

# Contrôle optimal de condensats de Bose-Einstein dans un réseau optique

Nathan Dupont

# ▶ To cite this version:

Nathan Dupont. Contrôle optimal de condensats de Bose-Einstein dans un réseau optique. 2022. hal-04000756

# HAL Id: hal-04000756 https://hal.science/hal-04000756

Submitted on 22 Feb 2023  $\,$ 

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License







# Contrôle optimal de condensats de Bose-Einstein dans un réseau optique

#### Nathan Dupont

15 décembre 2022

Laboratoire Collisions Agrégats et Réactivité, Toulouse Thèse encadrée par David Guéry-Odelin

#### Introduction

- Thèse expérimentale dans le domaine des gaz quantiques :
  - accès immédiat au comportement quantique de la matière,
  - réalisation de potentiels lumineux sans défauts,
  - grand degré de contrôle sur le système.
- Systèmes idéaux pour la simulation quantique. Réalisations récentes :



#### Introduction

Notre système :

• Condensat de Bose-Einstein (CBE)



• Réseau optique uni-dimensionnel



 $\rightarrow$  Onde de matière "géante" ( $\sim 1~\mu\text{m}$ )  $\rightarrow$  Potentiel sinusoïdal contrôlable créé par peuplée de manière cohérente par un nombre l'interférence de deux faisceaux laser. macroscopique d'atomes.

Ma thèse : étude de la dynamique de ces ondes de matière dans ce potentiel de lumière

- Introduction
  - Système expérimental
  - Résumé des travaux
- Contrôle optimal quantique
  - Introduction et méthode
  - Expériences de contrôle
- Application à la simulation quantique : effet tunnel dynamique
- Conclusion et perspectives

#### $\rightarrow$ Introduction

- Système expérimental
- Résumé des travaux
- Contrôle optimal quantique
  - Introduction et méthode
  - Expériences de contrôle
- Application à la simulation quantique : effet tunnel dynamique
- Conclusion et perspectives

#### Notre système : condensats de Bose-Einstein



Refroidissement séquentiel d'un gaz de <sup>87</sup>Rb :

- Pièges magnéto-optiques (2D et 3D)
- Évaporation micro-onde dans un piège magnétique
- Évaporation dans un piège optique
- $\rightarrow$  CBE de  $\sim 5\cdot 10^5$  atomes toutes les 22 secondes

# Notre système : réseau optique 1D contrôlable



#### Notre système : réseau optique 1D contrôlable



$$H(x,p) = \frac{p^2}{2m} - s\frac{E_{\rm L}}{2}\cos\left(k_{\rm L}x\right)$$

avec :

- la masse atomique *m* du <sup>87</sup>Rb
- la périodicité  $d = \lambda/2 = 532$  nm
- le nombre d'onde  $k_{\rm L} = 2\pi/d$
- l'énergie caractéristique  $E_{\rm L} = \hbar^2 k_{\rm L}^2 / 2m = 4E_{\rm r}$

#### Notre système : réseau optique 1D contrôlable



$$H(x, p, t) = \frac{p^2}{2m} - s(t)\frac{E_{\rm L}}{2}\cos\left(k_{\rm L}x + \varphi(t)\right)$$

avec :

- la masse atomique m du  $^{87}$ Rb
- la périodicité  $d = \lambda/2 = 532$  nm
- le nombre d'onde  $k_{\rm L} = 2\pi/d$
- l'énergie caractéristique  $E_{\rm L} = \hbar^2 k_{\rm L}^2 / 2m = 4E_{\rm r}$

s(t) et  $\varphi(t)$  : contrôlés par l'**intensité** et la **phase relative** des faisceaux laser via trois modulateurs acousto-optiques (AOM)

#### Degrés de liberté externes du CBE et mesure

$$|\psi(t)
angle = \sum_{\ell\in\mathbb{Z}} c_\ell(t) \; |\chi_\ell
angle$$

- ondes planes  $\chi_\ell(x) \propto e^{i(\ell k_{\rm L}+q)x}$
- ici : quasi-moment q = 0
- $c_\ell \in \mathbb{C}$ ,  $\sum_{\ell \in \mathbb{Z}} |c_\ell|^2 = 1$

