



HAL
open science

Le cadran solaire du barrage de Castillon

Denis Savoie

► **To cite this version:**

| Denis Savoie. Le cadran solaire du barrage de Castillon. Cadran Info, 2009. hal-03955264

HAL Id: hal-03955264

<https://hal.science/hal-03955264v1>

Submitted on 24 Jan 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Le cadran solaire du barrage de Castillon

Par Denis Savoie

Tracer un cadran solaire sur une voûte de barrage est une idée de Roland Lehoucq¹ et moi-même qui remonte à plusieurs années. Mais un tel projet nécessitait de mobiliser des moyens très importants que seule une occasion exceptionnelle pouvait déclencher. L'opportunité se présenta lorsque 2009 fut déclarée « année mondiale de l'astronomie » : dès l'hiver 2008, nous présentâmes au service hydraulique de EDF un projet qui consistait à installer un mat horizontal gigantesque au sommet de la voûte d'un barrage afin que son ombre se projette sur le parement aval.



Fig. 1 : Parement aval du barrage de Castillon avec l'ombre incurvée de la corniche.
Sur la droite de la photo se trouve l'évacuateur de crue.

A l'automne 2008, le département hydraulique de EDF, très enthousiaste d'emblée à ce projet, nous adressa une liste de sept barrages voûtes orientés vers le Sud. Un seul fut retenu, le barrage de Castillon, d'une part en raison de la « pureté » de sa voûte mince (sans évacuateur de crue sur le parement) mais aussi en raison de son emplacement sur le Verdon, dans les Alpes de Haute-Provence², un lieu hautement touristique (fig. 1 et 2). Qui plus est, l'année 2009 coïncidait avec les soixante ans de la mise en eau du barrage, dont la

¹ Astrophysicien, CEA de Saclay.

² Le barrage est situé sur la commune de Demandolx et porte le nom de « Barrage de Castillon Demandolx ». Il retient au maximum 150 000 000 m³ d'eau du Verdon sur une surface de 500 ha, laquelle est utilisée pour produire de l'électricité. L'usine hydroélectrique située au pied du barrage produit 51 MW à l'aide de quatre turbines Francis. L'eau est ensuite acheminée par un canal souterrain d'environ 600 m vers une deuxième retenue qui forme le lac de Chaudanne pour être turbinée à nouveau au barrage éponyme. Sur la construction du barrage et ses problèmes techniques, voir P. Ehrmann, M. Guelton, « Le barrage de Castillon sur le Verdon », *Travaux*, janvier 1948, p. 65-70.

construction fut achevée en 1948 par le grand barragiste André Coyne (1891-1960), qui a notamment réalisé les barrages de Marèges et de Tignes (plus haut barrage voûte d'Europe).

L'auteur de ses lignes était passé par hasard quelques mois plus tôt en vacances sur le barrage de Castillon, sans savoir qu'il serait choisi, et avait pris une photo qui allait radicalement bouleverser le projet initial d'indiquer l'heure avec un style droit horizontal.



Fig. 2 : Parement amont du barrage de Castillon. Au pied du barrage se trouve l'usine hydroélectrique d'où s'échappe l'eau du Verdon.

1 – Géométrie du parement aval

Le barrage de Castillon, tel qu'il a été défini par André Coyne (fig. 3 et 3bis), peut être divisé en trois parties pour le parement aval³ :

- au-dessous de la cote 810,00 (cote d'altitude NGF = Nivellement Général de la France), le parement aval est une portion de cylindre vertical
- entre les cotes 810,00 et 850,00 le parement aval est un conoïde dont les génératrices sont des droites s'appuyant à la fois sur le cercle de couronnement de rayon $R = 70,00$ m ; sur le cercle directeur du bas de rayon $R = 21,17$ m à la cote 764,75 ; sur la verticale du centre de couronnement.

Les lignes de niveau sont des limaçons de Pascal définis par l'équation :

$$\rho_1(\theta) = 70 - 0,6074z + 0,3674z \cos \theta \quad (1)$$

z étant l'altitude mesurée vers le bas en mètres depuis le cercle de couronnement amont à la cote 880,00 et θ l'angle de rotation mesuré depuis l'axe du barrage.

³ Le parement amont est un cylindre vertical de rayon $R = 70$ m.

Le fruit d'une génératrice $m = 0,6074 - 0,3674 \cos \theta$.

- entre les cotes 850 et 880, le parement aval est une surface raccordant le conoïde au cercle de couronnement aval. Des plans verticaux rayonnant autour de la verticale du centre du couronnement coupent cette surface par des paraboles d'équation :

$$\rho_2(m) = 66 - \left(\frac{z^2}{225} + \left(m - \frac{4}{15} \right) z \right)$$

Les courbes de niveau ont pour équation polaire :

$$\rho_2 = 66 - 0,3407z - 0,0044z^2 + 0,3674z \cos \theta \quad (2)$$

Les équations polaires (1) et (2) sont absolument fondamentales puisqu'elles définissent la forme du parement aval qui est donc (au-dessus de la portion cylindrique qui n'est pas utilisée pour tracer le cadran solaire) un conoïde raccordé à un parabolôïde. Vu du dessus, cette double forme n'est pratiquement pas visible ; par contre lorsqu'on est situé au pied de l'ouvrage, on distingue nettement la rupture (fig. 4).

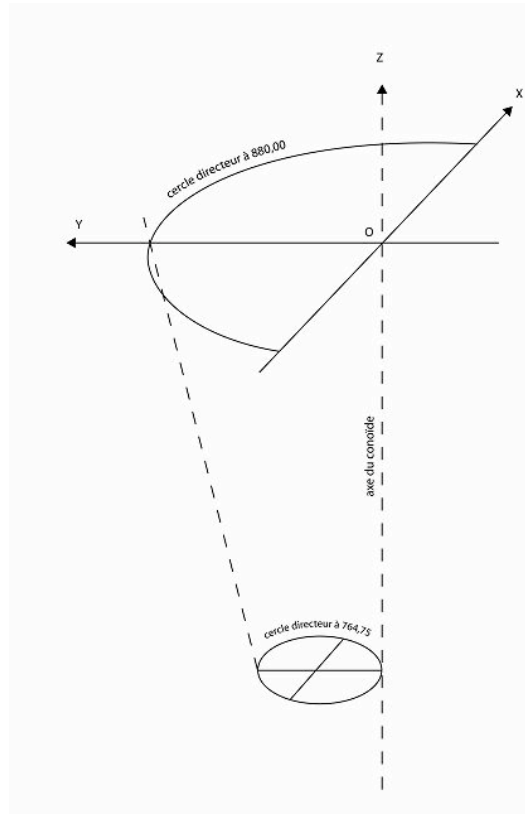
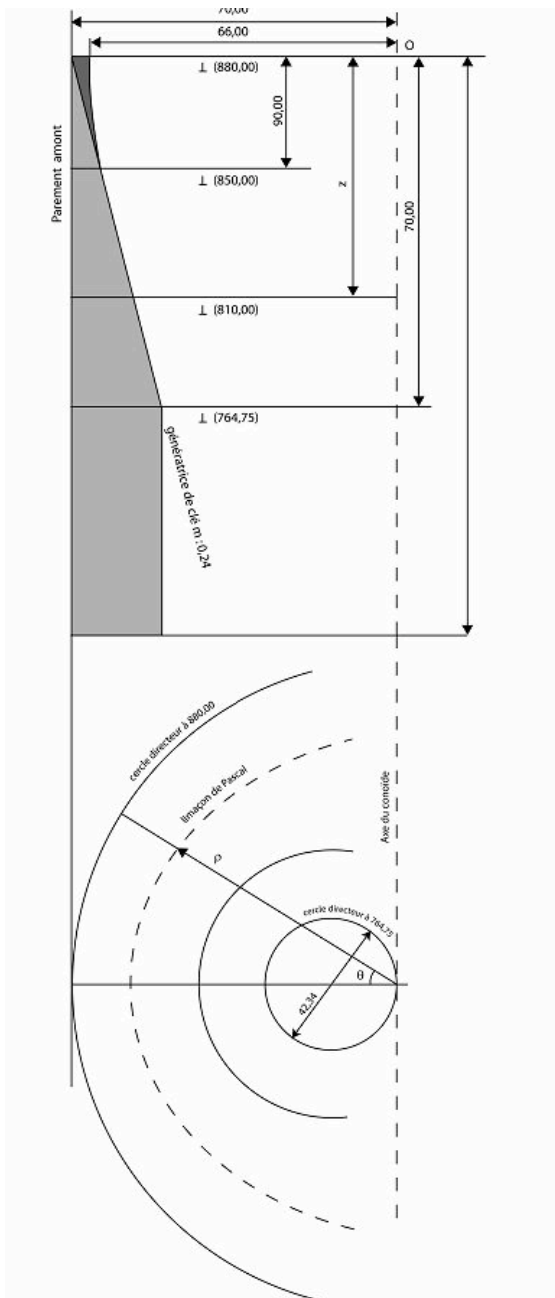


Fig. 3 et 3bis : Géométrie du barrage définie par A. Coyne. Le cadran est tracé entre les cotes 810 et 880



Fig. 4 : Photo prise depuis le pied du barrage. Au premier plan se trouve la partie cylindrique ; on distingue bien un peu plus haut la « rupture » entre la partie limaçon de Pascal et la partie parabolique.

La hauteur totale du barrage s'obtient tout simplement en faisant la différence des cotes des cercles directeurs, soit $880 - 764,75 = 115,25$ mètres. L'épaisseur à la crête est de 4 m tandis qu'à la base elle est de 16,80 m.

