



**HAL**  
open science

## Un robot en tensegrité inspiré du cou de l'oiseau

Philippe Wenger, Benjamin Fasquelle, Anick Abourachid, Christine Chevallereau

► **To cite this version:**

Philippe Wenger, Benjamin Fasquelle, Anick Abourachid, Christine Chevallereau. Un robot en tensegrité inspiré du cou de l'oiseau. *Techniques de l'Ingénieur*, 2023, Automatique-Robotique. hal-03949022

**HAL Id: hal-03949022**

**<https://hal.science/hal-03949022v1>**

Submitted on 20 Jan 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Un robot en tensegrité inspiré du cou de l'oiseau

*A tensegrity robot inspired from the bird neck*

par **Philippe Wenger**

Directeur de Recherche CNRS

Laboratoire des Sciences du Numérique de  
Nantes, UMR CNRS 6004, Nantes, France

par **Benjamin Fasquelle**

Docteur ingénieur

Laboratoire des Sciences du Numérique de  
Nantes, UMR CNRS 6004, Nantes, France

par **Anick Abourachid**

Professeur des Universités

MECADEV - Mécanismes Adaptatifs et  
Evolution, Muséum National d'Histoire Naturelle, UMR CNRS  
717, Paris, France

par **Christine Chevallereau**

Directrice de Recherche CNRS

Laboratoire des Sciences du Numérique de  
Nantes, UMR CNRS 6004, Nantes, France

## Résumé

Doté de performances remarquables, le cou de l'oiseau peut servir de modèle d'inspiration intéressant pour un bras manipulateur innovant. Cet article décrit le fruit d'une collaboration entre roboticiens et biologistes spécialistes du cou des oiseaux. On montre comment, en partant d'analyses morphologiques et fonctionnelles issues de la biologie, on aboutit à un modèle biomécanique suffisamment réaliste mais simplifié pour permettre la simulation et la conception d'un prototype fonctionnel. Ce modèle repose sur l'utilisation de mécanismes de tensegrité empilés et pilotés par des câbles. L'article fournit des éléments de modélisation, conception, identification et commande. Il analyse enfin les résultats expérimentaux effectués sur le prototype.

## Abstract

With its remarkable performance, the bird's neck can serve as an interesting inspiration for an innovative manipulator arm. This article describes the result of a collaboration between roboticists and biologists specialised in the neck of birds. It is shown how, starting from morphological and functional analyses from biology, a sufficiently realistic but simplified biomechanical model is obtained to allow the simulation and design of a functional prototype. This model is based on the use of stacked tensegrity mechanisms driven by cables. The paper provides elements of modelling, design,

identification and control. Finally, it analyses the experimental results performed on the prototype.

## Mots-clés

Robot, bio-inspiration, cou d'oiseau, tensegrité.

## Keywords

Robot, bio-inspiration, bird neck, tensegrity.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Tenségrité, robotique et bio-mécanique</b>	<b>3</b>
1.1	Origines, définitions et principales utilisations . . . . .	3
1.2	Avantages et inconvénients . . . . .	4
1.3	Tenségrité en biomécanique . . . . .	5
1.4	Tenségrité en robotique . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Quelques informations biologiques sur le cou des oiseaux</b>	<b>5</b>
2.1	Le cou : lien entre le tronc et la tête . . . . .	5
2.2	Description de la colonne cervicale . . . . .	6
2.3	Les muscles, un système en parallèle . . . . .	6
2.4	Hypothèse de fonctionnement . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Architecture matérielle</b>	<b>7</b>
3.1	Le choix des modules . . . . .	8
3.2	Empilement de modules X . . . . .	10
3.3	Actionnement par câble . . . . .	11
3.3.1	Passage des câbles . . . . .	11
3.3.2	Calcul des longueur des câbles . . . . .	12
3.3.3	Câblage . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Modélisation</b>	<b>13</b>
4.1	Modélisation dynamique . . . . .	13
4.1.1	Équations de Lagrange . . . . .	13
4.1.2	Forces généralisées . . . . .	13
4.1.3	Énergie cinétique . . . . .	14
4.1.4	Énergie potentielle . . . . .	15
4.1.5	Matrice de raideur . . . . .	15
4.2	Extension pour des modules de tailles différentes . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Prototypage</b>	<b>16</b>
5.1	Dimensionnement du prototype . . . . .	16
5.1.1	Influence des ressorts et de la gravité . . . . .	16
5.1.2	Choix des ressorts avec le modèle statique . . . . .	16
5.2	Espace de travail statique . . . . .	18
5.2.1	Calcul des forces . . . . .	18
5.2.2	Construction de l'espace de travail statique . . . . .	19
5.3	Réalisation du prototype . . . . .	19
<b>6</b>	<b>Identification du prototype</b>	<b>21</b>
6.1	Les problèmes amenant à l'identification . . . . .	21
6.2	Modèle de frottement . . . . .	22
6.3	Élasticité du câble . . . . .	22
6.4	Évaluation des orientations des modules . . . . .	23
6.5	Identification . . . . .	24
6.6	Reconstruction de l'orientation des modules basée sur les modèles élastiques de câbles . . . . .	24
6.7	Simulateurs . . . . .	25
<b>7</b>	<b>Lois de commande</b>	<b>26</b>
7.1	Commande dynamique dans l'espace articulaire . . . . .	26
7.2	Sur-actionnement et choix de la tension dans les câbles. . . . .	26

7.3	Trois lois de commande . . . . .	27
-----	----------------------------------	----

<b>8</b>	<b>Expérimentations</b>	<b>27</b>
8.1	Trajectoires testées . . . . .	27
8.2	Analyse des résultats . . . . .	27

## Introduction

Les robots industriels actuels sont construits à partir d'éléments rigides articulés et actionnés par un ensemble de moteurs et de systèmes de transmissions. Cette architecture mécanique leur confère une masse importante qui limite leur dynamique et leur dextérité. De plus, elle rend dangereuses les interactions physiques avec l'environnement. A l'inverse, certains animaux possèdent des organes flexibles aux performances exceptionnelles qui leur permettent d'accomplir un grand nombre de tâches difficiles avec facilité. Le tentacule de la pieuvre ou la trompe d'éléphant, par exemple, fascinent les roboticiens depuis de nombreuses années. Ces organes, totalement mous car dénués de toute ossature, ont inspiré certains roboticiens et donné naissance à une communauté appelée "soft robotics" ("robotique molle") [Tri+08], qui vise à concevoir des robots déformables sans partie rigide. Cependant, il est très difficile de mettre en oeuvre de telles architectures, tant sur le plan de leur construction que de leur commande. Il existe des organes qui possèdent aussi des performances remarquables mais qui, contrairement aux précédents, ne sont pas totalement mous car constitués d'os ou de vertèbres articulés. C'est le cas par exemple du cou de l'oiseau. L'oiseau utilise son cou comme un bras dextre pour des tâches de la vie quotidienne ou plus spécialisées. Le cou du vautour peut se contorsionner pour pénétrer à l'intérieur de carcasses, tout en exerçant des efforts importants pour en arracher les restes de nourriture. Le perroquet est capable de se suspendre par son bec en utilisant son cou comme une troisième patte pour se déplacer. Enfin, d'autres oiseaux utilisent leur cou comme une catapulte pour attraper des poissons ou pour percer un tronc d'arbre. Ces performances remarquables incitent le roboticien à utiliser le cou de l'oiseau comme modèle d'inspiration pour concevoir un robot innovant. Le cou est construit autour d'une colonne cervicale constituée de vertèbres articulées et mues par un ensemble de muscles et de tendons. En mécanique, il existe des structures qui sont particulièrement bien adaptées à la modélisation de systèmes musculosquelettiques, il s'agit des tenségrités (voir définition plus loin). Composées de barres rigides, de ressorts et de câbles, une tenségrité peut présenter des mobilités contrôlées, on parle alors de mécanisme de tenségrité.

Cet article développe la démarche scientifique ayant permis d'aboutir à la mise en oeuvre d'un prototype de robot inspiré du cou de l'oiseau, et plus particulièrement du cou d'un pic. En partant d'analyses morphologiques et fonctionnelles issues de la biologie, on montre comment on peut élaborer un modèle biomécanique simplifié mais suffisamment réaliste pour permettre la simulation puis la conception d'un prototype fonctionnel. La figure 1 illustre le principe

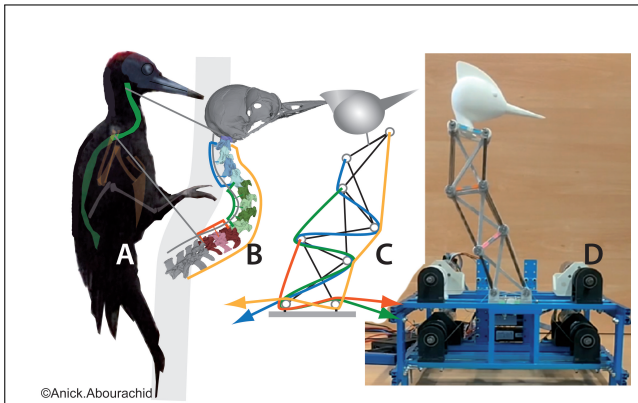


FIGURE 1 – L'anatomie fonctionnelle des oiseaux (A) montre que leur cou est organisé en 3 séries de vertèbres mobilisées par 4 groupes de muscles (B). Ces principes sont utilisés pour modéliser un robot en tenségrité (C) et construire un prototype du manipulateur Avineck (D).

de la démarche. On montre aussi en quoi ce prototype peut aider le biologiste à mieux comprendre certains aspects d'évolution fonctionnelle chez les oiseaux.

L'article s'articule autour des points suivants :

- Rappels sur les tenségrités et liens avec la biomécanique ;
- Biologie du cou de l'oiseau ;
- Mise en oeuvre du prototype et modélisation ;
- Mise en oeuvre de lois de contrôle ;
- Expérimentations et analyses.

## 1 Tenségrité, robotique et biomécanique

### 1.1 Origines, définitions et principales utilisations

On rappelle ici quelques éléments fondamentaux sur les tenségrités. Le lecteur intéressé trouvera plus de détails dans l'article [S7817].

**Tenségrité** : Une tenségrité est une structure mécanique autocontrainte composée d'éléments rigides en compression (barres) et d'éléments en tension ne présentant pas de rigidité en compression (câbles et/ou ressorts). L'état d'autocontrainte est assurée par la pré-tension des câbles ou des ressorts. Cet état assure un équilibre stable à la structure de tenségrité [Sne65].

Le terme de tenségrité a été établi par Buckminster Fuller en 1962, année lors de laquelle un brevet est déposé à son nom [Buc62]. Il l'a composé à partir des mots "tension" et "intégrité" afin de décrire une sculpture réalisée par un de ses élèves, l'artiste Kenneth Snelson. La première définition du brevet est assez large et décrit des structures stables composées d'éléments en compression

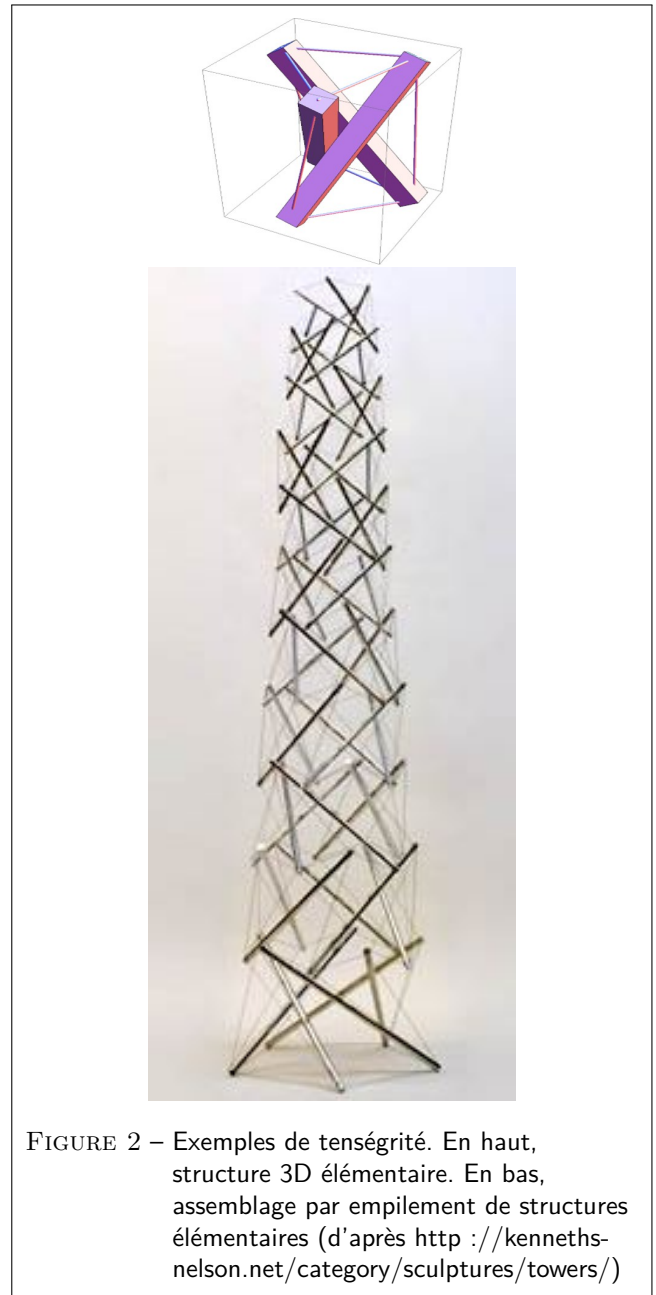


FIGURE 2 – Exemples de tenségrité. En haut, structure 3D élémentaire. En bas, assemblage par empilement de structures élémentaires (d'après <http://kennethnelson.net/category/sculptures/towers/>)

et d'éléments en tension, de telle sorte que l'ensemble est formé "d'îlots de compression dans un océan de tension" [Buc62]. Fuller ne pensant pas que cette invention avait un réel intérêt en dehors d'une utilisation purement artistique, il n'a pas cherché à définir ce type de structures de manière plus précise [SPM01].

La figure 2 montre un exemple très simple de tenségrité 3D (en haut) et d'une structure plus complexe en forme de "tour" (en bas).

Les structures de tenségrité ont été peu étudiées pendant la seconde moitié du 20<sup>ème</sup>, jusqu'à Robert E. Skelton, qui y voit un réel intérêt pour l'ingénierie. C'est donc lui qui, le premier, affine les définitions du concept de tenségrité, afin d'être plus précis et d'utiliser des termes adaptés à l'ingénierie [SPM01].

Une configuration donnée d'une structure est en équilibre stable si, en l'absence de forces extérieures, à partir d'une déformation initiale arbitrairement faible, elle revient à la configuration donnée.

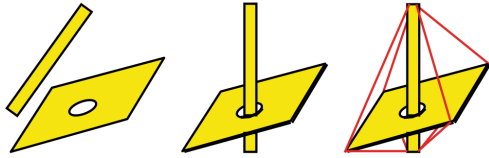


FIGURE 3 – Configuration de non-tenségrité (à gauche), configuration de tenségrité (au centre), structure de tenségrité (à droite) [SD09].

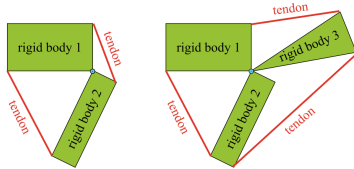


FIGURE 4 – Gauche : Structure de tenségrité de classe 2, droite : structure de tenségrité de classe 3 [SD09].

Ces définitions ont été affinées par Skelton lui même, et il définit en 2009 la configuration de tenségrité [SD09] :

**Configuration de tenségrité :** En l'absence de forces extérieures, soit un ensemble de corps rigides dans une configuration spécifique liés entre eux par des liaisons parfaites ne transmettant pas de couple (par exemple liaison rotule). Cette configuration forme alors une configuration de tenségrité si la configuration donnée peut être stabilisée par un ensemble d'éléments de traction internes, c'est-à-dire connectés entre les corps rigides. La configuration n'est pas une configuration de tenségrité si aucun élément de traction n'est nécessaire et/ou si aucun ensemble d'éléments de traction n'existe pour stabiliser la configuration (voir figure 3).

Les structures de tenségrité sont souvent définies en fonction de leur classe, définie par Skelton [SD09] : une configuration de tenségrité où il n'existe aucun contact entre ses corps rigides est un système de tenségrité de classe 1, et un système de tenségrité avec  $k$  corps rigides en contact est un système de tenségrité de classe  $k$ .

Ainsi, la figure 4 présente deux structures de tenségrité. le système de gauche est composé de deux corps rigides et de deux éléments en tension. Les corps rigides étant reliés par une liaison pivot, il s'agit donc d'une structure de tenségrité de classe 2. La structure de droite est composée de trois corps rigides ainsi que de trois éléments en tension. Les trois corps rigides étant en contact en un même point, cette structure de tenségrité est donc de classe 3.

Après les premières utilisations dans le domaine de l'art avec les sculptures de Snelson comme la *Needle Tower* (voir par exemple <http://kennethsnelson.net/category/sculptures/towers/>), les tenségrités ont été ensuite utilisées en architecture et en génie civil avec par exemple la construction de ponts (figure 5) ou de dômes [Mot92], [SD09].



FIGURE 5 – Pont construit sur le principe de tenségrité : le Kurilpa Bridge de Brisbane

Dans un tout autre domaine, les tenségrités ont trouvé des applications en biologie, comme dans des modèles de cellule, de fascia ou de pelvis [LM12]. On parle alors de "bio-tenségrité" [Lev02]. Enfin, la robotique est devenue depuis le début des années 2000 un champ d'application de choix des tenségrités (voir paragraphe 1.4).

## 1.2 Avantages et inconvénients

Les tenségrités présentent de nombreux avantages qui offrent des perspectives intéressantes pour des applications robotiques :

- masse faible : les tenségrités, par définition, ne sont soumises qu'à des efforts de traction/compression. Les barres, non soumises à la flexion, peuvent alors être construites avec des sections de petite dimension. Les autres éléments étant des câbles ou des ressort, une tenségrité est généralement de masse réduite ;
- résistance : les tenségrités, par construction, sont capables d'encaisser des efforts importants au vu de leur masse ;
- flexibilité : les tenségrités sont intrinsèquement malléables grâce à la présence d'éléments élastiques (câbles ou ressorts). Ceux-ci leur permettent d'entrer en contact de manière souple avec l'environnement grâce à la modification naturelle de leurs efforts internes. Il est possible de régler la souplesse ou la raideur en jouant sur la tension des câbles ou ressorts ;
- reconfiguration : il est possible de modifier la forme d'une structure de tenségrité à l'aide d'un actionnement adapté. Selon les applications visées, on peut alors réaliser les structures déployables ou des robots ;
- faible coût, simplicité de construction : les éléments constitutifs d'une tenségrité sont simples (barres, câbles, ressorts) ;
- aptitude à modéliser des systèmes biologiques (voir plus loin).

Malgré ses avantages, les tenségrités sont encore peu présentes en robotique car elles se heurtent à plusieurs difficultés liées à la conception, modélisation et commande (voir paragraphe 1.4).

### 1.3 Tenségrité en biomécanique

Pour les systèmes biologiques, Ingberg et ses collaborateurs [IWS14] proposent de désigner comme tenségrité une structure dans laquelle une synergie entre les tensions et les compressions créent une précontrainte de tension qui stabilise l'ensemble de la structure en 3D. Cette définition est très large puisque la présence de câbles et de corps rigides n'est pas obligatoire pour qu'un système soit défini comme une tenségrité. Elle peut alors être identifiée avec des échelles microscopiques et macroscopiques, du niveau moléculaire jusqu'au niveau des organismes. Les tensions peuvent provenir de forces d'attraction atomiques (niveau moléculaire) comme de muscles ou de tendons au niveau du système ostéomusculaire. Les éléments en compression peuvent être des microtubules dans des cellules, ou des os pour le système ostéomusculaire [Swa13]. L'organisme entier est alors compris comme une structure intégrée dont la fluidité des mouvements et la stabilité résultent de la façon dont l'ensemble des contraintes mécaniques sont distribuées dans le système au complet. Levin et ses collaborateurs [LdS17] utilisent les chaînes cinématiques fermées pour décrire les mouvements des systèmes biologiques. Ils considèrent les chaînes cinématiques fermées comme des unités modulaires imbriquées les unes dans les autres à plusieurs échelles de tailles formant un système complexe intégré qui s'étend à tout l'organisme. Le module en X du prototype présenté ici correspond dans ce cadre à une chaîne cinématique fermée à 4 barres croisées [Mul96].

### 1.4 Tenségrité en robotique

Il est possible d'actionner une tenségrité en faisant varier la longueur de certains éléments comme celle des câbles. On parle alors de mécanismes de tenségrité [Ars06]. Plusieurs roboticiens se sont emparés de cette possibilité pour proposer des robots-manipulateurs légers actionnés à l'aide de câbles [AG06], [Cra+08], [FW19]. Outre les avantages mentionnés plus haut, l'utilisation de tenségrités dans un environnement robotique est freinée par quelques difficultés, notamment :

- conception et stratégie d'actionnement : il est difficile de proposer une méthodologie de robots construits à l'aide de mécanismes de tenségrité répondant à un cahier des charge donné. De plus, l'actionnement est assez délicat à mettre en oeuvre. Afin de limiter les masses en mouvement, une solution consiste à utiliser un actionnement par câbles avec les moteurs déportés sur la base : il faut alors déterminer un routage optimal de ces câbles ;
- modélisation : un robot construit avec des mécanismes de tenségrité est plus difficile à modéliser qu'un robot rigide. La présence d'éléments élastiques soumet le robot à des conditions d'équilibre qu'il faut résoudre au travers de l'établissement d'un modèle statique. Or, il existe souvent plusieurs configurations d'équilibre et leur détermination exhaustive n'est possible que dans des cas très simples ;

- commande : les mécanismes de tenségrité comportent souvent des degrés de liberté passifs, c'est-à-dire non contrôlés. Par suite, un robot construit avec des mécanismes de tenségrité sera souvent sous-actionné. Si ce sous-actionnement facilite l'interaction du robot avec son environnement, il complique la commande.

#### A retenir :

- Une tenségrité est composée d'éléments rigides en compression stabilisés par des éléments en tension, souvent des câbles ou ressort.
- Les tenségrités sont légères, résistantes, flexibles, de faibles coûts.
- Initialement utilisées en art, les tenségrités sont présentes en architecture et en biologie. Elles commencent à être utilisées en robotique mais la difficulté concerne leur actionnement, leur modélisation et leur commande.

## 2 Quelques informations biologiques sur le cou des oiseaux

### 2.1 Le cou : lien entre le tronc et la tête

Chez les animaux vertébrés, le système nerveux comprend le cerveau et la moelle épinière d'où partent les nerfs qui innervent l'ensemble du corps. La moelle épinière est protégée par la colonne vertébrale. Elle est plus ou moins longue et plus ou moins flexible suivant le groupe, différente par exemple chez les poissons, les mammifères ou les oiseaux. Elle est aussi différente, dans chaque groupe, suivant les espèces, leur mode et leur milieu de vie. La flexibilité est différente aussi suivant la zone du corps, le cou et le tronc par exemple. La colonne vertébrale est un système articulé qui doit s'ajuster à la fois 1/aux contraintes de protection de la moelle épinière (ni rupture ni élongation), 2/à la flexibilité/rigidité nécessaire au fonctionnement du corps, 3/aux contraintes de liaison avec le reste du squelette, côtes et membres, et 4/aux contraintes d'ancrage de la musculature. Les membres s'articulent sur le tronc. Les côtes protègent les organes contenus dans le tronc. La tête protège le cerveau et porte les organes sensoriels, yeux, oreilles, le nez et la bouche, articulée grâce à la mandibule. La tête porte aussi les orifices qui permettent les échanges de fluides (air et eau) et les aliments solides. Dans ce système, le cou est le lien entre le tronc et la tête, sa fonction est d'assurer la mobilité de cette dernière tout en préservant l'intégrité de la moelle épinière. Chez tous les mammifères, dont les humains, le cou comporte sept vertèbres cervicales. Elles sont plus ou moins longues, très allongées chez les girafes, courtes chez les humains. Les vertèbres cervicales sont toujours plus nombreuses chez les oiseaux, que chez les mammifères. Au minimum dix chez des perroquets, leur nombre peut atteindre 26 chez des cygnes.

