



Modus, Transposition und Tonsystem in Reinckens *Musicae Aritmethicae: Compendium*

Christophe Guillotel-Nothmann
IReMus UMR 8223 (CNRS, Sorbonne Université, BnF, Culture)
<http://www.iremus.cnrs.fr/>
christophe.guillotet-nothmann@cnrs.fr

J. A. Reincken in the focus: 1722–2022

Hochschule für Musik und Theater Hamburg (HfMT)
Institut de Recherche en Musicologie – IReMus, Paris
16 octobre 2022

IREMUS

Reinckens *Musicae arithmeticae: compendium* im Überblick

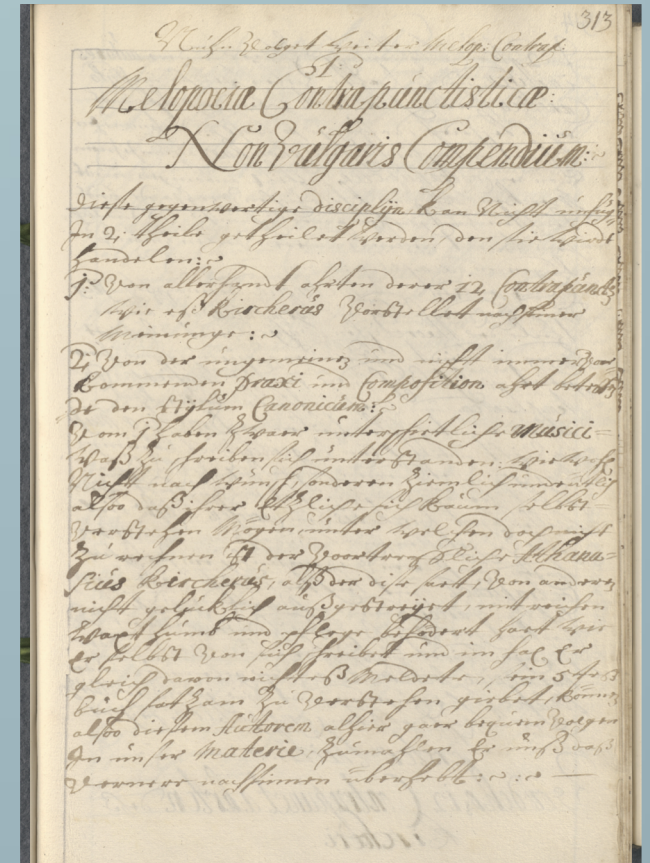
- **1. Arithmeticae Harmonicae: Compendium**
 - Erster theil Von den Elementis Arithmeticae harmonicae
 - Ander teil der harmonischen Arithmetic: Nämlich von den Rechnung Regulen
- **2. Compendium harmonicae**
 - Prolegomena
 - Compendii harmonici Erster theil de Causis soni Numero de terminati:
 - Compendij harmonici Ander theil: Von der divisione soni Numero determinati
 - Compendii harmonici dritter Teil: Von der Composition [...]
- **3. Melopeia Contrapunctisticae**
 - Erster theill: Von dehnen 12 Contrapunkt ahrten deß Kircheri

Onlineedition am IReMus:

http://tmg.huma-num.fr/xtf/view?docId=tei/ND_VI_5002/ND_VI_5002.xml;

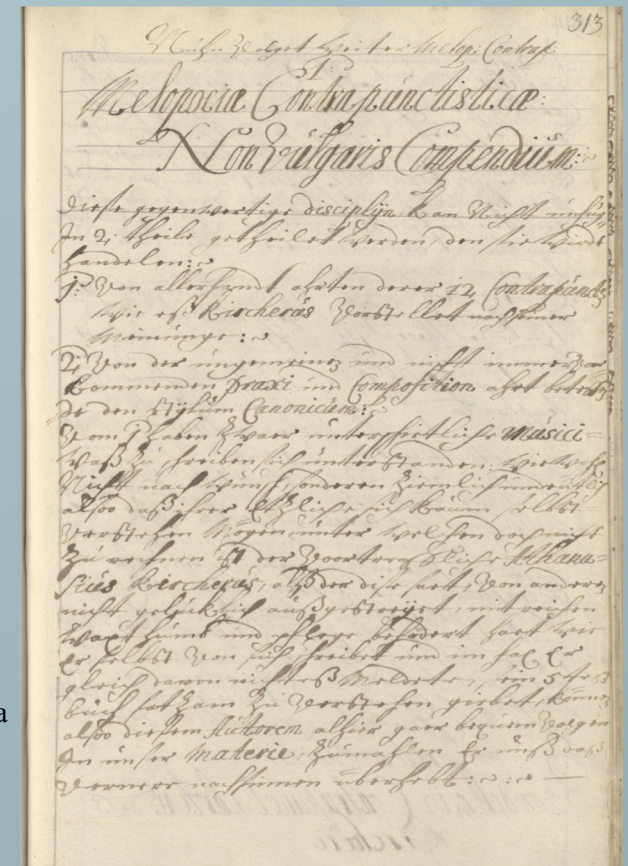


Work in progress...