Chargement adiabatique de l'état fondamental  $|\phi_0
angle$  :

$$|\phi_n
angle = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} c_{\ell}^{(n)} |\chi_{\ell}
angle$$
 avec  $\hat{H} |\phi_n
angle = E_n |\phi_n
angle$ 

Imagerie après temps de vol : mesure de la distribution en impulsion  $(|c_{\ell}|^2)$ 



#### Une hiérarchie d'échelles de temps

Remarque : Un système en réalité tridimensionnel

$$U_{\text{tot.}}(\mathbf{x}, y, z, t) = -s(t)\frac{E_{\text{L}}}{2}\cos(k_{\text{L}}\mathbf{x} + \varphi(t)) + U_{\text{ext.}}(\mathbf{x}, y, z),$$

où  $U_{\text{ext.}}(x, y, z) \approx \frac{1}{2}m\left(\Omega_x^2 x^2 + \Omega_y^2 y^2 + \Omega_z^2 z^2\right)$  avec  $(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) \approx 2\pi(10, 66, 68)$  Hz

•  $\nu_0 \gg (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)/2\pi$  :



avec  $\nu_{\rm L} = E_{\rm L}/h \approx 8111$  kHz.

on néglige  $U_{\text{ext.}}(x, y, z)$  (système 1D)

• Faible confinement transverse, atomes très dilués dans les puits :

on néglige les interactions interatomiques

# Ma thèse - travaux auxquels j'ai contribué







9/38

#### Ma thèse - mon manuscrit



x/d

Halos de collision New J. Phys. 22, 123032 (2020)

# Time of flight

Effet ratchet régulier en préparation



38 0

k/k

26

30 34

v (kHz)

#### Ma thèse - cette présentation



# l'espace réciproque PRX Quantum 2, 040303 (2021) -4 · .2 ò t/To n/ħk



- Introduction ✓
  - Système expérimental
  - Résumé des travaux

#### $\rightarrow$ Contrôle optimal quantique

- Introduction et méthode
- Expériences de contrôle :
  - A. distributions en impulsion
  - B. phase relative entre deux composantes d'impulsion
  - C. distributions dans l'espace des phases et reconstruction d'état
- Application à la simulation quantique : effet tunnel dynamique
- Conclusion et perspectives

#### Introduction au contrôle optimal

Système dynamique  $\vec{x}(t)$  contrôlable via un ensemble de paramètres  $\vec{u}(t)$  :

$$\dot{\vec{x}}(t) = \vec{f}(\vec{x}(t), \vec{u}(t), t)$$

**Théorie du contrôle optimal** : formalisme mathématique pour déterminer  $\vec{u}(t)$  afin de contrôler "optimalement" le système.



 $\rightarrow$  Fonction de coût à minimiser.

Survol historique :

- Brachistrochrone de Bernouilli (1696)
- Multiplicateurs de Lagrange (1766)
- Principe du maximum de Pontryagin (1956) :

ightarrow le champ de contrôle  $ec{u}(t)$  optimal extrémalise l'hamiltonien de Pontryagin  $H_{
m P}$ 

Utilisé dans les programmes Spoutnik, Apollo...



J. Bernouilli







J.-L. Lagrange



L. Pontryagin



Spoutnik 1

#### Introduction au contrôle optimal

- Contrôle optimal quantique : application aux systèmes quantiques
- Applications en :
  - résonance magnétique nucléaire
  - chimie quantique
  - technologies quantiques : centres NV, photons en cavité, gaz quantique...

 $\rightarrow$  Koch et al., EPJ Quantum Technology **9**, 19 (2021)

- Exemples récents avec des CBE :
  - Déplacement d'atomes sur puces et transition de Mott en réseau 1D : Sci. Rep. 6, 34187 (2016)
  - Chargement accéléré de réseau optique 1D, 2D et 3D : New J. Phys. **20**, 055005 (2018)

#### Contrôle optimal quantique dans notre système

• Notre objectif : contrôle optimal des degrés de liberté externes du CBE dans le réseau optique via sa phase :  $\vec{u}(t) \rightarrow \varphi(t)$ 



