



Vers la pensée algébrique

Claire Piolti Lamorthé, Sophie Roubin

► To cite this version:

Claire Piolti Lamorthé, Sophie Roubin. Vers la pensée algébrique. Les Cahiers Pédagogiques, 2021, LES MATHS, EST-CE QUE ÇA COMPTE?, 573. hal-03925071

HAL Id: hal-03925071

<https://hal.science/hal-03925071>

Submitted on 5 Jan 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial 4.0 International License

Vers la pensée algébrique

*Claire Piolti-Lamorthé, professeure de mathématiques au collège Raoul-Dufy (Lyon)
et formatrice à l'Inspé de Lyon*

*Sophie Roubin, professeure de mathématiques au collège Ampère (Lyon) et chargée
de mission à l'IFÉ*

L'entrée dans l'algèbre est un enjeu important du collège et développer le sens des notions qui lui sont liées est indispensable pour la suite de l'apprentissage des mathématiques au lycée. Ce sens est associé à la pensée algébrique définie par Radford (2014). Elle présente les trois caractéristiques suivantes : les problèmes portent sur des nombres inconnus, ces nombres sont nommés ou symbolisés de différentes manières, on peut opérer sur ces nombres indéterminés comme s'ils étaient connus.

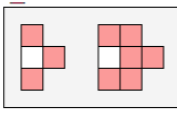
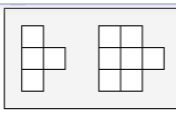
Qu'est-ce qu'un Pattern ?

Classiques dans de nombreux curriculums étrangers, les patterns sont peu utilisés dans les classes françaises. Et pourtant, leur utilisation est très pertinente pour développer le sens des nombres, la pensée algébrique et aller vers les fonctions. Ils se présentent sous la forme de série de nombres ou de figures. Nous retenons comme définition pour un pattern : « **ensemble de nombres ou d'objets dont tous les éléments sont reliés les uns aux autres par une règle spécifique** ». Nous avons choisi par ailleurs de nommer "motif", un élément qui, conjugué avec une règle, va permettre de générer la série.

Ces activités peuvent être proposées à tous les cycles du primaire et du secondaire. Pour être porteuses de potentiels, elles doivent être proposées régulièrement, dans un format court de Mises En Train¹, en explorant un pattern à la fois et en veillant à leur variété (figuratifs ou numériques).

Quelle utilisation dans nos classes ?

Nous présentons ici une des séries qui a été expérimentée dans des classes de cycle 3 et de cycle 4.

Pattern de nombres	Pattern figuratif
1 4 7	  ou 
Quel est l'élément suivant de la série ? Expliquer une règle qui a permis de le calculer (qui permet de calculer le nombre de carrés qu'il contient).	

Cette première consigne engage le travail autour des séries : les élèves vont chercher à repérer une régularité (compétences chercher et modéliser) puis la décrire en indiquant le motif et la règle associée à l'aide du langage naturel, d'un schéma ou du langage mathématique (compétence représenter). On peut aussi demander à l'élève de traduire sa régularité en créant une nouvelle série qui utilise des sons, des actions, des manipulations, des diagrammes, des tableaux de valeurs.

¹ <https://www.apmep.fr/TRAIN-Travail-de-Recherche-ou-d>

Les consignes suivantes poursuivent le travail autour des séries. Elles sont accompagnées ou non de matériel pour construire les éléments du pattern. Le vocabulaire employé va varier suivant le niveau de classe.

- **Trouver un élément proche** : « Calculer le 10ème élément de la série. »
- **Trouver un élément plus éloigné** : « Calculer le 100ème élément de la série. »
- **Exprimer la généralisation** : « Trouve une façon de calculer n'importe quel élément de la série. »
- **Interroger l'appartenance ou non à la série** : « 96 appartient-il à la série ? 598 appartient-il à la série ? »

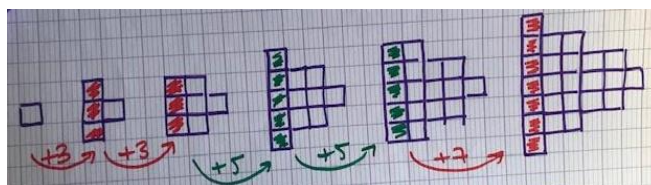
Ces consignes sont déclinées avec le « nombre de carrés qu'il contient » dans le cas du pattern figuratif.

Que font les élèves ?

En faisant le choix de ne donner que quelques éléments de la série, il est possible d'explorer différentes régularités permettant de générer les éléments suivants. Nous demandons aux élèves de formuler ces procédures, sans contrainte concernant le registre et sans demande de formalisme.

- **Régularité n°1** : $1 - 4 - 7 - 10 - 13 - 16 \dots$ On compte de 3 en 3 à partir de 1
- **Régularité n°2** : $1 - 4 - 7 - 1 - 4 - 7 - 1 - 4 - 7 \dots$ On répète les trois nombres
- **Régularité n°3** : $1 - 4 - 7 - 28 - 31 - 124 \dots$ On fait $\times 4$ puis $+3$ et on continue en alternant.
- **Régularité n°4** : $1 - 4 - 7 - 12 - 17 - 24 \dots$ On fait $+3$ deux fois de suite puis $+5$ deux fois de suite puis $+7$ deux fois de suite et on continue avec tous les nombres impairs

Certaines régularités ont aussi du sens pour les patterns figuratifs, par exemple la régularité 4 peut être figurée ainsi :