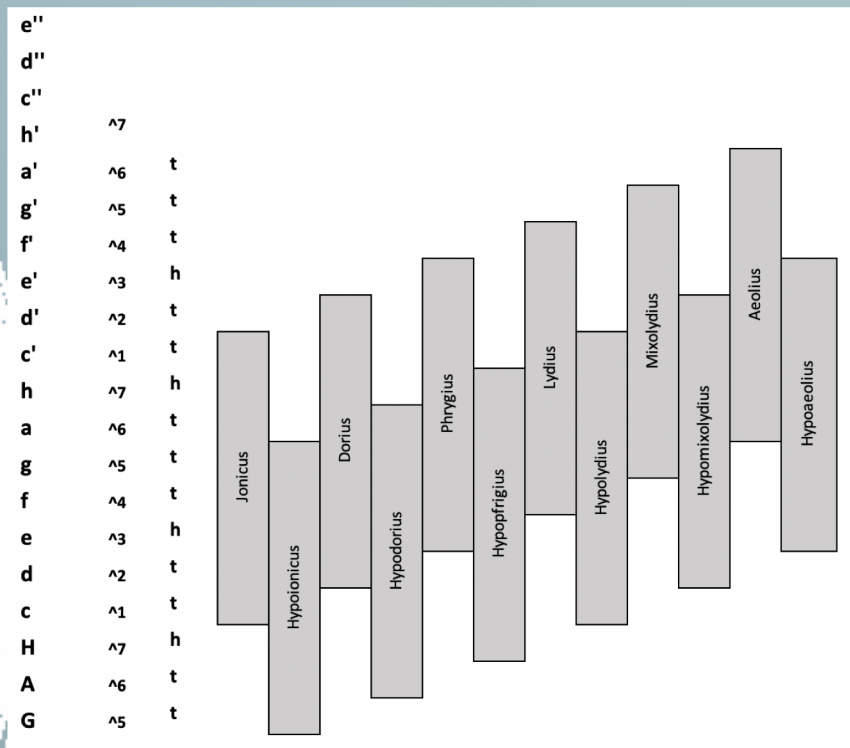
Reinckens *Musicae arithmeticae: compendium* im Überblick

- **1. Arithmeticae Harmonicae: Compendium**
 - Erster theil Von den Elementis Arithmeticae harmonicae
 - Ander teil der harmonischen Arithmetic: Nämlich von den Rechnung Regulen
- **2. Compendium harmonicae**
 - Prolegomena
 - **Compendii harmonici Erster theil de Causis soni Numero de terminati:**
 - Caput 1: de efficiente causa oder wirkende uhrsachen:
 - Caput 2: de fine von der Entuhrsachen
 - Caput 4: de materia oder von der materiael uhrsach
 - Caput 5: de forma
 - **Compendij harmonici Ander theil: Von der divisione soni Numero determinati**
 - Caput 1: de Intervallis consonis et dissonis
 - Caput 2: de intervallorum consonorum und dissonorum ortu
 - Caput 3: de Intervallis Perfectis und inperfectis
 - Caput 4: Von den Intervallis Concinnis Und Inconcinnis
 - Caput 5: Von den intervallis Simplicibus und Compositis
 - **Compendii harmonici dritter Teil: Von der Composition [...]**
 - Caput 1: Von den generibus und tetrachordis variis
 - Caput 2: Von den Modis, und Sistematis mælopoeyæ Numerice
 - Caput 3: Von der Immersion der Noten In die harmonissche Zahlen. Juxta scalam veram
 - Caput 4: Von der Immersion der Noten In den hammonisschen Zahlen, Nach der scala ficta
 - Caput 5: Von der Resolution der harmonisschen Zahlen In den Noten
- **3. Mælopeia Contrapunctisticae**
 - Erster theill: Von dehen 12 Contrapunkt ahrten deß Kircheri

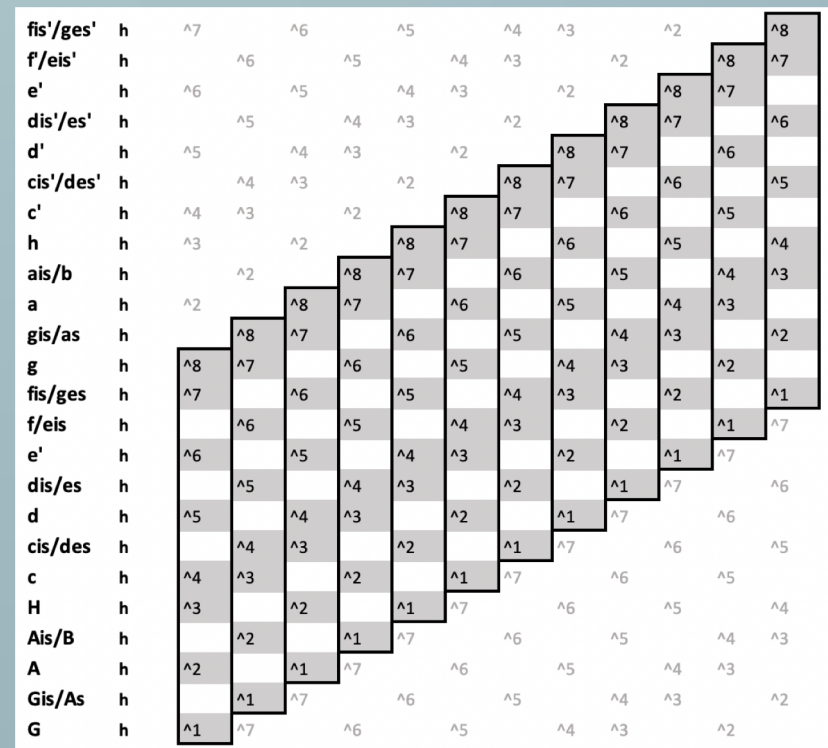


Ein historisches Leseraster: diatonische und tonale Systemeigenschaften in ihrer Entwicklung

Systema-Modell 16. Jahrhundert



Systema-Modell 18. Jahrhundert



1. System

« [Systema ist] Eine gewisse *disposition* der seiten und *intervallen*, durch die *tetrachorda* [...]. Ein solches *sistema* soo wol *durum* alß *molle*, ist Entweder *simplex*, oder *compositum*. [A]uff waß ahrt und weise aber sie zu *construiren*, oder auffzurichten solches ist bereidt In der *musica arithmetica* [...] gesaget, alwoo Eine rechnungsahrt, auß dem *stifelio* genommen, [...] die andere aber ist auß Eigener Erfahrung, hinzugethaen [...]. »

Aritmethicae Harmonicae, Compendium harmonicae, Teil III, Kapitel 2.1, S. 269.