• Calcul de  $\varphi(t)$  pour amener un état initial  $(|\phi_0\rangle)$  vers un état cible  $|\psi_{\text{cible}}\rangle$  le plus fidèlement possible  $\rightarrow$  fidélité à maximiser, *e.g.* :

$$\mathcal{F}(|\psi_{\text{cible}}\rangle, |\psi_{\text{final}}\rangle) = |\langle\psi_{\text{cible}}|\psi_{\text{final}}\rangle|^2$$

#### Méthode : montée de gradient

Champ d'essai discrétisé  $\varphi_i^{(0)}$  :

- $\varphi_j^{(0)}$  donne une certaine fidélité  $\mathcal{F}^{(0)}$
- Variation de la fidélité pour  $\varphi_j \rightarrow \varphi_j + \delta \varphi_j$  :
- Corrections calculées à l'aide de  $H_{\rm P}$  pour  $\delta {\cal F} \ge 0$  :

$$egin{aligned} \delta \mathcal{F} &= \sum_{j=1}^{N} rac{\partial \mathcal{F}}{\partial arphi_{j}} \delta arphi_{j} \ \delta arphi_{j} &= arepsilon rac{\partial \mathcal{F}}{\partial arphi_{j}}, \quad ext{avec} \quad arepsilon > 0 \end{aligned}$$

Champ d'essai discrétisé  $\varphi_i^{(0)}$  :

PRX Quantum, 2, 030203 (2021)

- $\varphi_j^{(0)}$  donne une certaine fidélité  $\mathcal{F}^{(0)}$
- Variation de la fidélité pour  $arphi_j 
  ightarrow arphi_j + \delta arphi_j$  :
- Corrections calculées à l'aide de  $H_P$  pour  $\delta \mathcal{F} \ge 0$  :

$$\begin{split} \delta \mathcal{F} &= \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \varphi_{j}} \delta \varphi_{j} \\ \delta \varphi_{j} &= \varepsilon \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \varphi_{i}}, \quad \text{avec} \quad \varepsilon > 0 \end{split}$$

• Champ de contrôle optimisé itérativement

#### Méthode : protocole expérimental

• Exemple numérique de préparation de la superposition  $|\chi_{-4}\rangle + |\chi_4\rangle$ 



• Durée du contrôle : quelques  $T_0$ , avec  $T_0 = h/(E_1 - E_0) pprox$  60  $\mu s$  pour s = 5

Contrôle hautement non-adiabatique

## A. Contrôle de la distribution en impulsion

A.1 Préparation de composantes d'impulsion uniques :



 $\text{avec } \mathcal{F} = \left( \sum_{\ell} |c_{\ell}^{(\text{exp})}||c_{\ell}^{(\text{cible})}| \right)^2 \text{ et } \mathcal{F}_{\text{num}} = \left( \sum_{\ell} |c_{\ell}^{(\text{num})}||c_{\ell}^{(\text{cible})}| \right)^2$ 

#### A. Contrôle de la distribution en impulsion

**A.2** Préparation des  $2^7 = 128$  superpositions à poids égal entre p = -3 et  $+3\hbar k_L$ .



- colonnes = réalisations indépendantes concaténées horizontalement,
- grande versatilité de cibles atteignables,
- réalisations de séparatrices (d'intérêt pour l'interférométrie atomique).

#### B. Phase relative entre deux composantes d'impulsion



Stratégie : déduction de l'état préparé à partir de son évolution dans le réseau statique

#### B. Phase relative entre deux composantes d'impulsion

Fit de l'évolution avec pour paramètre ajustable  $\Delta \phi$ :  $|\psi_{\Delta \phi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\chi_1\rangle + e^{i\Delta \phi} |\chi_{-1}\rangle\right)$ 



20/38

# B. Phase relative entre deux composantes d'impulsion



ightarrow Précis à 2.3%

#### C. Distributions dans l'espace des phases

Vision à l'échelle d'un site du réseau : espace des phases (EP)



Impulsion de la séparatrice en x = 0 :

 $p_{\rm sep} = \sqrt{s} \, \hbar k_{\rm L}$ 

#### C. Distributions dans l'espace des phases

États ciblés et représentation :

• État quantique gaussien  $|g(u, v)\rangle$ , centré en (u, v)dans l'EP :

$$|g(u,v)\rangle = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} c_{\ell}(u,v) |\chi_{\ell}\rangle$$

avec

 $c_\ell(u,v) \propto \mathrm{e}^{-i\ell u} \mathrm{e}^{-(\ell-v)^2/\sqrt{s}}$ 

- $\rightarrow$  écart-type  $\Delta p_0$  de l'état fondamental
- Représentation de Husimi dans l'EP :

$$Q_{\psi}(u,v) = rac{1}{2\pi} |\langle g(u,v) | \psi 
angle|^2$$



Comment certifier la préparation de tels états?