Par ailleurs, le bec des oiseaux est l'équivalent fonctionnel de la main humaine. Il permet d'atteindre la nourriture, de porter des matériaux, de construire des nids, qui peuvent être très complexes, et de toiletter l'ensemble

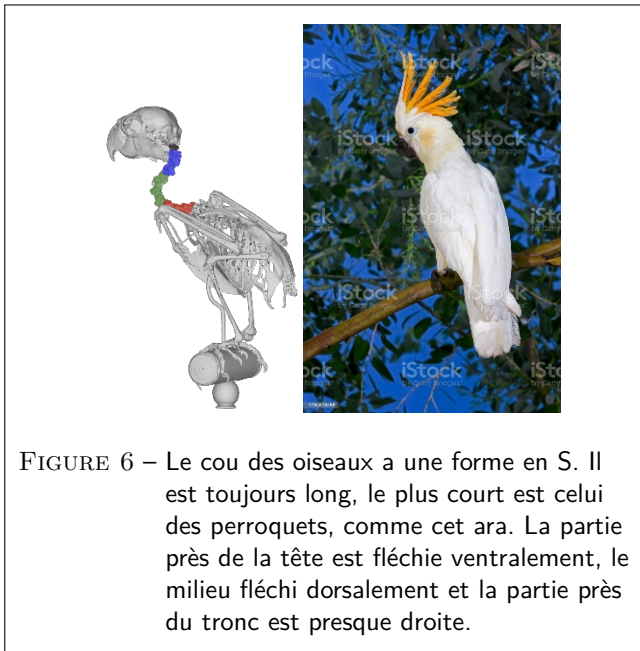
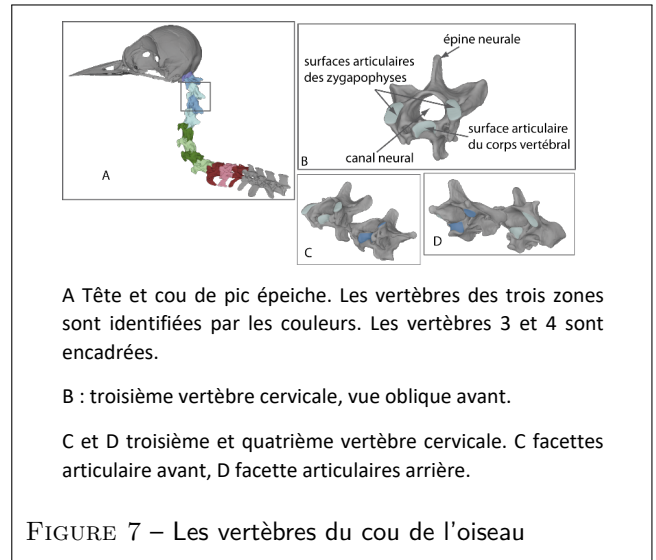


FIGURE 6 – Le cou des oiseaux a une forme en S. Il est toujours long, le plus court est celui des perroquets, comme cet ara. La partie près de la tête est fléchie ventralement, le milieu fléchi dorsalement et la partie près du tronc est presque droite.

du corps, jusqu'au bout des plumes de la queue. Le bec est une pince avec un degré de liberté. Toute la flexibilité fournie par le poignet et le bras chez les humains est fournie par le cou. Les plumes forment un épais fourreau qui cache la forme du cou, sauf dans de rares cas. Sous les plumes, le cou ressemble toujours à celui d'un vautour ou d'un cygne. Il est long et souple et se déploie comme un bras. Même celui d'un hibou ne pivote pas sur lui-même mais se déploie pour faire tourner la tête, comme le font d'ailleurs tous les oiseaux quand ils regardent derrière eux par-dessus leur épaule.

## 2.2 Description de la colonne cervicale

Le cou des oiseaux a toujours une forme de S (Figure 6). Une partie s'ancre sur le tronc et est légèrement fléchie ventralement, la partie du milieu du cou est fléchie dorsalement et la partie avant, près de la tête est fléchie ventralement. L'amplitude des mouvements correspond à ces positions : faible à la base, forte dorsalement au milieu et forte ventralement à l'avant. Les flexions latérales sont toujours beaucoup plus faibles, un peu plus fortes près de la tête que dans l'ensemble du cou. La combinaison des mouvements de flexion ventrale et latérale au niveau de chacune des articulations, permet les mouvements complexes de la tête par rapport au tronc [Kri+17]. Pour réaliser ces mouvements, chaque articulation est différente, la forme de chaque vertèbre est particulière, à tel point qu'il est possible de reconnaître leur position dans la colonne lorsqu'elles sont isolées. Des caractéristiques morphologiques marquent les zones, avant, milieu et arrière (Figure 7). Ces caractéristiques sont partagées, quelle que soit l'espèce [Ter+20]. Les vertèbres partagent cependant toutes une même structure de base. Elles sont constituées d'un corps vertébral surmonté d'un canal qui entoure la moelle épinière. Le corps vertébral s'articule avec les corps vertébraux des vertèbres voisines. Elles portent aussi latéralement deux articulations, à l'avant et à l'arrière, les



A Tête et cou de pic épeiche. Les vertèbres des trois zones sont identifiées par les couleurs. Les vertèbres 3 et 4 sont encadrées.

B : troisième vertèbre cervicale, vue oblique avant.

C et D troisième et quatrième vertèbre cervicale. C facettes articulaire avant, D facettes articulaires arrière.

FIGURE 7 – Les vertèbres du cou de l'oiseau

zygapophyses. Les zygapophyses arrière surplombent les zygapophyses avant de la vertèbre suivante. Chaque articulation intervertébrale est donc constituée de 6 surfaces articulaires. Les positions relatives des zygapophyses par rapport au corps vertébral déterminent les angles intervertébraux. L'orientation des surfaces articulaires des zygapophyses contraignent la liberté de mouvements [Abo+21]. Le tronc des oiseaux est très rigide et les articulations des vertèbres thoraciques sont verrouillées par les zygapophyses et la forme des épines neurales. Dans la partie qui ancre le cou sur le tronc, les zygapophyses sont orientées de telle sorte que les angles interarticulaires sont quasiment nuls et l'orientation des surfaces des zygapophyses permet une faible mobilité. Dans la partie moyenne, la forme des vertèbres assure une flexion dorsale en position neutre et des mouvements de flexion dorsale assez larges, de même qu'une faible flexion latérale sur chaque articulation. Ces mouvements peuvent se cumuler pour permettre une grande amplitude de mouvement. La forme des vertèbres de la partie avant, permet une flexion ventrale et une faible flexion latérale mais aussi pour les toutes premières vertèbres, une légère rotation. La colonne cervicale est un système en série dont la mobilité est ajustée grâce à la multiplication du nombre des articulations, chacune ayant une forme et des propriétés cinématiques particulières. La forme des articulations permet de séparer la colonne en trois zones qui donnent la forme en S de la colonne des oiseaux.

## 2.3 Les muscles, un système en parallèle

La musculature cervicale s'attache sur les vertèbres cervicales, sur les premières vertèbres thoraciques et sur la tête. Des excroissances permettent d'accroître la surface disponible sur la vertèbre mais aussi éventuellement d'augmenter les bras de levier pour l'attache des muscles. C'est le cas par exemple dorsalement des épines neurales. La forme de l'arrière du crâne est aussi ajustée à l'insertion des muscles du cou. Les vertèbres sont reliées chacune à la suivante dorsalement par des ligaments profonds. Les ligaments sont des faisceaux fibreux

très solides. Une série sagittale relie les épines neurales et deux séries latérales, droite et gauche, participent à la cohésion de la colonne et agissent contre la gravité en aidant à tenir le cou dans sa position neutre en S. Il n'y a pas de ligaments ventraux.

Les muscles sont composés de deux types de tissus : 1/des chefs charnus formés de fibres rétractiles qui génèrent de la force et 2/des tendons qui assurent des liaisons, soit entre les chefs charnus, soit entre les chefs charnus et l'os. Les chefs charnus s'attachent soit sur l'os soit sur des parties tendineuses. Il existe des muscles sans tendons, mais jamais de tendons sans partie charnue. La contraction des fibres génère la force musculaire. La contraction des muscles n'est pas un système tout ou rien. Le système nerveux innerve très finement les fibres des chefs charnus et peut commander de petites sous-unités. Les muscles ne sont donc pas obligatoirement contractés dans leur ensemble. Les mouvements sont assurés par la mobilisation de plusieurs unités qui appartiennent à des muscles différents. Les unités recrutées agissent en synergie et ajustent le mouvement ou l'immobilisation des articulations.

Il y a environ 200 muscles dans le cou des oiseaux. Des petits muscles profonds, sur la partie dorsale et dorso latérale unissent les vertèbres deux à deux. Les autres muscles sont disposés en couches. Les chefs d'un même muscle s'attachent sur plusieurs vertèbres successives mais aussi parfois distantes, reliées par des tendons. Les muscles du système cranio cervical bougent la tête sur le cou. Ils s'attachent sur les premières vertèbres cervicales et sur l'arrière du crâne. Sur la longueur du cou, un seul long muscle ventral s'attache sur toutes les vertèbres depuis la troisième jusqu'aux premières thoraciques. Il assure la flexion ventrale du cou. Dorsalement, un long muscle part de la tête et rejoint le tronc. Il recouvre trois groupes de muscles, sur les parties avant, intermédiaire et arrière, qui s'attachent ou non sur chaque vertèbre (voir figure 8) . Ils assurent les flexions dorsales et latérales [Boh+20].

## 2.4 Hypothèse de fonctionnement

Le fonctionnement du cou combine donc deux systèmes, le squelette cervical, organisé en unités disposées en série (les vertèbres), regroupées en trois parties présentant des formes et des caractéristiques cinématiques différentes. La musculature cervicale est complexe. Elle peut cependant être simplifiée comme comprenant une partie qui assure la mobilité de la tête sur le cou. La mobilité du cou lui-même est assurée par un système ventral, avec un seul long muscle, et trois systèmes dorsaux successifs qui mobilisent chacune des parties. Les systèmes dorsaux et ventraux assurent aussi l'ancrage du cou sur le tronc. Le cou des oiseaux est plus ou moins long suivant les espèces, ce qui est lié en partie à leur histoire évolutive. Le nombre de vertèbres et la musculature sont aussi adaptés à la demande fonctionnelle. Suivant les espèces, les besoins de mobilité de la tête sont différents. Par exemple, chez les vautours, certains, comme les vautours fauves, fouillent l'intérieur de carcasses pour attraper les viscères. D'autres, comme les vautours moines,

se nourrissent de la peau et des tendons. Les vautours fauves ont besoin d'un cou long et souple pour atteindre leur nourriture. Les vautours moines ont besoin d'un cou raide pour arracher des tissus durs. Le cou de ces oiseaux qui sont proches cousins, montre des différences : le cou des vautours fauves comporte 15 vertèbres, celui des vautours moines en a 13. Les toutes premières vertèbres sont différentes, la deuxième est plus grande chez le vautour fauve, augmentant la surface d'attache pour les muscles qui bougent la tête. Les muscles qui raidissent le cou sont quant à eux plus développés chez les vautours moines. Les variations dans le nombre d'éléments en série, les vertèbres, et leur répartition dans les trois parties, permet d'ajuster la flexibilité du cou. Les variations des zones d'insertion de muscles comme le développement relatif des chefs et des parties tendineuses permettent d'ajuster la force. Cependant, dans tous les cas, l'organisation du cou est conservée. C'est un système de modules en série formant trois parties cinématiquement distinctes. Le système est mobilisé par quatre groupes de muscles : un unique ventral et trois séries successives dorsales.

### A retenir :

- Le bec chez l'oiseau est l'équivalent fonctionnel de la main humaine. Sa mobilité est apportée par le cou.
- Le cou long et souple des oiseaux a une forme en S au repos.
- Les vertèbres (de 10 à 26) peuvent être regroupées en 3 zones.
- Le cou est actionné par environ 200 muscles. Les muscles principaux sont composés d'un long muscle ventral et de 3 groupes de muscles dorsaux.

## 3 Architecture matérielle

Notre objectif est de s'inspirer de la morphologie du cou de l'oiseau pour définir un prototype robotique à base de mécanismes de tensegrité capable d'exécuter des mouvements dans un plan (dans cette étude, nous nous inspirons du cou du pic qui exécute principalement des mouvements dans un plan). Nous allons empiler, comme les vertèbres, une suite de mécanismes de base, appelés *modules*. Chaque module sera constitué de barres en tension, de ressorts et sera actionné par câbles. Câbles et ressorts joueront le rôle des muscles et des tendons. Si on se limite à une étude dans un plan, le mouvement relatif d'une vertèbre par rapport à la précédente est principalement une rotation. Cependant, la réalisation de cette rotation se fait via plusieurs surfaces en contact au niveau des surfaces centrales et des zygapophyses [CRB13 ; RP17 ; Fur+21]. Il n'est donc pas évident que le mouvement relatif corresponde à une rotation d'une articulation de type pivot, c'est-à-dire à une rotation autour d'un point fixe. Compte tenu de cette incertitude, deux types de modules vont être envisagés. Nos choix vont répondre aux objectifs suivants : s'inspirer du cou des oiseaux en respectant des objectifs communs pour l'oiseau et le robot (c'est-à-dire faible consommation énergétique, empilement de modules, actionnement



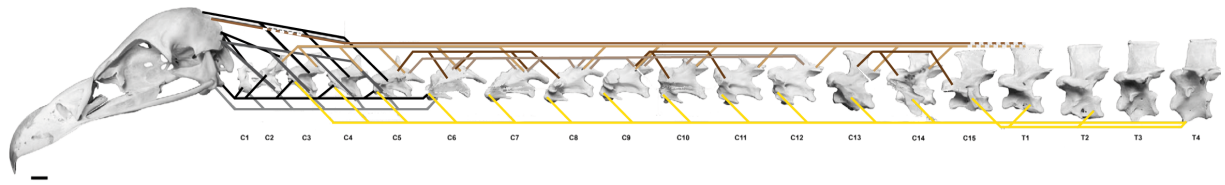


FIGURE 8 – Schéma de la musculature du vautour (modifiée à partir de [Boh+20]).

antagoniste) mais sans nécessairement satisfaire des critères qui sont propres à l'oiseau (par exemple, protection de la moelle épinière) et en ajoutant des critères propres au robot (par exemple, moteurs déportés sur une base fixe pour réduire les masses en mouvement).

### 3.1 Le choix des modules

Pour définir le mouvement entre deux vertèbres, plusieurs choix s'offrent à nous [Tod02]. Nous avons étudié deux modules [MW21] basés l'un sur une articulation pivot (module R), l'autre sur un mécanisme à 4 barres croisées de type antiparallélogramme (module X). Le module X a été utilisé dans le passé pour modéliser l'articulation du genou humain [HA10]. Les deux modules candidats sont représentés sur les figures 9 et 10. Un ressort relie les extrémités des barres supérieure et inférieure de chaque côté. Un câble est attaché en parallèle du ressort sur l'extrémité du module supérieur, de chaque côté également. Le mécanisme est actionné en tirant sur les câbles. Les ressorts sont utiles pour assurer la stabilité des configurations. Une comparaison des mouvements générés par ces modules R et X avec les mouvements intervertébraux n'a pas conduit à privilégier clairement l'un des deux, même en introduisant des décalages entre modules [Fur20]. Nous proposons d'étudier les notions d'équilibre et de modulation de raideur pour pouvoir établir un choix pertinent de module.

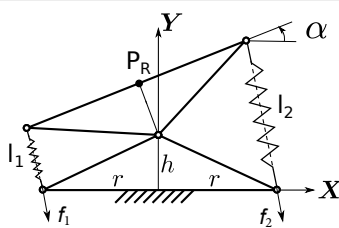


FIGURE 9 – Le module R

Les modules sont symétriques : pour le module R, les deux triangles sont isocèles de hauteur  $h$  et de demi-base  $r$  (figure 9) ; pour le module X, les barres du haut et du bas sont de longueur identique, notée  $b$  et les deux barres croisées sont de longueur identique, notée  $L$  (figure 10). La position d'un repère attaché au centre de la barre du haut relativement à un repère lié au centre de la barre du bas peut se calculer en fonction de l'orientation de la barre du haut, notée  $\alpha$ . On note  $P_X$  (resp.  $P_R$ ) le centre de ce repère pour le module X (resp. pour le pivot). On fait en sorte que dans la configuration  $\alpha = 0$ ,

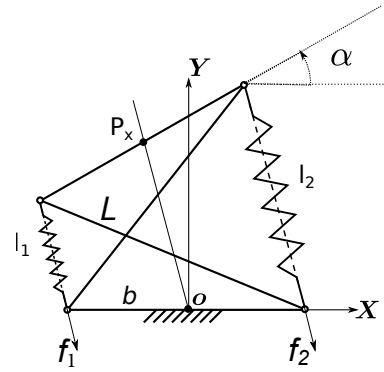


FIGURE 10 – Le module X

on ait les mêmes dimensions et les mêmes centres de rotation pour le module en R et en X. Cela revient à imposer  $r = \frac{b}{2}$  et  $h = \frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{2}$ .  
On a :

$$P_R = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{2} \sin(\alpha) \\ \frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{2} (1 + \cos(\alpha)) \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$P_X = \begin{pmatrix} -\sin(\frac{\alpha}{2}) \sqrt{L^2 - b^2 \cos^2(\frac{\alpha}{2})} \\ \cos(\frac{\alpha}{2}) \sqrt{L^2 - b^2 \cos^2(\frac{\alpha}{2})} \end{pmatrix} \quad (2)$$

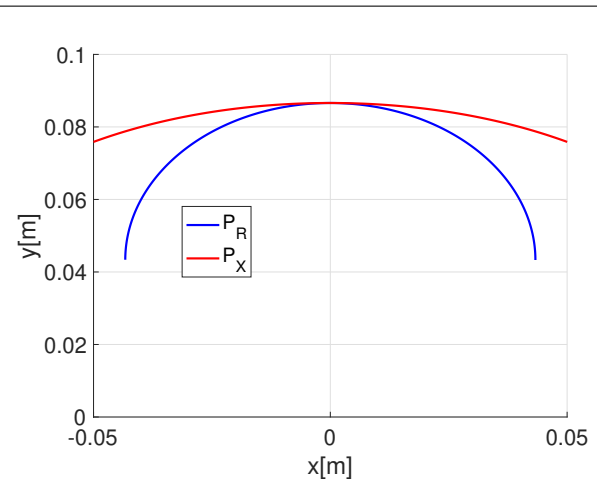


FIGURE 11 – Evolution de  $P_X$  et  $P_R$  pour différentes valeurs de  $\alpha$  pour les modules R (en bleu) et X (en rouge), pour  $L = 0.1$  m,  $b = 0.05$  m.

On note que pour une même valeur de  $\alpha$ , le déplacement vertical de  $P_X$  est moindre pour celui de  $P_R$  mais son

R-joint
$l_1 = \frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - b \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$
$l_2 = \frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + b \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$
X-joint
$l_1 = \sqrt{L^2 - b^2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - b \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$
$l_2 = \sqrt{L^2 - b^2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} + b \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

TABLEAU 1 – Les longueurs des câbles et ressorts en fonction de  $\alpha$  pour les modules R et X

déplacement latéral est plus important (figure 11). Le centre de rotation est fixe pour le pivot, il varie et suit l'intersection des barres croisées pour le module X. Pour un module de tenségrité, les positions d'équilibre du modèle statique et l'étude de stabilité de ces équilibres sont plus importantes que le modèle géométrique écrit plus haut. Les configurations du robot peuvent être définies en fonction des forces appliquées par les câbles. Pour cela, on écrit l'énergie potentielle  $U$  du module qui inclut les contributions de la gravité  $U_g$ , des ressorts  $U_k$  et des efforts extérieurs conservatifs  $f_1$ ,  $f_2$  appliqués dans les câbles de longueur  $l_1(\alpha)$ ,  $l_2(\alpha)$  :  $U = U_g + U_k + f_1 l_1 + f_2 l_2$ . Une position d'équilibre,  $\alpha$ , est telle que [Ars06] :

$$\frac{dU}{d\alpha} = 0 \quad (3)$$

Cette équation peut aussi s'écrire

$$G = -\frac{dh_1}{d\alpha} f_1 - \frac{dh_2}{d\alpha} f_2 \quad (4)$$

avec  $G = \frac{dU_g}{d\alpha} + \frac{dU_k}{d\alpha}$ .

Une position d'équilibre est stable si sa raideur est positive, c'est-à-dire [Ars06] :

$$\frac{d^2 U}{d\alpha^2} > 0 \quad (5)$$

Pour des forces  $f_1$ ,  $f_2$  choisies, la raideur s'écrit :

$$\frac{d^2 U}{d\alpha^2} = \frac{dG}{d\alpha} + \frac{d^2 h_1}{d\alpha^2} f_1 + \frac{d^2 h_2}{d\alpha^2} f_2 \quad (6)$$

On voit clairement à travers ces équations que l'expression des longueurs  $l_1$  et  $l_2$  va être déterminante :

- dans le calcul des positions d'équilibre, sans effort appliqué ( $U_k = \frac{1}{2} k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2$  pour des ressorts de longueurs à vide nulles, où  $k_1 - 1$  et  $k_2$  sont les raideurs des ressorts) ;
- dans la modification des positions d'équilibre par l'application d'efforts  $f_1$ ,  $f_2$  via  $\frac{dh_1}{d\alpha}$  et  $\frac{dh_2}{d\alpha}$  ;
- pour la stabilité de l'équilibre à efforts appliqués donnés via  $\frac{d^2 h_1}{d\alpha^2}$  et  $\frac{d^2 h_2}{d\alpha^2}$ , c'est-à-dire sur la raideur du module.

Les expressions de  $l_1$  et  $l_2$  pour les 2 systèmes sont données dans le tableau 1 [MW21] et les évolutions de ces longueurs en fonction de  $\alpha$  sont illustrées sur la figure 12.

Une position désirée  $\alpha$  peut être une position d'équilibre si on choisit des forces  $f_1$  et  $f_2$  qui satisfont (4). Les

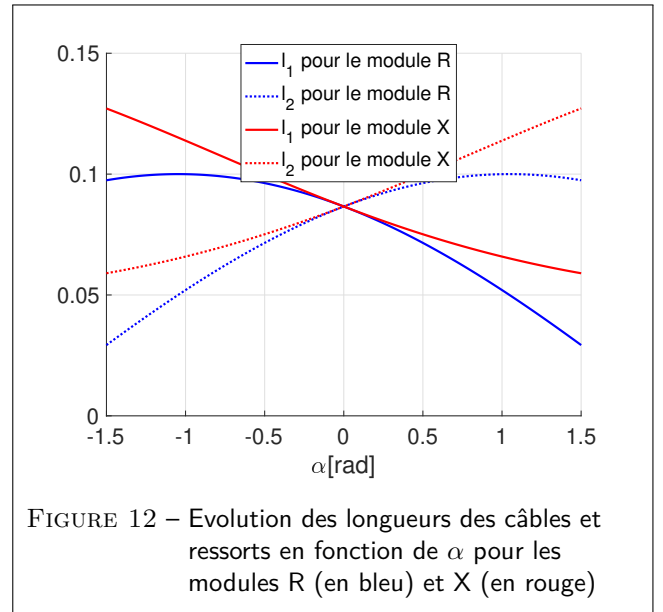


FIGURE 12 – Evolution des longueurs des câbles et ressorts en fonction de  $\alpha$  pour les modules R (en bleu) et X (en rouge)

forces dans les câbles doivent être positives (le câble ne peut pas pousser) et limitées par la tension maximale des câbles. On choisira donc des forces telles que :  $0 \leq f_i \leq f_{max}$ . Pour les deux modules, autour de la position  $\alpha = 0$ , on a :  $\frac{dh_1}{d\alpha} < 0$  et  $\frac{dh_2}{d\alpha} > 0$ . La solution donnant la position d'équilibre choisie avec la force minimale sera donc obtenue avec l'une des forces nulle.