1. System



Quelle : Stifel (1544), I, 73r, Zarlino (1558), II, 30, 104

Stimmungssystem: Pythagoreisch-diatonisch (mit h und b)

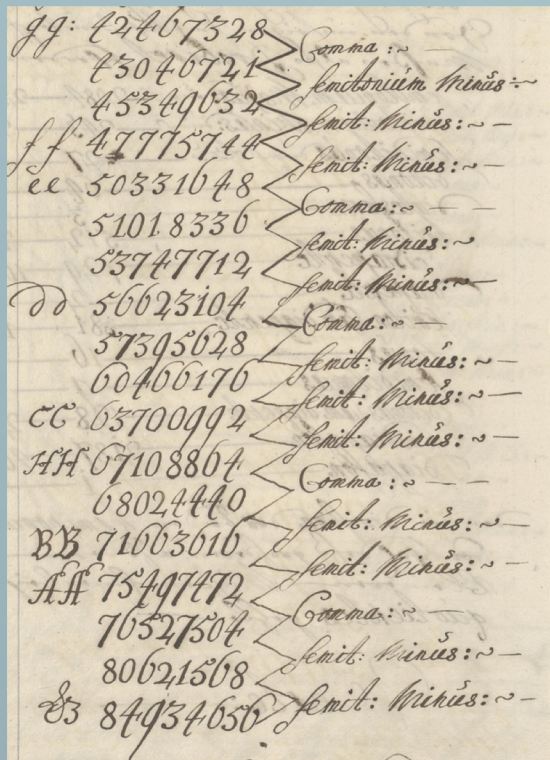
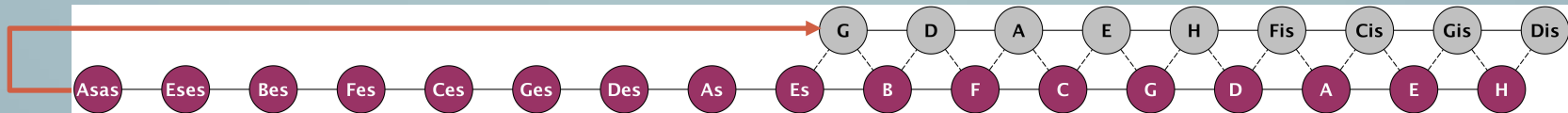
Generierung: Reine Quinten und Quartan

Umfang: 22 Stufen, 6 Hexachorde

Tonklassen: 8

Charakteristiken: Reine Quinten, pythagoreische Terzen

1. System



Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae*:
Compendium, D-Hs, NDV15002, S. 276.

Quelle : Stifel (1544), I, 75r.

Stimmungssystem: Pythagoreisch-enharmonisch

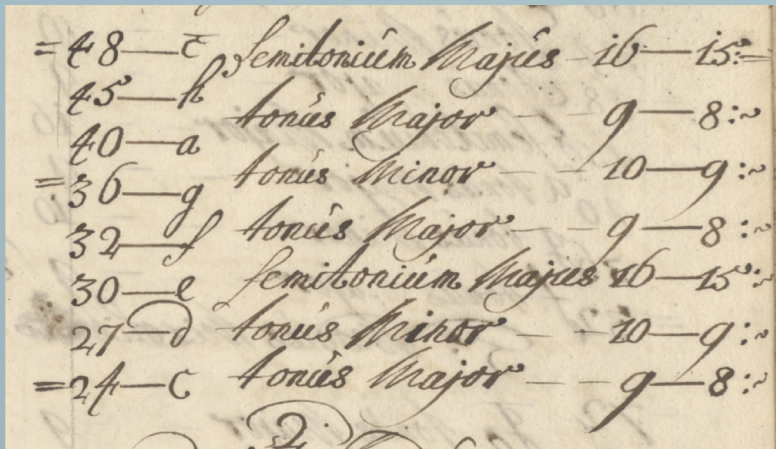
Generierung: Reine Quinten und Quarten

Umfang: 18 Stufen

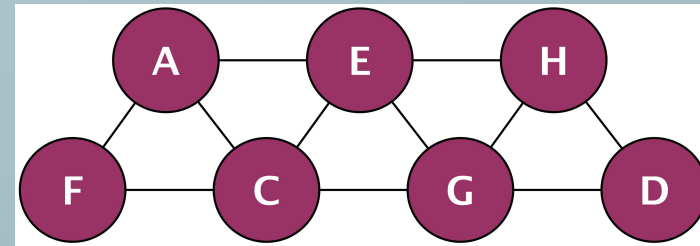
Tonklassen: 17

Charakteristiken: Reine Quinten, pythagoreische Terzen.
Wenn die Quinten von Asas bis Es enharmonisch aufgefasst werden (G bis Dis), ergeben sie annähernd reine Terzen über Es bis H (2 Cents Unterschied).

