains de la lettre à Gallois : *Quaestio de jure negligendi quantitates infiniti parvas*, LH 35, VIII, 21, fol. 1v°, Appendice de Pasini : *La Nozione*, p. 41 et *Mathesis universalis*, LH 35, 1, 30, fol. 6v°, G.W. Leibniz : *Mathesis universalis écrits sur la mathématique universelle*, textes introduits, traduits et annotés sous la direction de David Rabouin, Paris 2018, p. 144. Dans ces deux textes, Leibniz n'introduit cependant pas comme ici la nuance entre dimension et hétérogénéité.

67 AIII 10, 51, Vorausedition, 7.10.2020.

qu'il cite si souvent⁶⁸. C'est d'autant plus intéressant que, dans les mêmes années, en s'adressant au public parisien, Leibniz a tendance à abandonner l'argument selon lequel les règles de son calcul, régies par le lemme des incomparables, peuvent être justifiées à la manière d'Archimède. En effet, à partir de 1702, Leibniz change de stratégie et propose des justifications faisant appel au principe de continuité⁶⁹. Cette stratégie ne fait pas intervenir le même type de considérations sur le statut des différentielles que la première.

4.2) L'attestation de Leibniz

La lettre de Bignon devait être accompagnée d'une copie de l'attestation. Leibniz oublie de joindre l'attestation mais corrige cette maladresse en l'envoyant, quelques jours plus tard à Jacques Lelong⁷⁰ qu'il sait côtoyer fréquemment Varignon⁷¹. J'ignore cependant si finalement cette attestation a été transmise à Bignon. J'ignore également s'il s'agissait de la version latine ou française⁷². Lelong a transmis l'attestation à Varignon dès sa réception, mais il n'est pas certain que ce dernier l'ait transmise à Bignon, conjointement à la lettre. Dans tous les cas, cette attestation s'adresse aux savants parisiens dont Bignon fait indubitablement partie.

Les deux versions de l'attestation sont très proches, à ceci près que la version latine contient une partie finale dans laquelle Leibniz atteste un par un les six points que Varignon dans son mémoire joint à la lettre à Leibniz avait indiqués comme devant être traités. Mise à part cette différence, toutes les deux se structurent en deux parties bien distinctes. Dans la

68 Un article de Herbert Breger apporte des clarifications à ce sujet en inventoriant, parmi les mathématiciens antérieurs à Leibniz, les utilisations du terme « incomparable » dont Leibniz s'est probablement inspiré. Il fournit également des hypothèses de ce que Leibniz entend par « incomparable » à la lumière principalement de textes publiés et en lien avec le calcul différentiel. Ce travail constitue une première étape incontournable pour comprendre comment Leibniz investit la notion d'incomparable, mais il me semble également crucial de consulter d'autres textes inédits à caractère mathématique ou philosophique dans lesquels cette notion apparaît liée à d'autres contextes que celui du calcul différentiel. H. Breger : "On the grain of sand and heaven's infinity", in: « Für unser Glück oder das Glück anderer: Vorträge des X. Internationalen Leibniz-Kongresses, Hannover, 18.-23. Juli 2016 », vol. 6, édité par L. Wenchao, Hildesheim 2017, p. 63-79. Dans le texte *Scientia mathematica generalis*, LH 35, I, 9, Leibniz : *Mathesis universalis*, p. 189-214, Leibniz dresse une taxinomie des quantités non homogènes. Pour ce faire, il observe qu'il est difficile de comparer les choses hétérogènes entre elles et que souvent on les compare de « manière lâche », par exemple, lorsqu'il est dit que l'angle de contact est plus petit que tout angle rectiligne. Cette situation, affirme Leibniz, a « tourmenté jusqu'à présent les mathématiciens », en témoigne la controverse entre Clavius et Peletier, puis Viète. Mais c'est parce qu'ils ne « considéraient pas la différence des manières d'estimer » entre les deux cas : les deux quantités peuvent être estimées par elles-mêmes mais ne sont pas comparables (sinon on pourrait passer par transition continue de l'une à l'autre). Leibniz établit des distinctions plus « raffinées » [*exquisita*] à l'intérieur des quantités hétérogènes ou incomparables. Il introduit la notion d'homogones [*homogona*], comme la ligne et la surface car la première est la limite externe de la deuxième par une transformation continue, et la notion d'homothètes [*homotheta*] qui correspond à la relation entre l'angle de contingence et l'angle rectiligne : l'angle de contingence ne peut pas être considéré comme une limite externe de l'ensemble des angles rectilignes par une diminution continue mais il a une position semblable, *ibid.*, 4r^o.

