



**HAL**  
open science

## Formation mécanique des fluides - Notes sur les concepts de base

Yoann Lefevre, Sylvain Mercier-Serezat, Frederic Restagno

### ► To cite this version:

Yoann Lefevre, Sylvain Mercier-Serezat, Frederic Restagno. Formation mécanique des fluides - Notes sur les concepts de base. 50 p., 2022. hal-03879826v2

**HAL Id: hal-03879826**

**<https://hal.science/hal-03879826v2>**

Submitted on 15 Mar 2023 (v2), last revised 27 Mar 2024 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

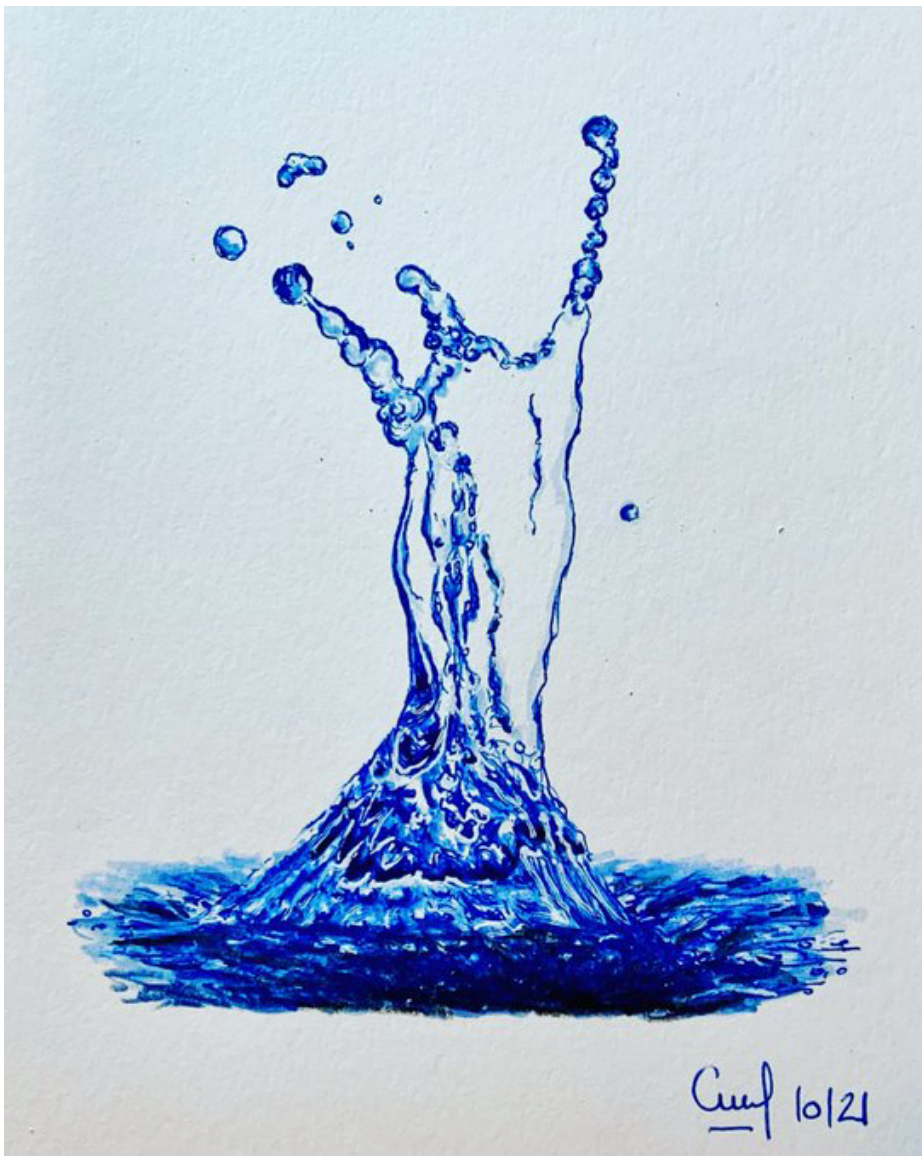


Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

# FORMATION MÉCANIQUE DES FLUIDES

NOTES SUR LES CONCEPTS DE BASE

YOANN LEFEVRE, SYLVAIN MERCIER-SEREZAT  
FRÉDÉRIC RESTAGNO



## Résumé

Ces notes de cours constituent la base du cours d'introduction à la mécanique des fluides présenté aux professeurs-es de physique-chimie de l'Académie d'Orléans-Tours le 22 novembre 2022 initiée par Mélanie Perrin IA-IPR. Il contient à la fois des présentations de concepts accessibles à des élèves de terminale spécialité, mais aussi des idées plus avancées. Il ne constitue pas un exemple de cours qui pourrait être fait devant des élèves.

