



**HAL**  
open science

# Les Infiniment petits à l'Académie Royale des Sciences, le rôle de Fontenelle (1698-1727)

Sandra Bella

► **To cite this version:**

Sandra Bella. Les Infiniment petits à l'Académie Royale des Sciences, le rôle de Fontenelle (1698-1727).  
Revue Fontenelle, 2014, Pascal versus Fontenelle, 11-12, pp.237-252. hal-03958722

**HAL Id: hal-03958722**

**<https://hal.science/hal-03958722v1>**

Submitted on 26 Jan 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Les Infiniment petits à l'Académie Royale des Sciences, le rôle de Fontenelle (1698-1727)

Le XVII<sup>ème</sup> siècle voit l'émergence de nouvelles inventions mathématiques dont l'une des plus célèbres est sans doute celle du calcul différentiel. Consistant en un algorithme calculatoire qui utilise des quantités infiniment petites, le calcul différentiel est établi quasi simultanément par Newton et Leibniz. Il porte le nom de « calcul des fluxions » ou de « calcul des différences » selon sa version anglaise ou allemande. Leibniz rend publiques les règles de son calcul dans son célèbre article de 1684<sup>1</sup>. Le calcul tarde à se diffuser, n'étant au début l'affaire que de quelques savants (essentiellement Leibniz et les frères Bernoulli) qui publient des articles dans lesquels ils utilisent le nouveau calcul pour résoudre des problèmes concrets.

En France, la réception du calcul se fait au sein d'un groupe dont les membres font partie, ou sont proches de l'Oratoire, congrégation traditionnellement attirée par le travail intellectuel et en particulier celui des sciences<sup>2</sup>. Ce groupe<sup>3</sup>, que l'on a depuis nommé « groupe malebranchiste » ou « groupe oratorien », est constitué de lettrés ou de savants<sup>4</sup> dont la formation mathématique est à la fois classique (issue de la géométrie euclidienne) mais aussi fortement imprégnée de l'héritage de la *Géométrie* de Descartes par l'intermédiaire de Fermat, Barrow et Hudde.

En 1691, lors de son séjour parisien, Jean Bernoulli (1667–1748) rencontre le Marquis Guillaume de l'Hospital. Jean Bernoulli professe des cours de calcul différentiel et intégral<sup>5</sup> au Marquis, puis correspond avec lui les années suivantes sur des sujets mathématiques, de sorte que l'Hospital maîtrise suffisamment le calcul des différences pour écrire et lire, à partir de 1693, des mémoires<sup>6</sup> devant les membres de l'Académie Royale des Sciences (ARS) dont il fait partie. Il n'est pas le seul à le faire puisque, à partir de 1695, Varignon, lui aussi, lit des mémoires de mécanique qui utilisent le calcul des différences<sup>7</sup>. Cependant, à ce moment-là, ce langage n'est qu'un langage hermétique à la plus grande majorité des membres de l'ARS. L'Hospital décide de rédiger un ouvrage au contenu complètement inédit et qui va constituer le premier ouvrage sur le calcul des différences. Il est publié en Juin 1696 sous le titre : *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*<sup>8</sup>.

Suite à la publication de l'ouvrage du Marquis, Joseph Sauveur (1653-1716), tout récent académicien, fait une première présentation des résultats du calcul des différences

<sup>1</sup> Gottfried Wilhelm Leibniz, « Nova Methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur et singulare pro illis calculi genus » dans Marc Parmentier, *Naissance du calcul différentiel*, Paris, Vrin, 1989, p.96-117.

<sup>2</sup> Pour ce qui concerne l'implication oratorienne dans l'enseignement des mathématiques, on pourra consulter : Pierre Costabel, « L'oratoire de France et ses collèges » dans René Taton (sous la direction de), *Enseignement et diffusion des sciences au XVIII<sup>ème</sup> siècle*, Paris, Hermann, 1964 et Liliane Alfonsi, « La diffusion des mathématiques au XVIII<sup>ème</sup> siècle dans les manuels d'enseignement. Du "Pourquoi?" au "Comment?" », disponible sur <http://liris.cnrs.fr/~cnriut08/actes/articles/118.pdf> (consulté le 4 Mars 2015).

<sup>3</sup> A. Robinet, « Le groupe malebranchiste introducteur du calcul infinitésimal en France », *Revue d'Histoire des Sciences et de leurs applications*, vol. 13, N°4, Paris, 1960 et Nicolas Malebranche, *Œuvres, Mathematica*, tome XVII-2, édité par Pierre Costabel, Vrin, 1968.

<sup>4</sup> Ces personnages se réunissent souvent dans la chambre de Malebranche à l'Oratoire. Outre le Marquis de l'Hospital (1661-1704), sont présents des personnages comme Pierre Varignon (1654-1722), Byzance (1647-1722), Louis Carré (1663-1711), Charles-René Reyneau (1656-1728), Rémond de Montmort (1678-1719).

<sup>5</sup> Ces leçons sont transmises dans un manuscrit conservé aujourd'hui dans les archives de la BNF (B.N. Fds Lat. 17860 fol. 91-252), en provenance de l'Oratoire. Le texte est certainement celui des *Leçons de Calcul intégral* de Jean Bernoulli.

<sup>6</sup> « Solution d'un problème de géométrie que l'on a proposé depuis peu dans le Journal de Leipsic » 30 juin 1693, « Méthode facile pour déterminer les points des caustiques par réfraction, avec une manière nouvelle de déterminer les développées », août 1693, « Méthode nouvelle pour déterminer les points des caustiques par réfraction avec une manière nouvelle de trouver les développées », Août 1693, « Nouvelles remarques sur les développées, sur les points d'inflexion et sur les plus grandes et plus petites quantités », Novembre 1693.

<sup>7</sup> « Rectification et quadrature de l'évolue du cercle décrite à la manière de Monsieur Huygens », 18 Juin 1695. En 1695, plusieurs mémoires concernant la rectification et la quadrature indéfinies de cycloïdes, et aussi sur les chutes isochrones.

<sup>8</sup> *L'Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, Imprimerie Royale, Paris, 1696.

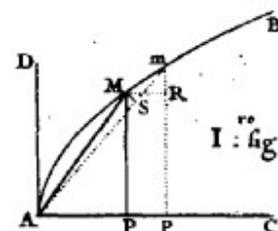
en deux séances (23 et 30 Juin)<sup>9</sup>. Ses « démonstrations » s'appuient sur les suppositions énoncées dans l'*Analyse des infiniment petits*<sup>10</sup>.

Il est fondamental de souligner qu'à l'ARS, la principale référence pour les infiniment petits est l'ouvrage du Marquis de l'Hospital. Les académiciens se réfèrent explicitement à lui lorsqu'ils débattent au début du siècle à propos du statut du calcul différentiel. Le calcul des différences tel qu'il est présenté dans l'ouvrage reste de façon générale le modèle d'écriture des mémoires de l'Académie. Les académiciens s'appuient donc la plupart du temps sur les définitions, les postulats et les théorèmes tels qu'ils sont énoncés dans l'ouvrage du Marquis.

Les publications concernant le calcul des fluxions arrivent plus tard en France<sup>11</sup>. Si l'influence newtonienne sur la conception des infiniment petits est à prendre en compte, les savants français choisissent et se maintiennent dans une pratique solidaire de la conception leibnizienne du calcul des différences.

Dans l'ouvrage, la définition de quantité infiniment petite est géométrique<sup>12</sup>. Elle est libellée ainsi : « une quantité infiniment petite est une portion infiniment petite dont une quantité variable augmente ou diminue continuellement »<sup>13</sup>.

Cette définition permet à l'Hospital d'énoncer deux postulats. Tout d'abord, comme une quantité infiniment petite est négligeable par rapport à une quantité finie, on pourra : « prendre indifféremment l'une pour l'autre deux quantités qui ne diffèrent entre elles que d'une quantité infiniment petite<sup>14</sup> ». Le deuxième postulat concerne la conception de la ligne courbe. La ligne courbe pourra désormais être considérée : « comme un assemblage d'une infinité de lignes droites, ou (ce qui est la même chose) comme un polygone d'un nombre infini de côtés<sup>15</sup>. »



En 1699, l'Académie reçoit un nouveau règlement<sup>16</sup>. Celui-ci prévoit la publication de certains mémoires lus pendant les séances mais aussi l'écriture et la publication d'une histoire de l'Académie, sorte de commentaires descriptifs portant sur les mémoires publiés. L'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences (HARS)* peut également contenir un éloge en l'honneur de chaque académicien décédé au cours de l'année. Ce rôle d'écriture est octroyé au secrétaire perpétuel de l'Académie. La tâche est donc ardue, puisque celui-ci doit lui-même comprendre tous les travaux de l'Académie Royale des Sciences, sur des sujets allant de la botanique à la physique, pour en donner une version simplifiée, compréhensible pour le plus grand nombre.

En 1699, c'est Fontenelle (1657-1757) qui est mandaté pour ce rôle, et ce jusqu'en 1737<sup>17</sup>. Si la tâche est ardue, Fontenelle possède les qualités requises pour s'en acquitter.

<sup>9</sup> Il va lire un mémoire concernant les opérations de multiplication et de division des différences, puis un autre sur les différences des puissances.

<sup>10</sup> Séances des Samedis 23 et 30 Juin 1696, PV, t. 14, folios 103-105, 111-114.

<sup>11</sup> Les *Principia* de Newton sont publiés en 1687 et largement diffusés en France, mais les premiers traités de calcul des fluxions ne sont publiés qu'en 1704.

<sup>12</sup> La figure est empruntée à *Analyse des infiniment petits*, op. cit., planche I. Pour un point M de la courbe et un point m infiniment proche sur la courbe. Pp représente la différence de l'abscisse, Rm la différence de l'ordonnée, Mm la différence de l'élément de courbe, etc ...

<sup>13</sup> *Ibid.*, Corollaire, p. 2.

<sup>14</sup> *Ibid.*, p. 2-3.

<sup>15</sup> *Ibid.*, p. 3, II, Demande ou supposition.

<sup>16</sup> Le 20 janvier 1699, Louis XIV donne à l'Académie son premier règlement et la place sous sa protection.

<sup>17</sup> Il rédigea chaque année de son mandat la partie "Histoire". Cette partie compte environ 100 et 150 pages. Cette œuvre représente donc un volume de près de 5000 pages, écrite durant son mandat de secrétaire perpétuel. À cela, il faut ajouter une histoire de l'Académie entre 1666 et 1699.