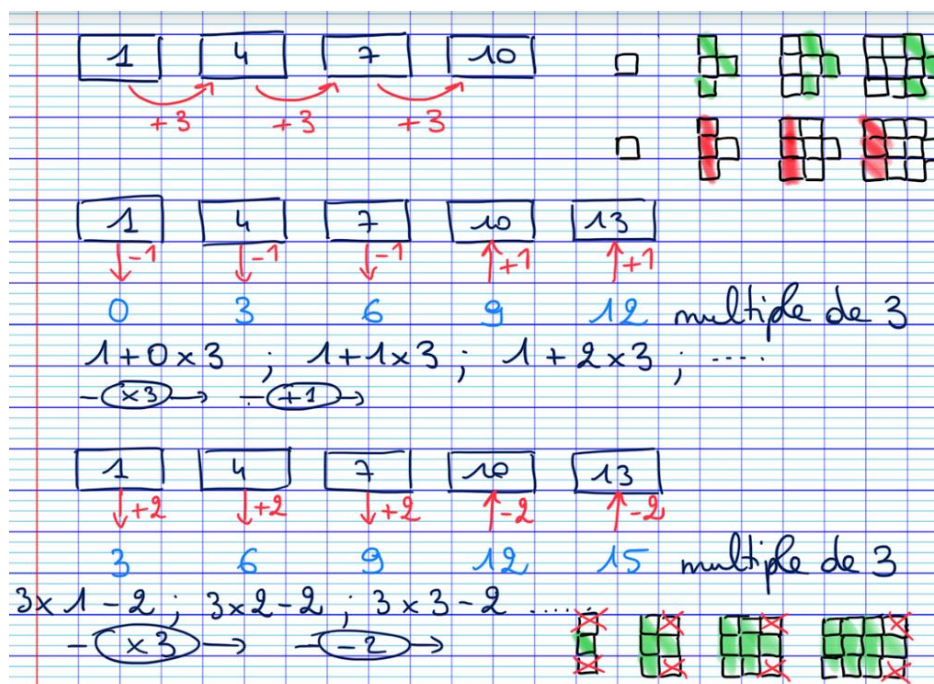


Pour aller vers les tâches des consignes suivantes, il faudra faire avec la classe, un choix de régularité. On veillera à varier les types de régularité pour encourager la créativité des élèves et travailler différentes notions du programme.

- Si l'on choisit $1 - 4 - 7$ comme premiers éléments et la **régularité n°2**, le **pattern est répétitif** : $1 - 4 - 7 - 1 - 4 - 7 - 1 - 4 - 7 - 1 - 4 - 7 \dots$ Il est aisé de trouver le 10ème élément en complétant la série. Pour déterminer le 100ème élément, il est nécessaire de voir le motif comme un regroupement des trois éléments " $1 - 4 - 7$ ". Se pose la question du nombre de fois où le motif complet " $1 - 4 - 7$ " est répété et de l'élément qui sera placé au rang demandé. Les élèves peuvent utiliser, avec cette situation de regroupement, les multiples de trois ou avoir recours à la division euclidienne par 3. Si le reste est égal à 1, l'élément recherché sera "1", si le reste est 2 ce sera "4" et si le rang est un multiple de 3, l'élément recherché sera "7".
- Si l'on choisit le **pattern évolutif obtenu avec 1 comme 1er élément et la régularité n°1**. Pour trouver le 10ème élément, il suffit de compléter la série : $1 - 4 - 7 - 10 - 13 - 16 - 19 - 22 - 25 - 28$

Demander un élément encore plus éloigné et la généralisation permet de mettre en défaut les procédures de type récurrence qui deviennent trop coûteuses en temps. Pour déterminer le 100ème élément, selon comment les élèves déconstruisent / décomposent le "motif" (figuratif ou nombre), une variété des procédures de calcul des éléments pourra apparaître pour une même régularité. Elles sont explicitées sous forme de schémas et en langage naturel, puis sous forme d'expressions numériques ou littérales pour les élèves du cycle 4.

Par exemple dans le cas du pattern évolutif obtenu avec la régularité 1 :



Qu'est-ce qui est travaillé avec les patterns ?

Les activités de patterns encouragent à la fois la créativité des élèves, les changements de registres, la recherche de régularités. Elles aident à développer, chez les élèves, la pensée algébrique qui est, pour nous, associée au raisonnement, à l'argumentation, à l'idée de s'intéresser à la structure des nombres, aux relations mathématiques entre les nombres plutôt qu'aux calculs avec des nombres, à travailler avec une quantité inconnue comme si elle était connue, à généraliser. Nous pensons que la pensée algébrique se développe si on encourage les élèves à rechercher des régularités, à formuler des conjectures qu'ils tenteront d'invalidier ou de valider (la preuve est parfois non atteignable en cycle 3 mais c'est explicité aux élèves).

Ces pratiques préparent les élèves aux tâches Essais/Conjectures/Preuves² qui sont très présentes dans nos classes en algèbre au cycle 4. Elles participent à envisager une organisation de l'enseignement de l'algèbre aux cycles 3 et 4, en lien avec le nouveau programme, comme un nouveau langage au service de la résolution de problèmes

Un travail collaboratif enseignants / chercheurs

Les activités de patterns que nous avons présentées dans cet article sont le fruit d'une collaboration entre des chercheurs et des enseignants de collèges et d'écoles primaires au sein de la recherche PREMaTT³ (Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transitions). Cette recherche a débuté dans le cadre des LéA⁴, les lieux d'éducation associés à l'IFé et de l'ICE⁵ (Institut Carnot de l'Éducation). Dans ce cadre, nous avons conçu collaborativement des ressources autour de questions mathématiques en lien avec la pensée algébrique.

² https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00959553/file/article_REPERE_V2.pdf

³ <http://ife.ens-lyon.fr/ife/recherche/groupe-de-travail/prematt>

⁴ <http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-decoles-et-colleges-ampere>

⁵ <http://ife.ens-lyon.fr/ife/ressources-et-services/institut-carnot-de-leducation/presentation-detaillee-1>