Malgré plusieurs relectures, ces notes sont susceptibles de contenir des coquilles. Si vous en voyez une, n'hésitez pas à nous contacter : frederic.restagno@cnrs.fr.

Ce document peut être distribué. La licence d'utilisation est CC BY-NC-ND.

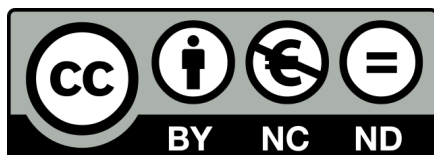


Photo de couverture : Cml\_dessinatrice (merci à elle).

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Notion de fluide et de pression</b>	<b>4</b>
1.1	Les fluides . . . . .	4
1.2	La pression . . . . .	7
1.2.1	Direction de la contrainte dans un fluide . . . . .	7
1.2.2	Pression atmosphérique et ordres de grandeur . . . . .	10
1.2.3	Signe de la pression dans un fluide . . . . .	12
1.2.4	Influence des conditions aux limites sur la pression . . . . .	13
1.3	Ne pas confondre un solide et un fluide . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Hydrostatique</b>	<b>15</b>
2.1	Relation fondamentale de l'hydrostatique . . . . .	15
2.1.1	Démonstration . . . . .	15
2.1.2	Applications . . . . .	17
2.2	Poussée d'Archimède . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Dynamique des fluides parfaits</b>	<b>23</b>
3.1	Définitions . . . . .	23
3.2	Débit en régime permanent . . . . .	24
3.3	Relation de Bernoulli . . . . .	26
3.4	Applications de l'équation de Bernoulli . . . . .	28
3.4.1	Phénomène de Venturi . . . . .	28
3.4.2	Vidange de Torricelli . . . . .	30
3.4.3	Tube de Pitot . . . . .	34
3.4.4	Portance des avions . . . . .	34
3.4.5	Effet Magnus . . . . .	34
3.4.6	Cavitation . . . . .	35
3.5	Limites des modèles . . . . .	35
3.5.1	Force tangentielle dans les fluides réels : notion de viscosité . . . . .	35
3.5.2	Fluide incompressible . . . . .	38
3.5.3	Pression au voisinage d'une interface courbée. Tension de surface. Mouillage . . . . .	40
<b>4</b>	<b>Conclusions</b>	<b>40</b>
4.1	Quelques représentations initiales des élèves . . . . .	40
4.2	Remarques finales . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Annexe : Notions utilisées et développées dans ce cours sur les fluides dans le programme de physique-chimie de lycée (voie générale uniquement)</b>	<b>43</b>
5.1	Seconde générale . . . . .	43
5.2	Première spécialité . . . . .	44
5.3	Terminale spécialité . . . . .	45
5.4	Enseignement scientifique de première . . . . .	46
<b>6</b>	<b>Annexe : quelques repères historiques</b>	<b>47</b>
6.1	Quelques noms célèbres . . . . .	47
6.2	Quelques repères historiques . . . . .	47



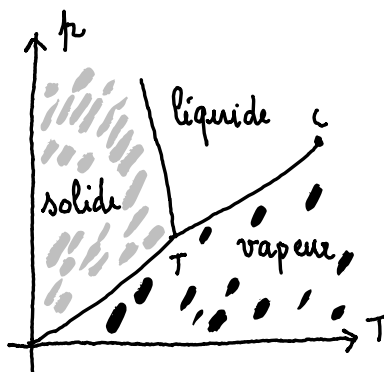


FIGURE 1 – Diagramme d'état de l'eau.

Les notions de fluide ont été abordées à de nombreuses reprises avec les élèves, en particulier à partir de la description des différents états de la matière. Il a été présenté aux élèves l'état solide, l'état liquide, et l'état gazeux comme représenté sur la figure 1. Ces différents états ont été présentés de manière macroscopique et microscopique. L'état solide est défini comme un état qui possède une forme propre et une masse volumique importante. Cela correspond à la situation où les molécules vibrent à l'échelle microscopique autour d'une position moyenne fixée. Les états gazeux et liquide sont des états dits fluides. Les molécules, à l'échelle microscopique, sont mobiles et peuvent diffuser dans tout l'espace. La différence entre l'état gazeux et l'état liquide est essentiellement liée à la masse volumique du matériau. Bien que pour des températures inférieures au point critique, il existe une transition de phase du premier ordre pour passer d'un état à l'autre, les symétries de ces deux états sont les mêmes. Néanmoins, pour différencier liquide et gaz, les liquides sont peu compressibles, alors que les gaz sont relativement compressibles. Une autre différence notable est que les gaz, enfermés dans un récipient, occupent tout le récipient contrairement aux liquides.