Méthode d'ajustement précédente?

- $\checkmark$  efficace dans le cas précédent avec 1 seul paramètre ajustable ( $\Delta \phi = \arg\{c_{-1}/c_1\}$ )
- $\checkmark$  inopérant dans le cas général : N ondes planes  $\Rightarrow \sim 2N$  paramètres ajustables :

$$|\psi\rangle = \sum_{n=1}^{N} c_{\ell} |\chi_{\ell}\rangle = \sum_{n=1}^{N} |c_{\ell}| \mathrm{e}^{i \arg\{c_{\ell}\}} |\chi_{\ell}\rangle$$

#### C. Distribution dans l'EP et reconstruction d'état

Solution mise en place : reconstruction d'état par maximisation de vraisemblance à l'aide d'un algorithme itératif.

• On cherche de l'état théorique  $\hat{\rho}$  qui maximise la vraisemblance  $\mathcal{L}(\hat{\rho})$  avec les mesures expérimentales :

> 2 p/ħk\_

0 -2 -4

40

80 t (µs)

où

- produit sur les différentes mesures *i*.
- $f_i = f_{\ell,t} = |c_\ell(t)|^2 / N_t$ : fréquences de mesure des atomes dans l'ordre  $\ell$  au temps t,

 $\mathcal{L}(\hat{\rho}) = \prod \pi_i^{f_i}$ 

- $\pi_i$  sont les probabilités théoriques de ces mêmes mesures effectuées sur  $\hat{\rho}$ .
- On definit une transformation  $\hat{\rho}_i \rightarrow \hat{\rho}_{i+1}$  telle que  $\mathcal{L}(\hat{\rho}_{i+1}) \geq \mathcal{L}(\hat{\rho}_i)$ :
  - Řeháček et al., Phys. Rev. A 64 040303 (2001)
  - Lvovsky, J. Opt. B : Quantum and Semiclassical Optics 6, S556 (2004)

# C. Distribution dans l'EP et reconstruction d'état



#### C. Distribution dans l'EP : états gaussiens translatés



#### C. Distribution dans l'EP : superpositions d'états gaussiens



F(d, e) = 0.026 et F(e, d) = 0.042

28/38

## C. Distribution dans l'EP : états gaussiens comprimés

#### Paramètre de compression $\xi$ :

- $\Delta p(\xi) = \Delta p_0/\xi$
- $\xi > 1$  : compression en impulsion (a,b)
- $\xi < 1$  : compression en position (c,d,e)



	Fig. 3.10	а	b	с	d	е
	$1/\xi$	0.44	0.62	1.65	2.75	4.34
	$\mathcal{F}_{ m num}$		- > 0.995 -		0.980	0.965
[	$\mathcal{F}_{\mathrm{exp}}$	0.99	0.96	0.98	0.93	0.75
	$\gamma$	1.00	1.00	1.00	0.92	0.72
Ľ	s	$5.49 \pm 0.20$	$5.49 \pm 0.20$	$5.45 \pm 0.40$	$5.57 \pm 0.20$	$5.62 \pm 0.25$

# États gaussiens comprimés

Une compression  $\xi$  à profondeur *s* équivaut à l'état fondamental à la profondeur effective :

$$s_{\rm eff} = s/\xi^4$$



- $\rightarrow$  Nécessiterait ici un laser de puissance  $P \approx 750$  W!
- $\rightarrow$  Inatteignable adiabatiquement,
- ightarrow Préparé ici  $\sim$  120  $\mu$ s.