Fontenelle est intéressé par toutes les sciences et tout particulièrement par les mathématiques. Depuis la publication en 1686 des *Entretiens sur la pluralité des mondes*<sup>18</sup>, Fontenelle a fait preuve de ce qu'on appellerait aujourd'hui une « qualité de passeur ». Leibniz le reconnaît lorsqu'il lui adresse ces mots :

J'ai souvent remarqué que des personnes qui ne font pas tout à fait profession du métier, ont coutume de fournir des pensées plus singulières, concetto piu vaghi et piu pelegriini, où l'on ne s'attend pas<sup>19</sup>.

Proche du cercle oratorien, en particulier du Marquis de l'Hospital et de Pierre Varignon, Fontenelle a été l'un des premiers à prendre connaissance du calcul différentiel.

À partir de Juillet 1700, l'algébriste académicien Michel Rolle (1652-1719) lance au sein de l'Académie un débat contre les infinitésimaux<sup>20</sup>. Rolle et des académiciens comme l'Abbé Gallois (1632-1707), le Père Gouye (1650-1725) et La Hire (1640-1718) critiquent le manque d'exactitude du calcul des différences. Ils se montrent sceptiques, voire opposés à son utilisation au sein de la communauté savante. Outre qu'ils reprochent à ces infiniment petits de conduire à des erreurs, ils en nient l'existence. Pour eux, la mathématique ne saurait être fondée sur des entités de nature aussi « chimériques ». Elles ne peuvent conduire à une mathématique de certitude.

Des réponses seront apportées par Varignon<sup>21</sup>, mais elles ne parviennent à convaincre ni Rolle<sup>22</sup>, ni les opposants au calcul des différences.

Les règles de l'Académie exigent que ce débat soit clos. Le 3 Septembre 1701<sup>23</sup>, une décision est ainsi libellée : « comme la dispute des infiniment petits traînait trop en longueur Mr l'Abbé Bignon a nommé pour commissaires devant qui tout se passera, le P.Gouye, MMrs Cassini et de la Hire. »

Partisan convaincu de l'analyse des infiniment petits, Fontenelle doit cependant respecter les règles de neutralité dans son rôle de secrétaire perpétuel et rendre compte d'un certain consensus concernant la pratique et le statut des infiniment petits<sup>24</sup>.

Dans ses commentaires des mémoires et dans les éloges, Fontenelle met en avant l'efficacité du nouveau calcul dans la résolution de problèmes. Il remarque que s'il existe d'autres méthodes pour le même type de problèmes, elles n'atteignent jamais la virtuosité du calcul des différences. Mais Fontenelle ne se contente pas de cet argument pour légitimer la pratique du nouveau calcul. La *Géométrie de l'infini*, comme il aime à l'appeler, est avant tout une géométrie qui prolonge naturellement la géométrie des Anciens.

Alors que le calcul des différences est largement utilisé par les académiciens comme en témoignent la lecture et la publication de mémoires, les commentaires concernant le statut existentiel des infiniment petits sont quasiment absents même de la part de Fontenelle dans la partie *Histoire*.

L'Académie ne se prononce jamais sur l'existence de ces quantités infiniment petites. Peut-être l'*HARS* n'était pas le lieu idoine pour expliciter suffisamment l'implicite de la pratique académicienne. Fontenelle prolonge son écriture des idées concernant la

<sup>18</sup> Bouvier de Fontenelle, *Entretiens sur la pluralité des mondes*, Vve C. Blageart, Paris, 1686.

<sup>19</sup> Lettre de Leibniz à Fontenelle, le 12 Juillet 1702.

<sup>20</sup> Plusieurs mémoires écrits sous forme de remarques sont lus par Rolle *ARS, Procès-verbaux*, tomes 19 et 20. Sont retranscrits le 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup> mémoires de Rolle et les quatre premières réponses de Varignon.

<sup>21</sup> *ARS, Procès-verbaux*, tome 20.

<sup>22</sup> Il reprend les mêmes types de critiques en 1703 dans un mémoire intitulé « Sur le système de l'infini ». D'autres reproches seront formulés au calcul différentiel dans des articles du *Journal des savants* (1702) reprise dans un court ouvrage, *Remarques de M. Rolle de l'Académie des Sciences touchant le problème général des tangentes*, Paris, Boudot, 1703.

<sup>23</sup> *ARS, Procès-verbaux*, tome 20, fol.335v.

<sup>24</sup> Dans *HARS* de 1701, Fontenelle donne un résumé de la querelle des infiniment petits à l'ARS. Fontenelle prend parti pour le « nouveau système » de la géométrie des infiniment petits.

*Géométrie de l'infini* dans un ouvrage dont l'élaboration dure plus de vingt ans. C'est en effet à partir (au moins) de 1702, comme en témoigne une lettre envoyée par Leibniz<sup>25</sup>, que Fontenelle envisage son écriture. Son dessein est d'éclairer la théorie des infiniment petits. Pour son élaboration, il sollicite de nombreux mathématiciens comme Jean Bernoulli, Dortous de Mairan (1678-1771), Pierre Rémond de Montmort (1678-1719)<sup>26</sup> sur différentes questions liées à sa composition<sup>27</sup>. Lors d'une séance à l'académie, Dortous de Mairan et François Nicole (1683-1758) lisent leur compte rendu de l'ouvrage avant qu'il ne soit publié par l'Imprimerie royale en Décembre 1727. Par le contexte de sa publication, les *Elémens de la Géométrie de l'Infini* apparaissent donc déjà très liés à l'Académie.

En outre, la lecture comparée de l'*HARS* et des *Elémens* montre que le secrétaire perpétuel a élaboré les *Elémens* dans le souci de faire part d'un consensus académique de la pratique et du statut des infiniment petits ; mais ce travail est déjà entamé dans l'*HARS*. Les remarques et précisions présentes dans certains passages de l'*HARS* sont reprises et rangées dans un système qui structure le corps de l'ouvrage. Les définitions et suppositions concernant les notions de l'analyse des infiniment petits sont clarifiées ainsi que leur pratique (l'infiniment grand et l'infiniment petit, la ligne courbe et ses caractéristiques mais aussi d'autres êtres mathématiques comme les nombres négatifs, imaginaires, irrationnels).

L'écriture des *Elémens* permet à Fontenelle d'argumenter librement et de façon plus structurée la thèse selon laquelle la *Géométrie de l'infini* a un caractère incontournable. En particulier, il défend l'idée que la *Géométrie de l'infini*, contrairement aux accusations dont elle a fait l'objet, est exemplaire de rigueur. Par la présentation de son système, Fontenelle veut légitimer l'infini et sa pratique, et faire ainsi apparaître les académiciens dans leur bon droit.

*Pratiquer l'Analyse des infiniment petits ? Position de l'Académie Royale des Sciences.*

L'introduction du calcul des différences au sein de l'Académie des Sciences ne se fait pas sans entraves. À peine a-t-on publié quelques mémoires utilisant ce calcul que le débat éclate sur le bien-fondé de ces nouvelles entités infiniment petites et de leur utilisation. Le débat devenant trop pénible, une commission avait été nommée pour arbitrer tout futur incident le concernant afin d'épargner à l'Académie des disputes impropres à ses règles de conduite.

Le *Journal des Savants*<sup>28</sup> prend en partie la relève des publications de la controverse entre Michel Rolle et Joseph Saurin (1659-1737) – qui n'est pas encore académicien – concernant l'exactitude et la rigueur de la résolution de plusieurs problèmes de recherche de maximum et minimum, la plupart rencontrés dans le débat de 1701. L'un continue à défendre les méthodes algébriques qui lui semblent plus sûres, affirme l'inutilité, voire le danger, d'utiliser le calcul des différences et l'autre promeut à l'inverse les qualités du nouveau calcul, comme l'avait fait Varignon.

Le Samedi 9 Janvier 1706, la commission constituée de l'Abbé Gallois, du Père Gouye, de Jacques Cassini (1625-1712), de Philippe de la Hire et de Fontenelle, émet une

<sup>25</sup> Le 12 juillet 1702, Leibniz répond à une lettre de Fontenelle (non conservée) où celui-ci lui apprenait ses intentions de composer un ouvrage sur le calcul. Leibniz lui dit : « (...) en m'apprenant votre beau dessein qui va à répandre les lumières de votre esprit jusque dans les enfoncements des infiniment petits, vous me faites reconnaître l'auteur des *Entretiens de la pluralité des mondes*. »

<sup>26</sup> On pourra consulter l'Introduction des *Elémens de la Géométrie de l'infini* par A. Niderst et M. Blay, Fac-Similé de l'édition de 1727, Klincksieck, 1995.

<sup>27</sup> L'écriture de l'ouvrage dure plus de 25 ans. L'Abbé Desfontaines remarque à propos de cette durée : « Il y a vingt ans et plus, que cet ouvrage roule sur les ateliers des géomètres de l'Europe. » cité dans A. Niderst, « La géométrie et les réalités : à propos des *Eléments de la Géométrie de l'infini* de Fontenelle », *Revue d'Histoire des Sciences*, Paris, 2001, tome 54, n° 2, pp. 247-254.

<sup>28</sup> *Journal des Savants*, Rolle, « Règles et remarques pour le problème général des tangentes », 13 Avril 1706 et Saurin, « Réponse à l'écrit de M. Rolle de l'ACR des Sc, inséré dans le Journal du 13 Avril 1702 », Jeudi 3 Août 1702.

décision portant sur les deux mémoires du *Journal des savants*. La décision nous parvient en quinze articles<sup>29</sup> qui ne remettent pas en question le succès que peuvent emporter les méthodes de Rolle. Ils ne prennent pas non plus parti pour Saurin<sup>30</sup>.

Par la suite, l'analyse des infiniment petits est pratiquée librement comme en témoigne le nombre important et constant de mémoires. Cependant, l'épisode du débat est essentiel car il annonce les deux thèmes principaux de discussion autour des infinitésimaux : le premier, l'exactitude de la *Géométrie de l'infini* et de son calcul des différences ; le second, le statut existentiel des infiniment petits. Ces deux sujets ne sont jamais épuisés.