69 Rabouin et Arthur.

70 Jacques Lelong fait partie du cercle de Malebranche. Il est bibliothécaire de l'Oratoire.

71 AI 24, 463.

72 Il est possible que Leibniz ait pris soin de fournir une attestation en français à l'attention de son correspondant. Mais il se peut aussi que cette version ait été destinée à un journal en langue française. Ces deux hypothèses ne sont d'ailleurs pas inconciliables.

première Leibniz règle efficacement quelques aspects techniques des critiques de Rolle. Dans la deuxième, il expose ce qui constitue la portée conceptuelle de l'article 163 et qui fait l'intérêt épistémologique du texte⁷³.

Pour faciliter la lecture, Leibniz note par v , $3y^2 - 12y - 2x + 16$, et par z , $y^3 - 6yy + 8y - 6xy + 12x$, de sorte que $\frac{dy}{dx} = \frac{3y^2 - 12y - 2x + 16}{y^3 - 6yy + 8y - 6xy + 12x} = \frac{v}{z}$. Il est question de justifier pourquoi v et z ne doivent pas être interprétés comme des « riens » mais comme des « évanescents » lorsque x et y deviennent égaux à 2, c'est-à-dire lorsque ce quotient devient l'expression « $\frac{0}{0}$ ». Leibniz veut montrer la supériorité de son calcul qui, contrairement à l'algèbre ordinaire, est capable d'interpréter et traiter cette expression. En effet, avance Leibniz, $\frac{0}{0}$ est indéterminable si on « demeure en ces termes », c'est-à-dire dans le cadre de l'algèbre⁷⁴. En effet, chacune des égalités

$$\frac{0}{0} = 1 ; \frac{0}{0} = 2 ; \dots \frac{0}{0} = b$$

est vraie puisqu'en multipliant chacun des membres de chacune des équations par 0, cela donne

$$0 = 1 \times 0, 0 = 2 \times 0, \dots 0 = b \times 0$$

ce qui est vrai en raison de la caractérisation algébrique de 0 : « quelque grandeur ou nombre qu'on puisse multiplier par 0, il provient toujours 0 ».

Ainsi, il n'est pas possible de conclure si la fraction est égale à 1, 2 ou plus généralement à b ⁷⁵. En prenant v et z pour des riens, « on n'apprend rien » [*ex quibus nihil discemus*] de ce rapport. Le cadre algébrique ne permet donc pas de donner sens à l'expression $\frac{0}{0}$, sens pourtant indispensable pour résoudre le problème de la quartique.

Il est important de souligner qu'à aucun moment Leibniz prétend que, lorsque $x = 2$ et $y = 2$, v et z ne *sont* pas des riens mais que pour que le calcul soit efficient, il ne faut pas les *prendre* pour des riens. Avoir à les considérer autrement que comme des riens est donc un impératif lié à une pratique calculatoire (et non pas ontologique) : « il faut les prendre [v et z] pour des grandeurs naissantes ou évanouissantes ». Les grandeurs naissantes ou évanouissantes sont celles qui diffèrent du rien de manière inassignable⁷⁶. Bien qu'elles ne

73 Ce texte a été analysé récemment, nous reprenons ici les principaux intérêts, S. Bella, « De l'intraitable à l'indéterminé : entre calcul et géométrie, réflexions leibniziennes autour de $\frac{0}{0}$ (1700-1705) », in : « Mathématique et philosophie leibniziennes à la lumière des manuscrits inédits », *Cahier thématique de Philosophia Scientiae*, 25-2, juin 2021, p. 3-27.

74 C'est-à-dire si on entend anachroniquement « 0 » comme l'élément absorbant pour la multiplication

75 Gotha FB A 448-449, 42ro, Leibniz : *Sentiment de Mr Leibnitz*, p. 38, LH 35 7, 9, fol. 2.

76 « a nihilo inassignabiliter differentibus », *ibid.*

soient pas assignables, elles se trouvent être quelque chose d'existant et non pas un rien absolu⁷⁷.