Les coefficients des équations ci-dessus sont théoriques et correspondent à ce que les ingénieurs qui ont construit le barrage devaient suivre. Mais il y a bien évidemment lieu de distinguer la théorie de la pratique : avec les techniques d'après-guerre, il fallait « faire au mieux » avec les coffrages de béton, les ajustements en fonction de la roche, etc, de sorte que pour le calcul du cadran solaire, il fallait s'assurer si le parement définitif tel qu'il existe aujourd'hui s'écartait – et de combien – du parement idéal (fig. 5 et fig. 6).



Fig. 5 : Le barrage en construction en 1948 vu de l'amont. Au premier plan se trouve le pont qui enjambait le Verdon.

Car deux solutions se présentaient : dans le premier cas, on pouvait ajuster les constantes des équations (1) et (2) en tenant compte des distorsions et anomalies inévitables qu’avaient engendré les coffrages à béton, ce qui permettait de calculer le cadran solaire analytiquement. Dans le deuxième cas, la voûte était tellement déformée qu’il fallait la traiter de façon purement numérique, ce qui débouchait sur des problèmes calculatoires extrêmement difficiles à résoudre dans un laps de temps limité⁴.

La solution à ce problème passait par une lasergrammétrie de la voûte de plus de 13 000 m² : cela consiste à scanner au laser la surface en haute définition (précision inférieure au centimètre) afin d’obtenir directement un nuage très dense de coordonnées x, y, z des points de la voûte. Il fallait aussi relever l’encorbellement qui surplombe la voûte, car la corniche allait jouer un rôle primordial dans le futur cadran solaire. Et enfin déterminer un paramètre fondamental : l’orientation de l’axe du barrage par rapport au Nord géographique.

Car le barrage de Castillon regarde légèrement vers le Sud-Est : il est donc déclinant. Or comme dans un cadran solaire classique, cette orientation joue un rôle très sensible, qui explique d’ailleurs pourquoi les lignes horaires ne sont pas réparties symétriquement sur la voûte.

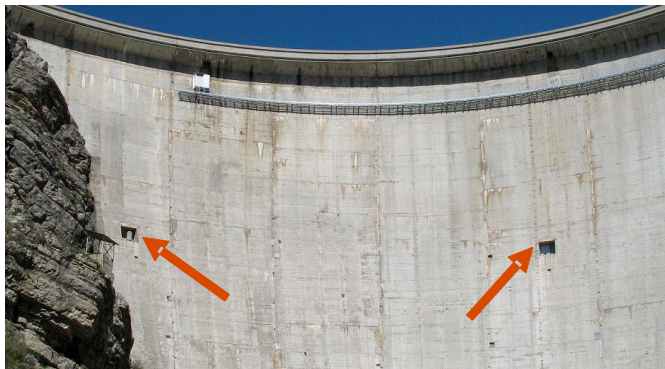


Fig. 7 : Vue de deux fenêtres d’accès, à gauche à une mire topographique et à droite à un pendule.

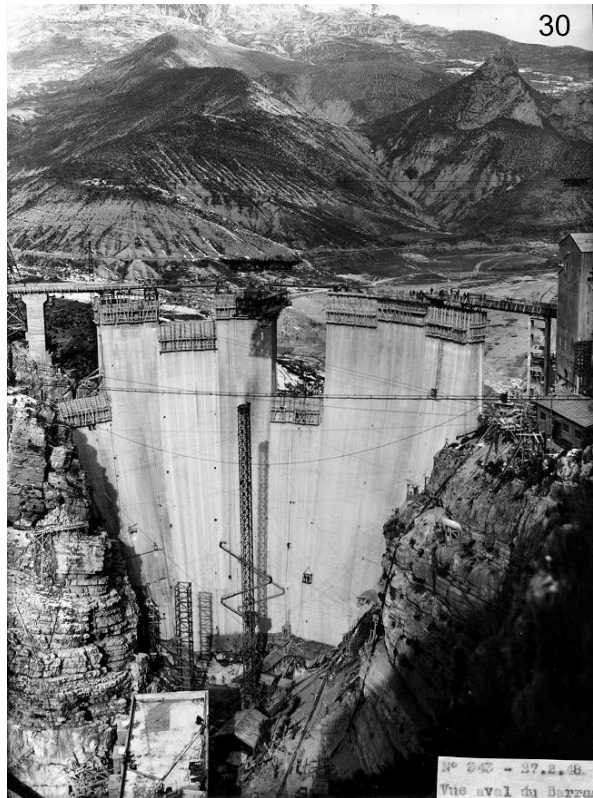


Fig. 6 : Le barrage en février 1948 vu de l’aval.

Le relevé lasergrammétrique contenait également les coordonnées des fenêtres d’accès aux pendules et aux mires (fig. 7). Ces fenêtres ouvertes sur le parement allaient servir par la suite à vérifier les calculs.

Le service de topographie de EDF (DTG) s’attela donc à ce relevé et nous fournit à la fin de l’hiver 2009 plusieurs centaines de milliers de points ainsi que des nouvelles valeurs de l’encorbellement.

Ces données furent traitées statistiquement par un manipulateur algébrique (*Mathematica*) qui nous permis finalement d’ajuster les six constantes nécessaires à la définition du parement :

rayon du cercle de couronnement amont $CA = 69,9019 \text{ m}$ (valeur Coyne : 70 m)

⁴ Autrement dit on cherche les coordonnées x, y, z de l’ombre d’une surface quelconque connue numériquement sur une autre surface quelconque également connue numériquement.

cote du cercle de couronnement amont HCA = 879,84	(valeur Coyne : 880)
rayon du cercle de couronnement aval CV = 65,9734 m	(valeur Coyne : 66 m)
rayon du cercle directeur CD = 21,1365 m	(valeur Coyne : 21,17 m)
cote du raccord RAC = 850,0986	(valeur Coyne : 850)
hauteur HC = 114,93 m	(valeur Coyne : 115,25 m)

On démontre que si l'équation du conoïde est de la forme $A_1 + B_1 z + C_1 z \cos \theta$, on a :

$$A_1 = CA; \quad B_1 = -CA/HC; \quad C_1 = 2.CD/HC$$

Quant à l'équation du paraboloïde de la forme $A_2 + B_2 z + C_2 z^2 + D_2 z \cos \theta$, on démontre que :

$$A_2 = CV$$

$$B_2 = -[(CA/HC) - (2e/z_1)] \quad \text{avec } e = CA - CV \quad \text{et} \quad z_1 = HCA - RAC$$

$$C_2 = -e/(z_1)^2$$

$$D_2 = 2.CD/HC$$

On a ainsi obtenu un ajustement global du parement qui s'écarte en moyenne de 2,4 cm de la surface réelle, ce qui témoigne de l'excellent travail des ingénieurs et des ouvriers lors de la construction de l'ouvrage qui s'est étalée de 1942 à 1948.

Equation polaire du conoïde :

$$\rho_1 = 69,9019 - 0,60821283 z + 0,36781519 z \cos \theta \quad (1 \text{ bis})$$

Equation polaire du paraboloïde :

$$\rho_2 = 65,9734 - 0,34403562 z - 0,00444124 z^2 + 0,36781519 z \cos \theta \quad (2 \text{ bis})$$

Ce sont ces deux équations qui ont servi à calculer le cadran solaire, sauf pour les lignes 11 h et 12 h qui ont dû faire l'objet d'un ajustement spécial (*cf. infra*).

L'équation (2 bis) est à utiliser entre $0 < z < 29,7414$ et l'équation (1 bis) entre $29,7414 < z < 70$.

Attention, il faut toujours que $z \geq 0$ et z est compté positivement vers le nadir.

Quant à l'orientation de l'axe du barrage, ce furent encore les topographes de EDF qui le déterminèrent : la déclinaison gnomonique de l'axe est de $-13^\circ,99$. Précisons que le cercle de couronnement ne fait pas 180° mais 162° , soit environ 187 m. Quant aux coordonnées géographiques du barrage, on a utilisé :

$$\text{latitude } \phi = 43^\circ 52' 40'' \quad \text{longitude} - 0 \text{ h } 26 \text{ m } 09 \text{ s} = 6^\circ 32' 15'' \text{ E}$$

Le service de topographie EDF nous a également indiqué de combien le barrage se « déplaçait » au maximum. Car un tel ouvrage « travaille » sous l'action essentiellement de deux facteurs : la fait qu'il soit vide ou plein et la différence de température entre l'été et l'hiver, importante dans cette région. Globalement, le barrage se dilate de ± 2 cm au maximum, ce qui à la précision du cadran solaire n'a aucune conséquence.

2 – Calcul du cadran solaire

A l'origine, le projet de cadran solaire que l'on envisageait avec Roland Lehoucq prévoyait un style droit horizontal d'environ 20 à 25 mètres et de 1 mètre de diamètre au moins, dont l'extrémité de l'ombre projetée sur le parement du barrage devait indiquer l'heure solaire. Or sur une photo prise en juin 2008 mais examinée bien plus tard (fig. 8), on voyait nettement une ombre incurvée ; à première vue, cette ombre venait du barrage lui-même et mon premier souci fut de vérifier si cette ombre « parasite » allait interférer avec l'ombre du style droit, autrement dit prendre le pas en « avalant » l'ombre du style. J'en fis donc la théorie en assimilant le barrage à une portion de cône et en supposant que c'était le sommet du cône qui projetait l'ombre incurvée. Une telle théorie ne présentait pas de réelles difficultés

et c'est en visualisant la courbe d'ombre pour une même heure mais à différentes dates que l'idée vint d'utiliser l'enveloppe des ombres. Ce fut Gérard Baillet qui confirma grâce au logiciel Pov Ray que l'on pouvait parfaitement généraliser ces enveloppes à toutes les heures. J'avoue avoir été très réticent au début à utiliser ces lignes horaires enveloppes car je trouvais la lecture de l'heure difficile pour un néophyte (fig. 9).



