



**HAL**  
open science

# Le calcul de Leibniz dans les Éloges de Fontenelle (1699 - 1737)

Sandra Bella

► **To cite this version:**

Sandra Bella. Le calcul de Leibniz dans les Éloges de Fontenelle (1699 - 1737). Revue Fontenelle, A paraître. hal-03926720

**HAL Id: hal-03926720**

**<https://hal.science/hal-03926720>**

Submitted on 6 Jan 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SANDRA BELLA

### **Le calcul de Leibniz dans les *Éloges* de Fontenelle (1699 - 1737)**

En 1684, Leibniz publie dans le journal savant *Acta Eruditorum*, son article inaugural « Nouvelle méthode pour chercher les Maxima et les Minima, ainsi que les tangentes, méthode que n'entravent pas les quantités fractionnaires ou irrationnelles, accompagnée du calcul original qui s'y applique<sup>1</sup> ». Il y présente sa nouvelle méthode pour étudier les propriétés des courbes. Il s'agit d'un algorithme calculatoire impliquant des quantités infiniment petites – les différentielles – et pour lesquelles il introduit les notations  $dx, dy, \dots$ . Cette méthode générale permet de déterminer les tangentes, les points singuliers ou encore la quadrature d'une courbe<sup>2</sup>. Le calcul tarde à se diffuser n'étant au début l'affaire que de quelques savants, essentiellement Leibniz et les frères Jacques et Jean Bernoulli. Ces mathématiciens publient des articles dans lesquels ils montrent comment le nouveau calcul permet de résoudre efficacement des problèmes géométriques ou physico-mathématiques.

Le calcul de Leibniz est diffusé en France à partir de décembre 1691 par l'intermédiaire de Jean Bernoulli (1667-1748) et au sein d'un cercle de savants regroupés autour du philosophe Nicolas Malebranche (1638-1715)<sup>3</sup>. Guillaume de L'Hôpital (1661-1704) est l'un des membres les plus actifs. Bénéficiant des services de Jean Bernoulli – leçons particulières<sup>4</sup> puis une correspondance épistolaire fournie –, l'Hôpital s'approprie rapidement du nouveau calcul qu'il diffuse par la lecture de mémoires au sein de l'Académie royale des sciences dont il est membre depuis 1693. Il est l'auteur du premier traité de calcul différentiel, intitulé *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, qu'il publie en juin 1696<sup>5</sup>. Suite à cette publication, Joseph Sauveur

---

<sup>1</sup> « Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur et singulare pro illis calculi genus », *Acta Eruditorum*, octobre 1684, p. 467.

<sup>2</sup> C'est-à-dire de trouver l'aire de la surface qui sépare cette courbe et son axe.

<sup>3</sup> Tous ne sont pas parisiens et certains, résident en Normandie (Rouen, Angers, Honfleur). Louis Byzance (1647-1722), Louis Carré (1647-1711), François de Catelan (floruit 1676-1710), Bernard Le Bouyer de Fontenelle (1657-1757), Claude Jacquemet (1651-1729), Bernard Lamy (1640-1715), Thomas Fantet de Lagny (1660-1734), Jacques Lelong (1665-1721), Jean Prestet (1648-1690), Charles Reyneau (1656-1728), Pierre Varignon (1654-1722). Pour ce groupe comme introducteur d calcul de Leibniz, on pourra consulter A. Robinet, « Le groupe malebranchiste introducteur du calcul infinitésimal en France », *Revue d'Histoire des Sciences et de leurs applications*, vol. 13, N°4, Paris, 1960 et Nicolas Malebranche, *Œuvres, Mathematica*, tome XVII-2, édité par Pierre Costabel, Vrin, 1968 et Bella, Sandra, « De la géométrie et du calcul des infiniment petits : les réceptions de l'algorithme leibnizien (1690-1706) », thèse de doctorat sous la direction d'Evelyne Barbin et de David Rabouin, soutenue le 23 octobre 2018 à l'Université de Nantes.

<sup>4</sup> Une partie de ces leçons seront transmises dans un manuscrit conservé aujourd'hui dans les archives de la BNF (Fds Lat. 17860 fol. 91-252).

<sup>5</sup> L'Hôpital, Guillaume, *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris, Imprimerie royale, 1696.

(1653-1716), tout récent académicien, présente une « démonstration » des règles du calcul des différences en deux séances (23 et 30 Juin)<sup>6</sup>. Ses démonstrations s'appuient sur les suppositions énoncées dans l'*Analyse des infiniment petits*.

À l'Académie la plupart des académiciens ignorent ou connaissent peu le nouveau calcul de Leibniz. Le traité de L'Hôpital devient ainsi leur principale référence en la matière. Les académiciens s'appuient donc, la plupart du temps, sur les définitions, les postulats et les théorèmes tels qu'ils sont énoncés dans ce traité. Les critiques contre le calcul de Leibniz sont également formulées en faisant appel à cette présentation.

L'année 1699 est une étape essentielle pour l'Académie royale des sciences car un nouveau règlement est mis en place<sup>7</sup>. Entre autres, ce règlement prévoit la publication d'un choix de mémoires lus pendant les séances, mais aussi d'une « histoire » de l'Académie. Cette « histoire » vise particulièrement à montrer l'apport scientifique des mémoires publiés et ainsi à valoriser le travail académique. Publiée, elle porte le nom d'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences* (dorénavant *HARS*). Le Secrétaire perpétuel de l'Académie est chargé de son écriture. Outre les commentaires des mémoires, l'histoire contient des éloges en l'honneur de chacun des académiciens décédés au cours de l'année. Fontenelle s'occupe de cette tâche de 1699 à 1737.