Un dernier commentaire vient justifier le résultat final de l'article 163 qui ordonne de prendre, à la place du quotient du numérateur et du dénominateur qui deviennent nuls, le quotient de leurs différentielles. En effet, la grandeur z , naissante ou évanouissante, est « autant que son dz » parce que z ne différant du rien que de manière inassignable, sa première ou ultime différence infinitésimale, existant au même moment, coïncide avec elle⁷⁸.

Ces développements permettent à Leibniz de conclure que seul le calcul différentiel, à l'aide de la notion de différentielles/évanescents, est à même de fournir une interprétation à l'expression $\frac{0}{0}$, apparue dans la configuration du point double. L'explication de l'article 163 montre ainsi la supériorité de son calcul par rapport à l'algèbre.

5. Publications et dénouements

5.1) Premiers dénouements

Aux dires de Lelong⁷⁹ et de Varignon⁸⁰, l'intervention écrite de Leibniz aurait influencé Bignon qui le 8 août 1705 nomme une commission pour juger du différend entre Rolle et Saurin. La commission est composée de Gallois (directeur), Cassini, Gouye, Fontenelle et La Hire⁸¹. Gouye et La Hire ne sont pas très favorables à l'introduction du nouveau calcul, sans parler de Gallois. Un tel choix de composition peut faire difficilement espérer un verdict favorable au camp des défenseurs du calcul. Peu après leur nomination, chacun transmet à Bignon son jugement par écrit mais ce dernier ne l'a pas encore rendu public, parce que, d'après Lelong, « il parroit qu'il vaut sauver l'honneur de M^r Rolle »⁸². Leibniz ne montre pas d'inquiétude car il considère qu'il ne s'agit pas ici de juger de la « bonté de notre calcul » mais d'un usage particulier, et il ne craint, ni la position de La Hire « qui ne voit que trop de bonté dans notre calcul », ni de celle de Gallois⁸³.

Si la lettre à Bignon a fait réagir ce dernier positivement, la lettre de Gallois, en revanche, « a pensé tout gêner »⁸⁴. Selon Varignon, le propos de Leibniz a été biaisé :

77 « ubi adhuc aliquid aut jam aliquid rei adest, etsi assignabile non sit », *ibid.*

78 « Porro quantitas z , ubi est nascens aut evanescens, idem est quod dz ibidem existens ; (...) cum magnitudo nascens aut evanescens, seipsa a nihilo differat inassignabiliter, primaque adeo seu ultima differentia (infinitesimalis scilicet) coincidat cum termino ipso. », *ibid.*

79 Lettre de Lelong à Leibniz du 5 octobre 1705, AI, 25, 110.

80 Lettre de Varignon à Leibniz du 9 octobre 1705, AIII, 10, 100, Vorausedition, 7.10.2020.

81 *PVARS* 24, 263v^o-264r^o.

82 AI 25, 110.

83 Lettre de Leibniz à Varignon du 6 novembre 1705, AIII, 10, 135, Vorausedition, 7.10.2020.

84 AIII 10, 101, Vorausedition, 7.10.2020.

« On a répandu par le monde que vous y conveniez vous-même que vôtre calcul n'étoit pas démontré. C'est ainsy qu'on a abusé du souhait que vous sembliez faire qu'il le fust à la Manière des Anciens, et qu'on a supprimé ce que vous disiez sur la fin pour le démontrer d'une manière que vous disiez équivalente à celle-là »⁸⁵.

La « manière équivalente à celle-là » est celle qui fait appel à ce que Leibniz a nommé la « loix des homogenes de l'Analyse des infinitesimales ». C'est ce propos qui d'après Varignon a posé problème, lui-même n'en est pas étonné car « Dès que je vis cette Lettre, je previs de l'abus qu'on en pouvoit faire ; mais je n'osay la supprimer »⁸⁶. Varignon considère que malgré son avertissement, Leibniz a abordé une explication « par les infinis ». Dans sa réponse du 6 novembre⁸⁷ ce dernier explique qu'ayant repris le brouillon de sa lettre, il ne voit pas comment on a pu abuser de son propos. Il assure avoir fourni la manière générale de démontrer le calcul mais n'insiste pas davantage auprès de Varignon sur ce point. En revanche, il défend avoir bien mis en avant le fait que tous les résultats de son calcul pouvaient être démontrées « à la façon des anciens per *inscripta et circumscripta*, qui reduisent *ad absurdum* » et surtout sans « mention de l'infini ».