Dans la Préface des *Elémens*<sup>31</sup>, Fontenelle évalue l'invention du nouveau calcul comme une discontinuité historique en la qualifiant de « révolutionnaire<sup>32</sup> ». La géométrie des Anciens ou celle de certains des contemporains de Fontenelle, qui ne s'autorisent que des méthodes algébriques, parviennent péniblement ou pas du tout à résoudre certains problèmes que la nouvelle analyse résout sans difficultés. Fontenelle prône les avantages de la nouvelle géométrie, son incontestable efficacité.

Les sujets de recherche mathématique et physico-mathématique utilisant l'analyse des infiniment petits sont nombreux. Un exemple incontournable est celui des problèmes de quadratures et de rectifications puisque le calcul leibnizien propose certainement des résolutions souvent incomparablement plus efficaces que les méthodes infinitistes ou algébriques<sup>33</sup>. Cet argument d'efficacité, Fontenelle le souligne à plusieurs reprises, par exemple dans la partie *Histoire* portant sur le mémoire de Louis Carré : « Sur la rectification des courbes »<sup>34</sup>. Après avoir rappelé les difficultés, voire l'impossibilité, de certaines rectifications de courbes et comment ce problème est ancien, Fontenelle déclare :

Pour rectifier les courbes que nous pourrions rectifier, la Géométrie des Infiniment petits paraît avoir pris la voye la plus facile, et en même temps la plus naturelle qu'il soit possible. Elle résout les Courbes en des parties infiniment petites, que l'on peut prendre à la rigueur pour des lignes droites, à cause de cette infinie petitesse qui en fait disparaître la courbure.<sup>35</sup>

Aussi, son argumentation va-t-elle s'appuyer sur l'écriture des *Eloges*. Il y évoque souvent les prouesses que les mathématiciens ont pu accomplir grâce au calcul des différences.

La description des recherches et résolutions du jeune Marquis de l'Hospital en sont un bel exemple<sup>36</sup>. En parlant de l'ouvrage du Marquis, Fontenelle affirme :

<sup>29</sup> « J'ai lu aussi à la compagnie le jugement suivant dressé par Mr l'Abbé Bignon sur la contestation de Mr Rolle et Saurin.

Notre Vice-Président de l'Académie Royale des Sciences choisi pour juge de la dispute survenue à l'occasion de l'écrit de Mr Rolle inséré dans le *Journal des Savants* du 13 Avril 1702 auquel Mr Saurin a publié ses réponses dans le journal du 3 Août suivant ; sur laquelle dispute Mr Saurin ayant demandé en différents endroits de ses écrits la décision de l'Académie ; il aurait été nommé à cet effet le 8 août 1705 pour commissaires Mr l'Abbé Gallois directeur, le P. Gouye, Mr Cassini, Mr de la Hire, Mr de Fontenelle.

Lesquels après avoir examiné tout ce qui avait été imprimé de part et d'autre et après avoir entendu les deux parties, nous ayant remis chacun leur sentiment par écrit secret. Nous avons recueilli la décision dans les 15 articles suivants (...) »

<sup>30</sup> Même si celui-ci est nommé académicien en 1707 et que cette décision fait dire à Fontenelle que « L'Académie ne jugea qu'entre eux [Saurin et Rolle] qu'en adoptant Saurin en 1707, et avec des distinctions flatteuses. (...) La Géométrie des infiniment petits n'avait pas besoin d'une décision plus formelle » dans *Éloge de Saurin* (1737).

<sup>31</sup> B. Fontenelle, *Elémens de la Géométrie de l'infini*, Imprimerie Royale, Paris, 1727, Préface.

<sup>32</sup> Préface des *Elémens* « Cette révolution, quelque heureuse qu'elle fût, a pourtant été accompagnée de quelques troubles. »

<sup>33</sup> On pourra consulter les exemples du traitement de la quadrature du folium de Descartes pour comparer les différentes méthodes utilisées par Huygens, l'Hospital et Jean Bernoulli dans S. Bella, « Un problème, des méthodes » in *Une histoire de la réception du calcul des différences dans les milieux savants français*, Mémoire pour l'obtention du Master HST Université de Nantes, sous la direction de D. Bénard, Juin 2010, p. 59.

<sup>34</sup> « Sur la rectification des courbes », *HRAS*, vol.3, 1701-1703, pp.83-85.

<sup>35</sup> *Ibid*, p.83-84.

<sup>36</sup> Les *Eloges* sont publiés dans l'*HARS* l'année du décès que nous donnons systématiquement. On peut également citer d'autres exemples dans les *Eloges*. Dans l'éloge du mathématicien Viviani (1622-1703), Fontenelle raconte l'histoire du problème de *Trouver l'art de percer une voûte hémisphérique de quatre fenêtres, telle que le reste de la voûte fût absolument carrable*<sup>36</sup>. Leibniz, Jacques Bernoulli puis le Marquis de l'Hospital y parviennent rapidement et de plusieurs manières en utilisant le calcul différentiel. De sorte que Viviani, mathématicien « fort versé dans la géométrie des anciens » reconnaît dans la préface de son ouvrage de géométrie, l'efficacité

Les anciennes vérités s’y trouvaient comme perdues dans la foule des nouvelles, et la facilité avec laquelle on les voyait naître, faisait regretter les efforts qu’elles avaient autrefois coûtés à leurs inventeurs. Des démonstrations qui par d’autres méthodes auraient demandé un circuit immense, en cas qu’elles eussent été possibles, ou qui même entre les mains d’un autre géomètre instruit de la même méthode, auraient encore été longues et embarrassées, étaient d’une simplicité et d’une brièveté qui les rendaient presque suspectes<sup>37</sup>.

Ainsi, le nouveau calcul est légitimé d’emblée par sa redoutable efficacité à traiter toutes sortes de problèmes. Fontenelle en arrive même à dire que réussir à se passer de l’utilisation de la géométrie des infinis prouve mieux l’utilité de celle-ci. C’est le cas dans l’*Éloge de Tschirhauss* alors qu’il vient de commenter la manière dont celui-ci propose une recherche de rayons de développées sans utiliser les infiniment petits :

Rien ne prouve mieux la grande utilité des infiniment petits, que l’honneur qu’on s’en fait de n’en avoir besoin en certaines occasions.<sup>38</sup>

Cet argument selon lequel le calcul des différences est bien plus performant que la géométrie ancienne est un *leitmotiv* qui apparaît dans les ouvrages d’initiation à l’analyse<sup>39</sup>, dans des correspondances entre les savants<sup>40</sup> ou dans des mémoires. Peu de savants prétendent le contraire.

En fait, l’enjeu n’est pas tellement de montrer les capacités de performance du nouveau calcul : personne n’en doute. Il s’agit plutôt de faire reconnaître la *Géométrie de l’infini* comme reposant sur des bases sûres d’exactitude. L’enjeu n’est pas simple, car l’algorithme leibnizien pâtit de deux défauts. Son usage passe par une symbolique dont l’assimilation n’est pas aisée et il traite avec des quantités infinitésimales dont le statut est controversé.

La stratégie de Fontenelle est d’avancer l’argument selon lequel la *Géométrie de l’infini* prolonge « naturellement » la géométrie qui la précède. Aussi, rappelle-t-il qu’on ne saurait ignorer que les Anciens apportent une consistance à la nouvelle géométrie. Fontenelle amorce le récit d’une histoire de la fondation de la *Géométrie de l’infini*<sup>41</sup> par la géométrie des Anciens.

Dans les *Éloges*, Fontenelle montre une volonté de rendre hommage à la géométrie des Anciens, ce qui lui permet de mieux asseoir les fondements de la *Géométrie de l’infini*. Les éloges de Jacques Ozanam (1640-1718)<sup>42</sup> et de Philippe de la Hire (1640-1718)<sup>43</sup> en témoignent.

Jacques Ozanam fait partie des académiciens dont l’âge n’a permis qu’une rencontre tardive avec le calcul des différences. Enseignant de métier, il a écrit de nombreux ouvrages dont un *Cours de Mathématiques* (1693) en cinq volumes et un célèbre *Dictionnaire des mathématiques* (1691).

[Ses ouvrages]: (...) ne roulent que sur l’Ancienne Géométrie (...) La nouvelle n’y paraît point, c’est-à-dire celle qui par le moyen de l’infini s’est élevée si haut; elle était beaucoup plus jeune que Ozanam. Il est

---

du calcul différentiel in *Eloges*, tome I, p. 86, 1703. Aussi, dans l’*Éloge de Jacques Bernoulli* (1705), des louanges sont faites aux quadratures par des séries infinies, bien plus performantes que celles d’Archimède.

<sup>37</sup> *Éloge de Guillaume de l’Hospital* (1704)

<sup>38</sup> *Éloge de Tschirhauss* (1708)

<sup>39</sup> Voir par exemple : Reyneau, *Analyse démontrée ou la méthode pour résoudre les problèmes mathématiques*, Quillau Imprimeur, Paris, 1708. Mieux, on peut montrer que d’une certaine façon tout l’ouvrage *Analyse des infiniment petits* est un plaidoyer pour montrer la supériorité de la nouvelle analyse.

<sup>40</sup> En particulier, on pourra consulter diverses lettres de la correspondance entre Christian Huygens et Leibniz et l’Hospital.

<sup>41</sup> Ce discours sera repris dans la Préface des *Eléments* : Fontenelle use de deux métaphores pour parler de l’infini. La première est celle des villes englouties en Hollande. L’infini recouvre le tout : « et dont il ne reste que quelques cloches pointes de cloches éparses çà et là, qui sortent de l’eau [en parlant des commensurables] ». La deuxième est la métaphore de l’arbre : « Fontenelle a voulu s’emparer du tronc et n’a d’abord considéré que la multiplicité indéfinie des brindilles, puis la pluralité des branches de plus en plus grosses qui l’ont abusé et qu’il a prises pour le tronc, jusqu’à ce qu’il lui paraisse avoir atteint, sans qu’il puisse encore en être sûr, le véritable tronc, et qu’il ait pu faire partir les mathématiques de l’infini de leur notion même. » in Cléro, J-P., « Réflexions sur la Préface des *Éléments de la Géométrie de l’infini*. Contribution à un savoir des Fictions », *Corpus*, n°44, 2003, p. 99.

<sup>42</sup> Il rentre à l’ARS en 1707 comme élève géomètre puis comme associé mécanicien en 1711.