Fontenelle est proche du cercle formé autour de Malebranche, en particulier de L'Hôpital et de Varignon. Il est ainsi l'un des premiers à s'initier au calcul différentiel dont il est immédiatement convaincu.

Pour rendre compte de la pratique des infiniment petits leibniziens à l'Académie, la tâche de Fontenelle est complexe. D'une part, les mathématiques sont une discipline dont il faut défendre l'utilité<sup>8</sup> au sein de la sphère sociale, mais, de plus, la « Géométrie de l'infini » souffre d'un manque d'adhésion au sein d'une partie de la communauté académicienne. En effet, à partir de 1700, les académiciens Michel Rolle (1652-1719) et Jean Gallois (1632-1707) décrivent publiquement son manque d'exactitude. Ils reprochent au calcul différentiel de conduire à des erreurs et ne voient pas l'utilité de l'introduire alors que d'autres méthodes existent et sont fiables.

Les *Éloges* sont un moyen dont se sert Fontenelle pour rendre compte, au sein de l'Académie, du bien-fondé du calcul différentiel<sup>9</sup>. Leur écriture lui permet en effet d'incarner les idées des mathématiques de l'infini à travers les personnages savants qui pratiquent et rendent ainsi possible l'actualisation de cette mathématique.

---

<sup>6</sup> Son intervention concerne les règles de différenciation du produit et de la division de deux quantités et des puissances d'une quantité, *Procès-Verbaux de l'Académie Royale des Sciences*, tome 15, fol. 103r<sup>o</sup>-105r<sup>o</sup>.

<sup>7</sup> *Procès-Verbaux de l'Académie Royale des Sciences*, t. 18, fol. 107-114.

<sup>8</sup> Voir en particulier "Préface sur l'utilité des mathématiques et de la physique" dans *Œuvres de Fontenelle, Eloges*, tome I, Salmon, Peytieux, libraires, Paris, 1825, p. 47.

<sup>9</sup> On pourra consulter l'ouvrage de S. Mazauric, « L'histoire du calcul de l'infini » dans *Fontenelle et l'invention de l'histoire des sciences à l'aube des Lumières*, Paris, Fayard, 2007, p. 293-320.

Tout d'abord nous montrons comment dans les *Éloges* se trouve développée une argumentation visant à montrer que la « Géométrie de l'infini » est le prolongement naturel et inéluctable de la géométrie des Anciens.

Bien que le calcul des différences soit présent au sein de l'Académie par la lecture et la publication de mémoires, les commentaires concernant le statut existentiel des infiniment petits sont quasiment absents. Nous décrivons comment dans les *Éloges* s'imisce le point de vue personnel de Fontenelle sur la conception des infiniment petits du calcul différentiel.

### ***La Géométrie de l'Infini : prolongement naturel de la géométrie des Anciens***

L'algorithme leibnizien apparaît pour la plupart comme une méthode extrêmement efficace pour la résolution de problèmes géométriques et physico-mathématiques. Dans les *Éloges*, Fontenelle célèbre les prouesses mathématiques accomplies par l'intervention du calcul différentiel, en soulignant que sans son secours et uniquement avec l'aide des anciennes méthodes, il n'aurait certainement pas été possible d'y parvenir.

Vincenzo Viviani (1622-1703) est un mathématicien italien dont la réputation est reconnue dans l'Europe entière. Comme Fontenelle le souligne, il est « fort versé dans la géométrie des anciens<sup>10</sup> ». En effet, ses travaux ont pour dessein de restituer des écrits anciens, en témoignent sa traduction des éléments euclidiens, ou son ouvrage sur les coniques<sup>11</sup>. Dans « L'Éloge de Monsieur Viviani<sup>12</sup> », Fontenelle raconte la façon dont ce dernier proposa, en 1692, un problème qui consistait à « Trouver l'art de percer une voûte hémisphérique de quatre fenêtres, telle que le reste de la voûte fût absolument carrable ». Viviani défie les « analystes » de son temps de trouver la solution. Fontenelle explique comment ce défi, lancé selon lui principalement à la Géométrie de l'infini, est surmonté. Grâce au calcul différentiel, Leibniz, Jean Bernoulli et L'Hôpital parviennent, indépendamment les uns des autres, à résoudre ce problème. De plus, chacun présente une résolution originale<sup>13</sup>. Dans la préface de son ouvrage destinée aux voûtes, Viviani reconnaît l'efficacité du calcul différentiel, mais il continue cependant à marquer sa préférence pour sa résolution *more geometrico*<sup>14</sup>.

---

<sup>10</sup> « Éloge de Monsieur Viviani », *HARS*, 1703, p. 139.

<sup>11</sup> Viviani, Vincenzo, *De Maximis et Minimis Geometrice Divinatio in Sum Conicorum Apollonii Pergaei adhuc desideratum, Florentiae*, Apud Ioseph Cocchini, Typis Nouis, sub Signo Stellae, 1658, Quinto Libro degli Elementi d'Euclide overo Scienze universale delle Proporzioni, spiegata colla dotrina di Galileo, Florence: alla Condotta, 1674.

<sup>12</sup> « Éloge de Monsieur Viviani », *HARS*, 1703, p. 146

<sup>13</sup> Le mathématicien anglais John Wallis propose aussi une résolution mais Fontenelle omet de le signaler dans l'éloge.

<sup>14</sup> Viviani, Vincenzo, *Formazione, & Misura di tutti i Cieli*, Firenze, nella Stampiera di Piero Matini, 1692, Préface, viiiij.