Supposons que l'on désire atteindre une position statique telle que  $G(\alpha) > 0$ , alors la solution de force minimale notée  $f^*$  est :

$$f_1^* = -\frac{G(\alpha)}{\frac{dh_1}{d\alpha}}, \quad f_2^* = 0 \quad (7)$$

D'autres solutions, qui impliqueraient une co-contraction, peuvent être définies en fonction de  $f_2$  :

$$f_1 = -\frac{G(\alpha) + \frac{dh_2}{d\alpha} f_2}{\frac{dh_1}{d\alpha}} = f_1^* - \frac{\frac{dh_2}{d\alpha}}{\frac{dh_1}{d\alpha}} f_2 \quad (8)$$

Dans les systèmes biologiques, la co-contraction est utilisée pour renforcer la raideur articulaire [Bar+88; Gat99; Lat18]. L'impact d'une force  $f_2$  non nulle sur la raideur ou stabilité du système s'écrit en utilisant l'équation (6) :

$$\frac{d^2 U}{d\alpha^2} = \frac{d^2 G}{d\alpha^2} + \frac{d^2 h_1}{d\alpha^2} f_1^* - \frac{1}{\frac{dh_1}{d\alpha}} R_1 f_2 \quad (9)$$

où  $R_1 = \frac{d^2 h_1}{d\alpha^2} \frac{dh_2}{d\alpha} - \frac{dh_1}{d\alpha} \frac{d^2 h_2}{d\alpha^2}$  et représente l'effet de la co-contraction sur la raideur

### Exemple 1 : Cas du module R

Considérons un module R, les longueurs des câbles sont données dans le tableau 1. En utilisant la notation  $h = \frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{2}$ , on peut calculer les dérivées

des longueurs de câble :

$$\begin{aligned} \frac{dl_1}{d\alpha} &= -\frac{h}{2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{b}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ \frac{dl_2}{d\alpha} &= -\frac{h}{2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{b}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ \frac{d^2 l_1}{d\alpha^2} &= -\frac{h}{4} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{b}{4} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ \frac{d^2 l_2}{d\alpha^2} &= -\frac{h}{4} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{b}{4} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{E1.1})$$

On peut alors calculer  $R_1$

$$R_1 = \frac{d^2 l_1}{d\alpha^2} \frac{dl_2}{d\alpha} - \frac{dl_1}{d\alpha} \frac{d^2 l_2}{d\alpha^2} \quad (\text{E1.2})$$

et on obtient :

$$R_1 = -\frac{hb}{4} \quad (\text{E1.3})$$

ce qui montre que  $R_1$  est toujours négatif.

Comme  $\frac{dl_1}{d\alpha} < 0$ , retrouver un comportement similaire à celui observé sur les systèmes biologiques implique que  $R_1 > 0$  pour les valeurs de  $\alpha$  telles que  $G(\alpha) > 0$ . Une condition identique peut être retrouvée pour les valeurs de  $\alpha$  telles que  $G(\alpha) < 0$ . Les forces minimales permettant d'assurer l'équilibre sont alors  $f_1^* = 0$ ,  $f_2^* \geq 0$ . Ces conditions sont satisfaites dans le cas du module X, mais ne sont pas satisfaites dans le cas du module R comme l'illustre l'exemple 1 et la figure 13 pour  $b = 0.05$  m, et  $L = 0.1$  m. Il n'existe pas de paramétrage géométrique  $b$  et  $L$  qui modifie les signes de  $R_1$  et  $R_2$  pour ces deux manipulateurs [Mur20].

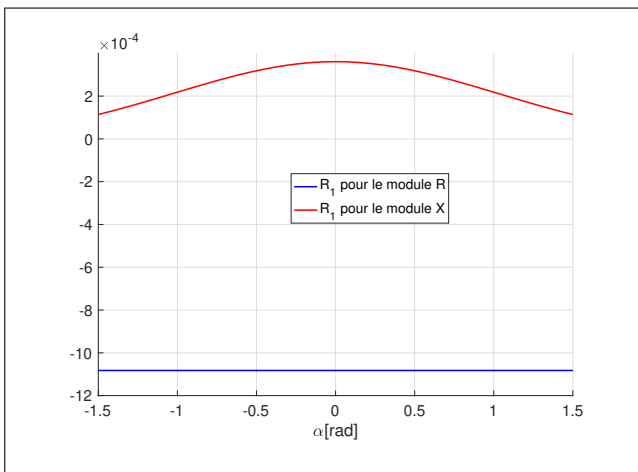


FIGURE 13 – Evolution des coefficients  $R_1$  en fonction de  $\alpha$  pour les modules R (en bleu) et X (en rouge). Pour le module X, ces valeurs sont positives assurant que la co-contraction augmente la raideur de l'articulation, ce qui n'est pas le cas du module R.

**Co-contraction et accroissement de raideur :** Les systèmes biologiques sont souvent actionnés par des muscles antagonistes. Ils travaillent la plupart du temps séquentiellement : l'un est au repos pendant que l'autre est actif. Ils peuvent aussi être activés simultanément, on parle alors de co-contraction [Bar+88]. Cela permet d'accroître la raideur de l'articulation. Cette propriété se retrouve pour les modules X mais pas pour les modules R comme l'illustre la figure 13

Cette caractéristique des systèmes biologiques, existantes pour les modules X, implique que les forces minimales pour une position d'équilibre produiront une raideur faible du module. En cas d'action sur l'environnement pour exercer un effort, il pourra être souhaitable de raidir le robot via des forces plus importantes dans les câbles. Ces caractéristiques sont adaptées au comportement attendu d'un robot manipulateur de type cobot. Un système construit avec des modules R imposerait de produire des forces importantes dans les câbles pour avoir un raideur faible, ce qui n'est pas souhaitable pour un cobot.

### 3.2 Empilement de modules X

Compte tenu des résultats énoncés plus haut, nous choisissons des modules X pour construire notre prototype. Le prototype sera constitué de  $N$  modules de mêmes dimensions, numérotés de bas en haut. La barre du haut d'un module est la barre du bas de son successeur. Les raideurs des ressorts pourront être différentes selon les modules et sont notées  $k_{li}$  (ressort de gauche) et  $k_{ri}$  (ressort de droite). Les longueurs entre les centres des poulies à droite et à gauche d'un module sont notées  $l_r$  et  $l_l$ , respectivement. La barre du bas du premier module est fixe. La position de son milieu est  $(x_1 = 0, y_1 = 0)$  et son orientation est  $\gamma_1$  dans le repère de référence. Les mouvements des modules permettront de déplacer la barre du haut du dernier module, repérée, dans le repère de référence, par son point milieu  $P$  de coordonnées  $x_{N+1}, y_{N+1}$  et par son orientation  $\gamma_{N+1}$ . Le schéma de la figure 14 montre un module  $i$ , son prédécesseur et son successeur.

On peut exprimer  $x_{N+1}, y_{N+1}$  en fonction des angles  $\alpha_i$  des différents modules regroupés dans le vecteur  $\alpha = [\alpha_1 \dots \alpha_N]^T$  :

$$x_{N+1} = - \sum_{k=1}^N \sin\left(\gamma_i + \frac{\alpha_i}{2}\right) \sqrt{L^2 - b^2 \cos^2\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)} \quad (10)$$

$$y_{N+1} = \sum_{k=1}^N \cos\left(\gamma_i + \frac{\alpha_i}{2}\right) \sqrt{L^2 - b^2 \cos^2\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)} \quad (11)$$

$$\gamma_{N+1} = \gamma_1 + \sum_{k=1}^N \alpha_i \quad (12)$$

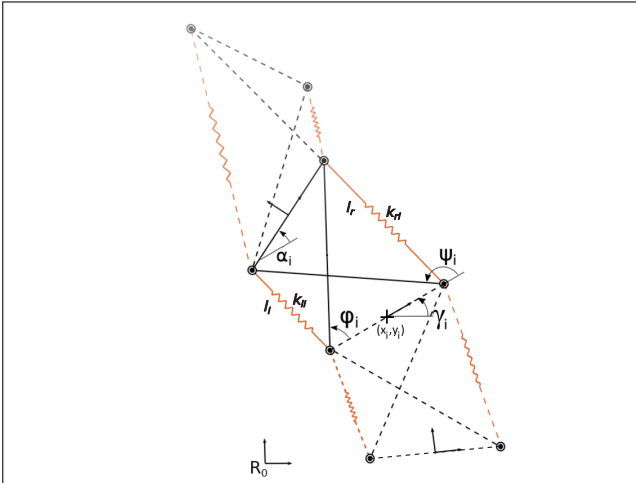


FIGURE 14 – Le prototype est un empilement de modules numérotés de 1 à  $N$  de la base vers l'extrémité.

**A retenir :** Le système articulé résultant de l'empilement de modules en  $X$  peut être vu comme un robot série avec des articulations non conventionnelles. C'est de cette façon qu'il sera modélisé et on définira comme espace articulaire, l'espace des orientations  $\alpha_i$  des modules, regroupées dans le vecteur  $\alpha$ . Les différences principales par rapport à un robot série classique sont l'actionnement redondant par câbles et la présence de ressorts qui permet une stabilité en boucle ouverte. Notons que des décalages entre modules pourraient être ajoutés comme sur des manipulateurs plus conventionnels, comme l'illustre la figure 15 sur un robot à deux modules en  $X$  avec un décalage entre les deux modules et un décalage au niveau de l'effecteur [WF21]. L'introduction de décalages complexifie les modèles géométriques. Leurs éventuels avantages sur la taille de l'espace de travail statique n'a pas été démontré au moment de la rédaction de cet article.

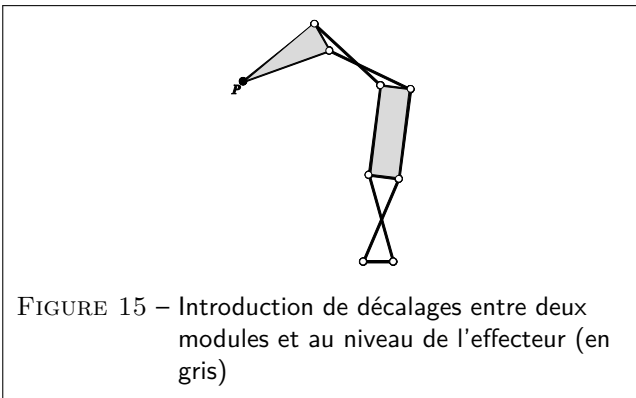


FIGURE 15 – Introduction de décalages entre deux modules et au niveau de l'effecteur (en gris)

### 3.3 Actionnement par câble

#### 3.3.1 Passage des câbles

Le manipulateur est actionné par des câbles. Des moteurs, situés sur la base du manipulateur, tirent sur ces câbles afin de modifier sa configuration.

Nous notons  $N_f$  le nombre de moteurs du manipulateur. Les moteurs et les câbles associés sont numérotés avec l'indice  $j \in \{1, \dots, N_f\}$ . La longueur déroulée du câble  $j$  est notée  $l_j$  et la position du moteur  $j$  est notée  $\theta_j$ . La force appliquée sur le câble  $j$  par le moteur associé est notée  $f_j$ . Le vecteur des forces appliquées est ainsi  $\mathbf{f} = [f_1, \dots, f_{N_f}]^T$ .

Ce sont les câbles qui font le lien entre les moteurs et les modules. En supposant que les câbles sont tendus et inextensibles, on peut calculer les positions moteurs à partir de la configuration  $\alpha$ .

$$\theta = -\frac{R}{r_d}(\mathbf{I}(\alpha) - \mathbf{I}_0) \quad (13)$$

où  $R$  est le rapport de réduction des moteurs,  $r_d$  est le rayon de l'enrouleur,  $\mathbf{I}(\alpha) = [l_1(\alpha) \dots l_{N_f}(\alpha)]^T$  est le vecteur des longueurs déroulées des câbles dans la configuration  $\alpha$  et  $\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}(\alpha_0)$  où  $\alpha_0$  est une configuration d'équilibre au repos du manipulateur (configuration initiale des expériences).

Cette valeur de  $\theta$  est calculée selon l'équation (13) afin d'avoir :

- $\theta = \mathbf{0}_{N_f \times 1}$  quand  $\alpha = \alpha_0$  : cela permet d'avoir des positions moteurs à 0 quand le manipulateur est dans sa position de repos initiale. La plupart du temps, on prendra  $\alpha_0 = \mathbf{0}_{N \times 1}$  ;
- $\theta$  augmente lorsqu'on tire sur les câbles (et qu'on diminue donc leur longueur déroulée) : cela explique la présence du signe  $-$ .

Afin de décrire le câblage complet du système, nous définissons une matrice de câblage notée  $\mathbf{A}$  et nous considérons un nombre fini de passages de câbles possibles. Cette matrice est de taille  $N \times N_f$ . Les câbles ont besoin de poulies de renvoi pour pouvoir cheminer depuis le tambour de l'actionneur jusqu'au module actionné. Nous prendrons en compte ces poulies dans le calcul des longueurs de câbles afin d'avoir un modèle précis. Nous considérerons les 5 passages de câbles montrés en Figure 16. Ils correspondent aux cinq cas suivants :

1. le câble passe sur la gauche du module  $i$  et est attaché au milieu de la poulie du haut ;
2. le câble passe sur la droite du module  $i$  et est attaché au milieu de la poulie du haut ;
3. le câble passe sur la gauche du module et est enroulé sur la poulie du haut pour être redirigé au dessus ;
4. le câble passe sur la droite du module et est enroulé sur la poulie du haut pour être redirigé au dessus ;
5. le câble passe en "strut-routed" (c'est-à-dire le long de l'une des barres croisées) pour actionner des modules supérieurs.

Les passages de câbles sont choisis pour maximiser l'amplitude possible pour chaque module sans décoller le câble de la poulie. Par exemple, dans le cas strut-routed, on ne passe pas le câble le long de la barre diagonale uniquement car sinon le câble se décollerait de la poulie si le module supérieur était trop incliné vers la gauche sur la Figure 16. Il en est de même pour les troisièmes

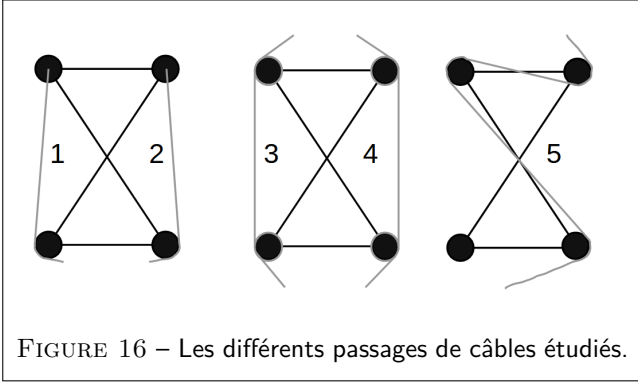


FIGURE 16 – Les différents passages de câbles étudiés.

et quatrième cas : l'enroulement du câble autour des poulies évite le décollement de celui-ci.

Si le câble  $j$  ne passe pas par le module  $i$ , alors  $A(i, j) = 0$ . Sinon, l'élément  $A(i, j)$  est l'entier correspondant au passage du câble  $j$  sur le module  $i$  indiqué sur la figure 16.

La longueur déroulée totale du câble  $j$  peut s'exprimer de la manière suivante :

$$l_j = l_0(j) + \sum_{i=1}^N l_j^{A(i,j)}(\alpha_i) \quad (14)$$

où  $l_j^{A(i,j)}(\alpha_i)$  est la longueur variable du câble  $j$  au niveau du module  $i$  et  $l_0(j)$  est une valeur constante.

$l_j^{A(i,j)}(\alpha_i)$  dépend de la manière dont le câble passe par le module  $i$ . Nous allons calculer cette valeur pour les différents passages de câbles utilisés.

### 3.3.2 Calcul des longueur des câbles

Nous indiquons ici les formules des longueurs variables pour chaque passage de câble en supposant que toutes les poulies sont identiques, de rayon  $r$ . Le détail des calculs des longueurs des câbles peut être trouvé dans [Fas21].

Si le câble  $j$  ne passe pas par le module  $i$ , on a :

$$l_j^0(\alpha_i) = 0 \quad (15)$$

Dans le cas 1, la longueur variable du câble  $j$  est donnée par :

$$l_j^1(\alpha_i) = \sqrt{l_l(\alpha_i)^2 - r^2} + r \left( -\arctan\left(\frac{\sqrt{l_l(\alpha_i)^2 - r^2}}{r}\right) - \frac{\alpha_i}{2} \right) \quad (16)$$

où  $l_l$  est la longueur entre les centres des poulies à gauche du module. Pour un module  $X$  comme cela était illustrée en paragraphe 3.1, on a :

$$l_l(\alpha_i) = \sqrt{L^2 - b^2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - b \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (17)$$

Dans le cas 2, la longueur variable du câble  $j$  est donnée par :

$$l_j^2(\alpha_i) = \sqrt{l_r(\alpha_i)^2 - r^2} + r \left( \frac{\alpha_i}{2} - \arctan\left(\frac{\sqrt{l_r(\alpha_i)^2 - r^2}}{r}\right) \right) \quad (18)$$

où  $l_r$  est la longueur entre les centres des poulies à droite du module. On a :

$$l_r(\alpha_i) = \sqrt{L^2 - b^2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + b \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (19)$$

Dans le cas 3, la longueur variable du câble  $j$  est donnée par :

$$l_j^3(\alpha_i) = l_l(\alpha_i) - r\alpha_i \quad (20)$$

Dans le cas 4, la longueur variable du câble  $j$  est donnée par :

$$l_j^4(\alpha_i) = l_r(\alpha_i) + r\alpha_i \quad (21)$$

Enfin, dans le cas 5, la longueur variable du câble  $j$  est donnée par :

$$l_j^5(\alpha_i) = r(2\psi_i - \alpha_i) \quad (22)$$

où l'angle  $\psi_i$  s'écrit en fonction de  $\alpha_i$  de la façon suivante [Van+19] :

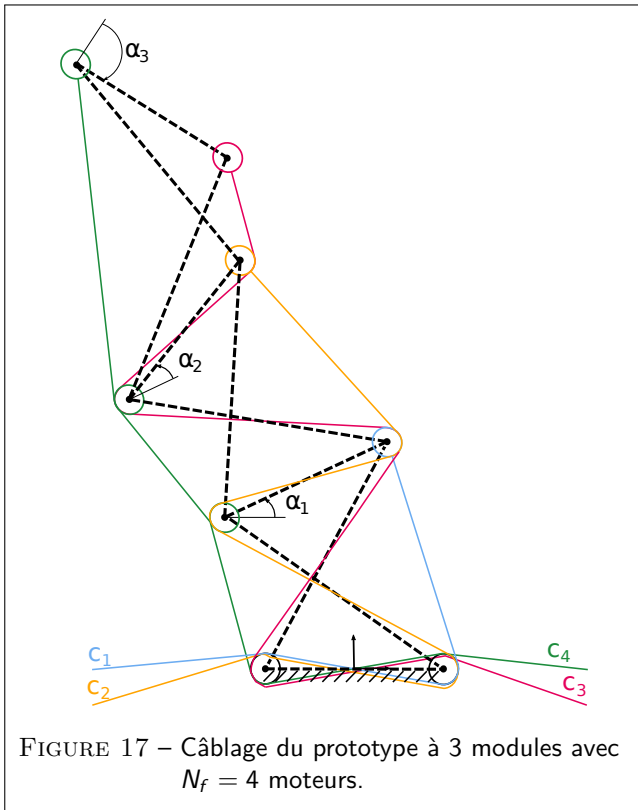
$$\psi_i = 2 \arctan \left[ \frac{-2bL \sin(\alpha_i) - \sqrt{S(\alpha_i)}}{(2b^2 - 2bL) [\cos(\alpha_i) + 1]} \right] \quad (23)$$

avec :  $S(\alpha_i) = (2bL \sin(\alpha_i))^2 + (2bL [\cos(\alpha_i) + 1])^2 - (2b^2 [\cos(\alpha_i) + 1])^2$ . Pour ce dernier cas, le résultat est symétrique par rapport à  $\alpha_i$ . Ainsi, cette longueur variable vaut aussi pour le câblage symétrique à celui-ci. Les longueurs variables totales des câbles peuvent donc être calculées à partir de ces formules.

La matrice d'actionnement  $\mathbf{A}$  permet d'écrire les modèles quel que soit le câblage du prototype (avec les passages de câbles considérés).

### 3.3.3 Câblage

Le choix du câblage est important, il peut s'inspirer de la musculature de l'oiseau (voir figure 8) tout en réduisant les coûts et la complexité. Pour réduire cette complexité, on peut tenir compte de la puissance des muscles présents chez l'oiseau. Les petits muscles servent essentiellement à maintenir les vertèbres entre elles, rôle tenu sur le robot par les ressorts. On peut aussi noter que l'oiseau n'active généralement qu'un nombre limité de muscles pour une action donnée. Il faut aussi prendre en compte les contraintes technologiques liées au nombre de câbles et de moteurs. Comme les câbles ne peuvent que tirer, il faut un nombre minimum de  $N_f = N + 1$  câbles pour actionner  $N$  modules. D'autre part, il est important de minimiser le nombre de moteurs pour réduire le coût et l'encombrement. La figure 8 met en évidence l'existence d'un muscle long courant sur la face dorsale du cou, tandis que plusieurs muscles viennent s'attacher aux vertèbres sur la face ventrale. Si on prend l'exemple d'un prototype à 3 modules, nous choisissons alors un schéma de câblage à 4 câbles, chacun actionné par un moteur. Un câble long passe par tous les modules sur leur gauche et permet donc d'incliner chaque module sur sa gauche. Les 3 autres câbles s'attachent à droite sur la barre du haut de chacun des trois modules. Chaque câble permet ainsi d'incliner un module sur sa droite. La figure 17 montre le câblage du prototype. Le câble long à gauche est en vert, et les câbles courts à droite des



modules 1, 2 et 3 sont respectivement en bleu, orange et rouge. Ces câbles courts sont passés en strut-routed sur les modules inférieurs. Nous ordonnons les moteurs de la manière suivante : les câbles 1 à 3 sont les câbles courts de bas en haut (le câble  $i$  tire sur la droite du module  $i$ ) et le câble long est le câble 4.

### Exemple 2 : Longueur des câbles pour le prototype

La matrice de câblage  $\mathbf{A}$  pour ce manipulateur constitué de trois modules est donc :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

Pour le prototype à 3 modules et 4 câbles (figure 17), les longueurs des câbles sont :

$$l_1 = l_1^2(\alpha_1) \quad (25a)$$

$$l_2 = l_2^5(\alpha_1) + l_2^2(\alpha_2) \quad (25b)$$

$$l_3 = l_3^5(\alpha_1) + l_3^5(\alpha_2) + l_3^2(\alpha_3) \quad (25c)$$

$$l_4 = l_4^3(\alpha_1) + l_4^3(\alpha_2) + l_4^1(\alpha_3) \quad (25d)$$

Les longueurs de câble le long d'un module ne dépendent que de l'orientation de ce module. En conséquence le câble 1, représenté en bleu sur la figure 17 ne dépend que de l'orientation du module 1. Le câble 2 représenté en orange dépend essentiellement de l'orientation du module 2. La présence de poulies implique que la longueur de ce câble va aussi être légèrement modifiée par l'orientation du module 1 via le terme  $l_2^5(\alpha_1)$ . On notera

qu'en l'absence de poulies ( $r=0$ ), ce terme serait nul (22). Le câble 3 représenté en rouge dépend essentiellement de l'orientation du module 3. La présence de poulies implique que l'orientation des modules 1 et 2 affecte un peu la longueur du câble 3. Le câble 4 correspondant au muscle ventral long varie en fonction de l'orientation des 3 modules.

### A retenir :

- Le prototype est construit comme un empilement de modules de tenségrité en série pour produire des mouvements planaires.
- Chaque module a une articulation, il est constitué d'un module en X et actionné par câbles en parallèle avec des ressorts.
- Le prototype est actionné par câbles, avec des moteurs déportés à la base. Un câble peut actionner plusieurs modules et est guidé par des poulies. Il peut passer à droite, à gauche ou au travers d'un module.