1. System



Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 273.



Quelle : Zarlino (1558), II. 40 (implizit)

Stimmungssystem: Syntonisch-diatonisch

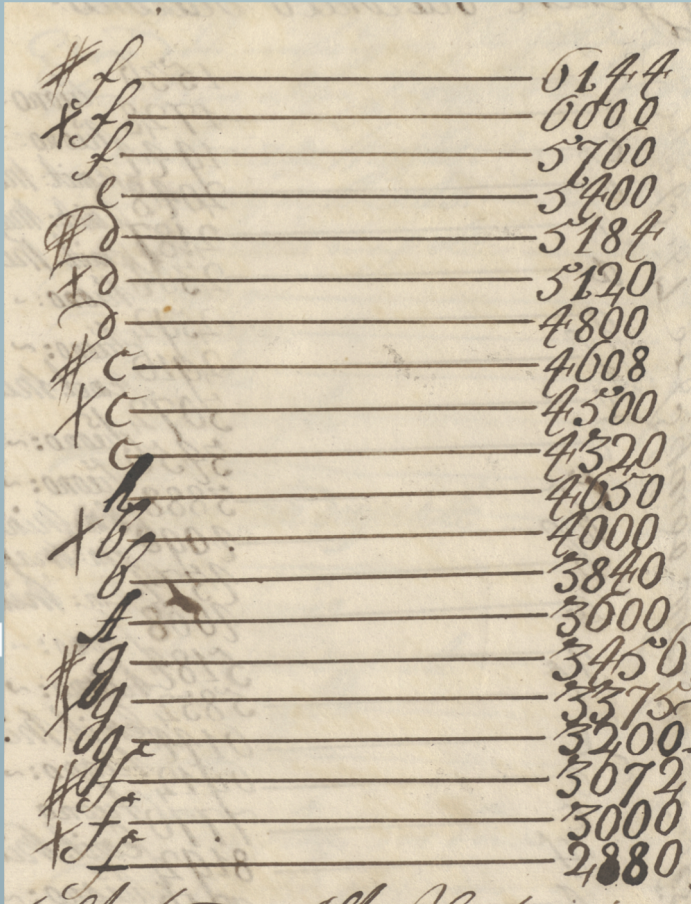
Generierung: Reine Quinten und Terzen

Umfang: 8 Stufen

Tonklassen: 7

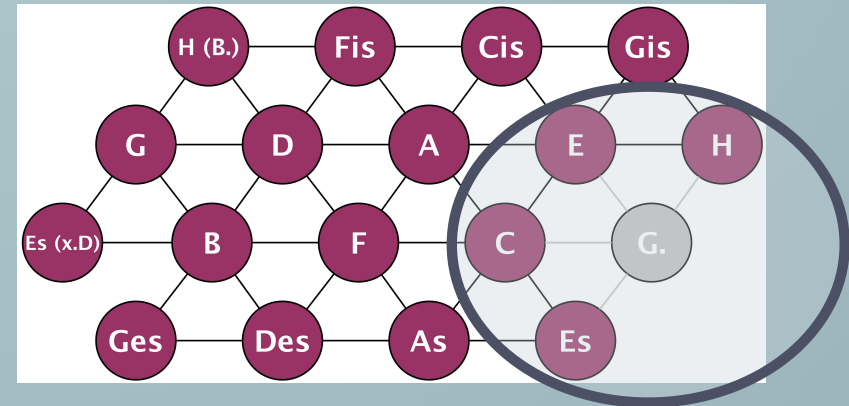
Charakteristiken: Reine Durakkorde auf F, C und G, reine Mollakkorde auf A und E. Wesentliches Problem: Mollakkord auf D.

1. System



#d	6144
xzf	6000
f	5760
e	5400
#d	5184
xo	5120
d	4800
#c	4608
xc	4500
c	4320
b	4050
xo	4000
o	3840
a	3600
#g	3450
xg	3375
g	3200
#f	3072
ff	3000
xz	2880

Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 273.



Quelle : Mersenne (1636), III, 154

Stimmungssystem: Syntonisch-enharmonisch

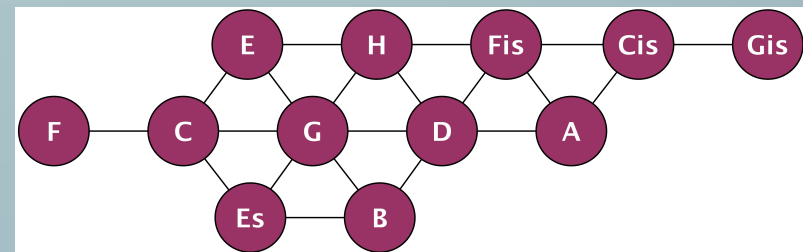
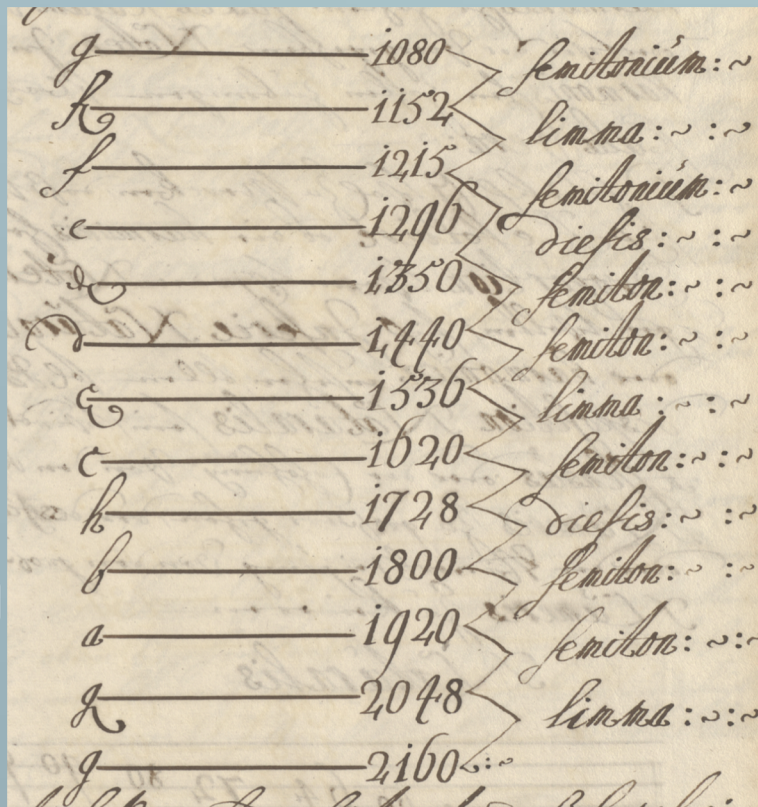
Generierung: Reine Quinten und Terzen