Enfin, le 9 janvier 1706, Fontenelle lit le jugement de la commission⁸⁸. Selon le procès-verbal, le verdict a résumé fidèlement en quinze articles l'ensemble des sentiments rendus secrètement par les cinq membres de la commission. Tout d'abord, Rolle est mis hors de cause : lorsqu'il affirmait que les « méthodes ordinaires » ne permettent pas de résoudre le problème général des tangentes, il n'incluait pas nécessairement le calcul différentiel parmi ces méthodes. Son but était uniquement de montrer que sa propre méthode algébrique parvenait à résoudre de manière générale le problème des tangentes. Ainsi, pour contrecarrer les propos de Rolle, Saurin aurait dû montrer la généralité de sa méthode, issue de l'analyse des infinis. Sur ce point, la commission s'accorde avec Rolle, Saurin, bien qu'il procède de manière « ingénieuse », ne possède pas une méthode générale. La méthode des tangentes de la section 2 de l'*Analyse des infiniment petits*, prise en l'état, est insuffisante pour la résolution générale du problème des tangentes. Par ailleurs, il aurait dû expliquer la fausseté de la méthode de son adversaire. En cela, la commission estime qu'il a reconnu la « bonté et la généralité de la règle de M. Rolle » par « son silence » alors, qu'en revanche, elle juge peu probable que Rolle se soit inspiré du calcul différentiel pour obtenir sa méthode. Enfin, dans

85 AIII, 10, 101, Vorausedition, 7.10.2020.

86 Varignon a lu la lettre avant de la livrer à Gallois puisque Leibniz la lui avait fournie sous cachet volant.

87 AIII, 10, 135, Vorausedition, 7.10.2020.

88 PVARs, 25, 1r^o-4r^o.

le dernier article, la Commission prie les deux adversaires d'adopter un comportement digne de savants et d'honnêtes hommes⁸⁹.

Ce verdict était fort attendu, surtout de la part des défenseurs qui espéraient obtenir réparation. Or, il est peu dire que le calcul différentiel n'apparaît pas spécialement victorieux de cet épisode. Mais, était-il possible d'espérer une autre issue ? Reconnaître les erreurs de Rolle aurait conduit l'Académie à renier l'un de ses membres au profit d'un mathématicien qui, bien que certainement « ingénieux », est étranger à l'institution. Le dénouement, au niveau académique, pouvait difficilement être autre qu'un dénouement motivé par la recherche de l'apaisement institutionnel.

5.2) Les autres attestations et la publication

Trois autres attestations font partie de la publication de 1706.

Celles de Hermann et de Jacques Bernoulli sont écrites dès le mois de mai (respectivement le 21 et le 26 mai) en latin. Contrairement à Leibniz, les attestations de Hermann et de Jacques Bernoulli s'astreignent scrupuleusement à ratifier les six points du mémoire de Varignon afin de récuser les attaques de Rolle⁹⁰.

L'attestation de Jean Bernoulli arrive qu'au premier trimestre 1706 alors que Varignon lui avait fait la demande dès le 30 mai⁹¹. Ce retard peut s'expliquer.

Dans la publication au *Journal des Sçavans* du 3 août 1702, la règle de l'article 163 est ostensiblement attribuée à L'Hospital⁹². Comme on l'a vu plus haut, Jean Bernoulli avait dévoilée de manière privée cette règle à L'Hospital en 1694. Dans la préface de l'*Analyse des infiniment petits*, L'Hospital avait certes reconnu « devoir beaucoup aux lumières de M^{rs} Bernoulli, sur tout à celles du jeune presentement Professeur à Groningue [Jean Bernoulli] »⁹³, mais cette affirmation, probablement intentionnellement générale, ne disait rien sur ce qu'il devait effectivement à Jean Bernoulli. Ainsi, lorsque ce dernier lit que la