Fig. 8 : Cette photo a été prise le 15 juin 2008 par Sylvain Asinus : c'est à partir d'elle qu'est venue l'idée d'utiliser l'ombre incurvée de la corniche pour indiquer l'heure solaire.

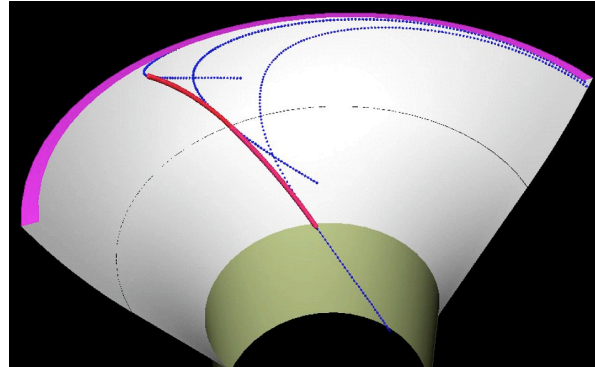


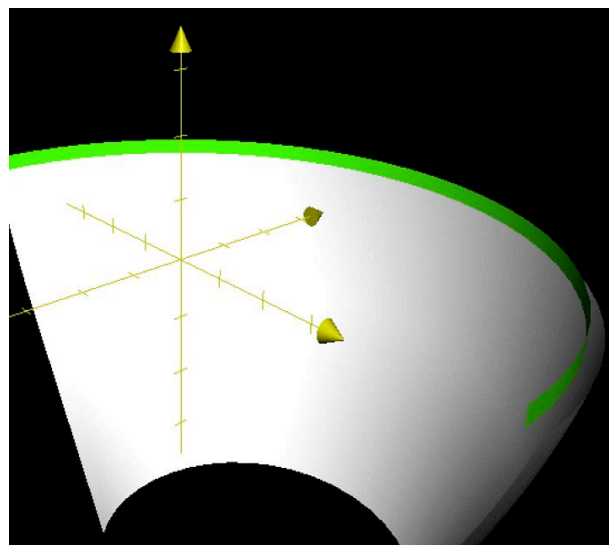
Fig. 9 : Principe du cadran à corniche appliqué au barrage : la corniche (en mauve) engendre à la surface du barrage des ombres incurvées en fonction des saisons. L'ombre du haut correspond au solstice d'hiver, celle du milieu aux équinoxes et celle du bas au solstice d'été. Il est possible de faire passer une courbe (en rouge), appelée enveloppe, tangente à ces trois ombres.

Il faut dire qu'entre temps, EDF fit clairement comprendre que la solution du style droit allait poser des problèmes techniques insurmontables ; il fallut donc se « rabattre » sur la solution des lignes horaires enveloppes. Avant de détailler au cas par cas le calcul des lignes et leur particularité, voyons comment on résout numériquement le problème général du cadran solaire sur la voûte⁵.

Précisons d'emblée que les calculs suivants sont impossibles à effectuer dans des délais raisonnables sans l'aide d'un ordinateur, car on doit faire appel à des processus itératifs qui sont parfois longs dans le cas par exemple de la détermination de l'instant de passage de l'ombre incurvée sur un point de coordonnées connues.

On travaille dans un système d'axes coïncidant avec l'axe du barrage (fig. 10) : depuis le centre O situé à l'altitude « zéro » (soit 879,84 NGF), l'axe des y pointe vers l'amont du barrage (vers le Nord mais au sens général du terme), l'axe des x vers la droite lorsque l'on regarde le parement aval du barrage. L'axe du barrage fait un angle D_c avec le Sud géographique ($D_c = -13^\circ,99$). Quant à l'axe des z, il pointe vers le zénith mais les cotes sont comptées positivement vers le nadir.

Fig. 10 : Modélisation d'une partie du barrage sans le cylindre. Le centre du système d'axes est le point O, situé au niveau zéro du barrage.



⁵ Sur les solutions de calcul d'un tel type de cadran, voir D. Savoie, « Cadran solaire à corniche », *CadranInfo* n° 19, mai 2009, p. 71-80.

Appelons rp le rayon du parapet et z_0 sa hauteur depuis le centre O du repère ; on cherche à une heure et une date données les coordonnées x, y, z de l'ombre du parapet à la surface du barrage (fig. 11). On considère que le parapet est un ensemble de styles droits de déclinaison gnomonique D et qu'il est circulaire.

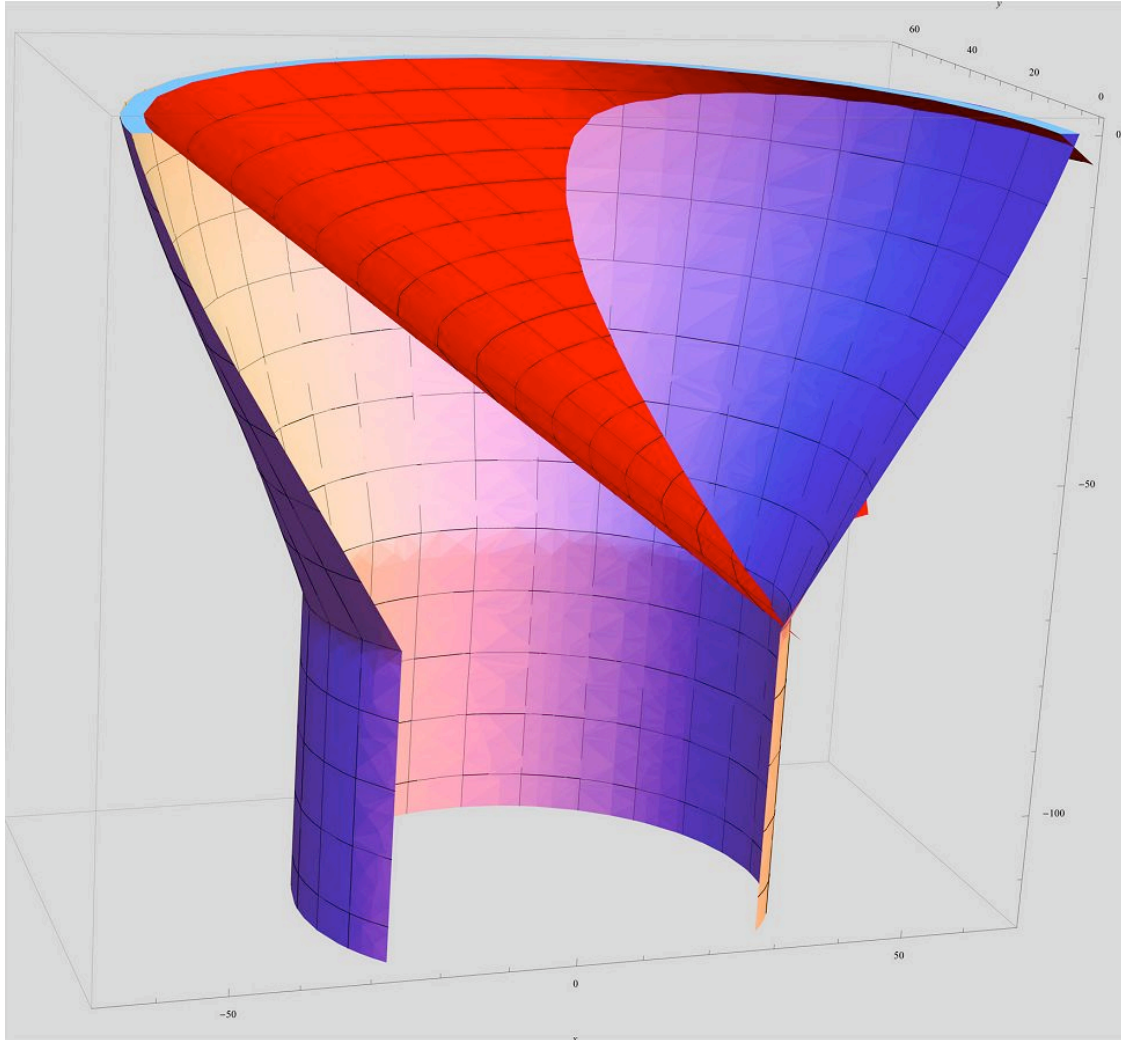


Fig. 11 : Modélisation du barrage et d'une corniche horizontale.
A un instant donné, le Soleil éclaire la corniche qui engendre un cône, lequel coupe la voûte de façon incurvée.

On calcule dans un premier temps les quantités p, q, r , relatives au Soleil :

$$p = -\cos h \sin (A - D_c)$$

$$q = -\cos h \cos (A - D_c)$$

$$r = \sin h$$

h étant la hauteur du Soleil et A son azimut obtenus par :

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

$$\tan A = \frac{\sin H}{\sin \phi \cos H - \cos \phi \tan \delta}$$

A étant du même signe que H , H étant

l'angle horaire du Soleil et δ sa déclinaison.