<sup>43</sup> Il rentre à l’ARS en 1678.

vrai aussi que l'ancienne, qui est moins agréable, est plus indispensablement nécessaire, et plus sensiblement utile, et c'est elle seule qui fournit à la nouvelle des fondements solides<sup>44</sup>.

Aux yeux de Fontenelle, le caractère fondamentalement « utile » de la géométrie des Anciens tient à ce qu'elle est le garde-fou de la nouvelle géométrie<sup>45</sup>.

Le Père Reyneau<sup>46</sup> avance également ce genre d'arguments dans *Analyse démontrée*<sup>47</sup>, deuxième ouvrage publié après celui de l'Hospital où est présenté le calcul différentiel<sup>48</sup>.

Dans cet ouvrage, malgré son titre « Analyse démontrée », les fondements de la nouvelle analyse ne sont pas davantage démontrés que dans l'*Analyse des infiniment petits*. Reyneau légitime en revanche le calcul différentiel en expliquant que ses fondements sont identiques à ceux de la géométrie des Anciens :

Ce n'a donc point été de nos jours une nouvelle découverte que d'employer dans la Géométrie ces parties des grandeurs entières, si petites qu'elles n'ont aucun rapport fini avec elles. Ce que les illustres Auteurs du calcul différentiel et intégral ont ajouté à cette supposition que les Anciens ont prise de la nature, n'a été que de donner des expressions convenables à ces petites parties qui sont les premiers éléments des grandeurs. (...) Le fondement du calcul différentiel est commun aux anciens et aux nouveaux Géomètres. La certitude des démonstrations posées sur ce fondement est la même (...)<sup>49</sup>

Dans son éloge, en se référant à l'*Analyse démontrée*, Fontenelle écrit :

(...) on a rendu une assez prompte justice à l'*Analyse démontrée*, parce que tous ceux qui l'ont prise pour guide dans la géométrie moderne, ont senti qu'ils étaient bien conduits : aussi est-il établi présentement, du moins en France, qu'il faut commencer par-là, et marcher par ces routes, quand on veut aller loin ; et le P. Reyneau est devenu le premier maître, l'Euclide de la haute géométrie.<sup>50</sup>

La formule « L'Euclide de la Haute Géométrie », qui pourrait avoir valeur d'oxymore pour les opposants au calcul différentiel, est fondée sur l'analogie du guide : Reyneau est à la nouvelle géométrie ce qu'Euclide est à l'ancienne. Elle permet à Fontenelle de faire comprendre que l'on peut être guidé dans la nouvelle géométrie de manière au moins aussi sûre que dans l'ancienne. Aussi, Fontenelle avance, de manière implicite, que les chemins qui mènent à l'une ou à l'autre n'en font en fait qu'un.

Outre l'argument de la filiation avec la géométrie des Anciens qui est défendu à maintes reprises, Fontenelle défend aussi l'idée que la *Géométrie de l'Infini* subsume celle des Anciens. Fontenelle multiplie les exemples par lesquels il veut montrer que si les propriétés valables dans le fini, le restent dans l'infini c'est parce l'infini englobe le fini<sup>51</sup>.

<sup>44</sup> *Éloge de Jacques Ozanam* (1718).

<sup>45</sup> Dans l'*Éloge de Philippe de la Hire* (1718), Fontenelle décrit comment de la Hire incarne particulièrement bien les qualités de rigueur que peuvent apporter les mathématiques aux autres sciences telles que la gnomonique, la mécanique. La Hire ne s'était servi, dans pratiquement tous ses ouvrages, « que de la synthèse ou la manière de démontrer des anciens, par les lignes et des proportions de lignes (...), de plus, comme les vérités géométriques découvertes par les Anciens sont incontestables, on peut croire aussi que la mathématique qui les y a conduits ne peut être abandonnée sans quelque péril ; et enfin les mathématiques nouvelles sont quelquefois si faciles, qu'on se fait une espèce de gloire de s'en passer. »

<sup>46</sup> Enseignant de l'Oratoire. Après avoir professé la philosophie à Toulon puis à Pézenas, il obtient le poste de professeur de mathématique à Angers en 1683 qu'il occupera pendant 22 ans. Il publie plusieurs ouvrages d'enseignement. Il rentre à l'ARS en associé libre en 1716.

<sup>47</sup> *Op. cit.*

<sup>48</sup> *Op. cit.*, livre 8, deuxième partie, pp. 500-914. Il présentera également le calcul intégral non présent dans l'ouvrage du Marquis.

<sup>49</sup> Charles-René, Reyneau, *Analyse démontrée, op. cit.*, tome II, Préface p. xij. En fait, dans le reste de l'ouvrage, pour présenter les infinitésimaux, la référence à la géométrie euclidienne n'est plus présente. Tentant de faire comprendre les infinitésimaux en les présentant comme liés à des présupposés cinématiques, le discours qui prétendait la filiation de la *Géométrie de l'Infini* avec les Anciens apparaît alors comme un simple argument rhétorique. La présentation de Reyneau n'est donc pas plus « rigoureuse » que celle du Marquis de l'Hôpital. L'approche intuitive du mouvement serait peut-être mieux adaptée pour s'initier aux notions d'infiniment petit. L'hypothèse de l'existence du mouvement permet de concevoir la courbe comme trajectoire d'un point qui détourné de sa direction à chaque instant décrit une infinité de petites lignes droites chacune infiniment petites générées par une vitesse infiniment petite. On ne peut manquer d'apercevoir ici l'influence de la théorie des fluxions newtonienne.

<sup>50</sup> *Eloges*, tome II, *op. cit.*, p. 209 (1728).

<sup>51</sup> Il ne discute pas des conditions de passage du fini à l'infini comme il le fera dans certains passages des *Eléments*, I section II.

Toute l'*HARS* est jalonnée de ce genre de remarques. C'est le cas de la partie *Histoire* concernant le mémoire de Maupertuis (1698–1759) écrit en 1727 et intitulé « Quadrature et rectification des figures formées par le roulement des polygones réguliers<sup>52</sup> ». Dans ce mémoire, Maupertuis tente une démonstration de la propriété « Que l'espace de la roulette<sup>53</sup> est triple de celui du cercle qui roule ». Pour se faire, il remarque que cette propriété est valable pour les polygones réguliers quel que soit le nombre de leurs côtés. Il suppose ensuite que la propriété se maintient quand le nombre de côtés devient infini<sup>54</sup>, c'est-à-dire lorsque le polygone devient un cercle, mais il ne le justifie pas.

Ce type de procédé – le passage à la limite d'une propriété vraie dans le fini – est connu de nous comme des contemporains de Fontenelle. En rappelant le caractère classique de ce genre de raisonnement, Fontenelle ajoute :

Il est peut-être remarquable qu'on ait aperçu ces propriétés dans le Polygone infini, avant que de les apercevoir dans les finis, mais il n'est pas extrêmement rare que l'infini, nous mène à des connaissances du fini, que l'on n'aurait pas vues autrement, et en général toutes les vérités ont presque toujours plus de branches qu'on ne pense.<sup>55</sup>

Un autre exemple est celui du mémoire de François Nicole (1683–1758), publié en 1717 et concernant les différences finies<sup>56</sup>, une nouvelle méthode de calcul inventée par l'anglais Brook Taylor (1685–1731). Alors que Nicole n'évoque aucune filiation au calcul différentiel, Fontenelle affirme, dans la partie *Histoire*, que la notion de différentielle, telle qu'elle est utilisée dans le calcul leibnizien, est ce qui a permis à Taylor de supputer la notion équivalente dans l'ordre du fini<sup>57</sup>. Il ajoute: « L'infini, que nous connaissons si peu, ne laisse pas de nous donner des vues sur le fini, que nous croyons toujours à la portée de connaître<sup>58</sup> », et de conclure :

Quoiqu'il en soit, ceux qui ont quelque idée du calcul différentiel et de l'intégral, en verront ici avec plaisir les principes qui percent déjà dans le fini, et qui annoncent ce qu'ils produiront dans l'infini, pour lequel seul [sic] la considération des courbes les avait employer [sic]<sup>59</sup>.

De fait, la rencontre avec la *Géométrie de l'infini* permet, selon Fontenelle, de se rendre compte que le fini anticipait des résultats dans l'infini. La présentation de la *Géométrie de l'infini* comme système cohérent va encore s'appuyer sur d'autres arguments. Fontenelle montre souvent que la *Géométrie de l'infini* permet d'unifier et de généraliser des résultats qui pouvaient être épars. L'*Éloge* de Pierre Varignon est exemplaire à cet égard. Varignon est mis en avant par ses qualités de généralisation d'énoncés mathématiques<sup>60</sup>. Pour Fontenelle, la *Géométrie de l'infini* est un lieu privilégié permettant à Varignon de mettre en acte ses qualités de généralisateur :

Il ne pouvait donc manquer de saisir avidement la Géométrie des infiniment petits dès qu'elle parut ; elle s'élève sans cesse au plus haut point de vue, à l'infini, et de là elle embrasse une étendue infinie (...) [ses travaux] ne sont presque jamais des morceaux détachés les uns des autres (...) par le moyen rien ne lui échappe

<sup>52</sup> *HARS, mémoires*, vol. 28, 1727-1729, p. 202.

<sup>53</sup> La roulette ou cycloïde est la courbe décrite par un point d'une circonférence qui roule sans frottements sur une ligne droite.

<sup>54</sup> « Il est clair que cette démonstration n'est jamais arrêtée, quelque nombre de côtés qu'ait le polygone : et que cette propriété s'étend depuis le premier Polygone, qui est le triangle, jusqu'au dernier, qui est le cercle. »

<sup>55</sup> *HARS*, vol. 28, 1727-1728, « Sur le roulement des polygones réguliers », p. 55.

<sup>56</sup> « Traité du calcul des différences finies » (1719) et *HARS*, vol. 19, 1717-1719, p. 7.

<sup>57</sup> « Toute grandeur différentielle étant intégrée donne la somme de l'infinité des grandeurs différentielles de son espèce qui l'ont précédée », « toute suite de nombres étant posée, si l'on peut trouver l'expression de la grandeur différentielle qu'elle aura après un nombre quelconque de termes (...) et si l'on peut trouver l'intégrale de cette différentielle, cette intégrale sera la somme de tous les termes précédents depuis l'origine de la suite (...) »

<sup>58</sup> « Sur le calcul des différences finies et des sommes des suites. », *HARS*, vol. 19, 1717-1719, p. 38.