Umfang: 20 (19) Stufen

Tonklassen: 17 (Original: 18)

Charakteristiken: Reine Terzen und Quinten auf allen diatonischen Stammtönen (F, G, A, B, C, D, E). Ausnahme in der Fassung von Reincken C-Dur, C-Moll, E-Moll.

1. System



Zitierte Quelle : Kepler (1619),

Stimmungssystem: Syntonisch-chromatisch

Generierung: Reine Quinten und Terzen

Umfang: 13 Stufen

Tonklassen: 12

Charakteristiken: Reine Durdreiklänge auf C, G, D (aber nicht auf F) reine Molldreiklänge auf C, G, E, H und Fis (aber nicht auf D).

2. Modus

Authentische Modi

h'	90		Jonicus		Phrygius	Lydius	Mixolydius	Aeolius
a'	80	1 1/8						
g'	72	1 1/9						
f'	64	1 1/8						
e'	60	1 1/15						
d'	54	1 1/9						
c'	48	1 1/8						
h	45	1 1/15		Dorius				
a	40	1 1/8						
g	36	1 1/9						
f	32	1 1/8						
e	30	1 1/15						
d	27	1 1/9						
c	24	1 1/8						

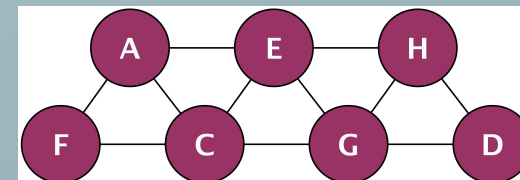
Irreguläre Modi

h	90		Hyperaeolius	Hyperphrygius
a	80	1 1/8		
g	72	1 1/9		
f	64	1 1/8		
e	60	1 1/15		
d	54	1 1/9		
c	48	1 1/8		
H	45	1 1/15		
A	40	1 1/8		
G	36	1 1/9		
F	32	1 1/8		

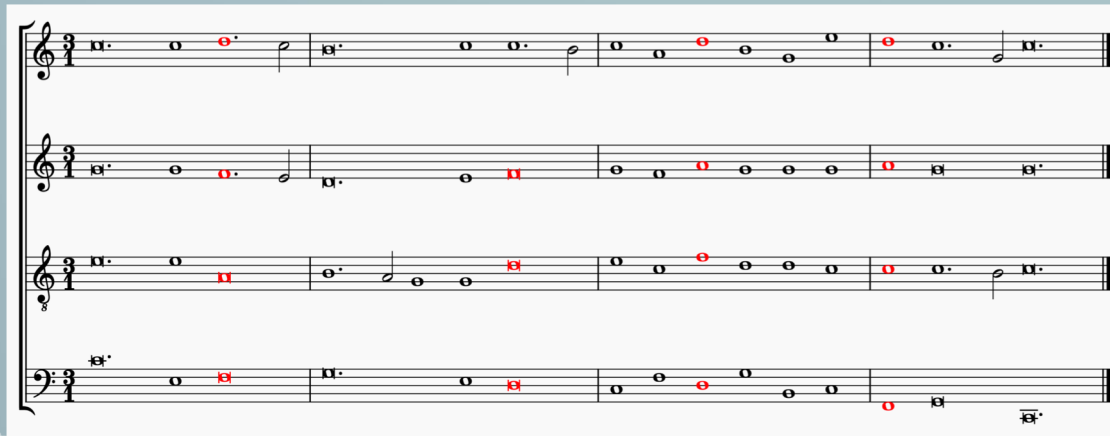
Plagale Modi

e'	120		Hypoionicus	Hypodorius	Hypophrygius	Hypolydius	Hypomixolydius	Hypoaeolius
d'	108	1 1/9						
c'	96	1 1/8						
h	90	1 1/15						
a	80	1 1/8						
g	72	1 1/9						
f	64	1 1/8						
e	60	1 1/15						
d	54	1 1/9						
c	48	1 1/8						
B	45	1 1/15						
A	40	1 1/8						
G	36	1 1/9						