Pour une déclinaison gnomonique D (qui peut varier de 1° en 1° de -90° à $+90^\circ$), on calcule ensuite, k étant une variable :

$$x = k.p + x_0 ; \quad y = k.q + y_0 ; \quad z = -k.r + z_0$$

$$x_0 = rp.\sin D; \quad y_0 = rp.\cos D$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} ; \quad \cos \theta = \left(\frac{y}{\rho} \right)$$

$$\rho_2 = 65,9734 - 0,34403562 z - 0,00444124 z^2 + 0,36781519 z \cos \theta$$

$$\Delta = \rho - \rho_2$$

Le même principe s'applique avec ρ_1 . Tant que $|\Delta| > 0,0000001$, la quantité k doit varier telle que $k = k - |\Delta|$. On amorce l'itération en prenant $k = -1$.

Pour obtenir les coordonnées x' , y' , z' selon les points cardinaux, il suffit de faire :

$$x' = x \cos D_c + y \sin D_c; \quad y' = -x \sin D_c + y \cos D_c; \quad z' = z$$

Les coordonnées obtenues sont celles de l'ombre de la corniche à la surface du barrage. Exemple : calculons pour $H = 15^\circ$ et $\delta = 10^\circ$ les coordonnées x , y , z de l'ombre du parapet ($rp = 63,59$ m et $z_0 = -3,02$ m) ; pour $D = -59^\circ$, on a :

$\rho = 63,13882$ d'où $x = -44,97954$ $y = 44,30971$ $z = -17,37975$.

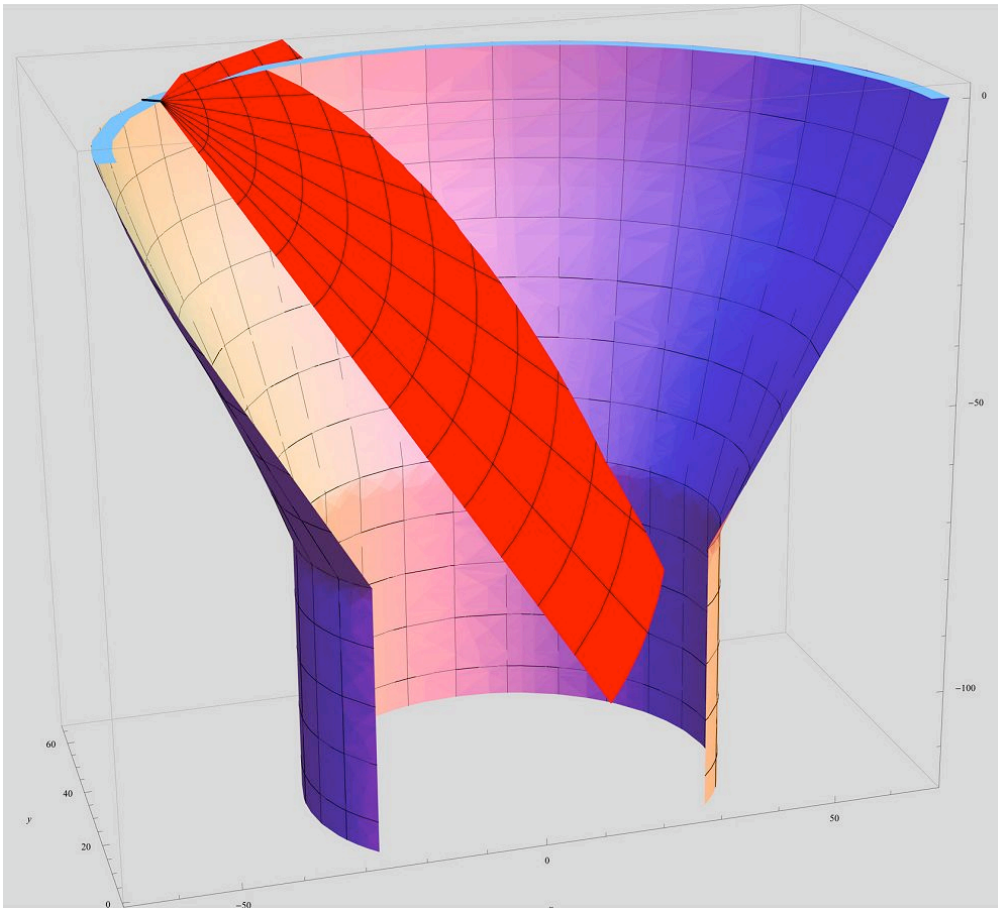


Fig. 12 : Principe du cadran à corniche appliqué au barrage : une ligne horaire enveloppe est engendrée par un seul point de la corniche (style droit en noir). La partie en rouge représente le plan horaire de l'enveloppe lorsque l'on fait varier la déclinaison du Soleil.

Si l'on cherche maintenant les coordonnées d'une ligne horaire enveloppe (fig. 11), on procède de la façon suivante : soit λ la longitude du Soleil (qui est la variable).

La déclinaison gnomonique D' du point de la corniche qui engendre la ligne horaire enveloppe se calcule⁶ par :

$$\cotan D' = -\sin \phi \tan H$$

où H est l'angle horaire du Soleil (pour la ligne considérée : $H = 15^\circ$ pour 13 h, $H = -30^\circ$ pour 10 h, H variant de 15° en 15°). Mais il faut corriger cette déclinaison gnomonique de celle de l'axe du barrage D_c de sorte que la déclinaison gnomonique utile qui entre dans les calculs est⁷ :

$$D = D' - D_c$$

Donc pour une ligne horaire donnée, la déclinaison gnomonique D est fixe ; il suffit de faire varier la longitude du Soleil de 90° (solstice d'été) à 270° (solstice d'hiver) dans la formule donnant la déclinaison du Soleil :

$$\sin \delta = \sin 23^\circ,4333 \sin \lambda$$

puis d'entrer ces paramètres dans les équations précédentes pour obtenir les coordonnées x , y , z d'une ligne horaire.

Par exemple pour midi ($H = 0^\circ$), on a $D' = 90^\circ$ d'où $D = -76^\circ,01$. Pour 14 h ($H = 30^\circ$), $D' = -68^\circ,19$ d'où $D = -54^\circ,20$. Pour 9 h ($H = -45^\circ$), $D' = 55^\circ,27$ d'où $D = 69^\circ,26$. Etc.

Profitons-en pour examiner un problème important lié à l'orientation, à savoir la limitation des lignes horaires. En effet, pour qu'une ligne « fonctionne » lorsque l'ombre de la corniche la tangente, il faut que le point utile soit « éclairé » par le Soleil, ce qui n'est pas toujours le cas. Plus précisément, et c'est là le principe des cadrans à corniche, il faut que la direction du Soleil soit perpendiculaire à la direction visée par le style droit fictif utile. Par exemple on sait que pour 18 h, $D = 13^\circ,99$: l'azimut A du Soleil perpendiculaire vaut donc $103^\circ,99$. Or le Soleil n'atteint pas toujours cet azimut toute l'année ; la déclinaison limite du Soleil est donnée par :

$$\tan \delta = \frac{\sin \phi \cos H - \sin H \cot A}{\cos \phi}$$

Ainsi pour $H = 90^\circ$ (18 h), on a $\delta = 19^\circ 04'$: tant que la déclinaison du Soleil est inférieure à cette valeur, la ligne 18 h ne fonctionne pas ; on ne peut donc lire 18 h que *grosso modo* du 15 mai au 27 juillet. Rappelons que l'azimut du Soleil au lever ou au coucher est donné par : $\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \phi}$. Cette limitation dans la lecture de l'heure ne s'applique

évidemment pas aux lignes de 12 h à 15 h (idem pour le matin) puisque le Soleil atteint toujours le bon azimut quelle que soit la date.

3 – Les problèmes de la corniche

L'examen de la coupe de la corniche laisse entrevoir une difficulté importante : outre le fait que l'encorbellement est en débord par rapport au barrage, on voit nettement que sous le parapet se profile une portion de tore, légèrement en saillie. Sur une photo (fig. 13), on voit encore plus clairement que le tore est éclairé, que l'ombre du parapet se projette sur le tore et

⁶ Voir D. Savoie, « Cadrans solaires à corniche », *op.cit.*, p. 71-80.

⁷ Il y a un hiatus près de midi : comme le barrage est déclinant, la ligne de 11 h est basculée sur la rive Ouest de l'ouvrage ; c'est le cas en fait dès que $H = -19^\circ$ jusqu'à $H = 0^\circ$. Ce qui signifie qu'à partir de 10 h 44 m temps solaire, l'heure se lit sur le côté gauche du barrage lorsqu'on est face à la voûte. Il s'ensuit que pour 11 h, on a $D = -86^\circ,53$.

que l'ombre résultante sur la voûte du barrage est issue en partie du parapet et en partie du tore. D'où une série de questions très importantes pour la suite des calculs : quelle est la partie de la corniche qui indique l'heure sur le barrage ? Est-ce toujours l'ombre du parapet ?



Fig. 13 : Détail de la corniche du barrage. Du niveau zéro du barrage part un plan incliné au-dessus duquel se trouve la partie du tore puis au-dessus le parapet. On voit ici l'ombre du parapet se projeter sur le tore à gauche tandis qu'au milieu il commence à être éclairé. Cela signifie que sur la voûte du barrage, une partie de l'ombre est due au parapet, l'autre au tore.

L'ombre du tore peut-elle indiquer l'heure ? Dans l'ombre résultante sur la voûte, quelle est la partie due au parapet et celle due du tore ? L'heure peut-elle être indiquée par l'intersection des deux ombres comme dans un cadran bifilaire ?