89 « Mais si dans cette pensée, ou par telle raison que ce puisse être, ces Mrs continüent leur dispute, ils ne sauroient se repñter trop souvent et trop fortement, Les regles que toutes sortes de Loix imposet. à des Savans cōme à d'honêtes gens ; Le public n'ayant été que trop scandalisé de voir que dans leurs divers Ecrits ils se font abandonez à trop d'aigreur & à des manières trop méprisantes de part et d'autre, ce que souvent même ils y ont trop donné à l'esprit aux dépens de la politesse, de la droiture, et de la bõne foy. C'est surquoy Nous renvoyons Mr Rolle aux Statuts de l'Académie, dont il a l'honneur d'être, & Mr Saurin à son propre cœur, *PVARS*, 25, 4r^o.

90 Nous n'avons pas trouvé de demande d'attestation de la part ni de Leibniz ni de Jean Bernoulli parmi les lettres échangées. Nous ne disposons pas non plus suffisamment de lettres entre Hermann et Varignon pour conclure de manière définitive mais uniquement de manière probable que c'est Varignon qui a fait la demande d'attestations. Dans tous les cas, Hermann et Jacques Bernoulli disposaient d'une copie du mémoire de Varignon puisque leurs attestations suivent chacun des points à traiter. Nous ignorons qui a fait la demande à Jacques Bernoulli.

91 *DBJB*, 3, 151-152

92 « L'illustre Auteur du livre [*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*] résout ce Problème avec cette adresse, & cette facilité qui luy est particuliere », Saurin : *Réponse*, p. 525.

93 *AI*, Préface.

règle est attribuée, cette fois-ci explicitement, à L'Hospital, il devient furieux⁹⁴. Pour mettre les choses au clair, il publie en août 1704 un article dans les *Acta Eruditorum*⁹⁵ concernant l'article 163. Tout en s'attribuant – à juste titre – la règle, il affirme qu'il est possible de la « perfectionner » en itérant au besoin lorsque le quotient résultant reste encore indéterminé. La lecture de cet article irrite Saurin et Varignon. Ils craignent surtout que le terme « perfectionner » ait été mal choisi et qu'il soit mis à profit par Rolle. En effet, ce dernier avait critiqué l'analyse des infiniment petits, car elle avait besoin de « réformes et de suppléments » pour être générale⁹⁶. Deux lettres, l'une de Saurin adressée à Varignon et l'autre de Varignon adressée à Jean Bernoulli et datée du 23 juin 1705, montrent leur exaspération auprès du mathématicien bâlois. Varignon supplie ce dernier de voir comment il pourrait réparer « le tort que vous venez de faire à la Cause commune »⁹⁷. Le 18 juillet 1705, Jean Bernoulli répond avec « beaucoup d'étonnement », il ne comprend pas qu'on prenne « les choses d'un ton si haut »⁹⁸. Après avoir mis en avant sa paternité de l'article 163, il explique que la règle n'est pas défectueuse à cause du calcul différentiel et qu'ainsi Rolle ne pourra pas s'accrocher à cet épisode pour attaquer le calcul. Par la suite, Varignon lui réclamera à plusieurs reprises l'attestation⁹⁹ et ne l'obtiendra qu'en mars 1706¹⁰⁰.

L'attestation de Jean Bernoulli est écrite en français contrairement aux trois autres. Bien que Jean Bernoulli structure son écrit en traitant un à un les six points du mémoire de Varignon, il ajoute des commentaires sarcastiques à propos de la cécité intellectuelle de Rolle¹⁰¹. Le ton était à l'origine encore plus virulent que celui qui apparaît dans la publication : Saurin avertit à la fin de l'attestation qu'il a marqué par des étoiles les propos qu'il a jugés trop impropres aux règles de bienséance¹⁰².

94 Pour la question de savoir si l'*Analyse des infiniment petits* constitue un plagiat des cours de Jean Bernoulli et en particulier sur l'attribution de l'article 163, on pourra consulter : Eneström 1894, Spiess 1947, *DBJB*, 1, 130-166, Bella : *De la géométrie et du calcul*, p. 25-26 et p. 584-588.