Dans « Éloge de M. le Marquis de l'Hôpital », Fontenelle insiste à nouveau sur la puissance de nouvel algorithme. Ce dernier rend les résolutions plus rapides mais aussi facilite l'ordre d'exposition<sup>15</sup>. Fontenelle commente le traité de L'Hôpital :

les anciennes vérités s'y trouvaient comme perdues dans la foule des nouvelles, et la facilité avec laquelle on les voyait naître, faisait regretter les efforts qu'elles avaient autrefois coûtés à leurs inventeurs. Des démonstrations qui par d'autres méthodes auraient demandé un circuit immense, en cas qu'elles eussent été possibles, ou qui même entre les mains d'un autre géomètre instruit de la même méthode, auraient encore été longues et embarrassées, étaient d'une simplicité et d'une brièveté qui les rendaient presque suspectes<sup>16</sup>.

Dans « l'Éloge de M. de Tschirnhaus », Fontenelle montre que le mathématicien allemand ne parvient pas à proposer, pour trouver les courbes caustiques, une méthode « simple » pouvant se dispenser d'infiniment petits. Cette tentative pour se passer de l'utilisation de la géométrie des infinis prouve mieux l'utilité de cette dernière :

Rien ne prouve mieux la grande utilité des infiniment petits, que l'honneur qu'on s'en fait de n'en avoir besoin en certaines occasions<sup>17</sup>.

Pour Fontenelle, le « degré de simplicité » est obtenu à travers la Géométrie de l'infini<sup>18</sup>.

En fait, l'enjeu n'est pas tellement de montrer la performance du nouveau calcul : personne n'en doute. Il s'agit plutôt de faire reconnaître l'algorithme leibnizien comme une méthode fondée. Or, les contemporains de Fontenelle reconnaissent unanimement la manière des Anciens comme celle qui est la première garante de l'exactitude d'une démonstration. La stratégie choisie par Fontenelle consiste dès lors à illustrer l'idée selon laquelle la Géométrie de l'infini prolonge de manière naturelle la géométrie des Anciens.

Dans les éloges, Fontenelle affirme qu'il y a une similitude entre les formations des mathématiciens. Certains passages sont incontournables : les textes anciens – éléments euclidiens et principaux textes de l'Antiquité dont ceux d'Archimède – permettent la rencontre avec *La Géométrie* de Descartes. Aux yeux de Fontenelle, un parcours de la sorte est la condition nécessaire pour devenir mathématicien. Il n'en reste pas moins que l'appropriation de la Géométrie de l'infini représente le véritable accomplissement du géomètre<sup>19</sup>. Il excuse ceux qui n'ont pas pu goûter à la nouvelle

---

<sup>15</sup> On peut également citer la description des quadratures par des séries infinies qui rendent l'exposition de la quadrature de la parabole simple plus « digeste » en comparaison à celle présentée par Archimède, « Éloge de M. Bernoulli », *HARS*, 1705, p. 142-143.

<sup>16</sup> « Éloge de M. le Marquis de l'Hôpital », *HARS*, 1706, p.132.

<sup>17</sup> « Éloge de M. de Tschirnhaus », *HARS*, 1708, p. 122.

<sup>18</sup> *Ibid.*

<sup>19</sup> Fontenelle utilise les figures des Anciens pour montrer la supériorité des Modernes (quelle que soit la discipline pratiquée). Voir à ce propos l'article de Maria Susana Seguin dans « La référence aux Anciens dans les *Éloges* des académiciens de Fontenelle : un contre-exemple pour les modernes » dans *Poétique de la pensée. Études sur l'âge classique et le siècle philosophique en hommage à Jean Dagen*, Paris, Champion, 2006, pp. 851-861. On pourra aussi consulter Simone Mazauric, « La science dans la querelle des anciens et des modernes » *op.cit.*, p. 210, où elle montre que Fontenelle ne laisse aucun éloge dépourvu d'une évocation de la nouveauté qu'apportent les savants académiciens.

géométrie car elle serait arrivée trop tard : c'est le cas de Viviani dont il affirme qu'« il aurait reçu sans répugnance, s'il eût vécu plus longtemps<sup>20</sup> ». Néanmoins, il n'approuve pas ceux qui, comme Gallois, ont de leur propre chef refusé de la connaître et la reconnaître<sup>21</sup>.

Tel qu'on peut le lire dans les mémoires des académiciens, la pratique de la Géométrie de l'infini commence par un contexte géométrique, certes euclidien, mais qui, une fois traduit en langage différentiel, se trouve estompé au profit d'un déploiement de calculs que l'algorithme différentiel crée. Or, Fontenelle a indéniablement une préférence, lorsqu'il parle de l'usage du calcul différentiel, en le nommant par « Géométrie de l'infini » plutôt que « calcul de l'infini ». Il est convaincu que la Géométrie de l'infini prolonge celle des Anciens et que cette dernière la fonde. En témoignent les éloges de Jacques Ozanam (1640-1718) et de Philippe de La Hire (1640-1718).

Ozanam, académicien depuis 1701, fait partie des académiciens dont l'âge n'a pas non plus permis la rencontre avec le calcul différentiel. Enseignant réputé, il a écrit de nombreux ouvrages dont un *Cours de Mathématiques* (1693) en cinq volumes, un célèbre *Dictionnaire des mathématiques* (1691) et également des traités d'algèbre. Pourtant, Fontenelle juge que tous ces ouvrages

ne roulent que sur l'Ancienne Géométrie (...) La nouvelle n'y paraît point, c'est-à-dire celle qui par le moyen de l'infini s'est élevée si haut; elle était beaucoup plus jeune que Ozanam. Il est vrai aussi que l'ancienne, qui est moins agréable, est plus indispensablement nécessaire, et plus sensiblement utile, et c'est elle seule qui fournit à la nouvelle des fondements solides<sup>22</sup>.