Répondre à ces questions nécessite de faire la théorie de l'ombre du parapet puis celle du tore et de regarder ligne horaire par ligne horaire ce qui se passe lorsque le Soleil éclaire l'ensemble. Il faut absolument souligner ici que s'il n'y avait eu que le parapet (comme cela fut construit à l'origine vers 1948), le problème de l'heure sur le barrage aurait été réduit à un cadran à corniche « classique », sans difficulté trop importante. Mais la présence de ce tore en saillie, qui joue le rôle d'un deuxième style dont l'ombre interfère avec celle du parapet, rend cette partie de la théorie du barrage difficile et délicate (fig. 14).



Fig. 14 : Sur cette photo prise à l'hiver 2009, il est extrêmement difficile de savoir où se trouve le point de jonction entre l'ombre du parapet et l'ombre du tore dans l'ombre incurvée.

Le parapet est situé à 3,02 m au-dessus de la cote zéro du barrage et son rayon moyen, c'est-à-dire son rayon depuis le centre O du barrage, est de 63,59 m. Quant au tore, il est situé à 1,6 m au-dessus de la cote zéro et son rayon moyen est de 63,56 m (fig. 15).

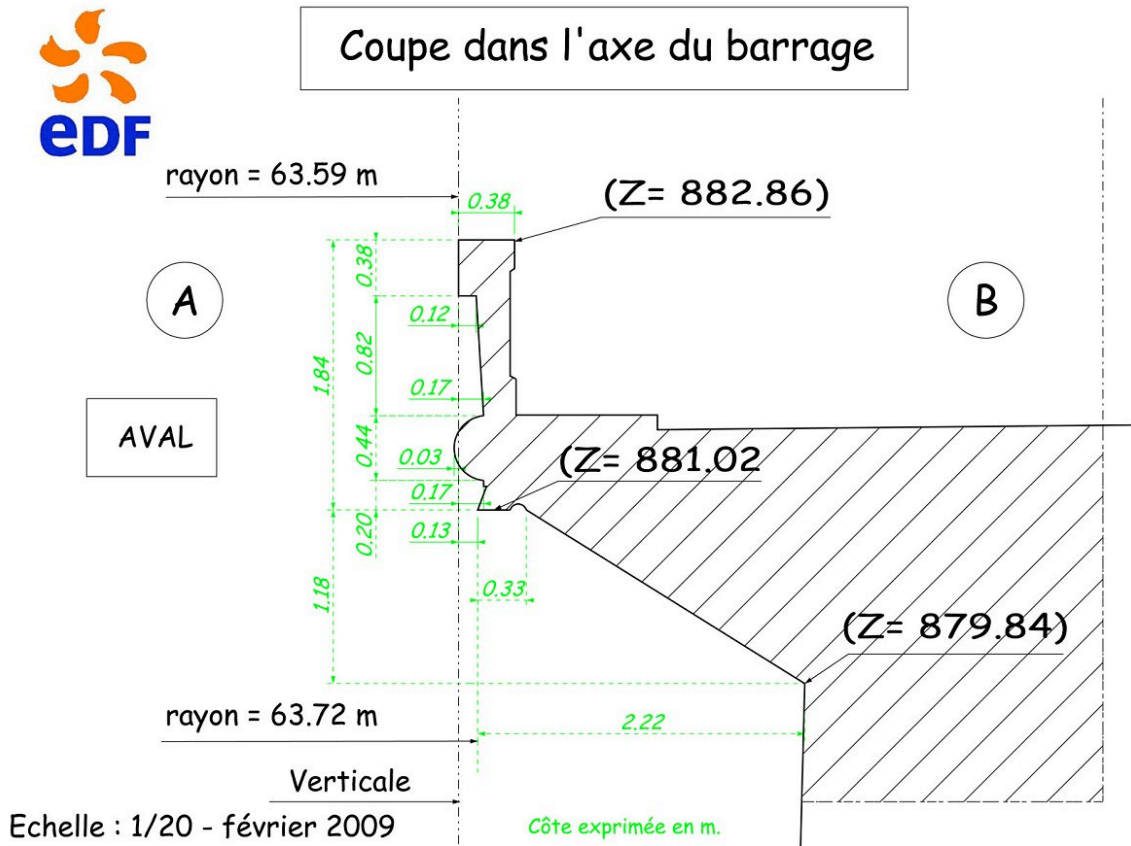


Fig. 15 : Relevé topographique de la partie haute du barrage avec une coupe de l'encorbellement.

Le rayon interne du tore est de 0,221 m, de sorte qu'en toute rigueur, lorsque le Soleil l'éclaire, ses rayons ne le tangentent pas sur son « équateur », mais en-dessous. Il a donc fallu établir la théorie de l'éclairement d'un tel tore pour déterminer les coordonnées du point de tangence d'un rayon solaire en fonction de l'heure et de la date. Si X' , Y' , Z' sont ces coordonnées paramétriques, on démontre que l'on a, R étant le rayon moyen et r le rayon interne :

$$X' = (R - r \cos t) \sin u; \quad Y' = (R - r \cos t) \cos u; \quad Z' = r \sin t$$

avec $\tan t = -\cos(u - A') \cotan h$

A' étant l'azimut du Soleil corrigée de la déclinaison gnomonique du barrage et h la hauteur du Soleil. La variable u représente l'angle de rotation qui varie de -90° à $+90^\circ$. Ce raffinement a été mis en application pour le calcul des lignes 11 h et midi (qui dépendent du tore) et surtout pour le calcul des instants de passage de l'ombre sur une fenêtre d'accès (cf. *infra*). Car si un rayon solaire frappe le tore 3 cm sous son équateur, cela se répercute inévitablement sur la voûte de barrage en raison de ses dimensions considérables (fig. 16).

Lorsque l'on regarde l'ombre incurvée de la corniche, « corniche » désignant l'ensemble parapet + tore, il est loin d'être évident de comprendre que cette ombre est la plupart du temps la résultante de deux ombres qui se chevauchent (fig. 17). En fait l'ombre du tore ne joue un rôle que sur la partie « haute » du barrage, l'ombre du parapet prenant ensuite le relais. Quant au point de jonction entre les deux ombres, il est indétectable à l'œil nu. Pour déterminer la position de ce point, on doit considérer le système parapet + tore comme lié physiquement et on doit chercher à quel instant et où l'ombre du parapet se projette sur le tore : si elle tombe dessus, c'est donc que c'est l'ombre du tore qui se projette sur la voûte du barrage. Si le tore est dans l'ombre du parapet, c'est donc l'ombre de ce dernier qui se projette sur la voûte. Le parapet est en fait un muret circulaire dont on étudie la position de l'ombre sur un plan horizontal, – qui est une corniche –, ce qui ne présente pas de problème particulier.

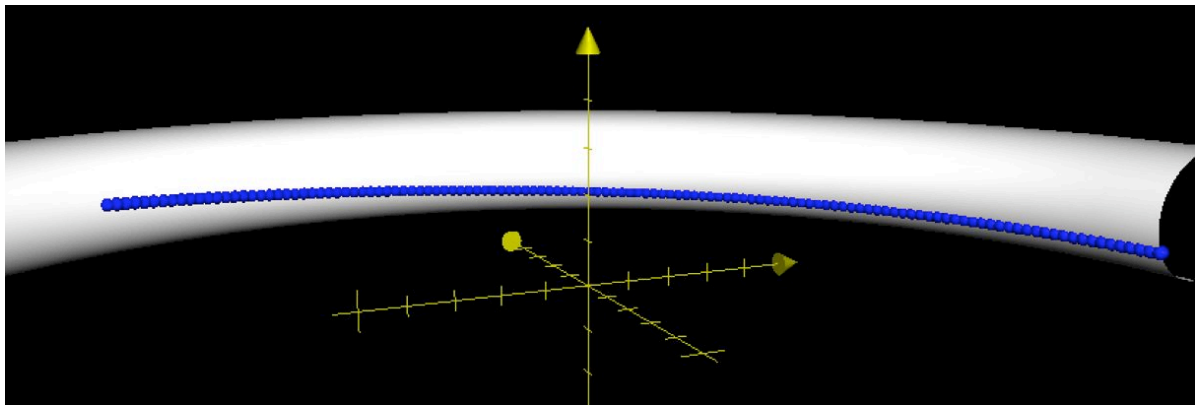


Fig. 16 : Lorsque le Soleil éclaire le tore, ses rayons arrivent sous une certaine incidence et tangentent le tore sous son équateur. On voit ici la courbe des points tangents du Soleil à la surface du tore à 14 h solaire pour une déclinaison de 20°.