95 J. Bernoulli : « Perfectio regulae suae editae in Libro Gall. Analyse des infiniment petits art. 163, pro determinando valore fractionis, cujus Numerator & Denominator certo caso evanescent », in : *Acta Eruditorum*, août 1704, p. 375-380.

96 « Si vous l'eussiez traité, non de perfection, mais d'éclaircissement pour faire voir à M. Rolle que cette règle s'étend beaucoup plus loin qu'il ne pense, vous auriez dit la même chose sans nous faire tort, je veux dire au calcul différentiel, dont on jugera ici par le succès (vray ou apparent) de la dispute qui est sur cela entre M. Saurin & M. Rolle. », *DBJB*, 3, 160, et Saurin « Ce qui me fait de la peine, & qui vous en fera autant qu'à moy, c'est qu'en déclarant le regle defectueuse, & me reprochant de l'avoir faite plus generale qu'elle n'est, il ruine tout le succès que la dispute que j'ay avec Rolle », *DBJB*, 3, 166.

97 *DBJB*, 3, 161.

98 *DBJB*, 3, 167.

99 Lettres du 27 octobre, *DBJB*, 3, 178 et 20 décembre 1705, *DBJB*, , 188.

100 *DBJB*, 3, 191.

101 Les incisives ont en effet comme fil conducteur le thème de la cécité : « qu'il faut être aussi aveugle que M. Rolle pour ne s'en apercevoir pas d'abord » J. Bernoulli : « Déclaration de J. Bernouilly sur les Articles proposés par M. Saurin, concernant la dispute qui est entre lui & M. Rolle », in : Saurin : *Continuation*, 40, « Non seulement c'est une erreur grossiere, mais aussi une opiniâtreté insupportable ; M. Rolle attaque des choses qu'il n'entend pas, c'est un aveugle qui parle des couleurs », *ibid.*, 41, « mais elle ne sera manifeste aux aveugles & aux entêtés tels que M. Rolle », *ibid.*, 41.

102 « On a supprimé dans ce dernier Certificat quelques endroits qui auroient peut-être paru trop forts à ceux qui n'ont pas autant de zèle pour la verité, & pour l'honneur des Sciences que M. Bernouilly ; on a marqué ces endroits par des étoiles. Si

Saurin publie son pamphlet *CONTINUATION DE LA DEFENSE de M. Saurin contre la Replique de M. Rolle publiée en 1703, sous le titre de Remarques touchant le Problème général des Tangentes, &c* avec les quatre attestations qu'il intitule « Sentimens de quelques Geometres celebres, sur le premier article de cette dispute ».

Le tout compte 42 pages. Selon la page de garde, l'impression a été réalisée à « Amsterdam, chés Henry Westein », mais, plusieurs indices montreraient qu'elle ait été faite sans approbation à Rouen¹⁰³.

5.3) Derniers dénouements

Le 19 février 1706, Leibniz se plaint auprès de Lelong de n'avoir toujours pas de nouvelles de la suite de son intervention écrite auprès de Gallois et surtout de Bignon¹⁰⁴. Dans sa réponse du 8 mars, Lelong ne donne pas les détails sur le jugement rendu même s'il affirme sa déception. Il fait part à Leibniz de la publication de Saurin et de son malencontreux sort. En effet, en apprenant que Saurin s'est permis une telle audace, Bignon confisque tous les exemplaires et le menace de lui supprimer sa pension¹⁰⁵. Par ailleurs, aucun journal français ne rend compte du verdict. Le numéro de janvier des *Nouvelles de la République des Lettres* – que Leibniz a lu¹⁰⁶ – en fournit un très bref résumé et ne reprend en fait que le seul dernier article du jugement académique¹⁰⁷. Ainsi, Leibniz est en très grande partie ignorant des détails du jugement, mais malgré ce manque d'information il suppose que le but recherché par Bignon a été l'apaisement plutôt qu'un vrai verdict sur des résultats mathématiques : « *magis morale quam mathematicum* », résume-t-il à Jean Bernoulli¹⁰⁸.