Certes, Ozanam est grand connaisseur de la géométrie des Anciens mais il effectue des recherches dans d'autres domaines, notamment celui de la construction d'équations, très en vogue à l'époque, et qui relève de méthodes et techniques calculatoires. Fontenelle n'en tient pas compte ou ne souligne pas particulièrement cet aspect. Pour son propos, il lui est plus utile de réduire l'activité d'Ozanam à la seule géométrie des Anciens, en établissant un lien plus direct entre cette dernière et celle de l'infini. La géométrie des Anciens est nécessaire car sans elle, on ne saurait s'élever à la Géométrie de l'infini. Dans ce sens, elle est le fondement de la Géométrie de l'infini, et c'est pour cela qu'elle est « utile ».

Un an plus tard, dans l'éloge de La Hire, Fontenelle a une démarche similaire. La Hire est académicien depuis 1678, il est un mathématicien hautement considéré par ses pairs. Beaucoup de ses ouvrages sont présentés de manière *more geometrico*. Cependant, sa pratique mathématique ne se réduit pas à cela. Il montre d'une part de l'intérêt pour le traitement de problèmes géométriques par des méthodes algébriques. D'autre part, il

---

<sup>20</sup> « Éloge de Monsieur Viviani », *HARS*, 1703, p. 147.

<sup>21</sup> Gallois juge que cette géométrie a deux défauts : « la nouveauté et son éclat. », « Éloge de M. l'Abbé Gallois », *HARS*, 1707, p. 180.

<sup>22</sup> « Éloge de M. Ozanam », *HARS*, 1717, p. 90.

n'hésite pas à utiliser des quantités infiniment petites lorsque cela lui semble rendre la résolution plus agréable. Pourtant, Fontenelle préfère garder seulement en mémoire que dans tous ses ouvrages, La Hire

ne s'est presque jamais servi que de la Synthèse ou la manière de démontrer des anciens (...) Ce n'est pas qu'il ne sût l'Analyse moderne, plus expeditive, et moins embarrassée. Mais il avoit pris de jeunesse l'autre pli. De plus comme les vérités géométriques découvertes par les Anciens sont incontestables, on peut croire aussi que la mathématique qui les y a conduits ne peut être abandonnée sans quelque péril ; et enfin les mathématiques nouvelles sont quelquefois si faciles, qu'on se fait une espèce de gloire de s'en passer<sup>23</sup>.

Ainsi, en forçant certains traits au détriment d'autres, Fontenelle établit une classe de mathématiciens au sein de l'Académie, fort représentative de la géométrie des Anciens. Ces individus seraient garants d'une pratique rigoureuse à l'Académie, de la même manière que la géométrie des Anciens fonde la Géométrie de l'infini. Dans le récit de Fontenelle, cette classe ne saurait exister sans celle des mathématiciens qui ont atteint la géométrie sublime de l'infini. Charles Reyneau (1656-1728) appartient à cette dernière.

Charles Reyneau est un enseignant oratorien et fait partie du cercle autour de Malebranche<sup>24</sup>. Il publie plusieurs ouvrages d'enseignement dont le plus célèbre s'intitule *Analyse démontrée*<sup>25</sup>. Ce dernier est le deuxième traité concernant le calcul leibnizien après celui de L'Hôpital. Dans la deuxième partie du Livre VIII, Reyneau présente le calcul différentiel et intégral avec leurs premières applications aux problèmes géométriques<sup>26</sup>.

Dans son ouvrage, Reyneau légitime le calcul différentiel en expliquant que ses fondements sont les mêmes que ceux de la géométrie des Anciens :

Ce n'a donc point été de nos jours une nouvelle découverte que d'employer dans la Géométrie ces parties des grandeurs entières, si petites qu'elles n'ont aucun rapport fini avec elles. Ce que les illustres Auteurs du calcul différentiel et intégral ont ajouté à cette supposition que les Anciens ont prise de la nature, n'a été que de donner des expressions convenables à ces petites parties qui sont les premiers éléments des grandeurs. [...] Le fondement du calcul différentiel est commun aux anciens et aux nouveaux Géomètres. La certitude des démonstrations posées sur ce fondement est la même [...]<sup>27</sup>

En somme, le calcul différentiel ne fait qu'explicitier, en usant de nouveaux caractères, une géométrie latente. Dans le reste de l'ouvrage, pour présenter les infinitésimaux du nouveau calcul, la géométrie euclidienne n'est plus présente. Tentant de faire comprendre les infinitésimaux en les présentant comme liés à des présupposés

---

<sup>23</sup> « Éloge de M. de La Hire », *HARS*, 1718, p. 88.

Après avoir professé la philosophie à Toulon, puis à Pézenas, il obtient le poste de professeur de mathématique à Angers en 1683 qu'il occupera pendant 22 ans. Il rentre à l'Académie en 1716.

<sup>25</sup> Reyneau, Charles, *Analyse démontrée ou la méthode pour résoudre les problèmes mathématiques*, Quillau Imprimeur, Paris, 1708.

<sup>26</sup> Le traité de l'Hôpital ne concerne que le seul calcul différentiel.

<sup>27</sup> Reyneau, Charles, *Analyse démontrée*, op. cit., tome II, Préface p. xiiij.

cinématiques<sup>28</sup>, le discours qui prétendait une filiation entre la Géométrie de l'infini et celle des Anciens apparaît davantage comme un simple argument rhétorique.