- Introduction
  - Système expérimental
  - Résumé des travaux
- Contrôle optimal quantique
  - Introduction et méthode
  - Expériences de contrôle
- $\rightarrow$  Application à la simulation quantique : effet tunnel dynamique
  - Conclusion et perspectives

### Application à la simulation quantique : effet tunnel dynamique

Le système : 
$$V(x,t) = -s \frac{E_{L}}{2} (1 + \varepsilon \cos(2\pi\nu t)) \cos(k_{L}x)$$





- Portrait de phase stroboscopique *mixte*.
- Système analogue au double puits de potentiel
- Toutes les deux périodes, la particule classique est **toujours mesurée** dans l'îlot de droite

• Un fonction d'onde peut "tunnéler" d'un îlot à l'autre lorsque 2 états de Floquet non-dégénérés recouvrent les îlots

#### Effet tunnel dynamique

#### Application à la simulation quantique : effet tunnel dynamique



- Technique traditionnelle : translation du réseau pour charger l'état fondamental dans l'îlot :
  - $\rightarrow$  projection **partielle** et **inégale** sur les états de Floquet d'intérêt  $|\psi_{b1}\rangle$  et  $|\psi_{b2}\rangle$ ,
  - $\rightarrow$  limite la visibilité du signal tunnel.
- Proposition : contrôle optimal de la superposition idéale d'états de Floquet :

$$|\psi_{\text{cible}}
angle = rac{1}{\sqrt{2}} \left( |\psi_{\text{b1}}
angle + |\psi_{\text{b2}}
angle 
ight)$$

#### Application à la simulation quantique : effet tunnel dynamique



ightarrow net raffinement du signal d'oscillation tunnel grâce au contrôle optimal  $\checkmark$ 

• Système expérimental : condensats de Bose-Einstein (CBE) dans un réseau optique 1D contrôlable.

• Contrôle *arbitraire* de l'état quantique externe des CBE dans le réseau à l'aide du **contrôle optimal quantique** :

- $\rightarrow$  Méthode efficace, versatile et simple : un seul paramètre de contrôle  $\varphi(t)$
- $\rightarrow~$  Robustesse malgré des effets non pris en compte :
  - confinement extérieur,
  - dimensions transverses,
  - interactions interatomiques.
- $\rightarrow$  Préparations plus rapides que les méthodes adiabatiques (quand elles existent).
- Application à la simulation quantique dans un système de Floquet.

• Préparation d'états initiaux pour la simulation quantique.

• Calcul quantique sur un qudit : extension du contrôle de 1 état à 1 état ( $|\psi_a\rangle \xrightarrow{u(t)} |\psi_b\rangle$ ) vers un contrôle d'un ensemble d'états à un autre :

$$\left\{ \begin{array}{c} |\psi_{a,1}\rangle \\ \vdots \\ |\psi_{a,N}\rangle \end{array} \right\} \stackrel{u(t)}{\rightarrow} \left\{ \begin{array}{c} |\psi_{b,1}\rangle \\ \vdots \\ |\psi_{b,N}\rangle \end{array} \right\}$$

 $\rightarrow$  transformations unitaires permettant la réalisation de portes quantiques.

• Quantum sensing : augmenter la précision d'une mesure en tirant parti des propriétés quantiques d'un système.



e.g. : force uniforme, variation de la profondeur du réseau...

#### Remerciements

#### Équipe Atomes Froids



#### Anciens doctorants





M.Arnal

G.Chatelain

N.Ombredane N.Dupont L.Gabardos B.Peaudecerf J.Billy D.Guéry-Odelin F.Arrouas

#### Collaborateurs

LICB (Dijon)



D.Sugny











D.Ullmo O Giraud



- Au LCAR : J.-M.L'Hermite, C.Soucasse, A.Soler, C.Lecinana, S.Faure, J.-P.Loisel, L.Polizzi, E.Panader, W.Volondat, P.Paquier, E.Kierbel
- À la FERMI : X.Bouju, S.Capponi, P.Bordais, S.Le Magoarou, N.Elefantis

#### Financement de ma thèse





#### .. ... ..... A. . . . . . . . • • ..... . . . .

**. .** . . . . . . • • ..... . . ..... .. .. .... . . • • • • . .

. . . .

. .