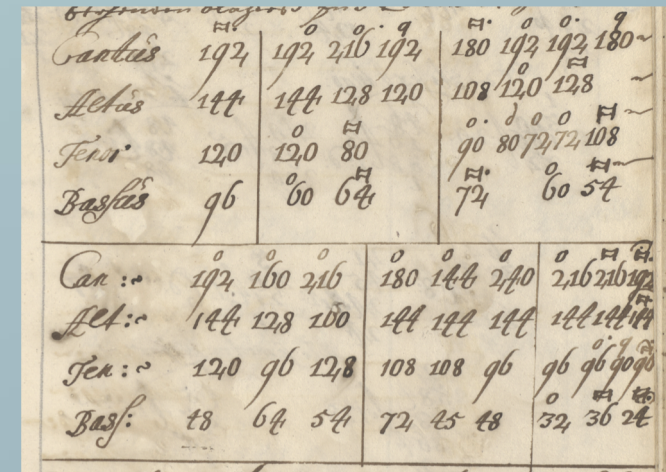
Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 263-267.



2. Modus



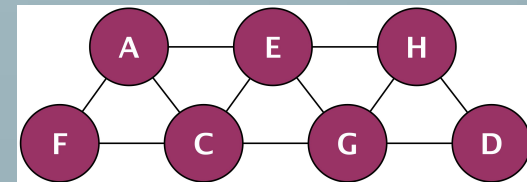
Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 287.

<i>Cantus</i>	192	192	216	192	180	192	192	180
<i>Altus</i>	144	144	128	120	108	120	128	
<i>Tenor</i>	120	120	80		90	80	72	108
<i>Bassus</i>	96	60	64		72	60	54	

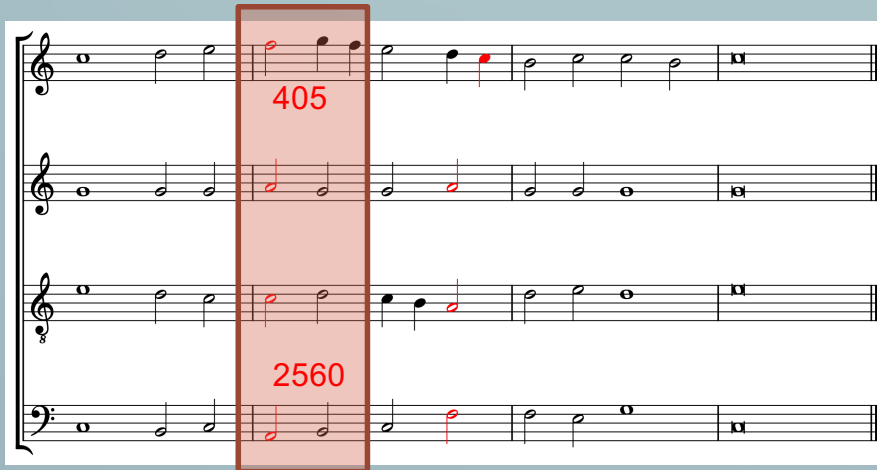
<i>Can.:</i>	192	160	216	180	144	210	216	216
<i>Alt.:</i>	144	128	160	144	144	144	144	144
<i>Ten.:</i>	120	96	128	108	108	96	96	96
<i>Bass:</i>	96	64	54	72	45	48	32	36

Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 289.



Reinckens Skalen- und Transpositionsverständnis im Kontext

2. Modus



405

2560

Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 283.

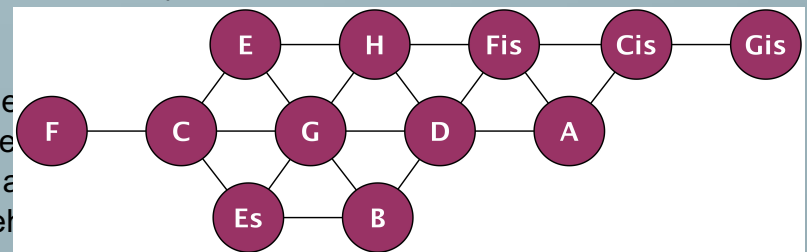


<i>Cantus</i> :~	540	480 ^{2/3} 432	405 ^{1/2} 300 405
<i>Altus</i> :~	720	720 720	640 720
<i>Tenor</i> :~	864	960 1080	1080 960
<i>Bassus</i> :~	2,160	2,304 2,160	2,160 2,560

<i>Cant.</i>	$\frac{1}{2}$ 132	$\frac{1}{2}$ 480	540	$\frac{1}{2}$ 576	540	$\frac{1}{2}$ 576	567	$\frac{2}{7}$ 570
<i>Alt.</i>	$\frac{1}{2}$ 720	640		$\frac{1}{2}$ 720	720	720		720
<i>Ten.</i>	$\frac{1}{2}$ 1180	1125	$\frac{1}{2}$ 1280		$\frac{1}{2}$ 960	864	960	864
<i>Bas.</i>	$\frac{1}{2}$ 2,160	1620		$\frac{1}{2}$ 1620	1728	1440		2,160

Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 286.

« Man beliebe aber zu wissen, daß In Etzlichen dan und wan die *Proportionibus* deß *generis diatonici diatoni* sich verwexelen we *Harmonisschen Zahl Clauseln* Alwo zwischen 405: und 2,560: a kommen soldten die Zahlen 32-5, welcheß doch Nicht geschief



Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 292.

3. Transposition

„[D]ise *Numeri* seindt zu verstehen so wol von den *modis musicis Regularibus* alß *transpositis*: In welchen die gänzliche übereinstimmunge aller *intervallen*, midt Nichten verenderrt werden muß, daß ist woo *toni majores minores*, *semitonia majora* stehen, In den *modis Regularibus*, müssen sie auch In den *transpositis* unverrucket bleiben und bey behalten werden“.

Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 267-268.

Sistema Jonicum Regulari: ~

c	16	15
k	9	10
a	10	9
g	9	8
f	16	15
e	10	9
d	10	9
c	9	8

Segue

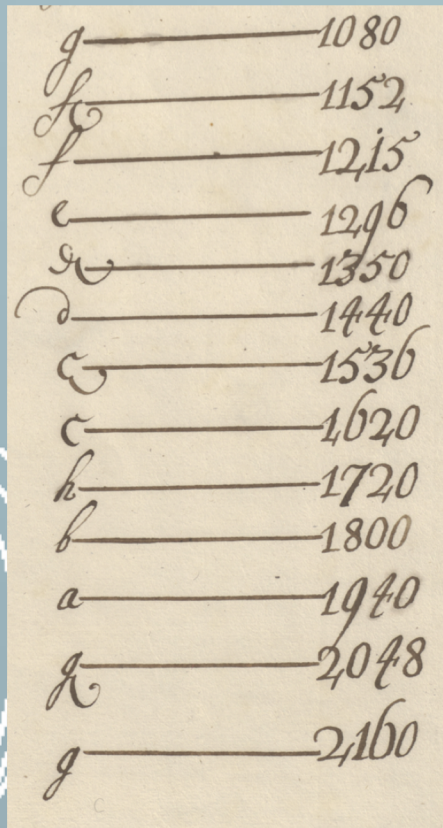
294
Sistema Jonicum Transpositum

f	16	15
e	9	8
c	10	9
b	9	8
a	16	15
g	10	9
f	9	8

Clauſula Harmonica: ~

Johann Adam Reincken, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 293-294.

3. Transposition



g	1080
f	1152
e	1215
d	1296
c	1350
b	1440
a	1536
G	1620
F	1720
E	1800
D	1940
C	2048
B	2160

« Wil man gaer die mühe Nehmen die *scalen* auff alle voorkommende *töne* zu richten, soo kan solches auch gaer füglich geschehen, daß man alsoo die *scalen* zu Einer Jedweden *Composition Paraet* und fertich haet. »

Johann Adam Reincken,
Musicae Aritmethicae: Compendium, D-Hs, NDVI5002, S. 298.

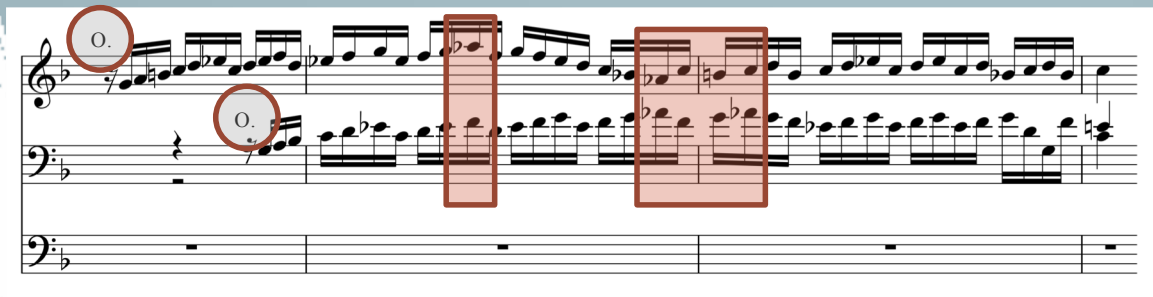
Johann Adam Reincken, *Musicae Aritmethicae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 295.

Fis	576	607,5	648	675	720	768	810	860	900	970	1024	1080	1152
F	607,5	648	675	720	768	810	860	900	970	1024	1080	1152	1215
E	648	675	720	768	810	860	900	970	1024	1080	1152	1215	1296
Dis	675	720	768	810	860	900	970	1024	1080	1152	1215	1296	1350
D	720	768	810	860	900	970	1024	1080	1152	1215	1296	1350	1440
Cis	768	810	860	900	970	1024	1080	1152	1215	1296	1350	1440	1536
C	810	860	900	970	1024	1080	1152	1215	1296	1350	1440	1536	1620
H	860	900	970	1024	1080	1152	1215	1296	1350	1440	1536	1620	1720
B	900	970	1024	1080	1152	1215	1296	1350	1440	1536	1620	1720	1800
A	970	1024	1080	1152	1215	1296	1350	1440	1536	1620	1720	1800	1940
Gis	1024	1080	1152	1215	1296	1350	1440	1536	1620	1720	1800	1940	2048
G	1080	1152	1215	1296	1350	1440	1536	1620	1720	1800	1940	2048	2160
Fis	1152	1215	1296	1350	1440	1536	1620	1720	1800	1940	2048	2160	2304
F	1215	1296	1350	1440	1536	1620	1720	1800	1940	2048	2160	2304	2430
E	1296	1350	1440	1536	1620	1720	1800	1940	2048	2160	2304	2430	2592
Dis	1350	1440	1536	1620	1720	1800	1940	2048	2160	2304	2430	2592	2700
D	1440	1536	1620	1720	1800	1940	2048	2160	2304	2430	2592	2700	2880
Cis	1536	1620	1720	1800	1940	2048	2160	2304	2430	2592	2700	2880	3072
C	1620	1720	1800	1940	2048	2160	2304	2430	2592	2700	2880	3072	3240
H	1720	1800	1940	2048	2160	2304	2430	2592	2700	2880	3072	3240	3440
B	1800	1940	2048	2160	2304	2430	2592	2700	2880	3072	3240	3440	3600
A	1940	2048	2160	2304	2430	2592	2700	2880	3072	3240	3440	3600	3880
Gis	2048	2160	2304	2430	2592	2700	2880	3072	3240	3440	3600	3880	4096
G	2160	2304	2430	2592	2700	2880	3072	3240	3440	3600	3880	4096	

Erweiterte Mitteltönigkeit in Reinckens Choralfantasien



Johann Adam Reincken, *An Wasserflüssen Babylon*, T. 229-230.