## 4 Modélisation

### 4.1 Modélisation dynamique

#### 4.1.1 Équations de Lagrange

L'équation du mouvement peut être établie à partir des équations de Lagrange [Lag53], [KD99]. Elles peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{\partial V}{\partial \alpha} = \mathbf{Q}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (26)$$

avec

$T$  : Energie cinétique

$V$  : Energie potentielle

$\mathbf{Q}$  : Forces généralisées

Les termes d'énergies cinétique, potentielle et forces généralisées sont d'abord calculés, puis substitués dans l'équation de Lagrange (26) afin d'obtenir l'équation du mouvement.

L'équation du mouvement du manipulateur est mise sous la forme :

$$\mathbf{M}\ddot{\alpha} + \mathbf{c}(\dot{\alpha}, \alpha) + \mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Q} \quad (27)$$

où  $\mathbf{M}$  est la matrice d'inertie,  $\mathbf{c}$  le vecteur des forces de Coriolis et centrifuges,  $\mathbf{g}$  le vecteur des énergies potentielles et  $\mathbf{Q}$  le vecteur des forces généralisées. Le calcul de  $\mathbf{c}$  est assez fastidieux et est détaillé dans [Fas21].

#### 4.1.2 Forces généralisées

Le travail virtuel de la force  $f_j$  appliquée sur un câble  $j$  est le produit de la force et du déplacement du câble :

$$\delta W_j = -f_j \delta l_j \quad (28)$$

Le signe négatif provient du fait que la longueur déroulée du câble est diminuée lorsqu'on tire sur ce câble.

Le travail virtuel de toutes les forces sur le manipulateur s'écrit donc :

$$\delta W = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_f} (-f_j \delta l_j^{A(i,j)}) \quad (29)$$

Par ailleurs, le travail des forces généralisées est défini par :

$$\delta W = \sum_{i=1}^N Q(i) \delta \alpha_i \quad (30)$$

Les équations (29) et (30) étant égales pour tout déplacement virtuel  $\delta \alpha_i$ , on en déduit que :

**le vecteur des forces généralisées  $\mathbf{Q}$  peut s'écrire sous la forme**

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Z}(\alpha) \mathbf{f} \quad (31)$$

où  $\mathbf{Z}(\alpha)$  est la matrice de taille  $N \times N_f$  dont les éléments sont :

$$Z(\alpha)(i,j) = -\frac{\partial l_j^{A(i,j)}(\alpha_i)}{\partial \alpha_i} \quad (32)$$

Pour avoir un système complètement actionné, on doit avoir  $N_f > N$  car les câbles ne peuvent générer que des forces positives. Toute force négative doit être remplacée par 0.

### Exemple 3 : Les termes de la matrice $\mathbf{Z}(\alpha)$

La Figure 18 montre les valeurs des éléments de la matrice  $\mathbf{Z}(\alpha)$  en fonction du câblage et de l'orientation d'un module  $i$  défini par  $L = 0,1$  m,  $b = 0,05$  m et pour des poulies de rayon  $r = 0,0045$  m. Rappelons que les passages de câbles sont montrés en Figure 16. Dans les cas  $A(i,j) = 1$  et  $A(i,j) = 3$ , les valeurs sont toutes positives quelle que soit l'orientation du module, ce qui veut dire que le câble associé tire toujours le module vers sa gauche. A l'inverse, pour les cas  $A(i,j) = 2$  et  $A(i,j) = 4$ , les valeurs sont toujours négatives donc le câble associé tire toujours le module vers sa droite. Le cas  $A(i,j) = 5$  est un peu plus complexe : le câble associé tire le module sur sa gauche s'il est déjà penché vers la gauche et il le tire sur sa droite s'il est déjà penché vers la droite. Cependant les valeurs sont très faibles, l'impact des câbles en strut-routed n'est donc pas très important, il est proportionnel au rayon des poulies.

### 4.1.3 Énergie cinétique

L'énergie cinétique totale du module  $i$  est la somme des énergies cinétiques (de translation et de rotation) des trois barres mobiles :

$$\begin{aligned} T_i = & \frac{1}{2} \left( m_{2i} v_{2i}^2 + I_{2i} (\dot{\phi}_i + \dot{\gamma}_i)^2 \right) + \\ & \frac{1}{2} \left( m_{3i} v_{3i}^2 + I_{3i} (\dot{\psi}_i + \dot{\gamma}_i)^2 \right) + \\ & \frac{1}{2} \left( m_{4i} v_{4i}^2 + I_{4i} (\dot{\alpha}_i + \dot{\gamma}_i)^2 \right) \end{aligned} \quad (33)$$

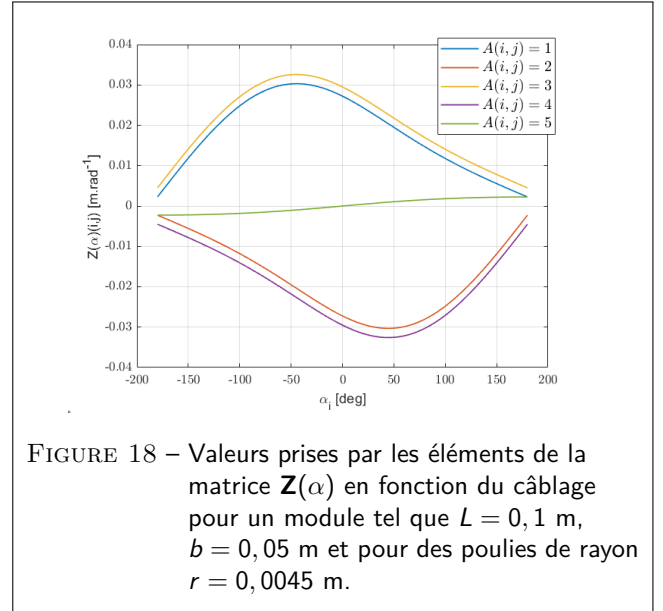


FIGURE 18 – Valeurs prises par les éléments de la matrice  $\mathbf{Z}(\alpha)$  en fonction du câblage pour un module tel que  $L = 0,1$  m,  $b = 0,05$  m et pour des poulies de rayon  $r = 0,0045$  m.

avec  $m_{ki}$  et  $I_{ki}$  les masses et inerties de la barre  $k$  du module  $i$  et  $v_{ki}$  la vitesse du centre de masse de la barre  $k$  du module  $i$ , pour  $k$  allant de 2 à 4. Les barres 2 et 3 sont les barres diagonales et la barre 4 est la barre du haut.

Afin de faciliter le calcul des vitesses des centres de masse, on utilise un paramétrage redondant pour le mécanisme  $i$ . Ainsi, les quatre paramètres  $x_i, y_i, \alpha_i, \gamma_i$  décrivent le paramétrage du module  $i$  (voir figure 14). On peut écrire l'énergie cinétique du module  $i$  en fonction de ce paramétrage local et on obtient [Fas21] :

$$T_i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{x}_i & \dot{y}_i & \dot{\gamma}_i & \dot{\alpha}_i \end{bmatrix} \mathbf{M}_i \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\gamma}_i \\ \dot{\alpha}_i \end{bmatrix} \quad (34)$$

où  $\mathbf{M}_i$  est la matrice d'inertie du module  $i$ .

Nous définissons la matrice  $\mathbf{R}_i$  qui fait le lien entre les coordonnées  $[\dot{x}_i \dot{y}_i \dot{\gamma}_i \dot{\alpha}_i]$  et les orientations  $\alpha$  :

$$[\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{\gamma}_i, \dot{\alpha}_i]^T = \mathbf{R}_i [\dot{\alpha}_1, \dots, \dot{\alpha}_N]^T \quad (35)$$

La matrice  $\mathbf{R}_i$  peut être calculée de manière itérative. Les calculs sont détaillés dans [Fas21].

On déduit des équations (34) et (35) que :

$$T_i = \frac{1}{2} \dot{\alpha}^T \mathbf{R}_i^T \mathbf{M}_i \mathbf{R}_i \dot{\alpha} \quad (36)$$

La matrice d'inertie de la pile de modules est donc :

$$\mathbf{M}_m = \sum_{i=1}^N \mathbf{R}_i^T \mathbf{M}_i \mathbf{R}_i \quad (37)$$

Nous prenons également en compte l'inertie des moteurs  $I_m$  et des enrouleurs  $I_d$  regroupée sous le paramètre  $I_a = I_m + \frac{I_d}{R^2}$ . L'énergie cinétique du moteur  $j$  et de l'enrouleur

associé est :

$$E_m(j) = \frac{1}{2} \frac{R^2 I_a}{r_d^2} j_j^2 = \frac{1}{2} \frac{R^2 I_a}{r_d^2} \left( \sum_{i=1}^N \frac{\partial l_j^{A(i,j)}(\alpha_i)}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i \right)^2$$

Notons  $M_j^m$  la matrice d'inertie du moteur  $j$ . Ses éléments sont donc (par identification) :

$$M_j^m(k, l) = \frac{R^2 I_a}{r_d^2} \frac{\partial l_j^{A(k,j)}(\alpha_k)}{\partial \alpha_k} \frac{\partial l_j^{A(l,j)}(\alpha_l)}{\partial \alpha_l} \quad (38)$$

La matrice d'inertie de l'ensemble des moteurs  $\mathbf{M}_f$  est :

$$\mathbf{M}_f = \sum_{j=1}^{N_f} \mathbf{M}_j^m \quad (39)$$

Notons que cette formule est équivalente à :

$$\mathbf{M}_f = I_a \frac{R^2}{r_d^2} \mathbf{Z} \mathbf{Z}^T \quad (40)$$

La matrice d'inertie du manipulateur avec son actionnement est donc :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_m + \mathbf{M}_f \quad (41)$$

**A retenir :** Dans le cas d'un actionnement par câbles, la prise en compte de l'inertie des actionneurs dans le modèle dynamique écrit en fonction des variables  $\alpha_i$  va faire intervenir la matrice  $\mathbf{Z}$  déduite du câblage. Contrairement aux robots séries à actionnement direct, ces termes d'inertie qui peuvent être importants en présence d'un rapport de réduction élevé, ne se retrouvent pas uniquement sur la diagonale de la matrice  $\mathbf{M}$ .

#### 4.1.4 Énergie potentielle

L'énergie potentielle d'un module provient de deux sources : la pesanteur et l'élasticité des ressorts. L'énergie potentielle du module  $i$  peut s'écrire :

$$V_i = V_{s_i} + V_{g_i} \quad (42)$$

où  $V_{s_i}$  est l'énergie potentielle des ressorts et  $V_{g_i}$  l'énergie potentielle de la gravité.

Comme les longueurs des ressorts du module  $i$  ne dépendent que de l'orientation  $\alpha_i$ , on a :

$$V_{s_i} = \frac{1}{2} k_{li} (l_i(\alpha_i) - l_{l0i})^2 + \frac{1}{2} k_{ri} (l_r(\alpha_i) - l_{r0i})^2 \quad (43)$$

où  $k_{li}$  et  $k_{ri}$  sont les raideurs des ressorts gauche et droit du module  $i$  et  $l_{l0i}$  et  $l_{r0i}$  sont les longueurs à vide des ressorts gauche et droit du module  $i$ .

Le vecteur des dérivées de l'énergie potentielle due aux ressorts  $\mathbf{g}_s$  s'écrit :

$$\mathbf{g}_s(\alpha) = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_{s1}}{\partial \alpha_1} \\ \dots \\ \frac{\partial V_{sN}}{\partial \alpha_N} \end{pmatrix} \quad (44)$$

où

$$\frac{\partial V_{s_i}}{\partial \alpha_i} = k_{1i} \frac{\partial l_l(\alpha_i)}{\partial \alpha_i} (l_l(\alpha_i) - l_{l0i}) + k_{2i} \frac{\partial l_r(\alpha_i)}{\partial \alpha_i} (l_r(\alpha_i) - l_{r0i}) \quad (45)$$

L'énergie potentielle due à la gravité s'écrit :

$$V_{g_i} = g(m_{2i}y_{2i} + m_{3i}y_{3i} + m_{4i}y_{4i}) \quad (46)$$

avec  $g$  l'accélération de la gravité, dirigée selon l'axe  $-\vec{y}$ ,  $y_{2i}, y_{3i}, y_{4i}$  sont les ordonnées des barres 2, 3 et 4. Le vecteur des dérivées de l'énergie potentielle due à la pesanteur est donc :

$$\mathbf{g}_g = \sum_{k=1}^N \begin{pmatrix} \frac{\partial V_{g_k}}{\partial \alpha_1} \\ \dots \\ \frac{\partial V_{g_k}}{\partial \alpha_N} \end{pmatrix} \quad (47)$$

Le détail des calculs de  $\mathbf{g}_g$  se trouve dans [Fas21].

La variable articulaire  $\alpha_i$  ne modifie pas les positions et orientations des modules inférieurs.

Le vecteur dérivée des énergies potentielles du manipulateur complet est donc :

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_s + \mathbf{g}_g \quad (48)$$

#### 4.1.5 Matrice de raideur

Le modèle statique, qui est une sous-partie du modèle dynamique, est donné par :

$$\mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{f} \quad (49)$$

Il s'agit du modèle dynamique dans le cas où il n'y a pas de mouvements, c'est-à-dire avec  $\dot{\alpha} = 0$  et  $\ddot{\alpha} = 0$ .

**Matrice de raideur :** La matrice de raideur articulaire du manipulateur est obtenue en dérivant le modèle statique par rapport à  $\alpha$  :

$$\mathbf{K} = \frac{\partial(\mathbf{g} - \mathbf{Zf})}{\partial \alpha} \quad (50)$$

Cette matrice indique la capacité du manipulateur à rester en place lorsqu'on applique des perturbations extérieures. Une configuration est dite stable si les valeurs propres de la matrice raideur sont strictement positives.

On peut décomposer le calcul de cette matrice de la manière suivante :

$$\mathbf{K} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \alpha} - \frac{\partial(\mathbf{Zf})}{\partial \alpha} \quad (51)$$

$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \alpha}$  est calculé à partir de l'expression de  $\mathbf{g}$ .

Comme les câbles ont été découpés en tronçons dont la longueur  $l_j^{A(i,j)}$  le long du module  $i$  ne dépend que de la

variable  $\alpha_i$ , on a  $\frac{\partial^2 l_j^{A(i,j)}(\alpha_i)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_k} = 0$  lorsque  $i \neq k$ .

De ce fait, la dérivée de  $\mathbf{Zf}$  par rapport à  $\alpha$  est une matrice diagonale. Les éléments de la diagonale de cette matrice sont donnés par :

$$\frac{\partial \mathbf{Zf}}{\partial \alpha}(i, i) = \sum_{j=1}^{N_f} \frac{\partial^2 l_j^{A(i,j)}(\alpha_i)}{\partial \alpha_i^2} f_j \quad (52)$$



**A retenir :** D'après les formules ci-dessus, nous pouvons tirer les propriétés suivantes de la matrice de raideur :

- Les termes des forces n'interviennent que sur la diagonale de  $\mathbf{K}$ , ce qui peut permettre un contrôle sur la raideur du manipulateur. C'est ce qui est fait sur un module dans [Van+19].
- Comme les ressorts d'un module n'ont aucun effet sur les autres modules, les termes de raideurs des ressorts n'interviennent que sur la diagonale de  $\mathbf{K}$ .
- Ainsi, les éléments non-diagonaux ne sont dus qu'à la gravité.

## 4.2 Extension pour des modules de tailles différentes

Toutes les équations présentées ici peuvent s'étendre facilement pour modéliser un manipulateur dont les modules ont des barres de tailles différentes. Chaque module  $i$  reste symétrique, c'est-à-dire que ses barres diagonales ont la même longueur  $L_i$  et ses barres du bas et du haut ont la même longueur  $b_i$ .

Il suffit de remplacer dans les équations les longueurs  $L$  et  $b$  par les longueurs  $L_i$  et  $b_i$  correspondantes. Ces longueurs étant constantes, il n'y a pas de dérivées supplémentaires. Les fonctions  $l_l(\alpha_i)$  et  $l_r(\alpha_i)$  doivent être démultipliées car elles deviennent différentes pour chaque module.

**A retenir :**

- La modélisation statique et dynamique du robot emprunte des outils classiques de la robotique malgré des écritures un peu fastidieuses dues à la modélisation fine des articulations.
- L'actionnement par câbles impose des contraintes de positivité des forces et requiert un actionnement antagoniste pour pouvoir déplacer les articulations à droite et à gauche.
- La matrice de raideur articulaire dépend des forces qui sont appliquées par les actionneurs.

## 5 Prototypage

### 5.1 Dimensionnement du prototype

Nous allons détailler ici plusieurs points utiles au dimensionnement du manipulateur.

En premier lieu, il s'agit de choisir un nombre de modules. Nous avons vu au paragraphe 2.2 que les vertèbres peuvent être scindées en trois groupes par rapport à leur positionnement et leur fonction [Ter+20]. Nous choisissons de regrouper les vertèbres de chacune de ces zones au sein d'un seul module, ce qui permet d'avoir le nombre raisonnable de 3 modules (figure 19). En ce qui concerne le câblage, nous reprenons celui qui a été présenté comme exemple dans le paragraphe 3.3.3 et illustré en figure 17. Ensuite, il faut définir les longueurs des barres constituant les modules  $X$ . Nous choisissons  $L=0,1$  m (barres croisées) et  $b=0,05$  m (barres du haut et du bas). Ce choix résulte des éléments suivants :

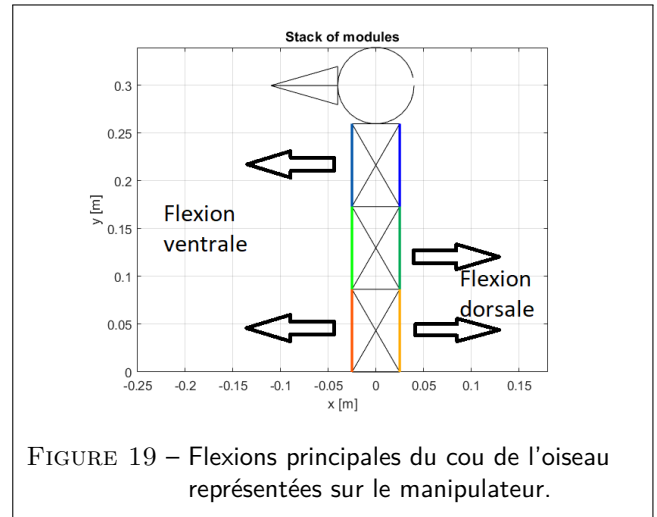


FIGURE 19 – Flexions principales du cou de l'oiseau représentées sur le manipulateur.

1. Le prototype doit être de taille raisonnable, ni trop petit pour pouvoir intégrer facilement poulies et capteurs, ni trop grand pour pouvoir être déplacé ;
2. Le ratio entre  $L$  et  $b$  est un compromis permettant d'obtenir une bonne transmission des forces d'actionnement, tout en permettant de respecter une longueur à vide et une extension maximale réalistes des ressorts. La longueur à vide doit permettre en outre que les ressorts sont toujours en extension.

Les barres sont usinées en aluminium avec une section rectangulaire de dimension  $0,01 \times 0,005$  m. Leurs masses sont de 0,009 kg pour les barres croisées et de 0,006 kg pour les barres du haut et du bas. Enfin, les poulies de renvoi pour le passage des câbles sont toutes identiques de rayon  $r = 0,0045$  m.

#### 5.1.1 Influence des ressorts et de la gravité

Plus on augmente la raideur des ressorts, plus le système est stable. Puisque nous ne voulons pas que le manipulateur s'effondre sous son propre poids, nous choisissons des raideurs de ressorts qui produisent des efforts plus importants que la gravité sur notre manipulateur. En même temps, les raideurs des ressorts ne doivent pas être trop élevées pour que l'on puisse atteindre un espace de travail suffisamment grand.

#### 5.1.2 Choix des ressorts avec le modèle statique

Nous allons présenter ici des méthodes permettant de calculer les raideurs des ressorts afin d'atteindre divers objectifs.

Nous pouvons imposer des configurations d'équilibre. Le modèle statique nous indique que la configuration  $\alpha$  est une configuration d'équilibre avec les forces  $\mathbf{f}$  si :

$$\mathbf{g}_s = \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{f} - \mathbf{g}_g \quad (53)$$

où  $\mathbf{g}_s$  est le vecteur dérivée de l'énergie potentielle provenant des ressorts et  $\mathbf{g}_g$  est le vecteur dérivée de l'énergie potentielle provenant de la gravité.

Comme on peut le voir dans l'équation (44), l'élément  $i$  de  $\mathbf{g}_s$  est linéaire en la raideur des ressorts du module  $i$ , et ne dépend pas des autres ressorts. Imposer une

configuration d'équilibre produit donc une équation par module.

Des méthodes pour calculer les raideurs des ressorts qui garantissent un espace de travail et une certaine stabilité pour le manipulateur constitué d'un seul module sont présentées dans [MW21], et peuvent être étendues pour deux modules, mais ces méthodes sont difficilement applicables pour des manipulateurs avec trois modules ou plus. Nous proposons donc de simplement ajouter des contraintes pour assurer que le manipulateur puisse atteindre deux configurations extrêmes qui correspondent aux limites articulaires de chaque module. L'actionnement étudié est complet et un même câble ne tire que sur un côté du manipulateur. Les conditions sur  $\mathbf{g}_s$  et donc sur les ressorts pour que la configuration extrême la plus à gauche  $\alpha_{max}$  puisse être atteinte sont :

$$\mathbf{g}_s(\alpha_{max}) \leq \mathbf{Z}(\alpha_{max})\mathbf{f}_l - \mathbf{g}_g(\alpha_{max}) \quad (54)$$

où  $\mathbf{f}_l$  est le jeu de forces où toutes les forces tirant à gauche sont à  $f_{max}$  et les autres forces sont à  $f_{min}$ .

De façon symétrique, les conditions sur la configuration extrême la plus à droite sont :

$$\mathbf{g}_s(\alpha_{min}) \geq \mathbf{Z}(\alpha_{min})\mathbf{f}_r - \mathbf{g}_g(\alpha_{min}) \quad (55)$$

où  $\mathbf{f}_r$  est le jeu de forces où toutes les forces tirant à droite sont à  $f_{max}$  et les autres forces sont à  $f_{min}$ .

Ces équations nous donnent ainsi deux conditions pour chaque couple de ressort (un couple étant formé par les ressorts d'un même module).

Les limites articulaires choisies sont  $\alpha_{min} = -144^\circ$  et  $\alpha_{max} = 144^\circ$  pour chaque module. Les limites des forces sont  $f_{min} = 0$  N et  $f_{max} = 140$  N.

Chaque module possède deux ressorts, et chacun de ces ressorts n'affecte que ce module. Ainsi, pour chaque module nous allons établir deux équations linéaires en la raideur des ressorts associés afin d'obtenir ces deux raideurs.

### Utilisation de deux configurations à l'équilibre

Nous avons vu qu'une configuration d'équilibre permet d'établir une équation par module. En fixant deux configurations d'équilibre, on peut donc calculer les raideurs des ressorts nécessaires.

On peut par exemple choisir une configuration au repos (c'est-à-dire une configuration d'équilibre avec des forces nulles) et une seconde configuration que l'on souhaite atteindre avec un jeu de force fixé. On peut également choisir les deux configurations extrêmes utilisées pour garantir l'espace de travail suffisant, avec les forces que l'on souhaite.

Il faut cependant être prudent car la résolution des équations linéaires n'assurent pas d'obtenir des raideurs positives, ce qui est nécessaire pour la mise en pratique.

### Utilisation d'une configuration à l'équilibre et d'une contrainte de raideur de module

On peut fixer une configuration d'équilibre pour avoir une équation par module. Pour la seconde, on peut fixer les valeurs de la diagonale de la matrice raideur  $\mathbf{K}$ , dont l'élément  $i$  est linéaire en les raideurs des ressorts du

module  $i$  et ne dépend pas des autres. On utilise pour cela l'équation (50).

Cela permet par exemple de fixer une configuration d'équilibre au repos et sa stabilité. Ici aussi, la résolution des équations linéaires n'assure pas d'obtenir des raideurs positives, ce qui est nécessaire pour la mise en pratique.