Comme il a été dit plus haut, une inconnue demeure : il n'est pas certain que Bignon ait lu l'attestation de Leibniz au même moment que la lecture de la lettre qui lui était adressée fin juillet 1705. Ni lui, ni Gallois n'ont répondu à Leibniz. Le 19 août 1706, Leibniz écrit directement à Bignon. Il lui apprend qu'il a pris connaissance de « l'espèce de décision » de

M. Rolle ou ses amis nous soupçonnoient de les avoir supprimés par des raisons contraires ; ils pourront se désabuser en voyant l'original, que nous sommes prêts à leur montrer toutes les fois qu'il leur plaira », *ibid.*, 42.

103 Malebranche avait également publié un ouvrage sous couvert de l'imprimeur « Henry Westein » en 1704 [Malebranche 1704], mais l'impression avait en fait été réalisée à Rouen. De fait, il existe bien un imprimeur à Amsterdam au nom de « Wetstein » (c'est-à-dire Westein avec une lettre supplémentaire). Il est donc très probable que « Westein » soit tout simplement un prête-nom pour un imprimeur rouennais (Wetstein travesti). Il serait aussi possible mais sans certitude que l'imprimeur de l'ouvrage de Malebranche soit le même que celui de Saurin. Nous remercions Dr. Charlotte Wahl et Dr. Siegmund Probst de ces indications précieuses.

104 AI 25, 633-634.

105 AI 25, 702.

106 GM III, 789.

107 « les Commissaires nommez pour examiner le différent qui étoit entre Mr Saurin et Mr Rolle sur les infiniment petits, prononcèrent leur jugement, & renvoyèrent dit-on Mr Rolle, aux statuts de l'Académie qui ordonnent qu'on dira les choses avec ménagement ; & à l'égard de Mr Saurin à son bon cœur », *Nouvelles de la République des Lettres*, janvier 1706, p. 120.

108 GM III, 794.

l'Académie par le journal hollandais. Sans qu'aucun reproche ne soit adressé à Bignon, Leibniz explique que la « bonne émulation » consiste à, soit redémontrer les résultats à la manière des anciens, soit à inventer des nouvelles méthodes ou perfectionner les présentes¹⁰⁹. Bien que Leibniz n'écrive pas que c'est exactement ce qu'il pense que Rolle ne fait pas, l'implicite est patent. La réponse de Bignon sera aussi sincère que son rôle de directeur de l'Académie le lui permet :

Je suis persuadé comme vous que la dispute qui étoit entre M^{rs} Saurin et Rolle, ne pouvoit aboutir à rien davantageux et l'academie a pris un fort bon parti en la faisant cesser sans se commettre. »¹¹⁰.

Cette position immanquablement modérée fait probablement renoncer Leibniz à insister sur son point de vue auprès de Bignon et lui fait conclure à la lettre suivante :

Il est bon au moins que la dispute entre vos Geomestres a esté terminée sans que la verité en ait souffert¹¹¹.

5. Remarques conclusives

Une manière de comprendre la querelle des infiniment petits consiste à introduire l'opposition entre Anciens et modernes. Ainsi, le camp des partisans du calcul serait constitué de mathématiciens audacieux qui auraient pressé, en toute légitimité, la diffusion du nouveau calcul, a contrario, les mathématiciens du « vieux stile » freineraient l'introduction de toute idée nouvelle, au risque sinon de faire tomber la géométrie dans l'inexactitude. Cependant, à y regarder de près, les choses sont plus compliquées. Tout d'abord, il n'est pas inutile de rappeler que les acteurs reconnaissent unanimement la manière des anciens comme celle qui est la première garante de l'exactitude d'une démonstration. La question est plutôt de savoir de quelles façons le mathématicien considère les autres méthodes, qu'elles soient ou non calculatoires, quant à leur valeur démonstrative, et si cela nécessite de se référer à la manière des anciens. En suivant cette dernière remarque, on voit apparaître dans le camp des opposants une hétérogénéité qui n'a pas suffisamment été soulignée, et dont la lecture est rendue plus aisée si l'on suit le type de critiques qui est adressée au calcul de Leibniz. En effet, ce dernier reçoit au moins deux types de critiques : celles qui sont adressées de manière

109 AI 26, 406.

110 AI 26, 574.

111 AI 27, 156.

générale aux méthodes infinitistes car elles manipulent des infinis, puis celles qui sont dirigées à l'encontre des méthodes calculatoires en raison de leur usage de caractères symboliques. Ainsi, ce que chacun, La Hire, Rolle, Gouye ou encore Gallois, peut reprocher au calcul de Leibniz n'est pas du même acabit, mais l'union de leurs arguments produit une force qui est à l'origine de l'opposition à l'introduction du calcul différentiel et qui a provoqué la crise académique.