Johann Adam Reincken, *An Wasserflüssen Babylon*, T. 297-299.



Johann Adam Reincken, *Was kann uns kommen an für Not*, T. 120-122.

	As	Dis
Oberwerk	9	1
Rückpositiv	2	

Okkurrenz der Tonhöhen *as* und *dis* in den beiden Choralfantasien.

Gegebenheiten in St. Katharinen

Jahr Orgelbauer	Rückpositiv	Hauptwerk	Oberwerk	Brustwerk
1630-1631 Frietzsch	CDEFGA-g2a2 41 Töne	CDEFGA-g2a2 41 Töne	CDEFGA-g2-a2 41 Töne	CDEFGA-c3 45 Töne (4?) Subsemitonien
1671-1674 Besser				CDEFGA-c3 45 Töne (4?) Subsemitonien entfernt
1742 Busch	CDEFGA-c3 45 Töne	CDEFGA-c3 45 Töne	CDEFGA-c3 45 Töne	CDEFGA-c3 45 Töne

Nach Ibo Orgties, „Gottfried Frietzschs Orgelbau in Hamburg: St. Katharinen und die Subsemitonien“, Ars organi 68/3 (2020), S. 152.

Moral-philosophische und theologische Implikationen

„*Causa efficiens Prima* Ist ohne Zweifel Godt: alß welcher alleß nach Zahlen maeß undt gewicht geordnet Sap: 11 v: 21 [...]“

Johann Adam Reincken, *Musicae Aritmethicae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 128.

„[A]lsoo Ist die *causa finalis* zu Erst hinwidrumb Gottes Ehr, [...] hernacher aber die *erudition* [...], *Item* aller töne, welche midt zahlen zu *exprmiren* [...], Wißenschaft; daß wyr Nehmlich die *Intervalla*, nicht Nuhr [...] aussprechen möge, sondern auch [...] recht unter scheiden, recht *Judiciren*, unt alsoo Nutzlich gebrauchen können, alle *fondamenten*, In der *music* zu *demonstiren*, undt daß midt solchen *Rationibus*, dehnen keiner [...] widersprechen wirdt:“

Johann Adam Reincken, *Musicae Aritmethicae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002, S. 139.



Johann Adam Reincken, *Hortus Musicus*, Wichmann, 1688, *basso continuo*, Titelblatt.

Quellen und Studien (Auswahl)

- Defant, Christine, „Johann Adam Reinckens ‚Hortus Musicus‘: Versuch einer Deutung als Metapher für die hochbarocke Musikauffassung in Deutschland“, *Die Musikforschung*, 42/2 (1989), S. 128-148.
- Kepler, Johannes, *The harmony of the world*, E. J. Aiton, A. M. Duncan, J. C. Field (Hrsg. und Übers.), Philadelphia (Pa.), American philosophical society, 1997.
- Lindley, Mark, „Stimmung und Temperatur“, *Hören, Messen und Rechnen in der frühen Neuzeit*, (Geschichte der Musiktheorie, Band 6), Frieder Zaminer (Hrsg.), S. 109-331.
- Meeùs, Nicolas, „Mode et système: conceptions ancienne et moderne de la modalité“, *Musurgia* 4/3 (2007), p. 67-80.
- Mersenne, Marin, *Harmonie universelle contenant la théorie et la pratique de la musique*, Paris, Cramoizy, 1636.
- Ortgies, Ibo, „Gottfried Fritzschs Orgelbau in Hamburg: St. Katharinen und die Subsemitonien“, *Ars organi* 68/3 (2020), 146-156.
- Ortgies, Ibo, *Die Praxis der Orgelstimmung in Norddeutschland im 17. und 18. Jahrhundert und ihr Verhältnis zur zeitgenössischen Musikpraxis*, Göteborgs Universitet, 2004.
- Reincken, Johann Adam, *Hortus Musicus*, Wichmann, 1688.
- Reincken, Johann Adam, *Musicae Arithmeticae: Compendium*, D-Hs, NDVI5002.
- Stifel, Michael, *Arithmetica integra*, Nürnberg, Petreium, 1544.
- Vogel, Harald, „Mitteltönig – Wohltemperiert: Der Wandel der Stimmunsästhetik im norddeutschen Orgelbau und Orgelrepertoire des 17. und 18. Jh“, *Jarhbuch Alte Musik*, 1 (1989), Thomas Albert et Gisela Jaacks (Hrsg.), Wilhelmshaven, Florian Noetzel, S. 119-151.
- Zarlino, Gioseffo, *Le Istitutione harmoniche*, Venedig, [s.ed.], 1558.
- Zarlino, Gioseffo, *Theorie des Tonsystems: das erste und zweite Buch der Istitutioni harmoniche – Gioseffo Zarlino aus dem Italienischen übersetzt, mit Anmerkungen, Kommentaren und einem Nachwort versehen*, Michael Fend (ed. und übers.), Frankfurt am Main u.a., Peter Lang.