Dans l'éloge de Reyneau, Fontenelle juge de l' *Analyse démontrée*

[...] que tous ceux qui l'ont prise pour guide dans la géométrie moderne, ont senti qu'ils étaient bien conduits : aussi est-il établi présentement, du moins en France, qu'il faut commencer par là, et marcher par ces routes, quand on veut aller loin ; et le P. Reyneau est devenu le premier maître, l'Euclide de la haute géométrie<sup>29</sup>.

L'appellation « L'Euclide de la Haute Géométrie », qui pouvait apparaître comme un oxymore pour les opposants du calcul différentiel, est fondée sur l'analogie du guide : ce qu'Euclide est à la géométrie des Anciens, Reyneau l'est à la nouvelle géométrie. Elle permet à Fontenelle de faire comprendre que l'on peut être guidé dans la nouvelle géométrie de manière aussi sûre que dans l'ancienne. Ainsi, les géomètres qui refusent la nouvelle Géométrie de l'infini sont à blâmer car ils ne seraient pas sensibles à un sens téléologique de l'histoire des mathématiques :

[les géomètres de l'ancienne géométrie] trouveraient bien mieux leur compte à soutenir que les anciens géomètres en ont connu et mis en œuvre les premiers fondements, qu'à la combattre, parce qu'elle leur était inconnue<sup>30</sup>.

Fontenelle accompagne l'argument de filiation à la géométrie des Anciens d'un argument supplémentaire. Il considère que la Géométrie de l'infini englobe celle des Anciens. Par-là, il entend que la première permet d'unifier et de généraliser des résultats qui autrement seraient épars. L'éloge de Varignon est particulièrement exemplaire à cet égard. Varignon, académicien depuis 1688, est également titulaire de la première chaire de mathématiques au Collège Mazarin. Dans son éloge, Fontenelle valorise sa capacité à généraliser des énoncés mathématiques tout en soulignant combien la Géométrie de l'infini favorise ou rend possible ces généralisations<sup>31</sup> :

Il ne pouvait donc manquer de saisir avidement la géométrie des infiniment petits dès qu'elle parut ; elle s'élève sans cesse au plus haut point de vue, à l'infini, et de là elle embrasse une étendue infinie [...], [ses travaux] ne sont presque jamais des morceaux détachés les uns des autres [...] par le moyen rien ne lui échappe de ce qui est dans l'enceinte de la matière qu'il traite. [...] Toutes [les vérités nouvelles] ensemble font corps, et les vides qu'elles laissent auparavant entre elles se trouvent remplis<sup>32</sup>.

---

<sup>28</sup> Ce n'était pas du tout le cas de L'Hôpital. L'existence du mouvement permet de supposer que la courbe puisse être regardée comme trajectoire d'un point qui détourné de sa direction à chaque instant décrit une infinité de petites lignes droites chacune infiniment petites.

<sup>29</sup> « Éloge du P. Reyneau », *HARS*, 1718, p. 114.

<sup>30</sup> « Éloge de M. l'Abbé Gallois », *HARS*, 1707, 180-181.

<sup>31</sup> De multiples exemples rendent compte de la virtuosité de généralisateur que possède Varignon. On peut citer le mémoire de 1706 : « Différentes manières infiniment générales de trouver les rayons osculateurs de toutes sortes de courbes, soit qu'on regarde ces courbes sous la forme de polygones ou non », dans lequel il parvient à donner des formules sans qu'aucune des variables ne soit considérée comme constante.

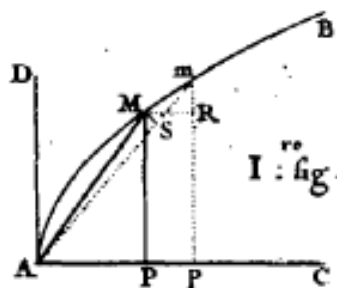
<sup>32</sup> « Éloge de M. Varignon », *HARS*, 1722, p. 141.



### *La querelle des infiniment petits dans les Éloges*

Comme il a été dit plus haut, le traité de L'Hôpital est la seule référence pour les académiciens. L'Hôpital destine la première section à fournir les principales définitions et les demandes sur lesquelles s'appuie l'analyse des infiniment petits. Il est utile de les rappeler.

La « différence » (ou « différentielle ») d'une quantité variable est définie géométriquement : elle est une « portion infiniment petite », celle dont « une quantité variable augmente ou diminue continuellement<sup>33</sup> ». Cette définition est immédiatement illustrée par une figure sur laquelle sont représentées les différences utiles à l'étude d'une courbe quelconque  $AMB$ . Sur la figure, les points  $M$  et  $m$  sont supposés infiniment proches. Les différences sont construites par des moyens de géométrie élémentaires. Cette manière de présenter les différences est à souligner car elle fait apparaître les différences comme des objets géométriques aux même titre que les grandeurs ordinaires.



Par exemple, il trace une perpendiculaire à  $PM$  passant par  $M$  qui coupe  $pm$  en  $R$  :  $Rm$  figure la différence des ordonnées alors que  $Pp$  figure la différence de  $AP$ .

L'Hôpital énonce ensuite deux demandes.

La première établit de « prendre indifféremment l'une pour l'autre deux quantités qui ne diffèrent entre elles que d'une quantité infiniment petite<sup>34</sup> ». Bien sûr, cette demande suppose de fournir des critères permettant d'évaluer ce qui est infiniment petit relativement à une autre quantité.