<sup>59</sup> *Ibid.*, p. 42.

<sup>60</sup> De multiples exemples rendent compte de la virtuosité de généralisateur que possède Varignon. On peut citer le mémoire de 1706 « Différentes manières infiniment générales de trouver les rayons osculateurs de toutes sortes de courbes, soit qu'on regarde ces courbes sous la forme de polygones ou non. » dans lequel il parvient à donner des formules sans qu'aucune des variables ne soit considérée comme constante.

de ce qui est dans l'enceinte de la matière qu'il traite. (...) Toutes [les vérités nouvelles] ensemble font corps, et les vides qu'elles laissent auparavant entre elles se trouvent remplis<sup>61</sup>.

Fontenelle entame dans l'*Histoire de l'Académie* une présentation de la *Géométrie de l'infini* comme système géométrique qui prolonge et englobe les géométries qui le précèdent. L'élaboration écrite de cette thèse pendra sa forme définitive dans les *Elémens de la Géométrie de l'infini*, en s'appuyant sur l'*HARS*, comme nous le verrons plus loin.

### *Quelle(s) existence(s) pour les infiniment petits ?*

Le débat sur les infinitésimaux en 1701 portait également sur leur statut existentiel. Michel Rolle affirme que les infiniment petits n'existent pas ; il ne fait pas de distinction entre les infiniment petits et les zéros absolus. Les infiniment petits d'ordre supérieur sont encore moins concevables<sup>62</sup>. Pour leur défense, Varignon ne va pas faire directement appel au texte de l'Hospital. La présentation newtonienne des infinitésimaux comme « évanescents » présente dans les *Principia* va être sa principale référence dans sa stratégie de défense<sup>63</sup>.

Lorsqu'en 1701 Fontenelle rend compte de cet épisode dans *HARS*, il ne prend pas partie sur l'existence des quantités infinitésimales. Il décrit uniquement les deux points de vue :

(...) comme (...) [la nouvelle méthode de la *Géométrie des infiniment petits*] admet des Grandeurs infiniment petites, qui cependant se peuvent encore résoudre en d'autres grandeurs infiniment plus petites, qui ont encore elles-mêmes leur infiniment petits, et ainsi de suite à l'infini, [Rolle et Co] attaquèrent le Système par ces endroits-là, qui paraissent fourmiller de contradictions<sup>64</sup>

Pourtant, Fontenelle est convaincu de l'existence des infiniment petits dans un sens qu'il nous faudra, bien sûr, préciser. Dans ses commentaires sur les mémoires, il utilise assidûment le langage des infinitésimaux, par exemple, pour préciser certains comportements locaux de courbes<sup>65</sup>.

Certes, Fontenelle utilise le langage des infinitésimaux, mais de cela on ne peut pas conclure qu'il croit à l'existence des infiniment petits. En effet, certains mathématiciens utilisent le discours des infinitésimaux comme « façon de parler ». Ils ne trouvent nullement nécessaire de se positionner quant à leur existence. C'est le cas de Leibniz qui préfère considérer les infiniment petits comme des « fictions utiles » et ne souhaite pas des considérations supplémentaires qui risqueraient de le faire rentrer dans le champ métaphysique. Leibniz est convaincu que le traitement des infiniment petits n'a surtout pas besoin de discours métaphysiques.

Fontenelle ne partage pas le même point de vue et marquera cette différence malgré l'admiration qu'il porte à l'inventeur du calcul. L'épisode qui suit devrait aider à esquisser quel type d'existence Fontenelle octroie aux quantités infinitésimales.

Lors d'une séance à l'Académie, en 1722, Varignon commence la lecture d'un mémoire intitulé « Courbes considérées comme polygones ou comme courbes

<sup>61</sup> *Éloge de Varignon* (1722), *op. cit.*, p. 89.

<sup>62</sup> « Du nouveau système de l'infini », *op. cit.*, p. 336. D'après Rolle, dans leur démonstration par l'absurde, les Anciens n'ont jamais considéré l'existence des quantités infiniment petites. Au contraire, lorsqu'ils veulent démontrer que deux choses sont égales, ils supposent que la différence entre ces deux grandeurs est plus petite qu'aucune quantité donnée : « Mais ce n'est point attribuer de l'étendue à cette différence : c'est tout au contraire faire voir que cette différence n'est pas une quantité. Car aussitôt qu'on lui attribue une étendue réelle, la démonstration s'y oppose (...) Ainsi l'on peut dire que les différences plus petites qu'aucune quantité donnée, sont des véritables riens dans le sens des Anciens Géomètres ; et delà on voit que ce ne sont pas des différences infiniment petites du nouveau Système, puisque dans le nouveau Système l'on attribue à ces infiniment petits une étendue réelle. »

<sup>63</sup> Il cite presque dans son intégralité la scholie du lemme XI des *Principia* : « la nature des différentielles consiste à être variables et non fixes et à décroître incessamment jusqu'à zéro, *in fluxu continuo*, ne les considérant même qu'au point de leur évanouissement » in *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Strater, London, 1687.

<sup>64</sup> *HARS*, 1701-1703, p.88

<sup>65</sup> Par exemple : « Sur la méthode des infiniment petits pour les Maxima et Minima », *HARS*, 1706, p. 51 ou « Sur les rayons des développées des courbes conçues comme formées d'éléments courbes. », *HARS*, 1706, p. 93.

rigoureuses<sup>66</sup>». Il décède le 23 décembre 1722. Son mémoire ne sera pas publié, mais Fontenelle, peut-être pour rendre hommage à son ami, écrit dans l'*HARS* de la même année un article intitulé : «Sur les courbes considérées exactement comme courbes, ou comme polygones infinis<sup>67</sup> ».

Dans cet article, Fontenelle commence par remarquer que l'on peut connaître distinctement que les lignes droites contrairement aux courbes

(...) considérées en elles-mêmes l'Esprit humain n'y peut trouver aucune prise. (...) nous ne concevons point comment se fait cette flexion continuelle de ses parties en quoi consiste la courbure, quelle est la grandeur de cette flexion, ni son rapport à une autre flexion plus ou moins grande qui sera une autre courbure.<sup>68</sup>

De ce fait, la nouvelle Géométrie a eu l'idée de rapprocher les courbes de « la portée de notre esprit en les concevant comme composées de droites, à la manière que tout le monde fait. » Fontenelle souligne qu'on ne saurait distinguer les infiniment petits qui entrent en compte dans la courbe, mais que celle-ci considérée de cette manière est un polygone rectiligne d'une infinité de côtés infiniment petits. Il rappelle également que l'usage fait que ce polygone est une approximation de la courbe originaire que Varignon a baptisée « courbe rigoureuse ». La courbe « rigoureuse » serait ainsi celle qui aurait « une infinité de côtés infiniment petits de dernier ordre ». Mais dans ce cas, le « côté » du polygone, « au cas qu'il y en ait un », serait un « point absolu ».

Dans la pratique, les mathématiciens se contenteraient que d'une approximation de la courbe « vraie » (souvent d'ailleurs un polygone dont les côtés seraient d'un infiniment petit du premier ordre). Les mathématiciens n'auraient donc que faire de l'exactitude ? Pourquoi ne pas s'approcher infiniment plus de la courbe rigoureuse qui est la *vraie* en rendant ainsi la pratique plus exacte ? Fontenelle va alors formuler un paradoxe :

Mais j'avance de plus ce paradoxe, qu'il me semble que je puis prouver : il n'y a point de courbes rigoureuses, c'est-à-dire dont les parties distinguées, entr'elles par leurs différentes positions, ne soient point que des points absolus. Tous les Géomètres conviennent qu'une Courbe est courbe parce que deux quelconques de ses parties consécutives sont différemment posées par rapport à un Axe commun ; si la 1<sup>ère</sup> lui est inclinée d'une certaine quantité, la 2<sup>ème</sup> l'est plus ou moins, c'est là ce qui fait la flexion continuelle ou courbure. Ces deux parties consécutives ne sont donc pas deux points (...), ce sont donc deux droites infiniment petites, aussi capables de position malgré leur petitesse, que les droites finies.

Il n'y a qu'une étendue qui puisse être ou perpendiculaire ou parallèle ou parallèle ou oblique à une autre (...) et il n'y a pas de courbes rigoureuses<sup>69</sup>.

La courbe est bien formée d'éléments infiniment petits auxquels on peut attribuer une étendue et qui pourront profiter de ce fait du même traitement que les étendues finies. Pour Fontenelle, la courbe réelle est la conséquence d'un mouvement. Celui-ci implique une direction à chaque instant, c'est-à-dire un segment de ligne droite<sup>70</sup>. La courbe rigoureuse n'est donc qu'une idéalité. La courbe comme polygone est bien, pour Fontenelle, la courbe réelle et n'est pas une simple fiction :

C'est ainsi que l'hypothèse des Courbes Polygones qui semblent n'être qu'une fiction commode substituée à un vrai intraitable, devient elle-même ce vrai, quand on la considère de plus près. On croyait qu'elle approchait infiniment du vrai, et il se trouve que le vrai ne doit pas aller plus loin. Cependant nous

<sup>66</sup> La lecture de ce mémoire lui prend plusieurs séances : le 7, le 11 et le 18 Mars, puis le 16 et 19 Décembre. *Procès-verbaux de l'ARS*, 1722. Malheureusement, les archives de l'Académie des Sciences ne possèdent pas de traces écrites de ce mémoire.

<sup>67</sup> *HARS*, 1722, p. 74.

<sup>68</sup> *HARS*, 1722, p. 74

<sup>69</sup> *Ibid*, p. 76.

<sup>70</sup> *Ibid*, p.77 : « En effet il n'y a point de lignes droites qu'on ne puisse concevoir comme décrites par des mouvements qui ne changent point de direction, les courbes par des mouvements qui en changent à chaque instant. Or les mouvements qui en changent à chaque instant, en ont donc une pendant chaque instant, et il est impossible qu'un mouvement ait une direction, s'il ne décrit une droite quelle qu'elle soit (...) ».

appellerons toujours courbes rigoureuses, celles dont on concevait que les *elements* ne seraient que des points absolus<sup>71</sup>.

Les infiniment petits rendent compte de la ligne courbe ; ils ont bien une existence réelle pour Fontenelle.