### Utilisation d'une configuration à l'équilibre et d'une raideur moyenne des ressorts

On cherche ici à avoir plus de contrôle sur les valeurs potentielles des raideurs des ressorts, afin d'avoir des résultats correspondant aux ressorts disponibles et d'avoir un meilleur contrôle sur la positivité des ressorts.

On ajoute donc une contrainte sur la moyenne des raideurs (qui peut être différente pour chaque module) afin d'avoir une seconde équation linéaire :

$$\frac{k_{li} + k_{ri}}{2} = v_{mean}(i) \quad (56)$$

où  $\mathbf{v}_{mean}$  est le vecteur des valeurs moyennes à fixer. Cette méthode est similaire à la précédente mais permet un meilleur contrôle des résultats obtenus. Cela permet notamment de gérer l'ordre de grandeur des raideurs des ressorts afin d'obtenir des raideurs proches de celles des ressorts disponibles en pratique. Une moyenne de raideur élevée permet également d'avoir des raideurs positives : les raideurs des deux ressorts d'un module augmentent toutes les deux lorsqu'on augmente leur moyenne puisqu'une configuration d'équilibre est fixée.

C'est cette dernière méthode que nous avons utilisée pour choisir les raideurs du prototype à trois modules. Nous avons fixé la configuration verticale ( $\alpha = \mathbf{0}_{N \times 1}$ ) comme configuration d'équilibre au repos, qui implique que les raideurs des ressorts à gauche sont identiques aux raideurs des ressorts à droite ( $k_{li} = k_{ri} = k_i$  pour chaque module  $i$ ). Ainsi, les contraintes sur les configurations extrêmes se simplifient et, par symétrie des configurations extrêmes considérées, on obtient une contrainte par couple de ressort. Avec une longueur à vide fixée à 0.046 m (soit la longueur à vide moyenne des ressorts disponibles), les contraintes sont alors :

$$k_1 \leq 996 \text{ N.m}^{-1} \quad (57a)$$

$$k_2 \leq 730 \text{ N.m}^{-1} \quad (57b)$$

$$k_3 \leq 577 \text{ N.m}^{-1} \quad (57c)$$

Ensuite, nous fixons les valeurs moyennes des raideurs des ressorts, avec des valeurs plus élevées pour le premier module afin d'assurer une meilleure stabilité. Nous choisissons ces moyennes en fonction des ressorts disponibles pour le prototype. Ainsi, nous choisissons :

$$\mathbf{v}_{mean} = \begin{pmatrix} 600 \\ 200 \\ 200 \end{pmatrix} \text{ N.m}^{-1} \quad (58)$$

Les raideurs obtenues sont alors les suivantes : 600  $\text{N.m}^{-1}$  pour les ressorts à gauche et à droite du premier module, et 200  $\text{N.m}^{-1}$  pour tous les autres ressorts.

## 5.2 Espace de travail statique

Pour un robot manipulateur classique, l'espace de travail est défini en tenant compte des modèle géométriques et cinématiques et des limites articulaires du robot [YL83]. Des contraintes de non collision peuvent également être prises en compte [WC91]. Dans notre cas, il est nécessaire de prendre en compte des contraintes supplémentaires pour assurer l'équilibre statique du manipulateur en respectant des forces maximales et minimales dans les câbles.

### 5.2.1 Calcul des forces

La condition d'équilibre est donnée par (49) :

$$\mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{f}.$$

Pour une configuration  $\alpha$  donnée, il faut donc qu'il existe une force  $\mathbf{f}$  qui permettent de maintenir le manipulateur en équilibre. Des limites sont imposées aux forces. Elles dépendent des moteurs utilisés pour actionner le manipulateur et des tensions admissibles dans les câbles. De plus, des forces minimales sont imposées pour assurer que les câbles restent toujours en tension. Ainsi, les forces doivent satisfaire :

$$0 < f_{min} \leq f_i \leq f_{max} \quad (59)$$

La matrice  $\mathbf{Z}$  pour l'actionnement du prototype, de taille  $3 \times 4$ , peut s'écrire de la manière suivante :

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_r \quad \mathbf{Z}_l] \quad (60)$$

où  $\mathbf{Z}_r$  correspond aux câbles tirant sur la droite des modules. Sa diagonale correspond aux portions de câbles placés à droite des modules, et les éléments au dessus de la diagonale correspondent aux autres portions de ces câbles placés en strut-routed. Sur un manipulateur constitué de trois modules, cette matrice est donc :

$$\mathbf{Z}_r = \begin{pmatrix} \frac{\partial l_1^d(\alpha_1)}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial l_2^d(\alpha_1)}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial l_3^d(\alpha_1)}{\partial \alpha_1} \\ 0 & \frac{\partial l_1^d(\alpha_2)}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial l_2^d(\alpha_2)}{\partial \alpha_2} \\ 0 & 0 & \frac{\partial l_1^d(\alpha_3)}{\partial \alpha_3} \end{pmatrix} \quad (61)$$

La caractéristique importante de  $\mathbf{Z}_r$  est son inversibilité garantie pour une forme triangulaire avec une diagonale sans élément nul.

Avec le câble long à gauche de tous les modules, l'expression de  $\mathbf{Z}_l$  pour un manipulateur constitué de trois modules est :

$$\mathbf{Z}_l = \begin{pmatrix} \frac{\partial l_1^l(\alpha_1)}{\partial \alpha_1} \\ \frac{\partial l_1^l(\alpha_2)}{\partial \alpha_2} \\ \frac{\partial l_1^l(\alpha_3)}{\partial \alpha_3} \end{pmatrix} \quad (62)$$

Le modèle statique (49) peut s'écrire :

$$\mathbf{g} = \mathbf{Z}_r \mathbf{f}_{1-3} + \mathbf{Z}_l f_4 \quad (63)$$

où  $\mathbf{f}_{1-3} = [f_1, f_2, f_3]^T$ .

Puisque  $\mathbf{Z}_r$  est inversible,  $\mathbf{f}_{1-3}$  peut s'exprimer en fonction de  $f_4$  de la manière suivante :

$$\mathbf{f}_{1-3} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_r^{-1} \mathbf{g} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\mathbf{Z}_r^{-1} \mathbf{Z}_l \\ 1 \end{pmatrix} f_4 \quad (64)$$

L'espace des solutions est donc de dimension 1, et est paramétré par  $f_4$ . Parmi ces forces, la solution que nous retiendrons doit satisfaire (59) pour  $i = 1, \dots, 4$ . Pour limiter les couples à fournir par les moteurs, on choisit dans cet ensemble de forces, celle qui minimise les forces  $f_i$  pour  $i = 1, \dots, 4$ . Compte tenu de la définition des termes de  $\mathbf{Z}$ , les termes de  $\mathbf{Z}_l$  sont positifs et les termes de la diagonale de  $\mathbf{Z}_r$  sont négatifs. Avec des rayons de poulies nuls, les termes hors diagonale de  $\mathbf{Z}_r$  seraient nuls. Par conséquent, tous les éléments de  $-\mathbf{Z}_r^{-1} \mathbf{Z}_l$  seraient positifs. Ainsi, augmenter  $f_4$  entraînerait l'augmentation de toutes les forces. Il a été vérifié numériquement que tous les éléments de  $-\mathbf{Z}_r^{-1} \mathbf{Z}_l$  sont positifs, quelle que soit la configuration du manipulateur pour le rayon des poulies et les longueur des barres que nous utilisons. L'ensemble des forces permettant de maintenir l'équilibre peut s'écrire :

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_R + \mathbf{A}_L f_4 \quad (65)$$

où  $\mathbf{f}_R = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_r^{-1} \mathbf{g} \\ 0 \end{pmatrix}$  est une force qui permet d'atteindre l'équilibre en utilisant uniquement les câbles courts. Il est à noter que des composantes de  $\mathbf{f}_R$  peuvent être négatives.  $\mathbf{A}_L = \begin{pmatrix} -\mathbf{Z}_r^{-1} \mathbf{Z}_l \\ 1 \end{pmatrix}$  est un vecteur dont toutes les composantes sont positives et qui décrit comment les forces  $\mathbf{f}$  sont modifiées pour assurer l'équilibre avec une valeur de  $f_4$  non nulle.

**A retenir :** Pour l'actionnement choisi avec 4 câbles composés d'un câble long placé d'un coté des 3 modules et de 3 câbles courts actionnant chacun principalement 1 module, voir figure 16, l'ensemble des forces permettant de maintenir l'équilibre peut s'écrire :

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_R + \mathbf{A}_L f_4$$

Toutes les composantes de  $\mathbf{A}_L$  sont positives et un accroissement de  $f_4$  se traduit par un accroissement de toutes les forces. On choisit la solution qui minimise les forces dans les câbles. Cette solution correspond à ce que l'une des forces dans les câbles atteigne sa limite minimale.

Ainsi, on calcule quatre valeurs de  $f_4$  telles que la force  $f_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$  atteigne sa limite minimale  $f_{min}$ . Pour la ligne  $i$  de l'équation (65), la valeur de  $f_4$  correspondante est

$$f_4 = \frac{f_{min} - f_R(i)}{A_L(i)} \quad (66)$$

En prenant la valeur maximale de ces candidats, on garantit que chacune des forces est supérieure à  $f_{min}$ . Les forces à appliquer sont donc :

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_R + \mathbf{A}_L \max_i \left( \frac{f_{min} - f_R(i)}{A_L(i)} \right) \quad (67)$$

Cette approche nous permet de garantir que la solution obtenue satisfait :

$$f_i \geq f_{min}. \quad (68)$$

Cependant, on ne garantit pas que

$$f_i \leq f_{max}. \quad (69)$$

Comme la solution donnée par (67) est la solution avec les forces minimales, si la condition (69) n'est pas satisfaite, il n'existe pas de force  $\mathbf{f}$  satisfaisant (49) et (59).

### 5.2.2 Construction de l'espace de travail statique

Nous allons nous intéresser ici aux positions que la barre du haut du manipulateur peut atteindre.

**L'espace de travail statique** du manipulateur est défini comme l'ensemble des positions accessibles par la barre du haut du manipulateur telles que le manipulateur puisse être en équilibre avec des forces bornées.

Il faut également vérifier qu'il n'y ait pas de collisions internes (entre les modules du manipulateur, la tête et les moteurs) et de collisions externes si des obstacles sont présents.

La résolution du modèle géométrique inverse conduisant à des expressions complexes, nous préférons explorer l'espace articulaire afin de trouver les configurations validant le modèle statique.

Des limites articulaires sont fixées. Les orientations des modules doivent satisfaire :

$$\alpha_{min}(i) \leq \alpha_i \leq \alpha_{max}(i) \quad (70)$$

Nous choisissons de discrétiser l'espace articulaire, et de vérifier pour chaque configuration discrète satisfaisant (70) s'il existe un jeu de force acceptable  $\mathbf{f}$  vérifiant le modèle statique (i.e les équations (49), (59)) ou non en utilisant l'équation (67).

La discrétisation permet un affichage approché de l'espace de travail. Cette méthode ne garantit pas que le modèle statique soit vérifié entre deux configurations proches : des méthodes par intervalles [GDM10] pourraient permettre d'obtenir cette garantie.

Nous utilisons un pas d'échantillonnage  $d_\alpha$ . Ainsi, en prenant en compte des limites articulaires, l'espace articulaire à étudier est :

$$\left\{ \alpha = d_\alpha \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_N \end{pmatrix} \mid \forall i \in \{1, \dots, N\}, a_i \in \mathbb{Z} \text{ et } \alpha_{min}(i) \leq \alpha_i \leq \alpha_{max}(i) \right\} \quad (71)$$

#### Complexité

Définissons les nombres  $d_i$  d'orientations possibles pour le module  $i$  :

$$d_i = \sup\left(\frac{\alpha_{max}(i) - \alpha_{min}(i)}{d_\alpha}\right) \quad (72)$$

où  $\sup$  est la fonction qui retourne le premier entier supérieur à l'argument.

Le modèle statique doit être vérifié  $\left(\prod_{i=1}^N d_i\right)$  fois. Ce nombre augmente donc de manière exponentielle par rapport au nombre de modules. Ainsi, cette méthode est utilisable dans un temps raisonnable (moins d'une journée) jusqu'à  $N = 4$  modules, mais devient ensuite bien trop longue avec un pas d'échantillonnage  $d_\alpha$  suffisamment petit pour avoir des résultats intéressants (nous prenons  $d_\alpha = 5^\circ$ , ce qui donne une cinquantaine d'orientations possibles par module).

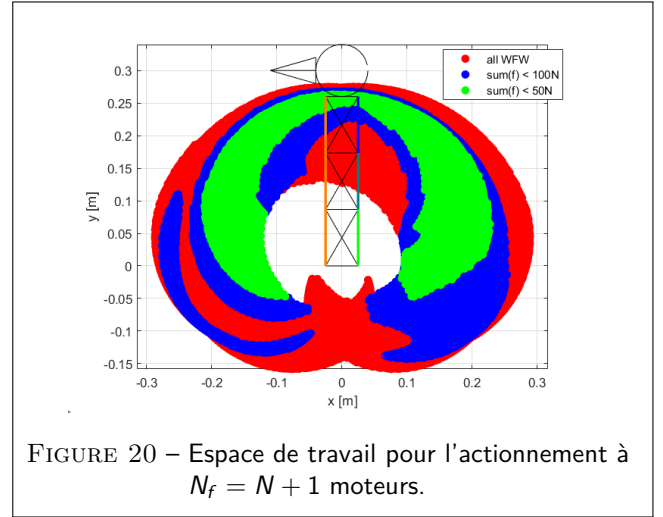


FIGURE 20 – Espace de travail pour l'actionnement à  $N_f = N + 1$  moteurs.

#### Exemple 4 : L'espace de travail du prototype

L'espace de travail statique obtenu avec  $N = 3$  modules et  $N_f = 4$  moteurs est montré en Figure 20. Les barres ont pour longueur  $L = 0.1$  m et  $b = 0.05$  m. Les limites articulaires sont de  $\pm 144^\circ$ , les limites des forces sont  $f_{min} = 0$  N et  $f_{max} = 140$  N. Les ressorts du premier module ont une raideur de  $600 \text{ N.m}^{-1}$  tandis que la raideur des ressorts des deux autres modules sont de  $200 \text{ N.m}^{-1}$ . Des zones de l'espace de travail sont mises en évidence en fonction des forces nécessaires pour y être en équilibre. La couleur verte (resp. bleue) indique qu'il existe un jeu de forces pour obtenir cette position dont la somme est inférieure à 50 N (resp. 100 N). La couleur rouge correspond aux zones accessibles pour un jeu de forces dont la somme est supérieure à 100 N. L'espace de travail obtenu n'est pas parfaitement symétrique à cause des collisions engendrées par la tête, qui n'est pas symétrique. Concernant les forces nécessaires, on observe aussi une dissymétrie qui s'expliquent par le câblage différent à gauche et à droite. Certaines configurations pour lesquelles toutes les articulations sont inclinées vers l'arrière pourront être atteintes avec une tension nulle dans le câble long et des tensions variées dans les câbles courts. Une configuration symétrique ne pourra être obtenue pour des articulations inclinées vers l'avant qu'au prix d'un surcoût en forces. En effet, le câblage impose une tension identique pour tous les modules à gauche et seules des co-activations des câbles à droite permettent d'obtenir des moments différents sur les 3 articulations. Le surcoût observé reste raisonnable et le choix de 4 moteurs pour actionner le prototype nous semble adapté.

### 5.3 Réalisation du prototype

Il n'est pas physiquement possible d'assembler un prototype dans un seul plan à cause des barres diagonales qui se croisent. Ainsi, le prototype est assemblé dans deux plans, chacun contenant l'une des barres diagonales de

chaque module. De ce fait, les barres du bas et du haut sont dédoublées pour être présentes dans les deux plans. Les deux plans sont reliés par des barres supplémentaires au niveau des extrémités des barres initiales, qui servent d'axe de rotation mais également à placer les poulies pour le passages des câbles. Ces poulies sont placées en quatre rangées, afin que chaque câble ait sa propre rangée et qu'il n'y ait pas de frottements entre les différents câbles. La conception équilibrée du prototype permet de minimiser l'impact de la dimension supplémentaire sur la validité des modèles plans établis. Une photo du prototype est présentée en figure 21. On y voit également les rangées de poulies utilisées pour passer les câbles.

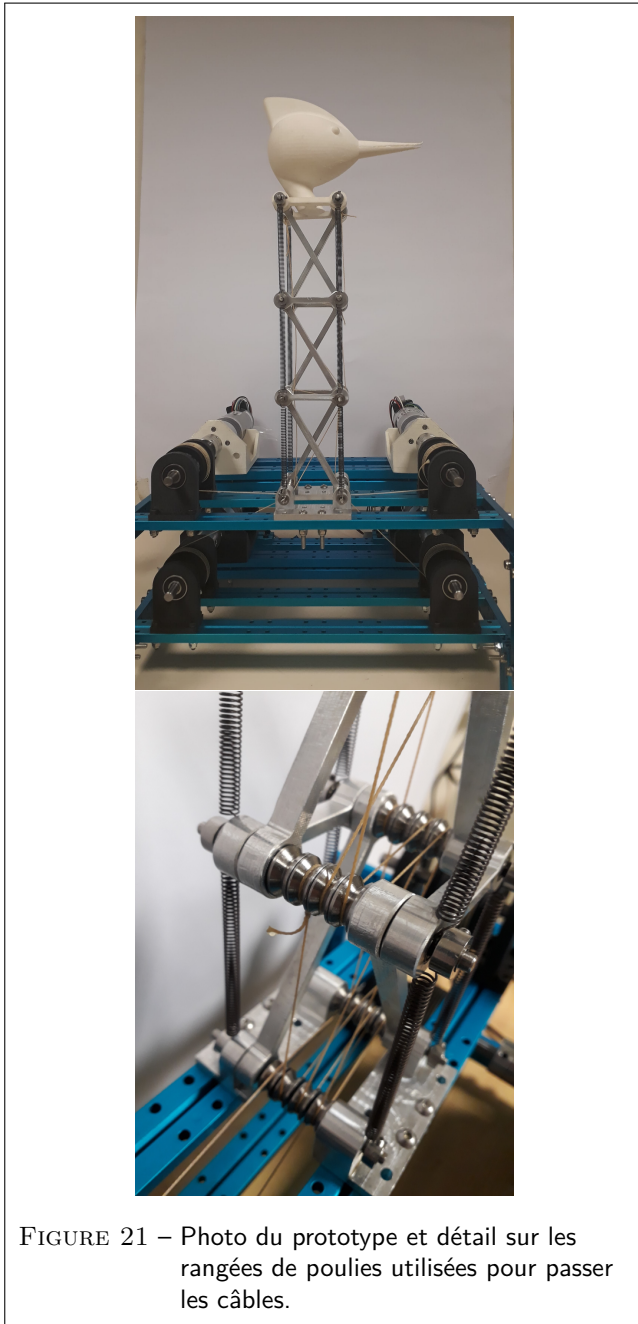


FIGURE 21 – Photo du prototype et détail sur les rangées de poulies utilisées pour passer les câbles.

Les barres ont été usinées en aluminium. Une tête de pic imprimée en 3D en ABS a également été ajoutée au sommet de la pile. Afin de répartir équitablement leurs effets, les ressorts sont répartis dans les deux plans. Ainsi, de chaque côté

du premier module, il y a deux ressorts de raideur égale à  $300 \text{ N.m}^{-1}$  afin d'avoir l'équivalent d'un ressort de raideur à  $600 \text{ N.m}^{-1}$ . Il en est de même pour les modules supérieurs, avec de chaque côté deux ressorts de raideur égale à  $100 \text{ N.m}^{-1}$  afin d'avoir l'équivalent d'un ressort de raideur à  $200 \text{ N.m}^{-1}$ .

Les quatre moto-réducteurs sont des moteurs MAXON à engrenages sans balais (ECMAX40L/PM42). Leurs caractéristiques sont indiquées dans la Table 2.

Tension	24 VCC
Courant nominal	4 A
Vitesse à vide	202 rpm
Couple nominal	3.10 Nm
Vitesse nominale	160 rpm
Rapport de réduction $R$	25

TABLEAU 2 – Caractéristiques des moto-réducteurs.

Les câbles sont reliés aux moteurs par des enrouleurs. Le rayon des enrouleurs impacte :

- la longueur de câble qui peut y être enroulée (pour une longueur d'enrouleur fixée) car nous voulons un seul niveau d'enroulement de câble ;
- la force appliquée sur le câble et la vitesse de ce dernier. Le rayon de l'enrouleur joue un rôle similaire au rapport de réduction du réducteur : un rayon plus important diminue la force appliquée pour un même couple moteur, mais augmente la vitesse du câble pour une même vitesse de moteur.

Comme compromis entre ces différents points, le rayon de l'enrouleur choisi est  $r_d = 2 \text{ cm}$ . Ainsi, la force maximale applicable est  $f_{max} = 155 \text{ N}$  et la vitesse nominale des câbles est  $0.33 \text{ m.s}^{-1}$ .

Des variateurs ESCON 50/5 et un micro-contrôleur Beaglebone Blue sont utilisés pour la commande du prototype. Le micro-contrôleur est relié aux codeurs des moteurs afin d'en récupérer les positions, ainsi qu'aux variateurs afin de leur transmettre les consignes de PWM (modulation à largeur d'impulsion) permettant le contrôle des moteurs.

Il n'y a pas de moyen de mesure directe de l'orientation des modules : celle-ci est estimée à partir des positions moteurs obtenues via les codeurs. Nous détaillons deux méthodes d'estimation dans le paragraphe suivante.

La boucle de commande récapitulant ces informations est présentée en figure 22.

La configuration courante  $\alpha$  et sa dérivée  $\dot{\alpha}$  sont estimées à partir des positions moteurs  $\theta$  (et leurs vitesses  $\dot{\theta}$  obtenues par dérivation numérique) via la longueur des câbles  $l$ . La commande calcule les forces  $f$  à appliquer, en fonction de  $\alpha, \dot{\alpha}$  et de la trajectoire désirée ( $\alpha_d, \dot{\alpha}_d, \ddot{\alpha}_d$ ). Ces forces sont ensuite traduites en signaux  $s$  sous forme de PWM. Ils sont transmis aux moteurs afin que ces derniers appliquent les couples  $\Gamma$ .

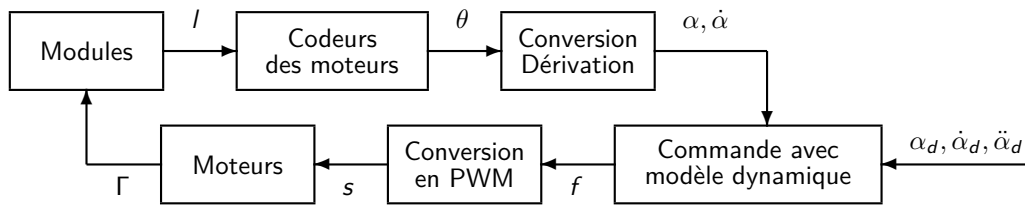


FIGURE 22 – Boucle de commande du prototype.

### A retenir :

- Le prototype est constitué de 3 modules et 4 câbles. Le câblage bio-inspiré contient 1 câble long à gauche et 3 câbles courts à droite.
- L'espace de travail regroupe l'ensemble des positions d'équilibre atteignables avec des forces bornées dans les câbles.
- Le choix des raideurs des ressorts est important, il permet un compromis entre stabilité et taille de l'espace de travail.
- Une position d'équilibre peut être atteinte avec différents jeux de force. La force minimale est telle qu'au moins une des forces est sur sa borne minimale.
- Les seuls capteurs utilisés sur les prototypes sont les codeurs sur les moteurs des enrouleurs.

## 6 Identification du prototype

### 6.1 Les problèmes amenant à l'identification

Des premières expériences ont été menées sur une version provisoire du prototype où un seul module était contrôlé à l'aide de deux moteurs. La commande (qui sera développée dans le prochain paragraphe) utilisait le modèle dynamique construit à partir du modèle CAO des pièces, mais sans prise en compte des frottements ni de l'élasticité des câbles. Malgré un suivi correct des consignes, deux problèmes majeurs ont été remarqués à cette étape.