La deuxième demande concerne la conception de la ligne courbe. Cette dernière est considérée « comme un assemblage d'une infinité de lignes droites, ou (ce qui est la même chose) comme un polygone d'un nombre infini de côtés<sup>35</sup>. »

La reconnaissance scientifique du calcul différentiel n'est pas partagée au sein de l'Académie. Certains géomètres jugent le calcul différentiel inexact car ils considèrent que les différentielles ont un statut existentiel peu consistant. En juillet 1700, Rolle

<sup>33</sup> *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, op. cit., p. 2. La figure se trouve sur la planche I.

<sup>34</sup> *Ibid*, p. 2-3.

<sup>35</sup> *Ibid*, p. 3.

attaque la Géométrie des infinis. Cette intervention marque le début de la « querelle des infiniment petits » qui ne connaîtra d'apaisement qu'en 1706.

Rolle affirme que, dans le cadre de la recherche des tangentes, la méthode du calcul différentiel n'est qu'un « déguisement » d'autres méthodes calculatoires – il cite Fermat et Barrow – et qu'ainsi les différentielles ont la même signification qu'un *zéro absolu*. Étant redondantes, il serait donc complètement inutile de les introduire. Ainsi, pour Rolle, le statut existentiel des différentielles se réduirait à celui d'un pur zéro. En cela, il s'oppose à la conception que partagent les défenseurs parisiens du calcul différentiel. En effet, pour L'Hospital, Varignon et Fontenelle, les différentielles sont des quantités semblables aux grandeurs euclidiennes, elles sont réelles.

Dans l'éloge de Rolle, Fontenelle consacre peu de lignes au débat. Il rappelle que la manière houleuse avec laquelle il s'est déroulé n'était pas permise par les règles de bienséance, établies par l'Académie dans son règlement de 1699 :

La contestation éclata dans l'Académie, qui eut d'abord la sagesse d'écouter tout, et ensuite celle d'assouvir par son autorité une dispute qui n'en devait pas être une, du moins de la manière dont elle l'était<sup>36</sup>.

Par la suite, Fontenelle omet volontairement d'exposer les arguments de Rolle. Il souligne en revanche son caractère belliqueux :

quand il ouvrait une matière dans l'académie, il semblait qu'on dût se préparer à combattre.

Pourtant, les choses ne sont peut-être pas si tranchées, les arguments de Rolle n'étaient pas nécessairement illégitimes<sup>37</sup>. Pour Rolle, le calcul différentiel complique les résolutions :

La méthode [du calcul différentiel] ne serait alors différente de celle de M<sup>r</sup> de Fermat que par des caractères et par des mots, dans toutes les lignes géométriques, et il faudrait perdre tous les avantages que l'on prétend tirez de l'infini<sup>38</sup>.

Il affirme aussi que, contrairement à ce qu'avancent les défenseurs du calcul différentiel, dans leurs démonstrations *ad absurdum*, les Anciens n'ont pas affaire à des quantités infiniment petites, mais au contraire, à des quantités inexistantes. Voulant démontrer que deux choses étaient égales, les Anciens supposaient que la différence entre

---

<sup>36</sup> « Éloge de M. Rolle », *HARS*, 1719, p. 98.

<sup>37</sup> La courbe d'équation  $y^4 - 4ay^3 + 4a^2y^2 - 6axy^2 + 12a^2xy - 8a^3x + a^2x^2$ , rencontrée lors des premiers mémoires au débat de l'Académie, possède une tangente double. Rolle met en œuvre un algorithme algébrique laborieux mais obtient les valeurs des deux sous-tangentes. Il donnera des précisions supplémentaires dans son ouvrage *Remarques de M. Rolle de l'Académie des Sciences touchant le problème général des tangentes*, art. V, p.19 sur la validité de son algorithme. Dans l'article, Rolle se justifie de Barrow et de Hudde.

<sup>38</sup> *Remarques de M. Rolle de l'Académie des Sciences touchant le problème général des tangentes*, Paris, Boudot, 1703, verso 96.

ces deux grandeurs était plus petite qu'aucune quantité donnée, ainsi cette quantité était absolue nulle, inexistante et sans aucune réalité<sup>39</sup>.

Varignon est, au début de la querelle, le principal héraut de la défense mais il ne parvient nullement à convaincre Rolle du bienfondé du calcul. Ces disputes fatiguent l'Académie. Le 3 septembre 1701, une décision est prise, ainsi libellée :

comme la dispute des infiniment petits traînait trop en longueur Mr l'Abbé Bignon a nommé pour commissaires devant qui tout se passera, le P. Gouye, MMs Cassini et de la Hire<sup>40</sup>.

Le débat se déplace hors de l'Académie. Le mathématicien Joseph Saurin (1659-1737), derrière lequel se cache Varignon, devient l'adversaire public de Rolle. Les échanges houleux sont publiés dans le *Journal des Sçavans*, reprenant des questions traitées pendant les séances académiques. En 1707, après la mort de Gallois, Saurin est élu à l'Académie. Fontenelle interprète cette élection comme une étape symbolique dans l'acceptation institutionnelle des infiniment petits<sup>41</sup> :

L'Académie ne jugea qu'entre eux [Saurin et Rolle] qu'en adoptant Saurin en 1707, et avec des distinctions flatteuses [...] La géométrie des infiniment petits n'avait pas besoin d'une décision plus formelle<sup>42</sup>.

Pourtant, lorsque l'Académie avait jugé du différend entre Rolle et Saurin en janvier 1706, il est peu dire que le calcul différentiel n'apparaissait pas spécialement victorieux de cet épisode<sup>43</sup>. Rolle est mis hors de cause alors que l'on juge que Saurin aurait dû montrer la généralité de sa méthode et la fausseté de celle de son adversaire.