Leibniz est l'inventeur d'un tout nouveau calcul qu'il rend public. Cette publicité implique de montrer son bien-fondé auprès de ses pairs. La tâche n'est pas simple car il doit convaincre que sa méthode s'inscrit, premièrement dans une continuité de pratiques, et, deuxièmement, qu'elle est équivalente à une démonstration à l'ancienne. Probablement en raison de ses qualités diplomatiques, Leibniz est sensible aux affinités et aux positions de chacun lorsqu'il intervient pour défendre son calcul. En témoignent ses interventions publiques ainsi que ses échanges épistolaires dont les deux lettres qui ont été analysées ici sont particulièrement significatives.

Lorsque Varignon lui demande d'intervenir, il souhaite une intervention bien réglée, qu'il oriente : il s'agit d'attester de la véracité des six points qu'il a rédigés précisément. Cependant, l'intervention de Leibniz ne s'astreint pas à cette recommandation. Son attestation, contrairement à celles des trois autres mathématiciens, ne se réduit pas à acquiescer aux six points mais constitue une justification de son calcul qui serait à rapprocher d'autres textes contemporains (*Justification du Calcul des infinitésimales par celui de l'Algèbre ordinaire* et *Defense du calcul des Differences*). La différence entre l'analyse des infinis et l'analyse ordinaire est que la première introduit des entités qui permettent de faire des calculs, là où la deuxième échoue inexorablement. Dans *Sentiment de Monsieur Leibnitz*, ces entités sont présentées comme des « grandeurs évanescences », terminologie qui n'est pas sans rappeler celle de Newton dans les *Principia*¹¹². Il ne s'agit pas de s'intéresser à l'existence de ces entités, que Leibniz a auparavant nommé « fictions bien fondées », mais de les « prendre » pour autre chose que des « purs riens ». La stratégie consistant à faire appel à la notion d'évanescents est celle qu'il choisit définitivement auprès du public parisien. Il est à remarquer que ses interventions ont trop souvent été interprétées comme s'adressant presque exclusivement aux adversaires du calcul, sans pointer suffisamment que ses réponses s'adressaient aussi à ses défenseurs qu'il n'a toutefois pas réussi à convaincre en tout point. Mais, dans la lettre à Gallois, de manière privée, sa justification prend une autre forme qui fait

¹¹² Arthur, p. 19

appel à la notion d'incomparable et à la nouvelle loi des homogènes transcendantale qu'il a forgée.

Faut-il penser qu'aux détours de ces différentes justifications, Leibniz cherche davantage à répondre aux critiques, coûte que coûte, qu'à construire une théorie cohérente fondant son calcul ?

Je voudrais affirmer qu'il n'en est rien. Les différentes notions convoquées dans ses justifications permettent à Leibniz d'adapter son discours à qui veut et peut l'entendre. Mais ce qui semble être des tâtonnements de la part de Leibniz me semble devoir être interprété comme une recherche, hélas non achevée de son vivant, d'une théorie cohérente pour le fondement de son calcul, au-delà de ses interlocuteurs, dans laquelle les différentes notions convoquées – incomparable, inassignable, évanescent – peuvent être chacune lue et comprise à partir des autres. C'est en tout cas ce qui est au cœur du texte contemporain *Cum Prodiisset*.

L'analyse de cet épisode illustre que de manière générale l'acceptation du calcul leibnizien à l'Académie royale des sciences ne dépendait pas exclusivement d'arguments logiques ou de critères internes à la discipline, qu'il n'était pas nécessaire non plus de partager une philosophie des mathématiques, mais que l'obtention d'un consensus est le résultat de débats d'ordre philosophique mais aussi fortement politique.

Dr. SANDRA BELLA,

Agrégée de mathématiques, Post-doctorante ANR *Mathesis*, Laboratoire Sphère, Université de Paris, Bâtiment Condorcet, 5 rue Thomas Mann, 75013 Paris, bellusky@hotmail.com