Le premier problème est que les forces appliquées pendant les expériences étaient très différentes des forces estimées par le modèle dynamique, comme on peut le voir sur la figure 23. Non seulement les amplitudes en jeu sont différentes, mais en plus les courbes ne coïncident pas en forme.

Le second problème concerne l'estimation de  $\alpha$  qui est biaisée par l'élasticité des câbles. Pour un seul module actionné par deux moteurs, on peut calculer  $\hat{\alpha}$  à partir du câble gauche seulement, ou du câble droit seulement. Des câbles non-déformables impliqueraient que ces deux mesures donnent la même estimation, ce qui n'était pas le cas. Afin de bien mettre en évidence l'élasticité des câbles, nous avons procédé à l'expérience suivante : en boucle ouverte, nous avons augmenté les deux forces

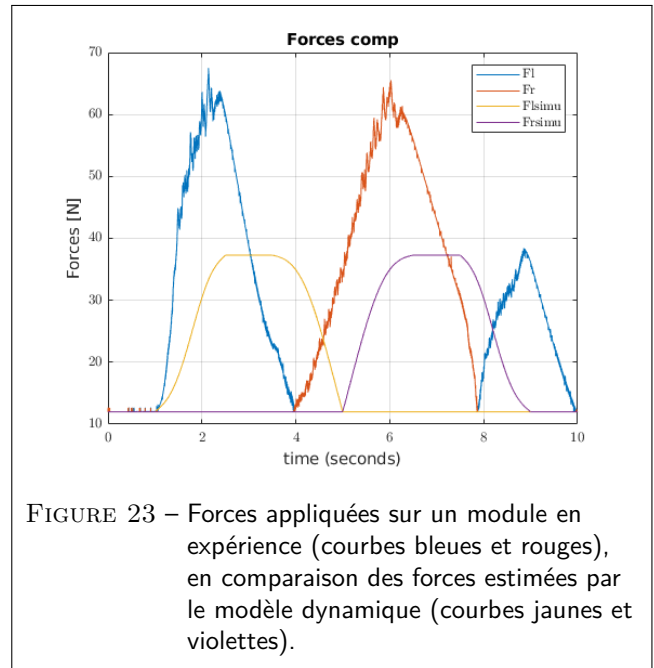


FIGURE 23 – Forces appliquées sur un module en expérience (courbes bleues et rouges), en comparaison des forces estimées par le modèle dynamique (courbes jaunes et violettes).

appliquées simultanément afin que le module reste en position  $\alpha = 0^\circ$ , et nous avons regardé les deux estimations  $\hat{\alpha}$ . Les forces appliquées ainsi que les résultats obtenus sont montrés en figure 24. Bien que le module n'ait pas bougé, l'estimation par le moteur de gauche indique que le module se serait orienté de  $10^\circ$  vers la gauche, tandis que l'estimation par le moteur de droite indique que le module se serait orienté de  $10^\circ$  vers la droite. Le module n'a pas bougé, mais la différence entre les deux estimations est montée jusqu'à  $20^\circ$ .

Des essais ont également été effectués sur trois modules avec une commande sans la prise en compte des frottements ni de l'élasticité des câbles, et une estimation de  $\alpha$  à partir de trois positions moteurs comme présenté dans le paragraphe 6.4. De grandes oscillations étaient présentes dans les forces appliquées, et les estimations de  $\alpha$  n'étaient pas précises [Fas+20].

Afin de corriger ces problèmes, nous allons intégrer les forces de frottements dans la commande, ainsi que l'élasticité des câbles dans l'estimation  $\hat{\alpha}$  et dans la commande. Nous voulons donc identifier ces paramètres, ce qui nous permettra :

- d'avoir une commande efficace ;
- d'avoir un simulateur proche de la réalité ;

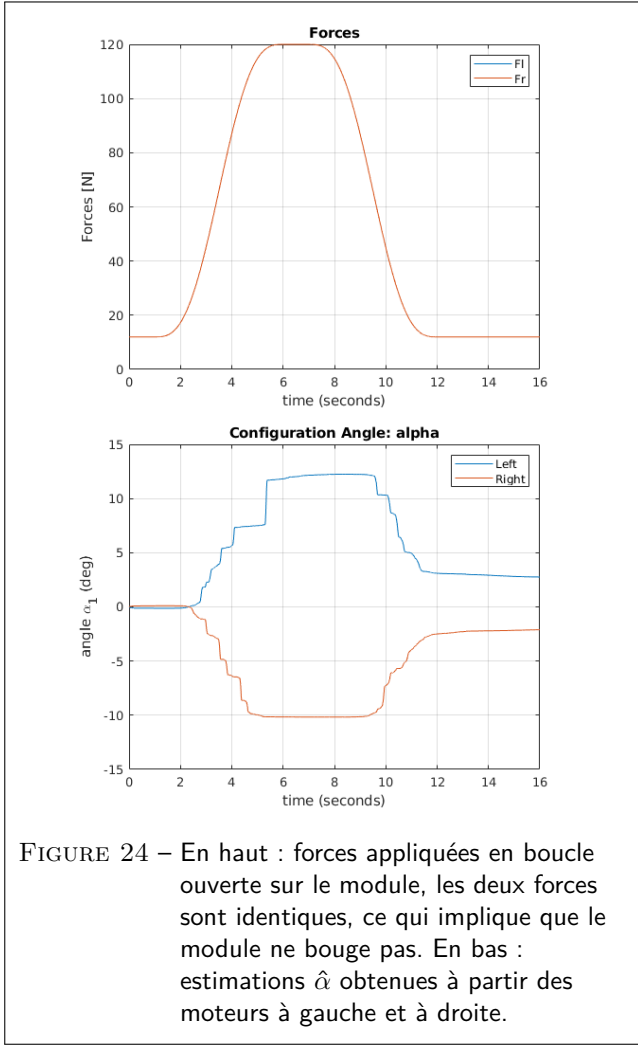


FIGURE 24 – En haut : forces appliquées en boucle ouverte sur le module, les deux forces sont identiques, ce qui implique que le module ne bouge pas. En bas : estimations  $\hat{\alpha}$  obtenues à partir des moteurs à gauche et à droite.

— d’avoir une bonne estimation de  $\alpha$  à partir de  $\theta$ .  
 Les paramètres à identifier sont les coefficients de frottements, ainsi que les coefficients de raideur des câbles. Nous allons utiliser un modèle d’identification linéaire en ces coefficients.

## 6.2 Modèle de frottement

Afin de rendre le modèle plus réaliste, il est possible de modéliser des frottements. Nous modélisons deux types de frottements, les frottements secs et les frottements visqueux.

Les frottements secs  $\mathbf{f}_{dry}$  peuvent être alors modélisés de la manière suivante :

$$\mathbf{f}_{dry}(\mathbf{f}_s, \dot{\theta}) = \text{diag}(\text{sign}(\dot{\theta}))\mathbf{f}_s \quad (73)$$

où  $\mathbf{f}_s = [f_s(1), \dots, f_s(N_f)]^T$  est un vecteur constant qui doit être identifié,  $\text{diag}(\text{sign}(\dot{\theta}))$  est une matrice diagonale ( $N_f \times N_f$ ) construite avec les composantes du vecteur  $\dot{\theta}$  et  $\text{sign}(\dot{\theta})$  renvoie le vecteur composé des signes des composantes du vecteur  $\dot{\theta}$ . Ce modèle a cependant un défaut : il n’assure pas la continuité en 0, ce qui peut poser problème pour l’intégrer dans la commande ou dans la simulation. Un modèle assurant la continuité peut être écrit comme suit :

$$\mathbf{f}_{dry}(\mathbf{f}_s, \dot{\theta}) = \text{diag}\left(\frac{2}{\pi} \text{atan}(c_m \dot{\theta})\right)\mathbf{f}_s \quad (74)$$

où  $c_m$  est un paramètre de réglage qui permet d’ajuster la pente de l’arc-tangente autour de 0. Le facteur  $\frac{2}{\pi}$  assure que  $\mathbf{f}_{dry}$  tend vers  $\mathbf{f}_s$  et  $-\mathbf{f}_s$  lorsque  $\dot{\theta}$  a des valeurs positives et négatives respectivement.

Les frottements visqueux  $\mathbf{f}_{visc}$  peuvent se modéliser de la manière suivante :

$$\mathbf{f}_{visc}(\mathbf{f}_v, \dot{\theta}) = \text{diag}(\dot{\theta})\mathbf{f}_v \quad (75)$$

où  $\mathbf{f}_v = [f_v(1), \dots, f_v(N_f)]^T$  est un vecteur constant qui doit être identifié.

Ainsi, les frottements des moteurs sont :

$$\mathbf{f}_{friction}(\mathbf{f}_s, \mathbf{f}_v, \dot{\theta}) = \mathbf{f}_{dry}(\mathbf{f}_s, \dot{\theta}) + \mathbf{f}_{visc}(\mathbf{f}_v, \dot{\theta}) \quad (76)$$

Ces forces de frottements s’opposent aux forces appliquées. Elles sont donc intégrées dans l’équation du mouvement (27) de la manière suivante :

$$\mathbf{M}(\alpha)\ddot{\alpha} + \mathbf{c}(\alpha, \dot{\alpha}) + \mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Z}(\alpha)\left(\mathbf{f} - \text{diag}\left(\frac{2}{\pi} \text{atan}(c_m \dot{\theta})\right)\mathbf{f}_s - \text{diag}(\dot{\theta})\mathbf{f}_v\right) \quad (77)$$

## 6.3 Élasticité du câble

Le modèle du manipulateur tel que décrit par l’équation du mouvement (77) suppose que les câbles utilisés sont non-extensibles. Cependant, les câbles sont en pratique élastiques : plus on tire dessus, plus ils s’allongent. Nous proposons donc un second modèle qui prend en compte cette élasticité.

Tous les câbles sont désormais considérés comme élastiques. En supposant que  $\theta_i = 0$ ,  $i = 1, \dots, 4$  lorsque le manipulateur est en  $\alpha_i = 0$ ,  $i = 1, \dots, N_f$  au repos (c’est-à-dire avec des forces nulles appliquées et, donc, avec des allongements de câble nuls), le vecteur des allongements élastiques de câble  $\mathbf{x}_c = [x_{c1}, \dots, x_{cN_f}]^T$  s’écrit (voir l’équation (13)) :

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{l} - \mathbf{l}_0 - \frac{r_d}{R}\theta \quad (78)$$

Autrement dit, l’allongement de chaque câble est défini comme la différence entre sa longueur théorique telle que calculée précédemment et la longueur de câble déduite depuis la position du moteur associé.

En dérivant l’équation (78) par rapport au temps, on obtient :

$$\mathbf{Z}(\alpha)^T \dot{\alpha} = \frac{r_d}{R}\dot{\theta} + \dot{\mathbf{x}}_c \quad (79)$$

Soit  $\mathbf{t}_c = [t_{c1}, \dots, t_{cN_f}]^T$  le vecteur des tensions dans les câbles, que l’on suppose uniforme pour chaque câble. Si l’on considère le système composé des moteurs et des câbles uniquement, on peut écrire l’équation du mouvement de  $\theta$  comme :

$$I_a \ddot{\theta} + \frac{r_d}{R}\mathbf{t}_c + \frac{r_d}{R}\mathbf{f}_{friction} = \frac{r_d}{R}\mathbf{f} \quad (80)$$

où  $\mathbf{f}_{friction}$  est le vecteur des frottements des moteurs tel que décrit précédemment.

D’autre part, si l’on considère le système composé des câbles et du manipulateur uniquement, l’équation du mouvement de  $\alpha$  s’écrit :

$$\mathbf{M}_m(\alpha)\ddot{\alpha} + \mathbf{c}_m(\alpha, \dot{\alpha}) + \mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{t}_c \quad (81)$$

Le système complet est donc décrit par deux équations du mouvement, l'une pour les moteurs et l'autre pour le manipulateur. Les deux sont liées par les tensions des câbles.

En dérivant l'équation (79) par rapport au temps et en substituant  $\ddot{\theta}$  à l'équation (80), le vecteur des tensions des câbles peut être exprimé comme suit :

$$\mathbf{t}_c = \mathbf{f} - \mathbf{f}_{friction} - I_a \left( \frac{R}{r_d} \right)^2 (\mathbf{Z}(\alpha)^T \ddot{\alpha} + \dot{\mathbf{Z}}(\alpha, \dot{\alpha})^T \dot{\alpha} - \ddot{\mathbf{x}}_c) \quad (82)$$

La substitution de l'expression ci-dessus dans l'équation (81) donne le modèle dynamique du système complet avec l'élasticité des câbles :

$$\mathbf{M}(\alpha) \ddot{\alpha} + \mathbf{c}(\alpha, \dot{\alpha}) + \mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Z}(\alpha) \left( \mathbf{f} - \mathbf{f}_{friction} + I_a \left( \frac{R}{r_d} \right)^2 \ddot{\mathbf{x}}_c \right) \quad (83)$$

On remarquera que la partie gauche est la même que dans l'équation du mouvement (77) du premier modèle. Seule la partie droite est modifiée, avec l'ajout d'un terme contenant l'accélération de l'allongement du câble. Mais le second changement, qui n'est pas visible dans cette équation mais dans l'équation (78), est que la relation entre  $\alpha$  et  $\theta$  dépend de l'allongement des câbles.

Il nous reste à détailler le calcul de l'allongement et de ses dérivées. Nous allons choisir un modèle de raideur de câble avec amortissement, pour lequel nous identifierons un jeu de paramètres pour chaque câble :

$$t_c(i) = k_c(i)x_{ci} + c_a(i)\dot{x}_{ci} \quad (84)$$

ou, sous forme vectorielle :

$$\mathbf{t}_c = \text{diag}(\mathbf{x}_c) \mathbf{k}_c + \text{diag}(\dot{\mathbf{x}}_c) \mathbf{c}_a \quad (85)$$

où  $\mathbf{k}_c = [k_c(1), \dots, k_c(N_f)]^T$  est le vecteur constant des raideurs des câbles et  $\mathbf{c}_a = [c_a(1), \dots, c_a(N_f)]^T$  est le vecteur constant des coefficients d'amortissement.

En utilisant l'équation (80), la tension dans le câble peut être écrite comme suit :

$$\mathbf{t}_c = \mathbf{f} - \mathbf{f}_{friction} - \frac{R}{r_d} I_a \ddot{\theta} \quad (86)$$

On peut donc, à partir des forces appliquées par les moteurs et leurs vitesses et accélérations, calculer la tension dans les câbles puis l'allongement de ces derniers [Fas+21].

## 6.4 Évaluation des orientations des modules

Le prototype n'est pas muni de codeurs spécifiques pour la mesure de  $\alpha$  en ligne. Les orientations des modules peuvent cependant être estimées à partir des positions moteurs, en utilisant les modèles géométriques de câbles que nous avons développés dans le paragraphe 3.3.2. Cette estimation est notée  $\hat{\alpha}$ .

Deux méthodes sont envisagées pour calculer  $\hat{\alpha}$  à partir des valeurs mesurées de  $\theta$ . Nous supposons dans cette section que l'allongement du câble  $\mathbf{x}_c$  et sa dérivée sont connus à partir de la raideur du câble identifiée et de

la tension du câble. Les méthodes proposées peuvent également être utilisées avec des câbles non-élastiques en fixant  $\mathbf{x}_c = 0$ . Dans la première méthode, le nombre minimal de données de mesure de  $\theta$ , à savoir trois, est utilisé. L'estimation  $\hat{\alpha}$  repose alors sur le modèle d'élasticité du câble et cette méthode peut être utilisée pour évaluer la qualité de ce modèle. La deuxième méthode utilise les quatre données de mesure disponibles de  $\theta$ . L'estimation  $\hat{\alpha}$  est définie comme un compromis entre ces quatre données. En conséquence, la fiabilité de l'estimation est moins dépendante de la qualité du modèle d'élasticité du câble.

### Calcul à partir de trois éléments de $\theta$

La figure 17 rappelle le câblage utilisé sur le prototype.

La première méthode utilise seulement trois composantes de  $\theta$ . L'idée est de calculer les orientations des articulations  $\hat{\alpha}_1$ ,  $\hat{\alpha}_2$  et  $\hat{\alpha}_3$  de manière récursive en fonction des longueurs des câbles à droite (c'est-à-dire les câbles bleu, jaune et rouge utilisés pour actionner la première, la deuxième et la troisième articulation sur la figure 17). L'orientation  $\hat{\alpha}_1$  est d'abord calculée à partir de la longueur  $l_1$  du câble bleu en utilisant les équations (25a) et (78). Connaissant  $\hat{\alpha}_1$ ,  $\hat{\alpha}_2$  est ensuite calculé à partir de la longueur  $l_2$  du câble jaune à l'aide des équations (25b) et (78).

Connaissant  $\hat{\alpha}_1$  et  $\hat{\alpha}_2$ ,  $\hat{\alpha}_3$  est finalement calculé à partir de la longueur  $l_3$  du câble rouge avec les équations (25c) et (78). On obtient le système triangulaire suivant :

$$\begin{cases} \hat{\alpha}_1 = f^1(\theta_1, x_{c1}) \\ \hat{\alpha}_2 = f^2(\theta_1, \theta_2, x_{c1}, x_{c2}) \\ \hat{\alpha}_3 = f^3(\theta_1, \theta_2, \theta_3, x_{c1}, x_{c2}, x_{c3}). \end{cases} \quad (87)$$

Ce système n'admet pas de solution explicite. Cependant, en raison de la monotonie des fonctions de longueur de câble utilisées pour obtenir le système ci-dessus, nous savons que  $\hat{\alpha}_1$ ,  $\hat{\alpha}_2$  et  $\hat{\alpha}_3$  sont définis de manière unique. Il est alors possible de mettre en place une procédure simple et rapide pour obtenir des valeurs approchées de  $\hat{\alpha}_i$  par interpolation linéaire à partir d'un ensemble pré-calculé de solutions. Le nombre de solutions pré-calculées est suffisamment grand pour que l'erreur de  $\hat{\alpha}_i$  soit toujours inférieure à la précision permise par la résolution des encodeurs du moteur.

### Calcul en utilisant tous les éléments de $\theta$

La deuxième méthode pour obtenir  $\hat{\alpha}$  à partir de  $\theta$  utilise toutes les composantes de  $\theta$ . L'idée est d'utiliser toutes les mesures pour avoir un résultat plus fiable.

En remplaçant des dérivées par des différences finies entre 2 instants successifs, l'équation (79) peut se réécrire :

$$\mathbf{Z}(\hat{\alpha}(t))^T \left( \hat{\alpha}(t + \Delta) - \hat{\alpha}(t) \right) = \frac{r_d}{R} \left( \theta(t + \Delta) - \theta(t) \right) + \left( \mathbf{x}_c(t + \Delta) - \mathbf{x}_c(t) \right) \quad (88)$$

où  $\Delta$  est un pas de temps suffisamment petit. La pseudo-inverse  $\mathbf{Z}^{T+}$  permet de calculer la variation de  $\hat{\alpha}$  qui minimise l'erreur. Par conséquent,  $\hat{\alpha}$  peut être



calculée comme suit :

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}(t + \Delta) &= \hat{\alpha}(t) + \frac{r_g}{R} \mathbf{Z}(\hat{\alpha}(t))^T + (\theta(t + \Delta) - \theta(t)) \\ &+ \mathbf{Z}(\hat{\alpha}(t))^T + (\mathbf{x}_c(t + \Delta) - \mathbf{x}_c(t)).\end{aligned}\quad (89)$$

## 6.5 Identification

Les techniques d'identification utilisées reposent sur une écriture des modèles linéaires vis-à-vis des paramètres. Elles sont classiques en robotique [KD99].

La trajectoire d'identification est composée de quatre séquences successives. Chaque séquence est composée des six mouvements élémentaires suivants : à partir de sa configuration droite d'équilibre au repos, le manipulateur se déplace vers un  $\alpha^d$  désiré, puis jusqu'à la configuration opposée  $-\alpha^d$ , revient à la configuration droite, se déplace vers  $-\alpha^d$ , puis jusqu'à  $\alpha^d$  et finalement revient à la configuration droite. Pour la première séquence, toutes les articulations se déplacent dans la même direction et  $\alpha^d = [40^\circ, 30^\circ, 20^\circ]^T$ . Pour la deuxième (resp. troisième, quatrième) séquence, la première (resp. deuxième, troisième) articulation se déplace dans la direction opposée à celle des autres articulations :  $\alpha^d = [-40^\circ, 30^\circ, 20^\circ]^T$ ,  $[40^\circ, -30^\circ, 20^\circ]^T$ ,  $[40^\circ, 30^\circ, -20^\circ]^T$ , respectivement. Toutes les configurations souhaitées sont reliées par des fonctions cycloïdales. Un contrôle en boucle fermée est utilisé pour suivre la trajectoire d'identification. Le processus d'identification n'étant pas affecté par les performances de la commande, la boucle fermée est simplement réglée pour produire des variations lisses de la force d'actionnement. Une vidéo de l'expérience réalisant la trajectoire d'identification est disponible à l'adresse suivante : <https://uncloud.univ-nantes.fr/index.php/s/8wzgsPi65cxDxG9>.

Les résultats obtenus [Fas+21] peuvent être synthétisés sous la forme suivante :

- Les paramètres géométriques et dynamiques de la structure du robot sont connus par mesures directes et modèle CAO. Ils ne sont pas identifiés ;
- Les paramètres de frottements peuvent être identifiés seuls ou simultanément avec les paramètres d'élasticité. Seuls les paramètres de frottements secs sont identifiables. Leurs valeurs variables selon les câbles sont entre 14N et 18N. Les paramètres de frottements visqueux sont négligés ;
- Un modèle d'allongement linéaire (85) est tout d'abord utilisé, la raideur est identifiable et varie pour chacun des câbles entre 5000 et 10000 Nm<sup>-1</sup>. L'amortissement n'est pas identifiable. Cependant l'amortissement étant important pour stabiliser les oscillations, on choisit comme valeur d'amortissement  $c_{\theta i} = 3000$ . Ce modèle est noté modèle 1 ;
- un modèle alternatif identifiant un module Young du câble identique pour tous les câbles et la longueur du câble (85) n'a pas donné de meilleurs résultats que le modèle 1 ;
- un modèle ad-hoc d'élasticité des câbles pour mieux s'approcher des pics de forces est aussi développé,

la raideur du câble s'accroît avec la force appliquée. Ce modèle est noté modèle 2.

## 6.6 Reconstruction de l'orientation des modules basée sur les modèles élastiques de câbles

Une fois la raideur des câbles identifiée,  $\hat{\alpha}$  peut être évaluée en ligne pour la commande. Il peut être reconstruit en utilisant les modèles élastiques et les mesures de  $\theta$ . La précision de la reconstruction est évaluée par comparaison avec la mesure  $\alpha_{IP}$  de  $\alpha$  par traitement d'image. Cette mesure est effectuée hors-ligne, le traitement d'image étant trop coûteux pour pouvoir être utilisé en ligne. L'allongement du câble  $\mathbf{x}_c$  est estimé avec les modèles élastiques. Pour un pas de temps suffisamment petit  $\Delta$ , une prédiction discrète de l'allongement du câble par intégration de l'équation (85) est donnée par :

$$x_{ci}(t+\Delta) = x_{ci}(t) + \frac{\Delta}{c_{\theta i}} (f_i(t) - f_{si} \frac{2}{\pi} \arctan(c_s \dot{\theta}_i(t)) - k_{ci} x_{ci}(t)).\quad (90)$$

pour  $i = 1, \dots, 4$ .

En considérant un allongement initial nul,  $\mathbf{x}_c$  peut être mis à jour à chaque pas de temps (une période d'échantillonnage de 2 ms est utilisée). Dans ce qui suit, trois modèles de câble sont considérés, (i) câble inélastique :  $\mathbf{x}_c = 0$ , (ii) modèle 1 : câble à rigidité constante et (iii) le modèle 2 : câble à rigidité variable. Ensuite,  $\hat{\alpha}$  peut être calculé avec seulement trois données de câble en utilisant l'équation (87) et peut également être calculé avec les données de quatre câbles en utilisant l'équation (89).