Dans ce cours, nous aborderons successivement la notion de fluide, d'un point de vue de la mécanique, les équations de la statique des fluides et leurs conséquences. Nous terminerons par la dynamique des fluides parfaits qui a fait son entrée au programme de terminale spécialité. Nous discuterons les limites des modèles présentés aux élèves à la fois en statique et en dynamique. Dans la conclusion, nous identifierons un certain nombre de conceptions initiales des élèves qui peuvent à la fois constituer une barrière aux apprentissages ou être utilisés par les professeurs-es.

## 1 Notion de fluide et de pression

### 1.1 Les fluides

**Approche moléculaire** La vision que l'on a aujourd'hui de la matière est essentiellement une vision atomique, malgré le fait que nous ne faisons quasiment jamais l'expérience sensible de son caractère discontinu. C'est d'ailleurs ainsi que nous avons présenté les différents états de la matière dans l'introduction. Les fluides apparaissent à haute température ou à faible pression dans un diagramme d'état des corps purs. La haute pression favorise le rapprochement des molécules et donc la phase liquide, la haute température favorise le désordre et donc la phase gazeuse. Cette présentation est relativement simplifiée, mais correspond bien à la réalité du diagramme d'état. Cependant, limiter la notion de fluide au corps pur est trop restrictif, et il y a un grand nombre de situations dans lesquelles, bien qu'on ne soit pas en présence d'un corps pur, la notion de fluide est pertinente. On peut penser, par exemple, aux mélanges homogènes, mais aussi aux fluides multiphasiques comme les liquides bulleux, les mousses, les émulsions ou les suspensions. Il est à noter que la mécanique des fluides s'applique aussi de façon très efficace pour décrire la mécanique du manteau terrestre, un fluide  $10^{24}$  fois plus visqueux que l'eau.

Il est néanmoins plus facile, dans une première introduction, si on souhaite garder encore un peu une vision microscopique, de se restreindre au cas des corps purs. L'interaction entre deux molécules dans un corps pur peut être caractérisée par une énergie d'interaction  $E_p(r)$  (figure 2). Une forme classique d'énergie d'interaction est donnée par l'équation de Lennard-Jones. Il s'agit d'une forme

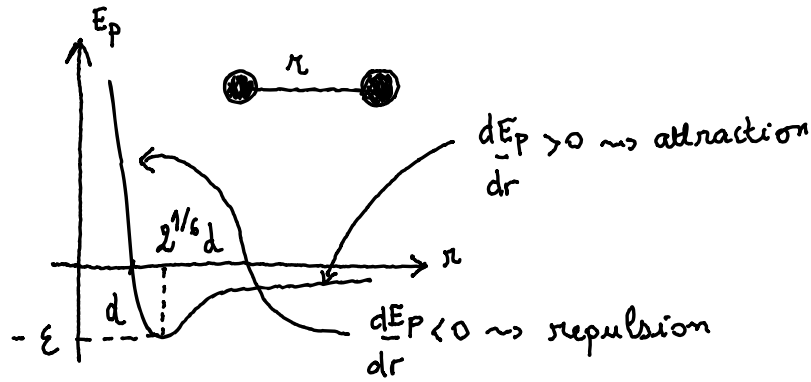


FIGURE 2 – Potentiel de Lennard-Jones entre deux molécules.

approchée qui rend raisonnablement bien compte de la forme attendue du potentiel d'interaction entre deux molécules, sans nécessairement inclure tous les détails (comme, en particulier, l'anisotropie de l'interaction entre deux molécules).

$$E_p = 4\epsilon \left[ \left( \frac{d}{r} \right)^{12} - \left( \frac{d}{r} \right)^6 \right] \quad (1)$$

Le premier terme positif, diverge quand  $r$  tend vers zéro. Il correspond à la répulsion des électrons d'après le principe d'exclusion de Pauli. Le deuxième terme, négatif, correspond aux interactions de Van der Waals, attractives. Si l'exposant 6 a une justification physique (c'est l'énergie d'interaction entre deux dipôles fluctuants). La valeur de l'exposant doit être choisie de façon suffisamment élevée pour assurer la répulsion entre les molécules, mais la valeur 12 simplifie les calculs analytiques.