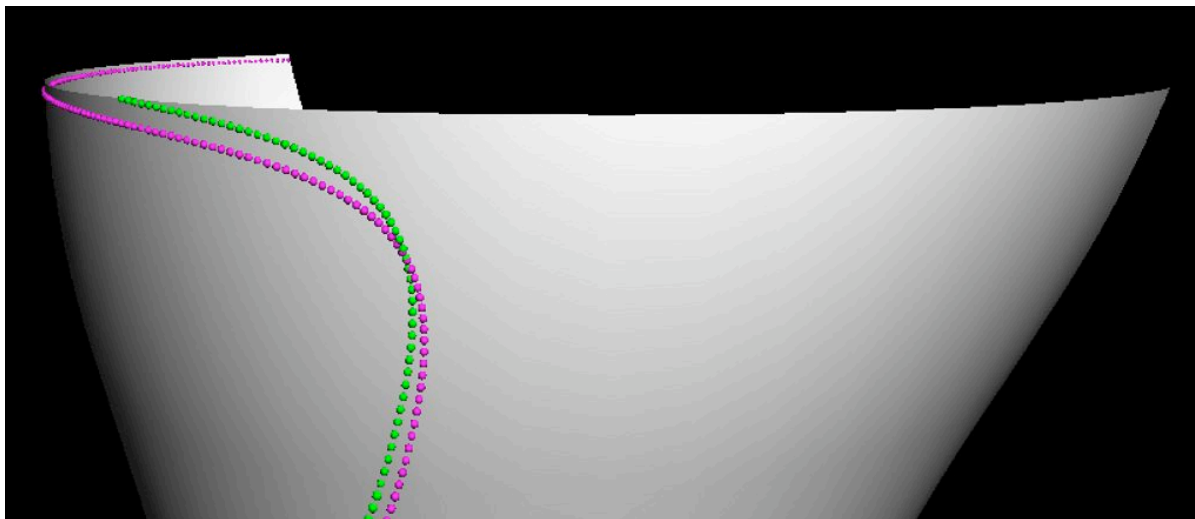


Fig. 17 : Vue modélisée du barrage depuis le côté amont. La courbe verte représente l'ombre du parapet à la surface du barrage ; l'ombre mauve celle du tore. L'ombre résultante est donc en haut du barrage celle du tore puis à partir du point d'intersection celle du parapet.

Appliqué aux lignes horaires, on constate que toutes les lignes, – sauf deux –, dépendent exclusivement pour leur fonctionnement de l'ombre du parapet. Il faut préciser que la mise en place d'une passerelle d'accès à 5 m sous le niveau zéro du barrage a obligé à limiter le tracé des lignes horaires à ce niveau (fig. 18). La ligne 10 h n'a été tracée que partiellement puisqu'elle tombe en dehors de la voûte du barrage, dans la partie rocheuse de la culée Est.

La ligne 11 h, la plus proche de la corniche, dépend intégralement de l'ombre du tore, quelle que soit la date (fig. 19). L'ombre du tore, presque rectiligne, descend lentement de la corniche pour finalement toucher la ligne.



Fig. 18 : Photo de la partie Est du barrage. L'adjonction d'une nouvelle passerelle d'accès (qui projette d'ailleurs sa propre ombre incurvée) a obligé à limiter les lignes horaires (ici en plastique blanc et rouge) à 5 m sous le niveau zéro du barrage. On voit sur la droite de la photo une partie de la ligne 10 h qui aboutit dans la roche.

Fig. 19 : Photo de la ligne 11 h tracée ici temporairement. On remarque bien l'ombre descendante du tore éclairé qui vient toucher la ligne vers son extrémité gauche (nous sommes au mois de mai).

Quant à la ligne midi, certainement la plus « vicieuse » des lignes de ce barrage, une analyse détaillée montre que de la mi-octobre à la fin-février, c'est l'intersection de l'ombre du parapet et de celle du tore qui indique l'heure, tandis que le reste du temps, c'est l'ombre

du tore. Cette ligne fonctionne donc en partie comme un cadran bifilaire et une autre partie comme un cadran à corniche (fig. 20 et 21). Dans les calculs, il faut considérer la déclinaison gnomonique du point qui correspond à l'intersection des ombres, point que l'on considère comme un style droit fictif, puis de projeter sur la voûte du barrage les coordonnées de l'extrémités de l'ombre de ce style.

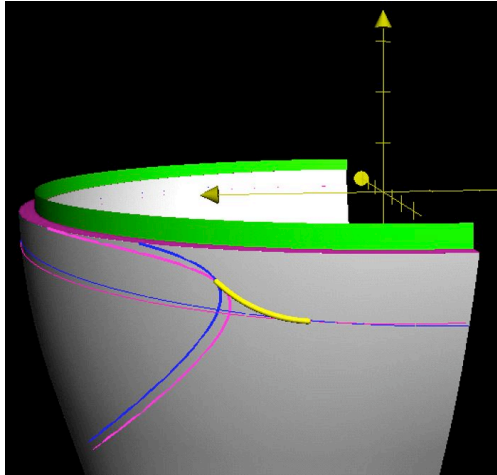


Fig. 20 : Vue modélisée du barrage depuis le côté amont. La courbe jaune représente la ligne midi. On a tracé à gauche l'ombre du tore en mauve et du parapet en bleu au solstice d'hiver. A droite les mêmes ombres mais au solstice d'été.

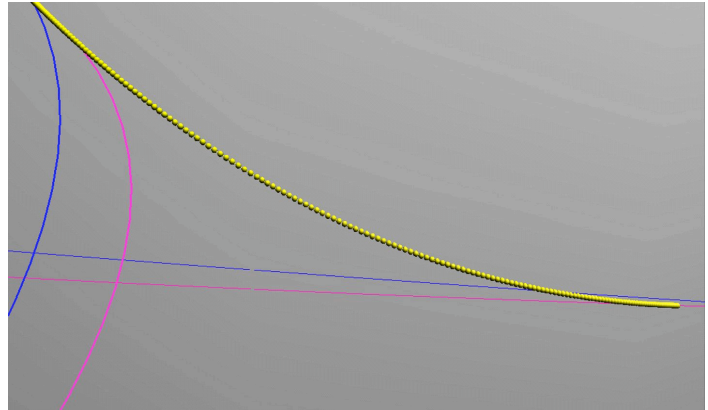


Fig. 21 : Détail de la vue modélisée de la ligne midi en jaune depuis le côté amont. On voit nettement à gauche que c'est l'intersection de la courbe d'ombre du parapet et de celle du tore qui indique l'heure en hiver, tandis qu'à droite en été c'est l'ombre seule du tore qui indique midi : l'ombre du tore au mauve prend le pas sur l'ombre du parapet en bleu.

Arrêtons-nous sur ce problème intéressant ; dans un premier temps, on considère le parapet comme un muret circulaire de rayon R (compté depuis O) composé d'une infinité de styles droits de hauteur a . Ce muret (fig. 22) projette un rideau d'ombre circulaire dont les coordonnées x et y depuis le centre O du barrage sont :

$$x = R \sin D + \rho p; \quad y = R \cos D + \rho q$$

avec $\rho = -a/r$

p, q, r étant les quantités relatives au Soleil définies plus haut. D est la déclinaison gnomonique d'un point du parapet, qui varie de -90° à $+90^\circ$. On a évidemment :

$$\rho'^2 = x^2 + y^2$$

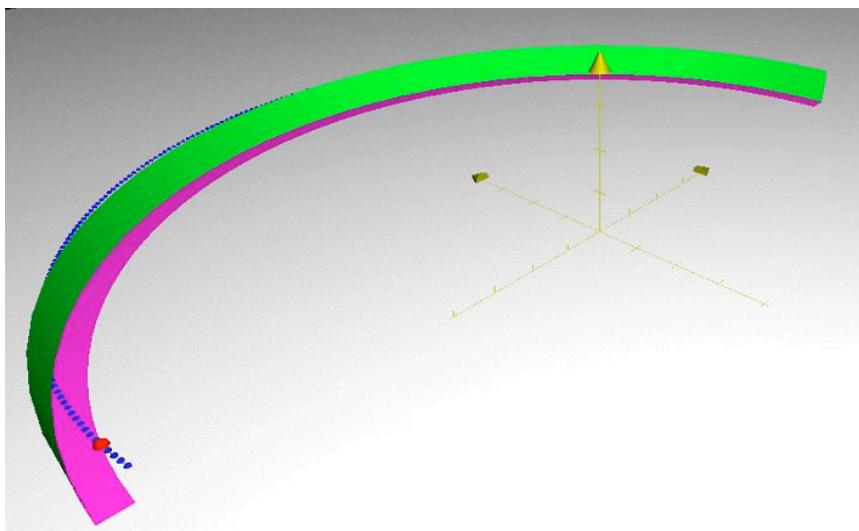


Fig. 22 : Principe du calcul de l'ombre du parapet circulaire (en vert) sur un

qui est la distance d'un point situé au sommet du rideau d'ombre au point O . Tant que $\rho' > R$, l'ombre du parapet tombe au-delà : l'ombre est externe. Imaginons maintenant au pied du parapet une corniche circulaire de rayon R' . Il est facile de calculer le point d'intersection de l'ombre interne du parapet avec cette corniche : c'est lorsque $\rho' = R'$. Ce point

plan horizontal (en mauve). A un instant donné, le parapet engendre une ombre (en bleu) qui peut tomber hors du plan, sur le plan, voire au-delà de la face interne du parapet. Le point rouge correspond à l'intersection de l'ombre du parapet avec le plan. Dans la réalité, ce plan est une partie de tore.

d'intersection dépend en plus de la date ; il suffit donc, pour une certaine déclinaison du soleil, de

faire varier la déclinaison gnomonique jusqu'à ce qu'on ait la condition nécessaire sur ρ' et R' . Dans le cas du barrage de Castillon, le rayon R du parapet est 63,59 m, le rayon R' du tore de 63,56 m et la hauteur a du parapet par rapport au tore de 1,42 m. On calcule par exemple que le jour du solstice d'hiver à midi solaire, c'est le point de déclinaison gnomonique $-78^{\circ},04652$ qui correspond à l'intersection de l'ombre du parapet et du tore⁸, point que l'on projette ensuite à la surface du barrage (fig. 23).