La figure 25 montre la reconstruction  $\hat{\alpha}$  et les valeurs obtenues par traitement d'image  $\alpha_{IP}$ . Lorsque  $\hat{\alpha}$  est calculé à partir de l'équation (87), l'erreur moyenne sans modèle est de 7,87° contre 1,67° avec le modèle à raideur constante et 1,51° avec le modèle à raideur variable. Lorsque  $\hat{\alpha}$  est calculé à partir de l'équation (89), l'erreur moyenne sans modèle est de 2,79° contre 1,84° avec le modèle à raideur constante et 1,36° avec le modèle à raideur variable. Le modèle de câble élastique donne une meilleure évaluation  $\hat{\alpha}$  que le modèle sans élasticité. L'utilisation des données des quatre câbles avec l'équation (87) est préférable et sera utilisée.

On peut tout de même noter que si le manipulateur n'était actionné qu'avec trois câbles, le gain de précision obtenu avec les modèles élastiques serait très important.

**A retenir :** Pour les systèmes actionnés par des câbles, s'il y a une redondance d'actionnement, par exemple pour un actionnement antagoniste, la prise en compte de toutes les longueurs de câbles dans le calcul de la pose de l'effecteur via la résolution d'un système sur-déterminé avec une pseudo-inverse, permet de s'affranchir partiellement de l'effet de l'allongement des câbles.

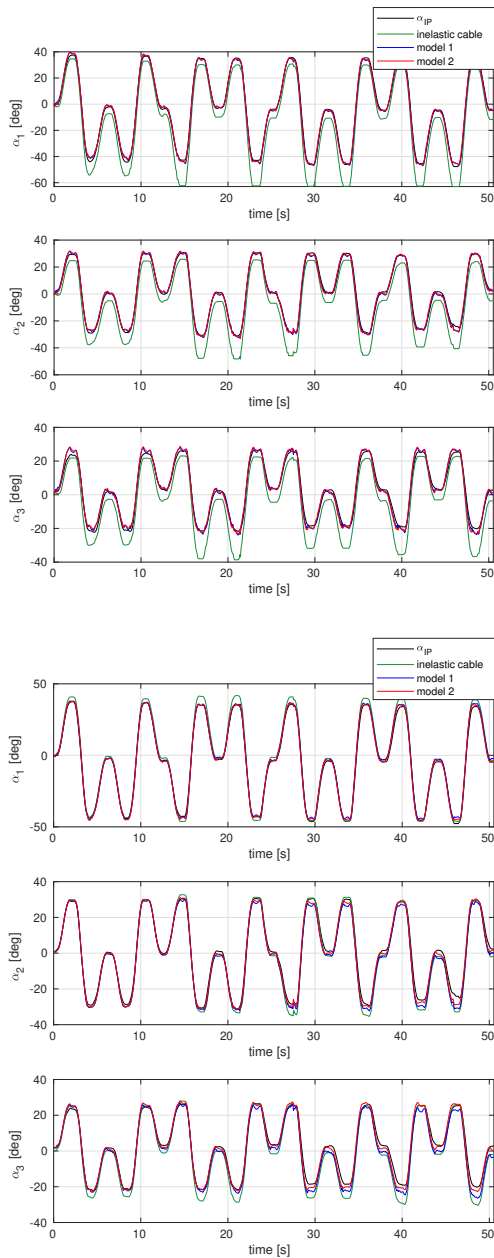


FIGURE 25 – En haut : reconstruction de  $\alpha$  en utilisant l'équation (87). En bas : reconstruction de  $\alpha$  en utilisant l'équation (89). Les courbes vertes (respectivement bleues et rouges) correspondent au modèle de câble inélastique (respectivement aux modèles de câble à raideur constante et à raideur variable). Les courbes noires montrent  $\alpha_{IP}$  mesuré par traitement d'image.

## 6.7 Simulateurs

Nous avons pu développer deux simulateurs : le premier considère que les câbles sont inélastiques, tandis que le second utilise une modélisation élastique des câbles.

### Simulateur avec des câbles inélastiques

En considérant des câbles inélastiques, l'état du système est défini par les orientations  $\alpha$  et leurs dérivées  $\dot{\alpha}$ .

Pour une configuration  $\alpha$ , une vitesse  $\dot{\alpha}$  et un jeu de forces  $\mathbf{f}$  donné, on utilise l'équation (77) pour calculer l'accélération  $\ddot{\alpha}$  de la manière suivante :

$$\ddot{\alpha} = \mathbf{M}(\alpha)^{-1}(-\mathbf{c}(\alpha, \dot{\alpha}) - \mathbf{g}(\alpha)) + \mathbf{M}(\alpha)^{-1} \mathbf{Z}(\alpha) \left( \mathbf{f} - \text{diag}\left(\frac{2}{\pi} \text{atan}(c_m \dot{\theta})\right) \mathbf{f}_s \right) \quad (91)$$

où  $\dot{\theta}$  est calculé à partir de  $\alpha$  et  $\dot{\alpha}$  avec l'équation (79) en supprimant le terme élastique.

Les positions et vitesses de l'itération suivante sont déduites de l'accélération par intégration numérique.

### Simulateur avec des câbles élastiques

Avec des câbles élastiques, l'état du système est composé des variables  $\alpha, \theta$ . L'accélération  $\ddot{\alpha}$  est calculée à partir de l'équation (81) et l'accélération  $\ddot{\theta}$  est calculée à partir de l'équation (80). L'allongement des câbles est calculé comme la différence des longueurs de câble calculé à partir de  $\alpha$  d'une part, et à partir de  $\theta$  d'autre part. Les vitesses des allongements des câbles sont calculées avec l'équation (79). La tension dans les câbles est alors déduite par (85).

Un avantage de ce simulateur est que le calcul de l'allongement des câbles permet de détecter si des câbles ne sont pas tendus.

### Reproduction en simulation des données expérimentales

La figure 26 nous montre les forces appliquées en expérience, qui sont comparées aux forces reproduites en simulation avec le modèle sans frottements ni élasticité des câbles, ainsi qu'aux forces reproduites en simulation avec le modèle complet en utilisant les paramètres de frottement et d'élasticité des câbles identifiés. A titre d'exemple, seul les résultats sur le câble 4 sont montrés. Les forces de simulation obtenues avec le premier modèle sont très éloignées des forces expérimentales, que ce soit au niveau des amplitudes des pics mais aussi de leurs positions : certains pics sont manquants ou décalés. Cela est très cohérent avec les résultats montrés sur la figure 23, qui nous avait incités à identifier frottement et flexibilité. Au contraire, les forces obtenues avec le modèle complet sont bien plus proches des données expérimentales, avec des pics bien placés et dont l'amplitude s'approche des données expérimentales. Cependant, certains pics reproduits ne montent pas aussi haut que les expérimentaux, car le modèle n'est pas parfait.

Les reproductions avec le modèle complet restent tout de même très satisfaisantes. Le simulateur avec le modèle complet pourra donc être employé par la suite pour l'élaboration de lois de commande.

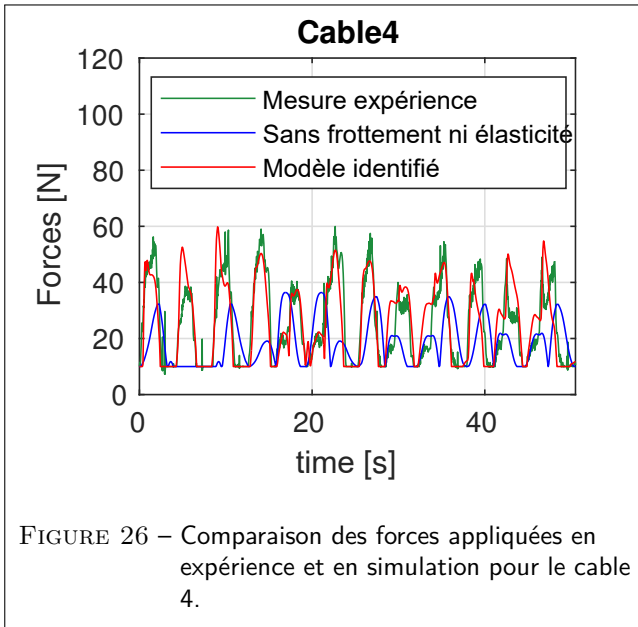


FIGURE 26 – Comparaison des forces appliquées en expérience et en simulation pour le câble 4.

#### A retenir :

- Une procédure d'identification des frottements et un modèle d'élasticité des câbles ont été développés.
- Les valeurs articulaires sont utilisées dans la commande mais non mesurées. Elles sont reconstruites à partir des codeurs lors du déroulement du câble.
- L'utilisation des 4 informations codeurs pour trouver 3 variables articulaires via une pseudo-inverse, permet de limiter l'erreur due à l'élasticité du câble.
- Le modèle identifié permet d'avoir un bon simulateur, utile pour la mise au point des commandes.

## 7 Lois de commande

Le prototype étudié a 4 câbles pour 3 modules. Cet actionnement permet de pouvoir choisir, dans les limites de l'espace de travail, la configuration  $\alpha$  des différents modules. Le modèle dynamique du prototype a été établi et nous allons l'utiliser dans la loi de commande. Celle-ci est décrite sur la figure 22. Notre objectif sera de calculer le vecteur des 4 forces appliquées par les moteurs dans les câbles en sortie de l'enrouleur, pour que les 3 modules suivent leur consignes  $\alpha_d$ . Pour mettre en évidence l'apport de la modélisation sur la commande de notre système, on comparera les résultats obtenus avec différents modèles.

### 7.1 Commande dynamique dans l'espace articulaire

Soit  $\alpha_d(t)$  la trajectoire désirée. Soit  $\mathbf{e}$  l'erreur de suivi :

$$\mathbf{e} = \alpha_d - \hat{\alpha} \quad (92)$$

L'objectif de la commande est qu'en boucle fermée les variables  $\alpha$  tendent vers  $\alpha_d$  comme un système du second ordre dont on peut régler la dynamique. Pour cela

on veut que l'accélération du robot  $\mathbf{w}$  soit :

$$\mathbf{w}(t) = \ddot{\alpha}_d(t) + k_v \dot{\mathbf{e}}(t) + k_p \mathbf{e}(t) + k_i \int_{\tau=0}^t (\mathbf{e}(\tau)) dt. \quad (93)$$

Les gains utilisés sont :  $k_i = \omega^3$ ,  $k_v = 3\omega$  et  $k_p = 3\omega^2$  et on choisira pour les expérimentations  $\omega = 11$ .

Connaissant le modèle dynamique avec frottement et élasticité, l'équation (93) sera obtenue si les forces satisfont :

$$\mathbf{M}(\alpha)\mathbf{w} + \mathbf{c}(\alpha, \dot{\alpha}) + \mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Z}(\alpha) \left( \mathbf{f} - \mathbf{f}_{friction} + I_a \left( \frac{R}{r_d} \right)^2 \ddot{\mathbf{x}}_c \right) \quad (94)$$

Maintenant, les points suivants doivent être considérés :

- Puisque le manipulateur est sur-actionné, une infinité de forces peuvent produire une accélération désirée, mais dans le même temps, les tensions des câbles doivent rester positives ;
- Il n'y a pas de capteur pour mesurer  $\mathbf{x}_c$  et  $\alpha$ , ils doivent être reconstruits en ligne à partir des modèles identifiés ;
- Le calcul en ligne du modèle dynamique est assez lourd et deviendrait de plus en plus fastidieux avec l'ajout de modules X. En conséquence, les lois de commande seront conçues avec un modèle dynamique simplifié.

### 7.2 Sur-actionnement et choix de la tension dans les câbles.

Le vecteur des forces  $\mathbf{f}$  apparaît dans l'équation (94) via  $\mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{f}$  où  $\mathbf{Z}$  est une matrice de dimension  $3 \times 4$ . En écrivant :

$$\mathbf{c}^d = \mathbf{M}(\alpha)\mathbf{w}(t) + \mathbf{c}(\alpha, \dot{\alpha}) + \mathbf{g}(\alpha) + \mathbf{Z}(\alpha)(\mathbf{f}_{friction}(\dot{\theta}) - I_a \left( \frac{R}{r_d} \right)^2 \ddot{\mathbf{x}}_c). \quad (95)$$

L'équation (94) devient :

$$\mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{f} = \mathbf{c}^d(t) \quad (96)$$

Afin d'assurer que les câbles sont bien tendus, nous imposons :

$$t_i \geq t_{min} \quad (97)$$

où  $t_{min} \geq 0$  est la tension minimale que l'on souhaite dans les câbles. D'après l'équation (80), la condition sur les forces appliquées est donc :

$$f_i \geq t_{min} + \frac{2}{\pi} \arctan(c_s \dot{\theta}_i) f_s(i) + \frac{R}{r_d} I_a \ddot{\theta}_i. \quad (98)$$

Nous imposons aussi par sécurité une condition sur la force minimale, chaque force  $f_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$  doit donc satisfaire :

$$f_i \geq \max(t_{min} + \frac{2}{\pi} \arctan(c_s \dot{\theta}_i) f_s(i) + \frac{R}{r_d} I_a \ddot{\theta}_i, f_{min}). \quad (99)$$

Idéalement, nous pourrions utiliser  $t_{min} = 0$  si les frottements étaient parfaitement modélisés et identifiés, mais comme ce n'est pas le cas (notamment à cause des frottements à faible vitesse), nous utilisons  $t_{min} = 8,5$  N et

$f_{min} = 2$  N. Ces valeurs ont été choisies expérimentalement afin d'éviter d'avoir des câbles non-tendus. Les forces sont calculées pour avoir les forces minimales en respectant les contraintes. La méthode de calcul présentée au paragraphe 5.2.1 est reprise à l'identique en remplaçant  $\mathbf{g}$  par  $\mathbf{c}_d$ .

Si la force  $f_i$  calculée est supérieure à  $f_{max}$ , c'est que l'on ne peut pas appliquer le couple désiré. Dans ce cas on prend  $f_i = f_{max}$  afin de s'en approcher au mieux.

### 7.3 Trois lois de commande

Une loi de commande de type "couple calculé" peut être construite avec  $\mathbf{c}^d$  défini par l'équation (95). Cependant, pour réduire la charge de calcul, un modèle dynamique simplifié est utilisé. Comme le manipulateur est léger et que les mouvements expérimentés ne sont pas très rapides, les termes centrifuges ainsi que l'accélération de l'allongement du câble peuvent être négligés. Les angles d'orientation des articulations  $\hat{\alpha}$  sont calculés avec l'équation (89) à partir des mesures  $\theta$ . Enfin, la mesure  $\theta$  est remplacée par la valeur souhaitée  $\theta^d$  afin d'éviter les variations du terme de frottement aux faibles vitesses :

$$\mathbf{c}^d = \mathbf{M}(\hat{\alpha})\mathbf{w}(t) + \mathbf{g}(\hat{\alpha}) + \mathbf{Z}(\hat{\alpha})(\mathbf{f}_{friction}(\dot{\theta}^d)). \quad (100)$$

Trois tests différents sont effectués pour évaluer l'efficacité de la nouvelle commande, correspondant aux trois lois de commande suivantes :

- test 1 : le frottement et l'élasticité du câble sont négligées ;
- test 2 : le frottement est pris en compte mais l'élasticité du câble est négligée ;
- test 3 : le frottement et l'élasticité du câble sont pris en compte.

#### A retenir :

- Les lois de commandes développées s'appuient sur un modèle dynamique du prototype et un asservissement articulaire (orientations des modules).
- L'actionnement est redondant, on choisit de minimiser les forces à fournir par les moteurs.
- Trois niveaux de modélisation sont étudiés : avec ou sans frottement, avec ou sans élasticité des câble.

## 8 Expérimentations

### 8.1 Trajectoires testées

La trajectoire utilisée pour les tests de commande implique un mouvement dans la même direction pour les trois articulations en X. Ce mouvement semble être le plus intéressant pour accéder à un grand espace de travail avec des forces raisonnables. En partant de la configuration droite, le manipulateur se déplace vers  $\alpha^d = [50^\circ, 50^\circ, 50^\circ]^T$ , revient à la configuration droite, puis se déplace vers  $\alpha^d = [-30^\circ, -40^\circ, -50^\circ]^T$ , et enfin revient à la configuration droite. Toutes les configurations articulaires souhaitées sont reliées par des fonctions

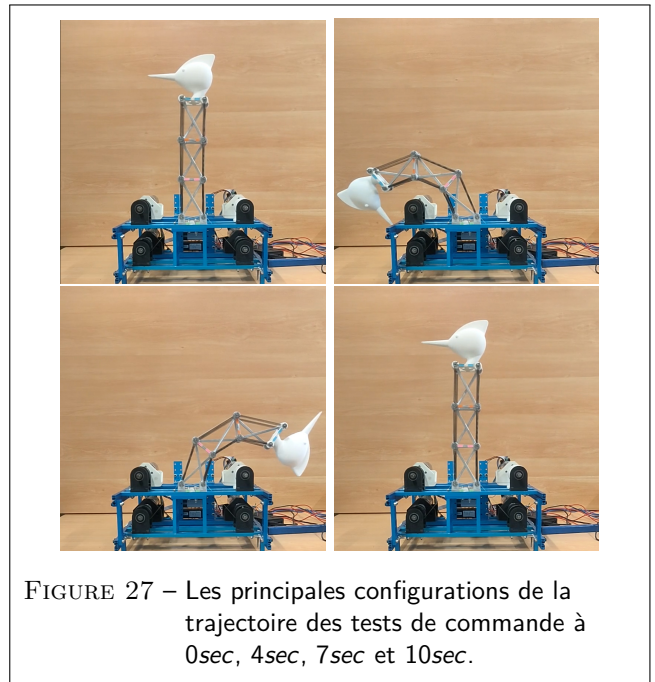


FIGURE 27 – Les principales configurations de la trajectoire des tests de commande à 0sec, 4sec, 7sec et 10sec.

cycloïdales. Les quatre configurations principales de la trajectoire sont présentées sur la figure 27.

### 8.2 Analyse des résultats

La figure 28 montre les résultats du test de la première commande (modèle sans frottement et câbles inélastiques). Les positions articulaires sont tracées pour trois jeux de valeurs différents :  $\alpha^d$ , qui correspond à la trajectoire souhaitée,  $\hat{\alpha}$ , l'orientation estimée et  $\alpha_{IP}$ , l'orientation calculée hors ligne à partir du traitement des vidéos et des images. Les résultats sont assez bons grâce au calcul de  $\hat{\alpha}$  avec la pseudo-inverse : la différence absolue moyenne entre  $\hat{\alpha}$  et  $\alpha^d$  est d'environ  $0,52^\circ$ . La différence absolue moyenne entre  $\hat{\alpha}$  et  $\alpha_{IP}$  est d'environ  $2,19^\circ$ , ce qui montre que les positions articulaires ne sont pas parfaitement évaluées. Bien que l'erreur de suivi soit faible, les positions extrêmes ne sont pas bien atteintes car la reconstruction de  $\hat{\alpha}$  n'est pas assez précise, en particulier pour les articulations 1 et 3.

La figure 29 montre les résultats du test de la commande 2 (modèle avec frottements et câbles inélastiques). Comme prévu, les résultats sont meilleurs que ceux du premier test. La différence absolue moyenne entre  $\hat{\alpha}$  et  $\alpha^d$  (respectivement entre  $\hat{\alpha}$  et  $\alpha_{IP}$ ) est d'environ  $0,37^\circ$  (respectivement  $1,51^\circ$ ). La meilleure prédiction des frottements secs permet de réduire la contribution de la rétroaction et de réduire les erreurs de suivi. En outre, le modèle de frottements permet d'appliquer des forces plus faibles. Moins d'énergie est donc requise et l'allongement du câble est réduit, ce qui conduit à une meilleure estimation  $\hat{\alpha}$ . Les positions extrêmes sont mieux atteintes qu'avec le modèle précédent puisque l'estimation  $\hat{\alpha}$  est légèrement améliorée, mais des erreurs sont visibles sur les articulations 1 et 3.

La figure 30 montre les résultats du dernier test (modèle avec frottements et modèle élastique du câble). L'amélioration de l'estimation  $\hat{\alpha}$  produit une réduction de la

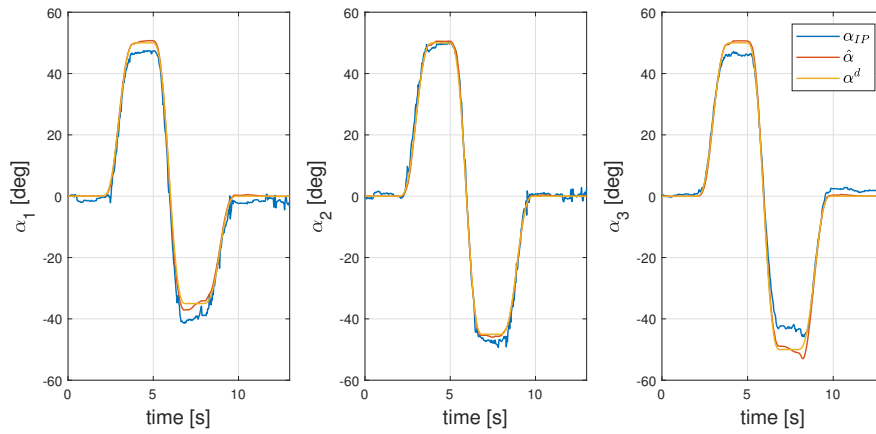


FIGURE 28 – Orientations des modules pendant le test de la première commande (frottements et élasticité des câbles négligés).

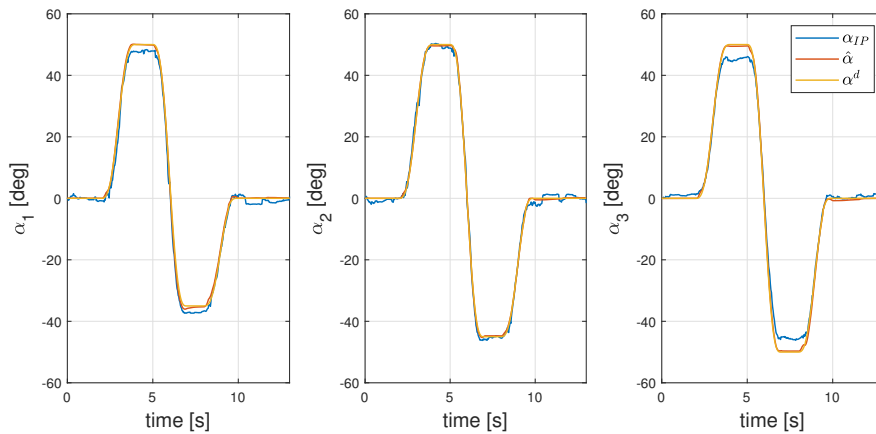


FIGURE 29 – Orientations des modules durant le test de la seconde commande (les frottements sont pris en compte mais les câbles sont supposés rigides).

différence absolue moyenne entre  $\hat{\alpha}$  et  $\alpha_{IP}$ , qui est maintenant d'environ  $1,09^\circ$ . Les positions extrêmes sont également mieux atteintes que dans les autres expériences. Cependant, la différence absolue moyenne entre  $\hat{\alpha}$  et  $\alpha^d$  est d'environ  $0,66^\circ$ , ce qui est un peu plus que dans les expériences précédentes. Cette augmentation des erreurs de suivi pourrait être due à la loi de commande calculée qui fait appel à l'équation (83) où l'élasticité du câble est négligée. Une loi de contrôle basée sur un modèle dynamique avec des câbles élastiques aurait pu être définie. Cependant, un tel modèle nécessiterait le calcul des dérivées de l'allongement du câble, ce qui ajouterait du bruit.