Après l'apaisement de la querelle, la pratique du calcul progresse au sein de l'Académie comme en témoigne l'activité de Carré, Varignon jusqu'à environ 1718, puis Nicole (1683-1758), Réaumur (1683-1757), Saulmon (?-1724) et Fontaine (1704-1771). Il semble que la pratique du calcul différentiel connaît une stabilisation sans pour autant qu'il y ait eu un consensus sur ce que le statut existentiel des différentielles.

Alors que Leibniz est l'inventeur du calcul différentiel, mis à part son propre éloge, Fontenelle fait peu appel à sa figure lorsqu'il s'agit de propos concernant le calcul à l'Académie. Pourtant Leibniz est vivement concerné par la querelle. Tout au long de la querelle, il compose des écrits pour justifier publiquement son calcul auprès des savants parisiens.

---

<sup>39</sup> « Mais ce n'est point attribuer de l'étendue à cette différence : c'est tout au contraire faire voir que cette différence n'est pas une quantité. Car aussitôt qu'on lui attribue une étendue réelle, la démonstration s'y oppose (...) ».

<sup>40</sup> *Procès verbaux de l'Académie royale des sciences*, tome 20, fol.335v<sup>o</sup>.

<sup>41</sup> Saurin continuera à donner des éclaircissements sur cette méthode de recherche de tangentes jusqu'en 1723 : « Remarques sur un cas singulier du problème général des tangentes », *HARS*, 1716, p.59 : « Suite des remarques sur un cas singulier du problème des tangentes », *HARS*, 1716, p.275, « Dernières remarques sur un cas singulier du problème des tangentes », *HARS*, 1723, p.222.

<sup>42</sup> « Éloge de M. Saurin », *HARS*, 1737, p. 116.

<sup>43</sup> *Procès verbaux de l'Académie royale des sciences*, tome 25, fol. 1r<sup>o</sup>-4r<sup>o</sup>.

Dans un court article au *Journal de Trévoux*, Leibniz explique que la pratique de son calcul n'exige pas de prendre les infiniment petits de manière « rigoureuse » mais seulement comme des quantités aussi petites qu'il faut. Cette manière de procéder ne diffère de la manière des Anciens, avance-t-il, que dans les « expressions ». Il maintient qu'il est possible de considérer que le rapport entre une boule et le diamètre de la Terre ou celui entre la Terre et la distance des fixes est un infiniment petit. De la même manière, il s'en suit à ses yeux que le rapport entre la boule et la distance des fixes est un infiniment infiniment petit<sup>44</sup>. Les académiciens – qu'ils attaquent ou défendent le calcul différentiel – s'étonnent que Leibniz soutienne qu'une différentielle est une quantité fixe et déterminée car c'est ainsi qu'ils interprètent les comparaisons avec des grandeurs finies, introduites dans l'article. Varignon juge sa réponse maladroite, voire peu engagée, dans leur combat pour défendre les infiniment petits. Selon lui, les propos de Leibniz non seulement ne défendent pas leur cause, mais produisent l'effet inverse. Le contexte se prêtait à ce genre de critique puisque, comme nous l'avons rappelé, la querelle entre Varignon et Rolle se jouait aussi sur le statut existentiel des différentielles.

Leibniz reformule une réponse qui est publiée en mars 1702. Il affirme que

[...] que si quelqu'un n'admet point des lignes infinies et infiniment petites à la rigueur métaphysique et comme des choses réelles, il peut s'en servir sûrement comme des notions idéales qui abrègent le raisonnement<sup>45</sup>.

Dans cet écrit, il introduit sa célèbre formule de « fiction bien fondée » pour caractériser les différentielles. Selon Varignon, cette réponse clarifie et semble apaiser les inquiétudes des académiciens concernés.

Dès 1702, Fontenelle projette l'écriture d'un ouvrage sur la théorie et les fondements métaphysiques de la Géométrie de l'infini. Leibniz marque au début de l'intérêt pour ce projet : « J'attends vos belles méditations sur l'infini et l'infiniment petit ». Mais il marque immédiatement sa position :

Il est vrai que chez moi les infinis ne sont pas des tous et les infiniment petits ne sont pas des grandeurs. Ma métaphysique les bannit de ses terres, et je ne leur donne retrait que dans les espaces imaginaires du calcul géométrique, ou ces notions ne sont de mise que comme les racines qu'on appelle imaginaires<sup>46</sup>.

Leibniz insiste ici sur l'utilité des infiniment petits pour calculer. Il a formulé publiquement sa position en affirmant qu'il est possible d'utiliser les infiniment petits comme des « fictions utiles » et qu'il est inutile – voire néfaste – d'entrer dans des

---

<sup>44</sup> « Mémoire de Mr Leibnitz touchant son sentiment sur le Calcul différentiel », *mémoire de Trévoux*, novembre-décembre 1701.

<sup>45</sup> « Extrait d'une lettre de M. Leibnitz à M. Varignon, contenant l'explication de ce qu'on a raporté de lui dans les Mémoires de Trevoux des mois de Novembre & Decembre derniers », *Journal des Sçavans*, mars 1702, p. 183

<sup>46</sup> Lettre de Leibniz à Fontenelle du 9 septembre 1704, Freyne, Mickael, thèse d'état soutenue sous la direction de Frédéric Deloffre, Université Paris IV, 2 volumes, 1972, t. 2, lettre 28, 2.

considérations métaphysiques, infécondes à la pratique mathématique. Ce n'est pas la position de Fontenelle.