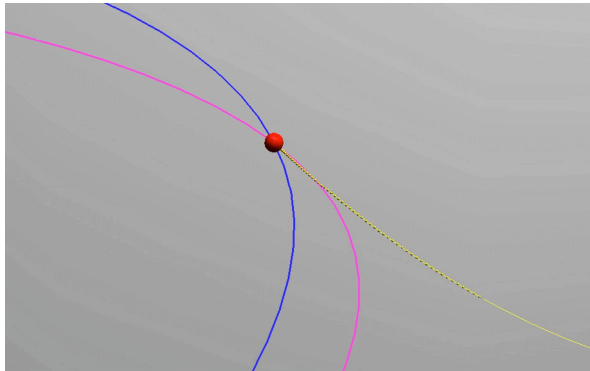


Fig. 23 : Détail de la vue modélisée de la ligne midi en jaune depuis le côté amont. Le point rouge correspond à l'intersection des ombres du parapet (en bleu) et du tore (en mauve) : c'est lui qui indique l'heure en hiver sur la ligne midi en jaune, comme dans un cadran bifilaire.

En raison des anomalies constatées sur 11 h et midi où l'ombre atteignait avec deux à trois 3 minutes de retard la ligne horaire temporaire, on a décidé de vérifier si l'équation du parement à cet endroit ne s'écartait pas trop du relevé lasergrammétrique (fig. 24) et si les rayons moyens du parapet et du tore présentaient des écarts importants par rapport aux relevés des topographes. On dû finalement établir une équation locale ρ_2 du parement, c'est-à-dire valable uniquement dans la région des deux lignes horaires, avec laquelle on a recalculé les coordonnées des deux lignes horaires.

⁸ Plus précisément, l'ombre du parapet tombe sur le tore qui est une portion de cylindre et non un plan horizontal comme expliqué ici dans le principe.

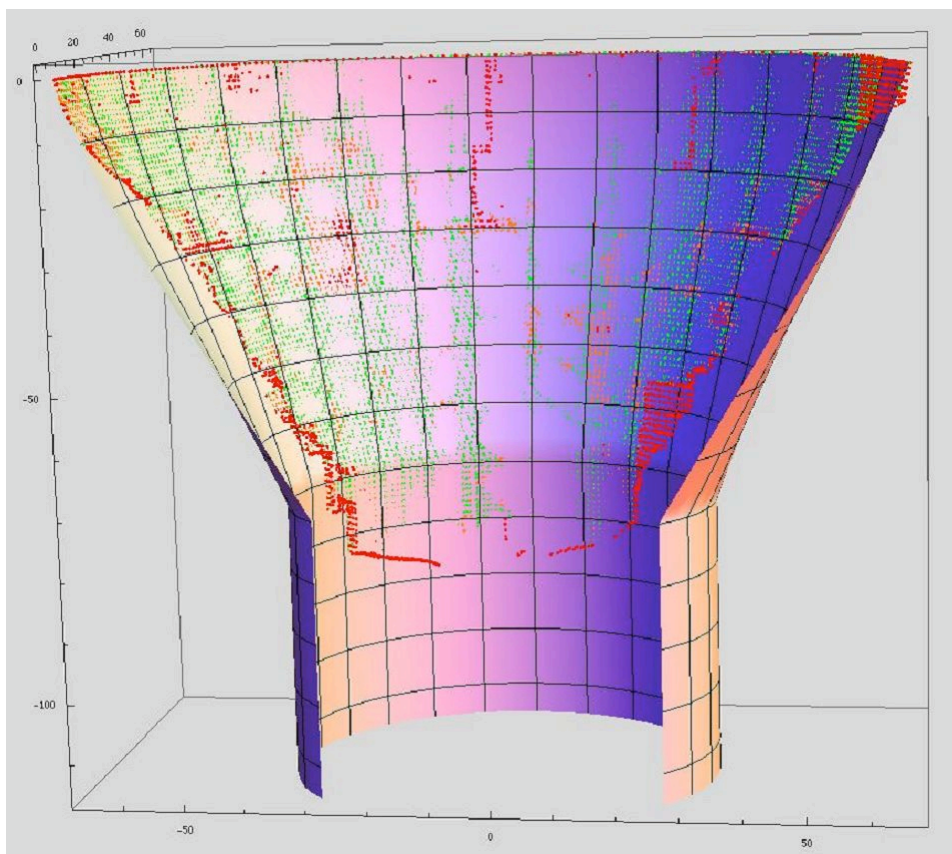


Fig. 24 : Vue modélisée du barrage de Castillon côté aval sur laquelle on a superposé le relevé lasergrammétrique. Les couleurs indiquent l'écart entre le modèle théorique et le relevé laser : les points rouges correspondent à des écarts supérieurs à 10 cm. On les trouve surtout sur les côtés du barrage, ceux du milieu étant des échelles d'accès.

4 – Tests de vérification

Une fois la théorie du cadran solaire mise au point, il fallut valider les calculs. On utilisa pour cela le déplacement de l'ombre de la corniche sur des structures de la voûte. Cette voûte du barrage de Castillon comporte en effet six fenêtres d'accès dont certaines contiennent des mires de visée. Grâce au relevé de lasergrammétrie, il était possible de déterminer avec précision les coordonnées x' , y' , z' d'un point particulier, comme l'intersection de deux arêtes d'une fenêtre par exemple, puis de calculer à quelle heure l'ombre de la corniche allait passer par ce point. Si l'heure prévue était correcte, on pouvait raisonnablement penser que la théorie du cadran l'était aussi.

La solution analytique du problème étant ici insurmontable, il fallut faire appel à la puissance de calcul de l'ordinateur : elle repose sur un balayage de la voûte en fonction de l'heure et en fonction de l'orientation : pour un angle horaire donné, on balaye la voûte de la déclinaison gnomonique -90° à $+90^\circ$ puis on compare les coordonnées x , y , z obtenues à celle du point de passage. Tant que les quantités $\Delta x = (x' - x)$, $\Delta y = (y' - y)$ et $\Delta z = (z' - z)$ sont simultanément inférieures à un centimètre en valeur absolue, le balayage continue. Il faut dans un premier temps amorcer le balayage grossièrement (sous-entendu avec un pas de $0,5^\circ$) en estimant la valeur de la déclinaison du Soleil. Une fois le premier angle horaire déterminé, on procède à un balayage très fin. On obtient finalement l'angle horaire du Soleil à l'instant où l'ombre de la corniche passe sur le point connu, instant que l'on convertit ensuite en temps légal en tenant compte de la longitude du lieu et de l'équation du temps. Il faut noter que l'éclairement de certaines fenêtres situées près de l'encorbellement dépend de l'ombre du tore, tandis que celui des fenêtres « basses » dépend de l'ombre du parapet.

L'observateur situé sur le barrage peut alors vérifier si l'heure de passage calculée correspond effectivement à la réalité. De nombreuses vérifications ont ainsi été effectuées en avril et mai 2009, que ce soit pour des passages de l'ombre le matin et l'après-midi ; car l'ombre de la corniche passe deux fois par jour sur une fenêtre d'accès. Ces vérifications ont permis de conclure que l'ensemble des paramètres et des calculs étaient corrects, ce qui validait définitivement l'aspect théorique du cadran solaire. On pouvait alors passer à la phase de réalisation technique.

Voici par exemple un des nombreux instants de passage calculé (fig. 25 26 27) : le 22 avril 2009, le calcul prévoit que l'ombre de la corniche passera sur l'angle inférieur gauche de la fenêtre n°1 à 9 h 10 m 46 s temps légal. L'observateur était chargé de prendre une photo 5 minutes avant le passage, à l'instant du passage, et 5 minutes après.

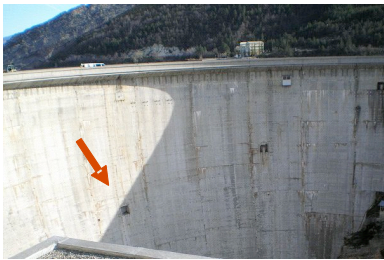


Fig. 25 : Ombre du parapet sur le bord inférieur gauche de la fenêtre d'accès n° 1 prise cinq minutes avant le passage théorique, soit 9 h 05 m 46 s temps légal, le 22 avril 2009. L'ombre est alors au niveau de l'angle supérieur gauche de la fenêtre.

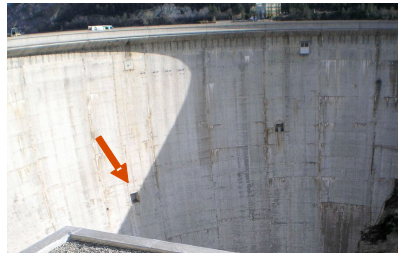


Fig. 26 : Ombre du parapet sur le bord inférieur gauche de la fenêtre d'accès n° 1 prise à l'instant du passage théorique, soit 9 h 10 m 46 s temps légal, le 22 avril 2009. On notera la parfaite coïncidence.



Fig. 27 : Ombre du parapet sur le bord inférieur gauche de la fenêtre d'accès n° 1 prise cinq minutes après l'instant du passage théorique, soit 9 h 15 m 46 s temps légal, le 22 avril 2009. Désormais la fenêtre est complètement éclairée.

Pour conclure sur cette étape importante, il convient de mentionner ici que c'est grâce à cette méthode qu'une célèbre photo a pu être « horodatée ». Il s'agit de la photo du constructeur du barrage (fig. 28), André Coyne, que l'on voit ici de dos, et qui contemple son oeuvre. Cette photo a été prise le 4 juin 1952 mais personne ne savait à quelle heure. Le point de vue d'où elle est prise est le petit sommet de la rive Est, à l'aplomb de l'usine hydro électrique, d'où l'on contemple le magnifique lac de retenu.