Nous comparons maintenant les forces et les erreurs pour les trois essais de commandes. La figure 31 montre les forces appliquées durant les trois expériences. La trajectoire de référence comprend des phases de déplacement et des phases d'arrêt. Dans les phases d'arrêt, la condition de tension minimale du câble impose que l'une des forces soit de  $8,5\text{ N}$  et que les autres forces soient plus importantes. Dans les phases de déplacement pour le test 1 (pas de frottements, pas d'élasticité du câble), la force minimale varie légèrement autour de  $8,5\text{ N}$  en

fonction de l'accélération attendue du moteur. Pour les tests 2 et 3 qui prennent en compte les frottements identifiés, on observe que la force minimale du moteur est de  $f_{min}=2\text{ N}$  puisque les frottements ont tendance à tendre les câbles et que la condition de tension minimale est naturellement satisfaite. Cela explique les différences observées lors des phases de mouvement entre le test de commande 1 où les forces sont assez élevées et les tests de contrôle 2 et 3 où les forces sont presque identiques et plus faibles. Dans les phases d'arrêt, les forces varient principalement en raison du terme de correction intégral. Dans les tests 1 et 2, les forces varient légèrement. Pour le test 3, comme l'estimation  $\hat{\alpha}$  dépend des forces appliquées, l'erreur détectée dans la commande augmente avec les forces et le terme intégral augmente. Nous avons essayé de remédier à ce problème en utilisant une commande PD. En procédant ainsi, des forces similaires à celles du test 2 ont été produites, mais la commande est devenue moins efficace et les erreurs d'estimation de  $\alpha$  sont plus élevées.

Les différences entre les orientations estimées  $\hat{\alpha}$  et les valeurs obtenues à partir de la vidéo  $\alpha_{IP}$  sont indiquées sur la figure 32. Les différences absolues moyennes sont

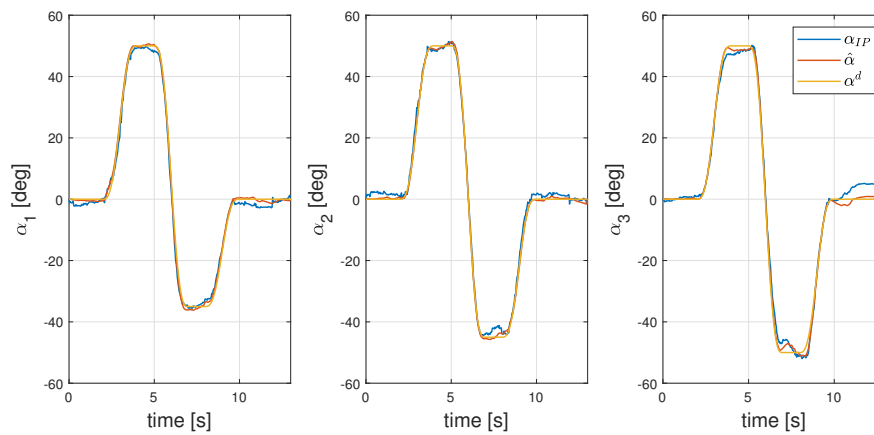


FIGURE 30 – Orientations des modules durant le test de la troisième commande (avec les frottements et le modèle élastique des câbles).

de  $2,19^\circ$ ,  $1,51^\circ$  et  $1,09^\circ$  pour les tests 1, 2 et 3, respectivement. Dans les tests 1 et 2, la différence maximale est d'environ  $8^\circ$  contre  $4^\circ$  pour le test 3, ce qui montre l'efficacité du modèle élastique. L'erreur absolue moyenne est plus faible dans le test 2 que dans le test 1, ce qui peut s'expliquer par des forces appliquées plus faibles qui produisent un allongement plus faible et donc des erreurs plus faibles sur l'estimation  $\hat{\alpha}$ .

Les différences entre les orientations estimées  $\hat{\alpha}$  et les valeurs souhaitées  $\alpha^d$  sont indiquées sur la figure 33. L'erreur absolue moyenne est de  $0,52^\circ$ ,  $0,37^\circ$  et  $0,66^\circ$  pour les essais 1, 2 et 3, respectivement. Le modèle de frottement améliore le contrôle, avec une erreur maximale deux fois plus faible dans le test 2 que dans le test 1. Le modèle élastique, par contre, perturbe le contrôle car ce modèle est utilisé uniquement pour l'estimation  $\hat{\alpha}$ .

La loi de commande utilisée pour le test 2 apparaît comme un bon compromis : les forces produites et les erreurs de commande sont plus faibles que dans les tests 1 et 3, tandis que les erreurs entre  $\hat{\alpha}$  et la valeur mesurée par traitement d'image sont acceptables.

#### A retenir :

- Des validations expérimentales ont été menées pour un déplacement de grande amplitude dans l'espace articulaire.
- La prise en compte des frottements permet une meilleure prédiction et réduit les forces appliquées. Cela améliore le suivi articulaire et réduit l'allongement des câbles.
- La prise en compte du modèle d'élasticité dans la reconstruction des variables articulaires n'améliore pas significativement la réponse de la commande.

## Conclusion et perspectives

Le cou sert de bras dextre pour l'oiseau pour des tâches quotidiennes et spécialisées pouvant être exigeantes. A ce titre, il possède d'excellentes performances qui intéressent le roboticien. Cet article s'est proposé de décrire

la mise en oeuvre d'un prototype de robot inspiré de cou de l'oiseau. Son architecture musculosquelettique repose sur une colonne cervicale composée de vertèbres articulées et d'un grand nombre de muscles et tendons. Le tout forme un système très complexe et ne peut pas être reproduit sans simplification préalable. Les analyses morpho-fonctionnelles des biologistes et les contraintes de réalisation d'un prototype fonctionnel ont permis d'aboutir à une architecture robotique plane à trois degrés de liberté permettant de reproduire les mouvements du pic. Ce prototype est construit en suivant le principe de tenségrité par la mise en série de trois mécanismes de type antiparallélogramme actionnés par câbles et munis de ressorts, appelés modules X. Les tenségrités, composées d'éléments rigides en compression et d'éléments en tension dénués de rigidité en compression, modélisent de façon pertinente le système musculo-squelettique. Les modules X, contrairement à des articulations de type pivot, présentent l'avantage de pouvoir reproduire le principe de coactivation musculaire, c'est-à-dire augmenter (resp. diminuer) leur raideur en augmentant (resp. en diminuant) les forces d'actionnement. Cette propriété bio-inspirée est intéressante dans le cadre de la cobotique. La mise en oeuvre du prototype a nécessité la résolution de différents problèmes : définition d'un câblage adéquat, modélisation dynamique, identification des frottements et de l'élasticité des câbles, proposition de lois de commande efficaces, développement d'un simulateur et validation expérimentale.

Le prototype étudié a volontairement été choisi comme un robot plan. Le passage à un robot spatial est possible en utilisant des modules générant deux rotations comme proposé dans [KKJ18], ou en empilant les modules X dans des orientations différentes. A l'avenir, il sera intéressant de prendre en compte des capteurs extéroceptifs pour améliorer la précision à l'instar des humains et des animaux. Par ailleurs, les contacts avec l'environnement n'ont pas été considérés dans cet article. Un contact avec l'environnement peut être modélisé comme un ressort qui produit une force au moment de l'impact, modifiant alors les configurations d'équilibre.

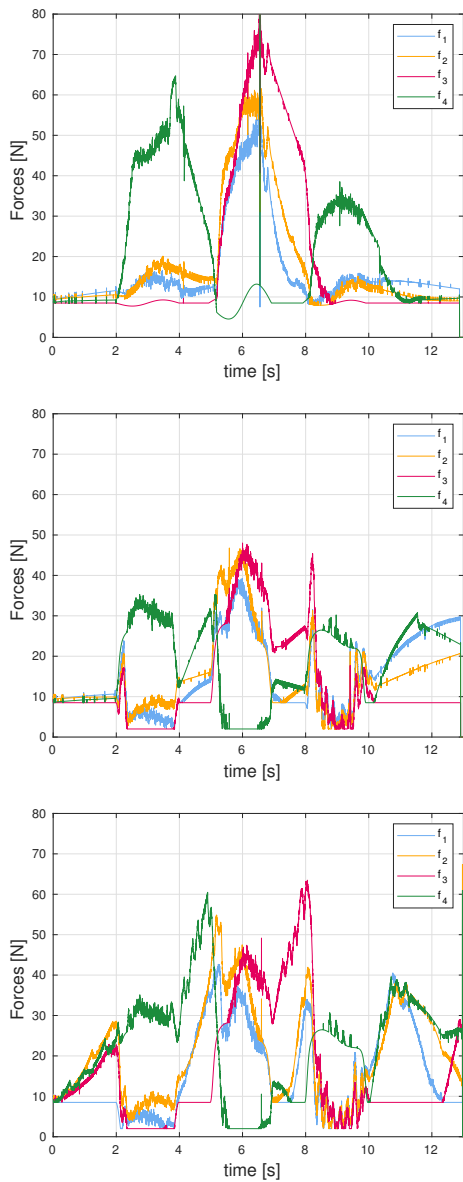


FIGURE 31 – Forces appliquées pendant les tests des commandes 1, 2 et 3 (de haut en bas).

## Glossaire

### Degré de liberté (ddl) ; *degree of freedom (dof)*

Nombre de coordonnées généralisées indépendantes requises pour définir entièrement la configuration d'un système à chaque instant.

### Articulation pivot ; *revolute joint*

Couple autorisant une rotation autour d'un axe fixe.

### Co-contraction ; *co-contraction*

Aussi appelée co-activation, la co-contraction désigne l'activation simultanée de deux muscles agoniste/antagoniste lors d'un mouvement.

### Cobot ; *cobot*

Il s'agit d'un robot collaboratif, c'est-à-dire capable de travailler de façon sûre en interaction avec un opérateur humain.

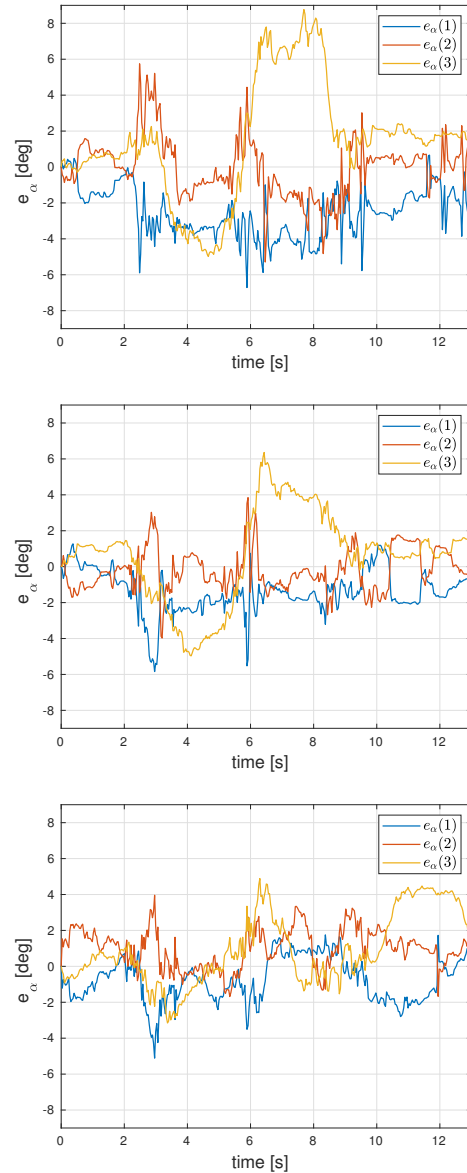


FIGURE 32 – Erreur  $e_{\alpha}$  entre  $\hat{\alpha}$  (calculée avec la pseudo-inverse) et  $\alpha_{IP}$  (obtenu par la vidéo) durant les tests des commandes 1, 2 et 3 (de haut en bas).

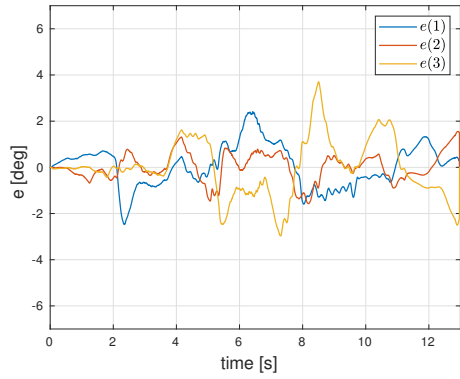
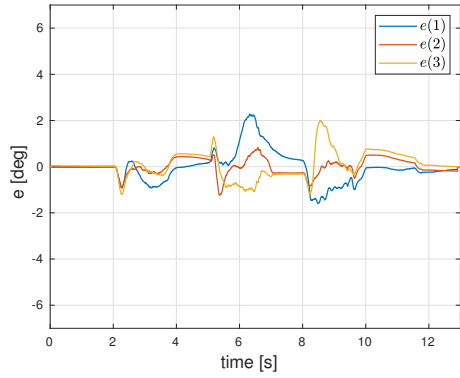
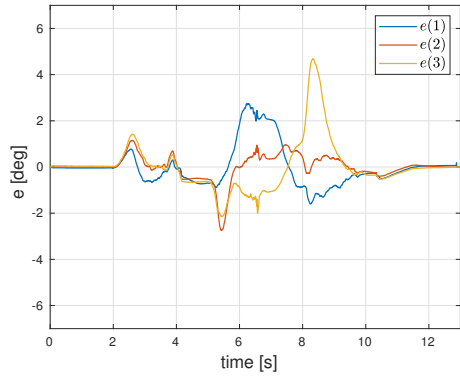


FIGURE 33 – Erreur  $e$  entre  $\hat{\alpha}$  (calculée avec la pseudo-inverse) et la trajectoire désirée  $\alpha^d$  durant les tests des commandes 1, 2 and 3 (de haut en bas).



# Un robot en tensegrité inspiré du cou de l'oiseau

par **Philippe Wenger**

Directeur de Recherche CNRS

Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes, UMR CNRS 6004, Nantes, France

par **Benjamin Fasquelle**

Docteur ingénieur

Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes, UMR CNRS 6004, Nantes, France

par **Anick Abourachid**

Professeur des Universités

MECADEV - Mécanismes Adaptatifs et Evolution, Muséum National d'Histoire Naturelle, UMR CNRS 717, Paris, France

par **Christine Chevallereau**

Directrice de Recherche CNRS

Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes, UMR CNRS 6004, Nantes, France

## Sources bibliographiques

- [Abo+21] A. ABOURACHID et al. "Modeling intervertebral articulation: The rotule à doigt mechanical joint (RAD) in birds and mammals". In : *Journal of Anatomy* 239.6 (2021), p. 1287-1299. DOI : DOI:10.1111/joa.13517 (cf. p. 6).
- [AG06] Marc ARSENAULT et Clément M GOSSELIN. "Kinematic, static and dynamic analysis of a planar 2-DOF tensegrity mechanism". In : *Mechanism and Machine Theory* 41.9 (sept. 2006), p. 1072-1089 (cf. p. 5).
- [Ars06] Marc ARSENAULT. "Développement et analyse de mécanismes de tensegrité". Thèse de doct. Université Laval, 2006 (cf. p. 5, 9).
- [Bar+88] R. BARATTA et al. "Muscular coactivation, The role of the antagonist musculature in maintaining knee stability". In : *The American Journal of Sports Medicine* 16.2 (1988) (cf. p. 9, 10).
- [Boh+20] C. BOHMER et al. "Gulper, ripper and scrapper: anatomy of the neck in three species of vultures". In : *Journal of ana-*

*tomy* 236.4 (2020), p. 701-723. DOI : DOI: 10.1111/joa.13129 (cf. p. 7, 8).

- [Buc62] Fuller Richard BUCKMINSTER. "Tensile-integrity structures". US3063521A. 1962 (cf. p. 3).
- [Cra+08] Carl D CRANE et al. "Kinematic analysis of a planar tensegrity mechanism with pre-stressed springs". In : *Advances in Robot Kinematics: analysis and design*. Sous la dir. de Lenarčič J. et Wenger P. 2008, p. 419-427 (cf. p. 5).
- [CRB13] Matthew J COBLEY, Emily J RAYFIELD et Paul M BARRETT. "Inter-vertebral flexibility of the ostrich neck: implications for estimating sauropod neck flexibility". In : *PLoS One* 8.8 (2013) (cf. p. 7).
- [Fas+20] Benjamin FASQUELLE et al. "A bio-inspired 3-DOF light-weight manipulator with tensegrity X-joints". In : *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2020, p. 5054-5060 (cf. p. 21).
- [Fas+21] Benjamin FASQUELLE et al. "Identification and control of a 3-X cable-driven manipulator inspired from the bird neck". In : *Journal of Mechanisms and Robotics* (2021), p. 1-25 (cf. p. 23, 24).
- [Fas21] Benjamin FASQUELLE. "Étude théorique et expérimentale d'architectures innovantes de robots inspirées du cou des oiseaux : conception et commande". Thèse de doct. Ecole Centrale de Nantes, 2021 (cf. p. 12-15).
- [Fur+21] Matthieu FURET et al. "Estimating motion between avian vertebrae by contact modeling of joint surfaces". In : *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* (2021) (cf. p. 7).
- [Fur20] Matthieu FURET. "Analyse cinéto-statique de mécanismes de tensegrité : Application à la modélisation de cous d'oiseaux et de manipulateurs bio-inspirés". Thèse de doct. Ecole Centrale de Nantes, 2020 (cf. p. 8).
- [FW19] Matthieu FURET et Philippe WENGER. "Kinetostatic Analysis and Actuation Strategy of a Planar Tensegrity 2-X Manipulator". In : *Journal of Mechanisms and Robotics* 11.6 (2019) (cf. p. 5).
- [Gat99] Stephen GATESY. "Guineafowl hind limb function. II : electromyographic analysis and motor pattern evolution". In : *Journal of morphology* 240 (1999) (cf. p. 9).

- [GDM10] Marc GOUTTEFARDE, David DANAY et Jean-Pierre MERLET. "Interval-analysis-based determination of the wrench-feasible workspace of parallel cable-driven robots". In : *IEEE Transactions on Robotics* 27.1 (2010), p. 1-13 (cf. p. 19).
- [HA10] Arnaud HAMON et Yannick Aoustin. "Cross four-bar linkage for the knees of a planar bipedal robot". In : *0th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*. 2010, p. 379-384 (cf. p. 8).
- [IWS14] D. E. INGBER, N. WANG et D. STAMENović. "Tensegrity, cellular biophysics, and the mechanics of living systems". In : *Reports on Progress in Physics* 77 (2014) (cf. p. 5).
- [KD99] W. KHALIL et E. DOMBRE. *Modélisation, identification et commande des robots*. Collection robotique. Hermes Science Publications, 1999. ISBN : 9782746200036 (cf. p. 13, 24).
- [KKJ18] Yong-Jae KIM, Jong-In KIM et Wooseok JANG. "Quaternion joint: dexterous 3-DOF joint representing quaternion motion for high-speed safe interaction". In : *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. 2018, p. 935-942. DOI : 10.1109/IROS.2018.8594301 (cf. p. 29).
- [Kri+17] M. KRINGS et al. "Barn owls maximize head rotations by a combination of yawing and rolling in functionally diverse regions of the neck". In : *Journal of anatomy* 231 (2017), p. 12-22. DOI : DOI10.1111/joa.12616 (cf. p. 6).
- [Lag53] Joseph Louis LAGRANGE. *Mécanique analytique*. T. 1. Mallet-Bachelier, 1853 (cf. p. 13).
- [Lat18] Marc LATASH. "Muscle coactivation: definitions, mechanisms, and functions". In : *Journal of neurophysiology* 120 (2018) (cf. p. 9).
- [LdS17] S. LEVIN, S. L. DE SOLÓRZANO et G. SCARR. "The significance of closed kinematic chains to biological movement and dynamic stability". In : *Journal of Bodywork and Movement Therapies* 21 (2017), p. 664-672 (cf. p. 5).
- [Lev02] Stephen M LEVIN. "The tensegrity-truss as a model for spine mechanics: biotensegrity". In : *Journal of mechanics in medicine and biology* 2.03n04 (2002), p. 375-388 (cf. p. 4).
- [LM12] Stephen M LEVIN et Danièle-Claude MARTIN. "Biotensegrity: the mechanics of fascia". In : *Fasciae the Tensional Network of the Human Body. The Science and Clinical Applications in Manual and Movement Therapy*. Elsevier, Edinburgh (2012), p. 137-142 (cf. p. 4).
- [Mot92] René MOTRO. "Tensegrity systems: the state of the art". In : *International journal of space structures* 7.2 (juin 1992), p. 75-83 (cf. p. 4).
- [Mul96] M. MULLER. "A novel classification of planar four-bar linkages and its application to the mechanical analysis of animal systems". In : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences* 351 (1996), p. 689-720 (cf. p. 5).
- [Mur20] Vimalesh MURALIDHARAN. *Wrench-feasible workspace and stiffness characteristics of revolute and antiparallelogram tensegrity joints*. Master Thesis. 2020 (cf. p. 10).
- [MW21] Vimalesh MURALIDHARAN et Philippe WENGER. "Optimal design and comparative study of two antagonistically actuated tensegrity joints". In : *Mechanism and Machine Theory* 159 (2021), p. 104249. ISSN : 0094-114X. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104249> (cf. p. 8, 9, 17).
- [RP17] Andrew A. Biewener ROBERT E. KAMBIC et Stephanie E. PIERCE. "Experimental determination of three-dimensional cervical mobility in the avian neck". In : *Frontier in Zoology* (2017) (2017) (cf. p. 7).
- [SD09] Robert E SKELTON et Mauricio C DE OLIVEIRA. *Tensegrity systems*. T. 1. Springer, 2009 (cf. p. 4).
- [Sne65] Kenneth D SNELSON. *Continuous tension, discontinuous compression structures*. United States patent No. US3169611A. 1965 (cf. p. 3).
- [SPM01] Robert E SKELTON, Jean Paul PINAUD et D Lewis MINGORI. "Dynamics of the shell class of tensegrity structures". In : *Journal of the Franklin Institute* 338.2-3 (2001), p. 255-320 (cf. p. 3).
- [Swa13] R. L. SWANSON. "Biotensegrity: a unifying theory of biological architecture with applications to osteopathic practice, education, and research—a review and analysis". In : *Journal of Osteopathic Medicine* 113 (2013), p. 34-52 (cf. p. 5).
- [Ter+20] L. TERRAY et al. "Modularity of the neck in birds (Aves)". In : *Evolutionary Biology* (2020). DOI : DOI10.1007/s11692-020-09495-w (cf. p. 6, 16).

- [Tod02] Todor Stoilov TODOROV. "Synthesis of four-bar mechanisms by Freudenstein–Chebyshev". In : *Mechanism and Machine Theory* 37.12 (2002), p. 1505-1512 (cf. p. 8).
- [Tri+08] D. TRIVEDI et al. "Soft robotics: Biological inspiration, state of the art, and future research". In : *Applied Bionics and Biomechanics* (2008), p. 99-117 (cf. p. 2).
- [Van+19] Anders VAN RIESEN et al. "Dynamic analysis and control of an antagonistically actuated tensegrity mechanism". In : *ROMANSY 22–Robot Design, Dynamics and Control*. Springer, 2019, p. 481-490 (cf. p. 12, 16).
- [WC91] Philippe WENGER et Patrick CHEDMAIL. "Ability of a Robot to Travel Through its Free Work Space in an Environment with Obstacles". In : *The International Journal of Robotics Research* 10.3 (1991), p. 214-227. DOI : 10 . 1177 / 027836499101000303. eprint : <https://doi.org/10.1177/027836499101000303>. URL : <https://doi.org/10.1177/027836499101000303> (cf. p. 18).
- [WF21] Philippe WENGER et Matthieu FURET. "Kinematic Analysis of a Planar Manipulator with Anti-parallelogram Joints and Offsets". In : *Advances in Robot Kinematics 2020*. Sous la dir. de Jadran LENARČIČ et Bruno SICILIANO. Cham : Springer International Publishing, 2021, p. 319-326 (cf. p. 11).
- [YL83] D. C. H. YANG et T. W. LEE. "On the Workspace of Mechanical Manipulators". In : *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design* 105.1 (mars 1983), p. 62-69. ISSN : 0738-0666. DOI : 10.1115/1.3267349. eprint : [https://asmedigitalcollection.asme.org/mechanicaldesign/article-pdf/105/1/62/5749710/62\\_1.pdf](https://asmedigitalcollection.asme.org/mechanicaldesign/article-pdf/105/1/62/5749710/62_1.pdf). URL : <https://doi.org/10.1115/1.3267349> (cf. p. 18).

#### À lire également dans nos bases

Quentin BOEHLER, Marc VEDRINES, Salih ABDELAZIZ, Philippe POIGNET, Pierre RENAUD – Mécanismes de tensegrité pour la robotique de manipulation [S7817 V1] (2018)