Fontenelle conçoit la géométrie comme une tension inévitable entre l'exactitude qui se voudrait irréprochable, mais qui tient à une pure abstraction, et un réel auquel a affaire la pratique mathématique et qui peut éventuellement se nourrir du sensible. Fontenelle fait preuve d'une réflexion élaborée et de longue date sur des questions de fondements de la Géométrie<sup>72</sup>.

Lorsqu'il jugera plus tard un des écrits de Leibniz trop désinvolte par son manque d'engagement dans la défense des infinitésimaux, sa position restera entière malgré l'admiration qu'il porte à l'inventeur du calcul.

Cet épisode a lieu en décembre 1701. Leibniz a écrit une lettre à l'encontre d'un écrit du Père Gouye qui attaquait l'existence des différents ordres d'infiniment petits. Cette lettre fut publiée dans le *Journal de Trévoux*<sup>73</sup> ; Leibniz y utilisait la métaphore des incomparables pour défendre l'existence des infiniment petits de différents ordres :

On n'a pas besoin de prendre l'infini ici à la rigueur (...) Et quand il y a plusieurs degrés d'infinité ou infiniment petit, c'est comme le globe de la terre est estimé un point à l'égard de la distance des fixes et une boule que nous manions est encor un point en comparaison du semi diamètre du globe de la terre, de sorte que la distance des fixes est comme un infini de l'infini par rapport au diamètre de la boule.

La publication de la lettre de Leibniz avait été très mal reçue par les infinitistes français, tel Varignon. Ils jugeaient sa réponse maladroite, voire peu engagée, dans leur combat pour défendre les infiniment petits. Le contexte se prêtait à ce genre de critique puisque, comme nous l'avons rappelé, la querelle entre Varignon et Rolle se jouait en particulier sur l'existence ou la non-existence des infinitésimaux. Les propos de Leibniz non seulement ne défendaient pas la cause des infinitistes, mais produisaient aux yeux des infinitistes l'effet inverse.

La position de Leibniz est de considérer tout simplement les infinitésimaux comme des « fictions », mais des fictions « bien fondées » qui abrègent le raisonnement. Dans une lettre adressée à Varignon<sup>74</sup>, il affirme :

(...) d'où il s'ensuit, que si quelqu'un n'admet point des lignes infinies et infiniment petites à la rigueur métaphysique et comme des choses réelles, il peut s'en servir sûrement comme des notions idéales qui abrègent le raisonnement.

Dans l'Eloge de Leibniz (1716), Fontenelle, tout en reconnaissant la priorité d'invention à Newton, dit que la conception leibnizienne des infiniment petits est dans la rigueur géométrique et que sa caractéristique est préférable à celle de Newton<sup>75</sup> : « Il a

---

<sup>71</sup> *Ibid.*, p. 77.

<sup>72</sup> Toute sa correspondance témoigne de réflexions métamathématiques. Citons par exemple sa lettre à Crousaz du 25 Mars 1729 : « La géométrie roule, non sur le réel précisément, mais sur des idées abstraites, ou plustost formées par abstraction. Telles sont celles du point, de la ligne, de la surface. Il suffit que ces idées soient équivalentes au réel. On peut dire que le point, la ligne, etc., existent réellement, je le veux bien, mais je vais plus loin; je dis que la géométrie prend et adopte des idées contraires au réel. Deux lignes ne peuvent jamais avoir réellement un point commun ; il faudrait pour cela une pénétration phisiquement impossible. (..) La Géométrie a pris une idée fausse en elle-même, mais parfaitement équivalente au vrai dans ses suites. Si, après que j'aurais fait une démonstration fondée sur ce que deux lignes se couperaient en un point commun, on venait m'objecter que cela est impossible dans la nature, l'objection ne serait pas légitime, parce qu'il n'en faut plus tirer de ce réel que j'ai abandonné, et où je ne suis plus ; il n'est plus permis de les tirer que de l'hypothèse où je suis. »

<sup>73</sup> Lettre de Leibniz à Pinson, 29 Août 1701.

<sup>74</sup> Lettre à Varignon du 2 Février 1702.

<sup>75</sup> Lors de l'éloge de Newton, on peut remarquer qu'il s'abstiendra d'un enthousiasme aussi marqué à propos de la Géométrie des fluxions.

connu cette infinité d'ordres d'infiniment petits toujours infiniment plus petits les uns des autres, et cela dans la rigueur géométrique<sup>76</sup>. »

Cependant, Fontenelle émet une critique sévère à l'encontre de Leibniz dont la position manquerait de fermeté concernant la conception des infiniment petits. Il aurait « trahi » la cause défendue par les infinitistes de l'Académie :

Il semble cependant qu'il en ait été ensuite effrayé lui-même, et qu'il ait cru que ces différents ordres d'infiniment petits n'étaient que des grandeurs incomparables, à cause de leur extrême inégalité, comme le serait un grain de sable et le globe de la terre, la terre et la sphère qui comprend les planètes, etc. Or, ce ne serait là qu'une grande inégalité mais non pas infinie, telle que l'on établit dans ce système. Aussi ceux mêmes qui l'ont pris de lui, n'ont-ils pas pris cet adoucissement qui gênerait tout. Un architecte qui a fait un bâtiment si hardi, qu'il n'ose lui-même y loger<sup>77</sup>.

Tout ce nous venons de voir montre que Fontenelle prend très au sérieux la description de la *Géométrie de l'Infini*. Fontenelle a pour dessein de rendre hommage à cette nouvelle géométrie et ne souhaite pas la voir restreinte à un simple calcul. Certes, le témoignage des mémoires où toutes sortes de problèmes mathématiques ou physico-mathématiques sont résolus rendent célèbre l'efficacité du calcul des différences. Cependant, Fontenelle a indéniablement une préférence, lorsqu'il parle de l'usage du calcul différentiel, en le nommant « Géométrie de l'infini » plutôt que « calcul de l'infini ». En fait, le mot « calcul » est finalement très peu prononcé dans l'*HARS*<sup>78</sup>.

Fontenelle est convaincu que la *Géométrie de l'infini* permet de préciser des notions mathématiques qui étaient peu claires auparavant. L'ouvrage *Elémens de la Géométrie de l'infini* va être le lieu où des explications pourront être développées.

Aussi, le secrétaire perpétuel est le plus assidu des académiciens et celui qui connaît le mieux tout le savoir qui émerge de l'Académie. Il voit en particulier les mathématiciens dans leur pratique et s'interroge sur l'implicite d'une telle pratique.

L'ouvrage *Elémens de la Géométrie de l'infini* nous semble constituer pour l'historien un témoignage unique de l'explicitation d'une telle pratique.

### *Les Elémens de la Géométrie de l'Infini*

Le rapport de Mairan et Nicole concernant la lecture de l'ouvrage *Elémens de la Géométrie de l'Infini* est lu pendant la séance de l'Académie du 22 Février 1727.

D'après les rapporteurs, l'ouvrage fait honneur à l'Académie. On loue la présentation tout à fait nouvelle des idées sur l'infini : « La Compagnie a jugé que la plupart des idées contenues dans cet Ouvrage étaient nouvelles, soit par le fond, soit par la forme que l'Auteur leur donnait », « La présentation des suites infinies, de la nature des courbes et de leurs propriétés, des problèmes physico-mathématiques, des incommensurables, des quantités imaginaires apparaît toute *nouvelle* et comme faisant partie d'un plan général, qui présentait à l'esprit un spectacle magnifique (...)»<sup>79</sup>.

<sup>76</sup> *Éloge de Leibnitz*, op.cit., t. II, p. 384.

<sup>77</sup> *Ibid*, p. 384. La lettre du 9 septembre 1705 de Leibniz à Fontenelle corrobore l'idée que Leibniz a une position plus « pragmatique » que celle de Fontenelle. Parlant de l'ouvrage auquel Fontenelle travaille, Leibniz écrit : « J'attends vos belles méditations sur l'infini et l'infiniment petit. Il est vrai que chez moi les infinis ne sont pas des tous et les infiniment petits ne sont pas des grandeurs. Ma métaphysique les bannit de ses terres, et je ne leur donne retrait que dans les espaces imaginaires du calcul géométrique, ou ces notions ne sont de mise que comme les racines qu'on appelle imaginaires. La part que j'ai eue à faire valoir ce calcul des infinitésimales ne me rend pas assez amoureux pour les pousser au-delà du bon sens. »

<sup>78</sup> Il dira même plus précisément que le calcul n'est à « la géométrie que ce que l'expérience est à la physique », dans Préface aux *Elémens de Géométrie de l'infini*. Le calcul peut avoir un effet fascinant mais pour Fontenelle il reste une expérience de pensée. J-P. Cléro, en commentant le passage cité dira : « À coup sûr, ce qui est expérimenté par l'esprit, ce ne sont pas les choses ; c'est plutôt un certain rapport de symbolique et d'imaginaire », dans Jean-Pierre Cléro, « Un traité de nomographie », *Revue Fontenelle*, n°4, Publications universitaires de Rouen et du Havre, Mont Saint-Aignan, 2006, p. 105.

<sup>79</sup> *Procès-verbaux de l'ARS*, 22 février 1727.

Notre propos n'est pas de présenter le système fontenellien<sup>80</sup>. Nous souhaitons seulement, par un exemple d'étude comparative des textes de l'*HARS* et des *Elémens*, témoigner de l'émergence d'idées sur l'infini dans l'*HARS*, idées qui sont développées et précisées dans les *Elémens*.

La richesse de cet ouvrage se décline en un large éventail de sujets. Fontenelle y reprend de nombreuses présentations de notions mathématiques mais à partir de la notion d'infini<sup>81</sup>. L'ouvrage est divisé en deux parties. La première partie, intitulée « Système général de l'infini » a douze sections. La première section est destinée à rappeler la notion de grandeur, elle est suivie de deux sections où il s'agit de définir les notions de grandeurs infinie et infiniment petite. L'écriture de ces deux sections permet à Fontenelle de préciser les notions de nombres incommensurables, négatifs et imaginaires et la notion de courbe<sup>82</sup>. La notation leibnizienne n'apparaît que dans les deux dernières sections. La deuxième partie, intitulée « Différentes applications ou remarques », contient huit sections. Fontenelle y traite en particulier de l'exactitude de la démarche qui consiste à négliger des quantités infiniment plus petites dans la pratique du calcul des différences.