À notre connaissance, dans les Éloges, Fontenelle fait allusion à Leibniz pour la première fois dans l'éloge de Jacques Bernoulli, lu en 1705, en pleine querelle des infiniment petits. Après Leibniz, les frères Bernoulli sont ceux qui ont le plus diffusé et promu le calcul différentiel. Pour Fontenelle, Leibniz a certes publié quelques articles dans les *Acta Eruditorum* sur le « Calcul différentiel, ou des Infiniment petits » mais il en « cache l'art et la méthode<sup>47</sup> ». Il revient à Jacques Bernoulli et à son frère Jean d'avoir dévoilé « l'étendue & la beauté » du calcul différentiel en s'appliquant « opiniâtement à en chercher le secret, & à l'enlever à l'inventeur<sup>48</sup> ». Leibniz aurait introduit obscurément son calcul et ce dernier serait peut-être resté lettre morte sans l'intervention des frères Bernoulli :

C'est ainsi que le moindre rayon de vérité qui s'échappe au travers de la nuë, éclaire suffisamment

Dans l'éloge de Leibniz (1716)<sup>49</sup>, Fontenelle loue le caractère universel du savant et son esprit géométrique<sup>50</sup>. Même s'il cite Newton, il fait de Leibniz le principal voire le seul inventeur du calcul. Cependant, il désapprouve les affirmations de Leibniz publiées au *Journal de Trévoux* en 1702 en pleine crise académique. Aurait-il eu une attitude trop « condescendante » pour épargner « ceux dont l'imagination se seroit révoltée<sup>51</sup> » ?

Il semble cependant qu'il en ait été ensuite effrayé lui-même, et qu'il ait cru que ces différents ordres d'infiniment petits n'étaient que des grandeurs *incomparables*, à cause de leur extrême inégalité, comme le serait un grain de sable et le globe de la terre, la terre et la sphère qui comprend les planètes, etc. Or, ce ne serait là qu'une grande inégalité mais non pas infinie, telle que l'on établit dans ce système. Aussi ceux mêmes qui l'ont pris de lui, n'ont-ils pas pris cet adoucissement qui gênerait tout. Un architecte qui a fait un bâtiment si hardi, qu'il n'ose lui-même y loger<sup>52</sup>.

Ce jugement n'est pas partagé par tous, comme en témoigne l'enseignant lausannois Jean-Pierre Crousaz (1661–1750)<sup>53</sup> :

[...] pour l'éloge que Mr de Fontenelle a donné de Mr Leibnitz que leurs idées ne sont pas les mêmes sur la nature des infinis. Il faut avoir plus de hardiesse que je n'en trouve pour prendre parti entre deux si grands et si subtils mathématiciens.

---

<sup>47</sup> « Éloge de M. Bernoulli », *HARS*, 1705, p. 141.

<sup>48</sup> *Ibid.*

<sup>49</sup> « Éloge de Leibnitz », *HARS*, 1716, p. 94. Pour un commentaire de cet éloge, on pourra consulter l'article de Sophie Audidière, « La lettre galante et l'esprit géométrique. Expression métaphysique et métaphysique des langues, ou la philosophie du discours de Fontenelle », *Archives de Philosophie*, n° 78, 2015, p. 399-416.

<sup>50</sup> « Éloge de Leibnitz », *HARS*, 1716, p. 97.

<sup>51</sup> *Ibid.*, p. 115

<sup>52</sup> *Ibid.*, p. 114

<sup>53</sup> Il devient membre associé étranger à l'Académie en 1725. Auteur de *Commentaire sur l'Analyse des infiniment petits*, Chez Montalant, Paris, 1721.

À la vérité l'idée de Leibnitz, qui ne paraît pas assez hardie, ni assez juste à Mr de Fontenelle a toujours été la mienne, et jusqu'ici je n'ai pas pu m'accommoder de la manière dont ce dernier conçoit les infinis.<sup>54</sup>

### ***Remarques conclusives***

Dans les *Éloges*, Fontenelle affirme un consensus, voire une normalisation, des pratiques des infiniment petits au sein de l'Académie. Fontenelle parvient à montrer que les mathématiciens de l'Académie font corps en ce qui concerne les infinitésimaux. Il n'y aurait pas d'avis divergents. Enfin, l'Institution est une.

Secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, Fontenelle est certainement l'un des plus assidus des académiciens et celui qui connaît le mieux tout le savoir qui émerge de l'Académie. De l'histoire de l'Analyse des infinis, il en produit un éloge. Son intention va plus loin que d'affirmer la fécondité du calcul différentiel. Elle revêt d'un caractère téléologique : l'introduction de la Géométrie des infinis est inéluctable et nécessaire.

Selon Fontenelle, cette idée serait partagée par la communauté académique. De sorte qu'en ce sens, Fontenelle écrit le récit d'un consensus académique : s'il y eut quelques opposants à la Géométrie des infiniment petits, ce récit affirme que la communauté parvient à une pratique notablement paisible et de plein droit.

Quant au statut des infiniment petits, le point de vue de Fontenelle devient, à travers les éloges, celui de l'Académie. Les différentielles ne sont pas des fictions mais des entités réelles et qu'il convient de traiter comme des grandeurs.

Leibniz et Newton ont inventé le calcul différentiel. Fontenelle invente la Géométrie de l'infini.

---

<sup>54</sup> Lettre de Crousaz à Réaumur du 1er février 1719. Crousaz correspondra également plus tard avec Fontenelle afin que celui-ci lui éclaire ses conceptions sur les objets mathématiques. Fontenelle lui écrira le 22 juin 1733 : « Et, à propos de l'infini, comment le gouvernez-vous ? J'étais charmé de voir comment vous entriez dans mes idées et leur fassiez l'honneur de les adopter. »