Fig. 28 : André Coyne photographié de dos devant le barrage de Castillon le 4 juin 1952.
C'est grâce à l'examen de l'ombre incurvée de la corniche que cette photo a pu être horodatée :
il est 9 h 58 m temps légal.

On voit que l'ombre du parapet est incurvée vers l'Est, indice que la photo a été prise le matin. L'examen montre en outre que l'ombre passe au-dessus de la porte d'accès notée 2 (à droite sur la photo) et au-dessus de la porte notée 4 (presque sous la corniche). Un premier calcul effectué en prenant les relevés de l'encorbellement actuel montrait une ombre passant bien sur la fenêtre 2 mais pas exactement sur la fenêtre 4. En fait la corniche actuelle a été modifiée et il fallait prendre les plans de 1948 où le parapet était à 2,50 m au-dessus du niveau zéro du barrage (contre 3,02 m aujourd'hui).

En entrant ce nouveau paramètre, et sachant que le 4 juin 1952 en milieu de matinée la déclinaison du Soleil valait $+ 22^{\circ} 27'$ et que l'équation du temps valait $- 1 \text{ m } 50 \text{ s}$, on calcule que l'ombre passait exactement sur les portes d'accès n° 2 et n° 4 à 9 h 26 m 30 s temps solaire vrai, soit, après correction de la longitude du lieu et de l'équation du temps, à 8 h 58 m 31 s UT, soit encore 9 h 58 m 31 s temps légal des montres à cette époque. Donc André Coyne a été pris en photo à 9 h 58 m de sa montre, soit presque 10 h du matin.

5 – Réalisation technique

Les premiers travaux ont véritablement commencé en mars 2009 par le nettoyage de la voûte au karcher et des accès au barrage. Auparavant, en février, avaient eu lieu les relevés topographiques de l'ensemble de l'ouvrage. EDF avait en fait programmé depuis longtemps des modifications techniques sur le barrage (remplacement d'échelles d'accès, consolidation de structures, mise en sécurité des parois latérales...) dont nous avons bénéficié pour la réalisation du cadran solaire. Mais le timing était assez serré si l'on souhaitait inaugurer le cadran au solstice d'été, car de nombreux corps de métiers devaient intervenir, sans compter la possibilité d'erreurs à rectifier dans la position des lignes horaires.

Vers la mi-avril, les coordonnées définitives des lignes horaires étaient envoyées aux topographes⁹ ; dans un premier temps, on avait choisi de faire une implantation temporaire, afin de vérifier si tout fonctionnait correctement. Le service topographie fixa la position des

⁹ Les coordonnées x, y, z des lignes horaires ont été transformées en coordonnées Lambert, système de référence des topographes. Au barrage de Castillon, le Nord Lambert fait un angle de $- 16^{\circ},56$ avec l'axe du barrage.

lignes à la surface du barrage à l'aide d'un théodolite laser. Les lignes temporaires, composées de cordes de plastique rouge et blanc, furent posées par des alpinistes (fig. 29).



Fig. 29 : Alpiniste en plein travail sur le parement du barrage : il inscrit à la surface le point d'implantation d'une ligne horaire temporaire indiqué par un viseur laser situé sur une des rives.

La journée du jeudi 30 avril fut décisive puisque j'observais du matin au soir, sous un temps magnifique, si l'ombre de la corniche tangentait bien les lignes horaires à l'heure prévue (fig. 30). Deux anomalies furent repérées pour les passages de l'ombre sur 11 h et 12 h (*cf. supra*), ce qui nous obligea à rectifier la position des deux lignes, en raison des discontinuités importantes de la voûte dans cette zone.

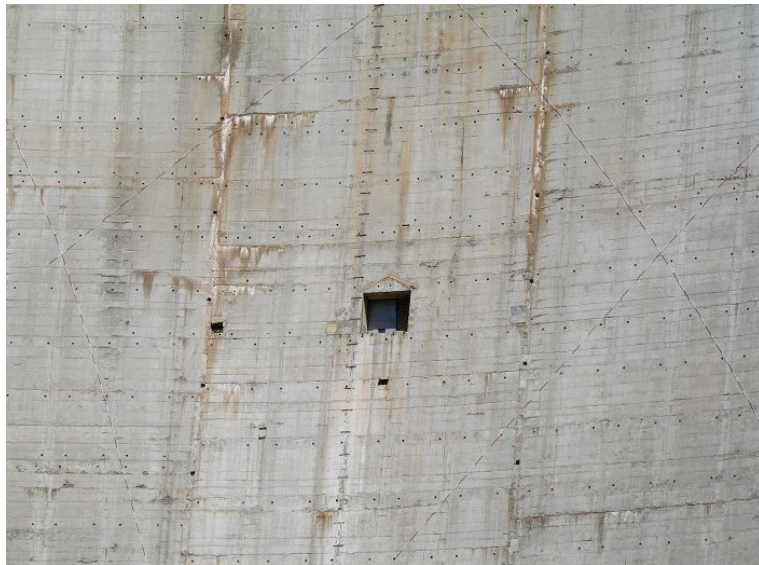


Fig. 30 : Détail de la surface nettoyée du parement. La porte d'accès à un pendule se trouve entourée par des lignes horaires temporaires en plastique. Ces lignes temporaires sont servi à valider que l'ombre de la corniche les recouvrait bien à l'heure solaire prévue.

Globalement, les instants de tangence de l'ombre tombaient à moins d'une minute près sur les lignes, ce qui est une prouesse quand on sait que de près la surface du barrage est loin d'être uniforme, sans compter des effets de pénombre dus au parapet ou au tore ! Le cadran indique le temps solaire vrai du barrage de Castillon, de 6 h à 18 h.

Début mai, les alpinistes se remettaient au travail, toujours avec les topographes de EDF, en scellant des blocs de lave émaillée de 20 kg à même la paroi (couleur ocre pour les heures du matin, vert pour les heures de l'après-midi). Deux tonnes et demie de lave émaillée

furent ainsi scellées en pointillés sur le parement du barrage, y compris les blocs pour indiquer les heures (fig. 31). Chaque bloc mesure 100 cm de long et 20 cm de large, soit en tout 62 m².



Fig. 31 : Alpiniste en plein travail sous la passerelle d'accès. Il scelle sur le parement les blocs de lave émaillée ainsi que les plaques sur lesquelles sont inscrits les chiffres des heures.

Début juin, le travail de pose était pratiquement terminé ; les abords du barrage furent nettoyés, consolidés et mis aux normes de sécurité (fig. 32). Enfin l'abri de la culée Ouest fut remis à neuf pour recevoir les panneaux explicatifs destinés au public. Sans ces panneaux, il est difficile pour un néophyte de comprendre le principe de fonctionnement où l'ombre incurvée tangente les lignes horaires. Une table de correction permet bien sûr de passer du temps solaire au temps légal. Différents exemples avec des images de Gérard Baillet permettent de bien saisir le principe du cadran tout comme l'importance de l'énergie hydroélectrique qui est finalement une énergie solaire !

L'inauguration de ce cadran solaire a eu lieu le samedi 20 juin 2009 en présence de nombreuses personnalités. A cette occasion a été dévoilée la devise du cadran, imaginée par Roland Lehoucq : « L'énergie se renouvelle avec le temps ».

Remerciements

Nous tenons, avec Roland Lehoucq, à remercier infiniment tous ceux et celles qui ont contribué à la réalisation de ce projet grandiose, et tout spécialement les personnes suivantes.

En premier lieu, Thierry Avril, Chef de la mission hydraulique au service DPIH de EDF : ce fut lui le chef de l'ensemble projet et notre premier interlocuteur à la direction de EDF. Sans son enthousiasme et sa confiance, le cadran solaire n'aurait jamais vu le jour.

Thierry Guilloteau, Sandra Berni, Stéphane Boscher, du service DTG de EDF, se sont beaucoup impliqués dans le cadran; ils se sont occupés notamment des problèmes de

lasergrammétrie, de positionnement des lignes horaires, de relevé topographique de l'ouvrage et ont toujours été disponibles pour démêler dans l'urgence et avec compétence des problèmes parfois difficiles.

Emmanuel Goossens, Didier Tognini et toute l'équipe technique du groupement du barrage de Castillon nous ont accueilli très chaleureusement sur le site et ont fait preuve d'un grand dévouement pour prendre des photos de passage d'ombre, sans compter leur implication dans la mise en place du cadran et des abords du barrage.

Remerciements très reconnaissants enfin à deux personnes : à Alain Grimont, du CIH, qui a beaucoup œuvré pour la mise en place du cadran solaire, à la supervision des travaux et à l'organisation des opérations techniques.

Et enfin à Gérard Baillet, qui a accompagné ce projet presque depuis le début, en apportant une aide décisive dans la vérification et la validation des calculs grâce à sa haute maîtrise du logiciel Pov Ray. Il a toujours été disponible au cours de ces longs mois, a fourni de nombreuses et superbes images; qu'il trouve ici l'expression de notre profonde gratitude.



Fig. 32 : Le cadran solaire terminé photographié avec un grand angle depuis la culée Est. Les lignes horaires ont des couleurs différentes pour le matin (ocre) et l'après-midi (vert). Sur la photo il n'est pas encore 13 h solaire.



Fig. 33 : Photo du cadran solaire le matin le jour du solstice d'été : il est 9 h au Soleil.



Pour découvrir les photos de D. Collin prises lors de l'inauguration du cadran, voir rubrique "Informations" en fin de Cadran Info 20