À cause du caractère central de la notion de courbe, nous traiterons des précisions que Fontenelle y apporte en s'aidant de l'analyse des infiniment petits. Pour ce faire, nous avons choisi un groupement de textes qui nous ont semblés représentatifs<sup>83</sup>.

### *Une géométrie des infiniment petits justifiée*

Fontenelle a défini par analogie à la grandeur infiniment grande ce qu'est « la grandeur infiniment petite <sup>84</sup> ». Il représente par le symbole «  $\frac{1}{\infty}$  » une grandeur infiniment petite résultant d'une « division poussée à l'infini du fini, comme 1 est une partie infinitième de l'infini ». Il fait bien la distinction entre  $\frac{1}{\infty}$  et le zéro absolu<sup>85</sup>. Le zéro absolu est le « pur rien » ; ce pur rien et la grandeur « n'ont nul rapport géométrique ». En revanche, le  $\frac{1}{\infty}$  « pourra être pris pour zéro, non pour zéro absolu, car  $\frac{1}{\infty}$  est toujours grandeur en lui-même, mais pour zéro relatif, c'est-à-dire, par rapport à toute grandeur finie, quelque petite qu'elle soit. »

Dans le début de la section VIII intitulée « Lignes infiniment petites de tous les ordres », Fontenelle met en relation les nombres et les lignes : à tout nombre correspond une ligne et en particulier à un nombre infiniment petit correspond une ligne infiniment petite. Les lignes infiniment petites, ayant une étendue, héritent du même traitement que les lignes finies. Une géométrie pour les infiniment petits existe bien et Fontenelle l'introduit naturellement<sup>86</sup> :

<sup>80</sup> En ce qui concerne la présentation du système, nous renvoyons à « Fontenelle ou les raisons de l'infini » dans Michel Blay, *Les raisons de l'infini*, Paris, Gallimard, 1993.

<sup>81</sup> L'ouvrage est divisé en deux parties. La première partie « Système général de l'infini » a 12 sections, la première est destinée à rappeler la notion de grandeur ; suivent les sections où il s'agit de définir la notion de grandeurs infinie et infiniment petite. Ces deux sections vont lui permettre de reprendre les notions de nombres incommensurables, négatifs et imaginaires, la notion de courbe. La notation leibnizienne n'apparaît que lors des deux dernières sections. La deuxième partie, « Différentes applications ou remarques », contient huit sections.

<sup>82</sup> Comment concevoir une ligne courbe, comment distinguer une ligne géométrique d'une ligne mécanique (c'est-à-dire celle qui ne possède pas d'équation algébrique).

<sup>83</sup> Dans les *Elémens* : « Lignes infiniment petites de tous les ordres, et toujours étendues », Partie I, section 8, « Idée générale des lignes courbes », Partie I, section 9, « Sur les courbes considérées exactement comme courbes, ou comme polygones infinis », *HARS*, 1722, « De la formation des lignes par des points, des plans par des lignes, et des solides par des plans. », *Elémens*, Partie II, section 5.

<sup>84</sup> Section IV.

<sup>85</sup> §336-340.

<sup>86</sup> On peut remarquer que cette idée est contraire à Leibniz pour qui les infiniment petits ne possèdent pas d'étendue : « Chez moi les infinis ne sont pas des tous et les infiniment petits ne sont pas des grandeurs. Ma métaphysique les bannit de ses terres et ne leur donne retraite que dans les espaces imaginaires du calcul géométrique, ou ces notions ne sont de mise que comme les racines que l'on appelle imaginaires. » : Lettre à Fontenelle du 9 septembre 1704.

Cela n'empêche pas qu'elles [les lignes infiniment petites] ne soient pas des points *physiquement* ou *sensiblement*, comme les  $\frac{1}{\infty}$  sont des zéros relatifs, mais en elles-mêmes, ou géométriquement, ce sont des étendues.

Donc tout ce qui appartient aux lignes finies, leur appartient aussi. Elles peuvent être perpendiculaires à d'autres lignes quelconques, obliques, parallèles, en un mot, elles ont une position que des points absolus n'ont pas<sup>87</sup>

La *Géométrie de l'infini* est ainsi légitimée comme géométrie grâce à l'appartenance des infiniment petits à la catégorie des grandeurs. Le cadre de la nouvelle géométrie permet à Fontenelle de préciser ce qu'est une courbe et de donner une « idée plus générale<sup>88</sup>. »

Il commence par rappeler l'idée commune de ses contemporains qu'une courbe peut être conçue comme trajectoire décrite par un point : « Il n'y a point de Ligne qui ne puisse être conçue comme décrite par le mouvement d'un point qui coule. » La droite est alors la ligne caractérisée par un mouvement qui ne change jamais de direction et la ligne courbe, au contraire, est caractérisée par un mouvement qui change tout le temps de direction.

Cette conception de la courbe comme mouvement qui change de direction à chaque instant est très répandue à l'époque de Fontenelle ; l'influence newtonienne de la théorie des fluxions y est sûrement pour quelque chose. C'est à partir de celle-ci, que dans *Analyse démontrée*, Reyneau fait la première supposition du calcul différentiel :

Toutes les lignes droites et courbes, et toutes les figures des surfaces et des solides, peuvent être regardées comme formées ou décrites par le mouvement ; les lignes droites par le mouvement d'un point qui n'est point détourné dans sa direction ; les courbes par le mouvement d'un point qui étant détourné à chaque instant de sa direction, ne décrit aucune lignes droite finie, mais une infinité de petites lignes droites chacune infiniment petite (...)<sup>89</sup>.

Aussi, Reyneau va-t-il donner une définition de la « différence » comme « l'augmentation ou la diminution infiniment petite que reçoit une quantité changeante à chaque instant par une vitesse infiniment petite, dans la formation d'une ligne ou d'une figure ». Dans la suite de son ouvrage, Reyneau n'utilise pas la notion de « vitesse infiniment petite » pour traiter avec les courbes mais reprend l'approche du Marquis de l'Hospital<sup>90</sup>, ce qui a pour effet de faire apparaître sa définition comme inefficace<sup>91</sup>. Le dessein de Fontenelle est de rendre plus claire cette conception d'une courbe par le mouvement en utilisant le langage des infiniment petits. Dans la section « Idée générale des lignes courbes », Fontenelle affirme que si toute courbe peut bien être décrite par un mouvement dont la direction change ou ne change pas, il convient de s'interroger sur ce que veut dire « changer toujours de direction » :

Il faut voir maintenant ce que c'est que changer toujours de direction. Le point décrivant n'en peut changer qu'après chaque pas ou chemin fini, ou après chaque pas infiniment petit ; il n'en peut changer que finiment, ou infiniment peu<sup>92</sup>.

<sup>87</sup> *Elémens*, *op. cit.*, p. 246.

<sup>88</sup> Section IX de la partie I.

<sup>89</sup> Charles-René Reyneau, *Analyse démontrée*, *op. cit.*, Livre VIII, p. 637.

Il convient de remarquer que, dans *HARS 1700*, « sur les forces centrifuges » Fontenelle va expliciter cette notion de vitesse infiniment petite : « la vitesse d'un corps qui dans un temps infiniment petit est supposé parcourir un espace infiniment petit, n'est donc pas infiniment petite, mais une grandeur finie, puisque c'est le rapport de deux infiniment petits de même genre.

<sup>91</sup> À propos de cette définition J.-P. Lubet fera remarquer que « la référence à une vitesse *infiniment petite* dans la définition de la *différence* reste énigmatique, elle ne joue aucun rôle dans le reste du traité » dans « Le calcul différentiel et intégral dans l'Analyse démontrée de Charles-René Reyneau », *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, N°38, avril 2005, p. 162.

<sup>92</sup> *Elémens*, *op. cit.*, p. 255.

Fontenelle va donc examiner quatre cas selon que les deux critères de pas et de changement de direction soient finis ou infiniment petits<sup>93</sup>. Il nommera chacun des cas par le résultat auquel on parvient.

Nous résumons son étude sous forme de tableau<sup>94</sup> :

Changement de direction	Pas	Résultat
fini	fini	Polygone rectiligne
fini	Infiniment petit	« Zic-Zac »
Infiniment petit	fini	Ligne droite
Infiniment petit	Infiniment petit	Ligne courbe

Fontenelle fait remarquer que, contrairement aux préjugés, ce n'est pas la ligne droite qui est la plus opposée à la ligne courbe : il est plus opposé de changer infiniment peu de direction en un pas infiniment petit que de changer finiment dans un pas infiniment petit (« Zic-zac »). La ligne droite est donc un cas extrême de ligne courbe, celui dont la direction du mouvement change infiniment peu lorsque le pas est fini.

Ces deux critères permettent aussi à Fontenelle de rendre compte de la caractérisation de la ligne courbe comme « flexion continue ». La « flexion » est l'effet de ce changement infiniment petit et elle est « continue » parce qu'elle a lieu à chaque instant, c'est-à-dire à chaque pas infiniment petit<sup>95</sup>. L'infiniment petit a donc pour effet de courber :

Donc la courbe en général, et par rapport à nos connaissances, est un assemblage de lignes droites infiniment petites du 1<sup>er</sup> ordre, dont chacune se détourne infiniment peu de celle qui la précède ou la suit (...) Ces petites droites s'appellent les côtés de la Courbe, qui est par conséquent un *Polygone rectiligne dont les côtés sont infiniment petits*. On sousentend qu'ils se détournent infiniment peu les uns des autres.<sup>96</sup>

### *Courbes réelles VS courbes rigoureuses*

Dans la section V de la première partie des *Elémens*<sup>97</sup>, Fontenelle revient sur l'opposition entre courbe réelle et courbe rigoureuse dont il était question dans l'article « Sur les courbes rigoureuses considérées comme courbes, ou comme polygones infinis » de l'*HARS* (étudié plus haut).

La comparaison des deux textes montre que Fontenelle reprend intégralement les mêmes idées qu'il avait formulées à l'Académie, au point que quelquefois la formulation est identique.

Nous avons résumé les trois temps principaux qui sont communs aux deux textes par un tableau.

<sup>93</sup> §728-730.

<sup>94</sup> Cette étude par disjonction de cas lui permet de revenir sur l'ancienne opposition entre le courbe et le droit. C'est le « zic-zac » qui apparaît comme plus fortement opposé à la ligne courbe : « la plus grande opposition possible à la ligne droite car rien n'est plus opposé à ne changer jamais de direction après chaque pas fini, que d'en changer toujours finiment après chaque pas infiniment petit ». Le courbe est moins opposé au droit : « et il est visible que de n'en changer qu'infiniment peu à chaque pas infiniment petit, est une moindre opposition. »

<sup>95</sup> Le terme « flexion » se traduit en anglais par « fluxion ». *The Oxford English Dictionary* indique pour « fluxion » : « the action of flowing [couler] (...) Also, continuous or progressive motion ; continual change. » Une occurrence est trouvée en 1660 dans Stanley, *Hist Philos.* comme « The point by fluxion makes a line ». On retrouve bien sûr ensuite le terme dans les traités anglais de calcul fluxionnel.

<sup>96</sup> *Elémens, op. cit.*, §736, p. 255.

<sup>97</sup> « De la formation des Lignes par des points, des plans par des lignes, et des solides par des plans »

<p align="center"><b>Comparaison des textes « Sur les courbes considérées exactement comme courbes, ou comme polygones infinis », <i>HARS</i>, 1722 (texte 1) et « De la formation des lignes par des points, des plans par des lignes, et des solides par des plans. », <i>Elémens</i>, Partie II, section 5 (texte 2)</b></p>			
	<p><b>La courbe est une flexion continue de toutes ses parties.</b></p> <p><b>Composition de la courbe.</b></p> <p><b>Conception de la courbe comme un polygone d'une infinité de côtés</b></p>	<p align="center"><b>Enonciation du paradoxe :</b></p> <p align="center"><b>Courbe rigoureuse VS courbe réelle</b></p>	<p align="center"><b>Résolution du paradoxe</b></p>
<p align="center"><b>Texte 1</b></p>	<p>p. 74 « Nous ne concevons point comment se fait cette flexion continue de ses parties »</p> <p>p. 75 : « Nous ne concevons distinctement que des lignes droites, la nouvelle géométrie a rapproché les Courbes de la portée de notre esprit en les concevant comme composée de droites, à la manière que tout le monde fait. (...) Les courbes considérées de cette seconde manière sont des polygones rectilignes d'une infinité de côtés infiniment petits. »</p>	<p>p. 75 : « La courbe polygone n'est qu'une Courbe approchée ou infiniment peu différente de la rigoureuse. (...) Mais à la rigueur il en diffère encore »</p> <p>p. 76 : « On pourrait demander pourquoi on se contente de considérer les Courbes comme des polygones dont les côtés sont des infiniment petits du 1<sup>er</sup> ordre, et s'il ne vaudrait pas mieux pousser ces côtés à des ordres inférieurs, car on approcherait davantage de la Courbe rigoureuse qui est la vraie. »</p>	<p>p. 75 : « Tous les géomètres conviennent qu'une courbe est courbe parce que deux quelconques de ses parties consécutives sont différemment posées par rapport à un Axe commun : si la 1<sup>ère</sup> lui est inclinée d'une certaine quantité, la 2<sup>nd</sup> l'est plus ou moins, c'est là ce qui fait la flexion continue ou courbure. Ces deux parties consécutives ne sont donc pas deux points (...) Or ni un point, ni un nombre fini de points, quelque grand qu'il soit, ne sont une étendue, donc c'est par une ligne droite qu'une Courbe est posée à l'égard de son axe de la manière dont elle l'est en chacune de ses parties, donc ses parties sont des droites, et il n'y a point de Courbes rigoureuses.</p> <p>En effet, il n'y a point de courbes que l'on ne puisse concevoir comme décrites par des mouvements, les droites par des mouvements qui ne changent pas de direction (...) »</p>
<p align="center"><b>Texte 2</b></p>	<p>§1352 : « Une droite n'est point par elle-même divisée en parties, elle n'a que celles que lui donne une division arbitraire : mais la nature de la Courbe réelle consistant dans une flexion continue, elle a par elle-même, pour parties élémentaires et composantes, celles que cette flexion rend distinctes les unes des autres. Or il s'agit de voir si ces parties sont des points ou des droites infiniment petites »</p>	<p>§1352 : « s'il y a quelque lignes qu'il faille concevoir comme composée de points, c'est la Courbe. La Nouvelle Géométrie qui considère les Courbes comme formées de droites infiniment petites, passe pour ne donner qu'une supposition infiniment approchante du vrai, une approximation infinie des Courbes réelles, qui n'ont aucunes parties droites, et par conséquent ne sont pas formées de points. »</p>	<p>§ 1352-1353 :</p> <p>« Tous les géomètres conviennent qu'une Courbe est toujours différemment inclinée à son axe, ou, ce qui revient au même, que ses parties élémentaires sont toutes différemment posées par rapport à son axe. Ce ne sont donc pas des points, car des points n'ont aucune position par rapport à une droite, ce ne sont donc que des lignes infiniment petites.</p> <p>Tout le monde convient aussi que toutes les Courbes peuvent être décrites par des mouvements (...) Or un mouvement ne peut changer de direction à chaque instant, s'il en a une pendant chaque instant, et pour en avoir une, il faut qu'il suive une ligne droite, qui sera infiniment petite, puisque la durée du mouvement, selon cette direction, sera un infiniment petit. »</p>

### Conclusion

De la même façon que cet exemple en témoigne, une étude comparative plus poussée pourrait montrer que l'écriture des *Elémens de la Géométrie de l'Infini* a été élaborée à partir du contact de Fontenelle avec ces académiciens qui pratiquent les infiniment petits.

Certainement, ces exemples montreraient encore que l'un des desseins de Fontenelle est de fixer par écrit une histoire de la pratique des infiniment petits au sein de l'Académie. Ses commentaires sur la *Géométrie de l'infini*, que ce soit dans l'*HARS* ou dans leurs reprises dans les *Elémens*, montrent que Fontenelle veut promouvoir l'idée selon laquelle non seulement il y a nécessité de l'introduction de la *Géométrie de l'infini* mais aussi que ce point de vue est partagé par la communauté académique. Dans ce sens, Fontenelle écrit le récit d'un consensus académique. S'il y eut quelques opposants à la *Géométrie de l'infini*, ce récit affirme que la communauté parvient à une pratique notablement paisible et de plein droit. Quant au statut existentiel des infiniment petits, le point de vue académique s'écarterait de celui de Leibniz, si grande que fût l'inavouée admiration de Fontenelle à son égard: les infiniment petits ont une étendue et sont enclins à être l'affaire d'une géométrie dont l'existence est plus que légitimée par Fontenelle.

Si nous sommes persuadés de la volonté de Fontenelle de montrer qu'il y a bien un consensus, voire une normalisation, des pratiques des infiniment petits, il s'agira d'évaluer dans quelle mesure ce récit n'est pas romancé.

Dans une lettre adressée à Varignon le 20 juin 1702, Leibniz, tout en reconnaissant l'ambition du projet de Fontenelle, lui confie : « Entre nous je crois que M. de Fontenelle, qui a l'esprit galant et beau, en a voulu railler, lorsqu'il a dit qu'il voulait faire des éléments métaphysiques de notre calcul.<sup>98</sup> »

On ne saurait être étonné que Leibniz n'ait pas pris complètement au sérieux le projet fontenellien, mais nous n'avons pas non plus de certitude de l'adhésion unanime des académiciens au point de vue de Fontenelle. Le compte rendu des *Elémens* fait par les soins de Mairan et Nicole est lu à l'Académie et publié intégralement à la tête de l'ouvrage. Cependant, un projet de ce compte rendu différerait du définitif. Il fût communiqué par Mairan à l'abbé Trublet (1697-1770) et celui-ci le publia plus tard dans *les Mémoires pour servir à l'Histoire de la vie et des ouvrages de M. de Fontenelle*<sup>99</sup> Ce projet contient des propos suggérant un point de vue sur les infiniment petits plus proche de celui de Leibniz que de Fontenelle. En parlant des « infiniment petits de différents ordres » et d'autres entités forgées par la *Géométrie de l'infini*, Mairan affirme que ce ne sont que des « êtres purement relatifs, hypothétiques et auxiliaires » et que :

On peut dire que l'Infini mathématique est au fini intellectuel de la Géométrie ordinaire, comme celui-ci est au fini réel et existant, qui en fait l'objet pratique. C'est sous cet aspect que l'Infini Mathématique, et ses différents ordres, dépendent de la nature du problème à résoudre, ou du théorème à démontrer (...) c'est ainsi que l'Infini Mathématique, qui n'est en général qu'une quantité inassignable, plus grande ou plus petite qu'aucune quantité donnée, est pourtant assigné, comparé, calculé, et soumis à toutes les opérations de l'Arithmétique et de l'Algèbre, dans l'expression hypothétique qui le représente. (...) Mais est-on parvenu à la solution du Problème, à la démonstration du Théorème, leur résultat ne représente à l'esprit que l'évidence la plus parfaite, d'après l'Algèbre et la Géométrie les plus rigoureuses; et tous ces êtres hypothétiques et métaphysiques contradictoires s'évanouissent. L'échafaudage disparaît sitôt qu'on est arrivé au faite de l'édifice et que le palais est achevé<sup>100</sup>.

<sup>98</sup> Lettre de Leibniz à Varignon du 20 Juin 1702.

<sup>99</sup> *Mémoires pour servir à l'Histoire de la vie et des ouvrages de M. de Fontenelle*, Paris, Chez Dessaint et Saillant Libraires, 1761, p. 315-318. Nous ne savons pas pourquoi la partie qui suit a été amputée du texte définitif.

<sup>100</sup> *Ibid.*, pp. 316-317. Ce propos contraste avec les propos de Fontenelle concernant la réalité des êtres mathématiques tels les infinitésimaux même s'il reconnaît que la Mathématique fonctionne par abstraction des êtres finis existants. Voir par exemple la Préface des *Elémens*.

Peut-être, le rôle de secrétaire a-t-il dicté à Fontenelle une règle de conduite qui avait pour effet de lisser la réalité du consensus académique. Il faut se montrer bien sûr critique sur ce qui appartient proprement à Fontenelle.

Les articles de l'*HARS* évoqués ou l'ouvrage *Elémens de la Géométrie de l'infini*, nous paraissent, quoi qu'il en soit, d'excellents témoignages historiques de l'introduction d'une nouvelle pratique mathématique et de son essai de normalisation.