L'intérêt de spécifier la forme du potentiel d'interaction entre les molécules est qu'elle permet de calculer théoriquement des équations d'état des fluides, c'est-à-dire les relations qui relient des grandeurs macroscopiques telles que température  $T$ , pression  $p$ , quantité de matière  $n$ . Ceci peut être fait en utilisant la physique statistique.

Si on simplifie la forme du potentiel d'interaction  $E_p(r)$  en négligeant la composante attractive et la taille finie des molécules, on se retrouve dans le cas du gaz parfait. Le gaz parfait, vérifie l'équation d'état des gaz parfaits :

$$pV = nRT \quad (2)$$

où  $R$  est la constante des gaz parfaits. On retrouve, pour une transformation isotherme, l'équation de Mariotte. Ce modèle des gaz parfaits est associé à une interprétation microscopique de la pression, liée au transfert de quantité de mouvement des molécules lors des chocs sur les parois du récipient. La pression a une origine cinétique.

Dans le cas de molécules qui ont une partie attractive dans leur potentiel, d'interaction, l'équation d'état est plus compliquée et s'écarte de l'équation du gaz parfait. Une forme classique d'équation d'état, qui tient à la fois compte de l'attraction entre les molécules et de leur taille finie, est l'équation de Van der Waals :

$$\left( p + \frac{an^2}{v^2} \right) (v - nb) = nRT \quad (3)$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes caractéristiques du fluide considéré. Le terme  $b$  est appelé terme de volume exclu. Il est la signature dans l'équation d'état de la partie répulsive du potentiel. Le terme en  $a(\frac{n}{v})^2$  est la signature des interactions attractives entre les molécules. On parle parfois de pression moléculaire.

Finalement, les notions macroscopiques de pression et de température sont des variables d'état du fluide.

**Échelle mésoscopique** Il est alors intéressant de définir à partir de quelle échelle, il est possible de définir des variables d'état. Imaginons un fluide dans lequel les atomes sont représentés comme sur la figure 3. À l'intérieur de ces fluides, il est possible de construire une boîte de taille  $r^3$ . On peut calculer

la masse volumique moyenne de cette boîte  $\rho$  en divisant la masse  $m$  contenue dans cette boîte par le volume de cette boîte  $r^3$ . Dans la situation représentée sur la figure, la boîte est initialement vide. La masse volumique est égale à 0. Lorsque la boîte touche les premiers atomes, la masse à l'intérieur de la boîte augmente progressivement et donc la masse volumique effective aussi. Après avoir passé un premier rang d'atomes, la masse dans la boîte reste constante alors que son volume augmente : la masse volumique se met à décroître. La masse volumique réaugmente quand on touche un 2e rang d'atomes. Quand la boîte se met à être suffisamment grande, alors l'ajout d'une nouvelle couche d'atomes est lissé et la masse volumique devient indépendante de la taille de la boîte. On peut se demander combien d'atomes, au minimum, il faut pour que les fluctuations soient totalement lissées. On peut donner un argument numérique : les simulations numériques montrent que les fluctuations de densités obtenues par ce calcul sont lissées dès que la boîte contient environ  $10^6$  molécules. Un autre argument, revient à dire que les fluctuations relative d'une grandeur statistique fluctuent avec une amplitude d'ordre  $\sqrt{N}$ , où  $N$  est le nombre de mesures, ainsi définir la masse volumique à 0,1 % nécessitera d'avoir  $\sqrt{N} = 0,001$ , soit  $N = 10^6$ . C'est l'échelle mésoscopique. On peut ainsi définir plusieurs échelles pour décrire les fluides. Ainsi, la taille minimale pour pouvoir définir de façon satisfaisante la masse volumique semble être une boîte de taille  $100 \times 100 \times 100 d^3$  où  $d$  est la distance moyenne entre deux molécules dans le gaz. C'est effectivement la taille minimale pour pouvoir définir une masse volumique. Pour pouvoir définir une vitesse moyenne, les choses sont un peu plus compliquées : ce qui compte, c'est d'avoir eu  $10^6$  chocs entre les particules ! Il faut donc introduire comme distance caractéristique, non plus la distance  $d$  entre les particules mais la distance entre deux chocs, qui est le libre parcours moyen  $\lambda$ . Si pour un liquide on a  $d$  et  $\lambda$  qui sont du même ordre de grandeur, ce n'est pas le cas dans les gaz.

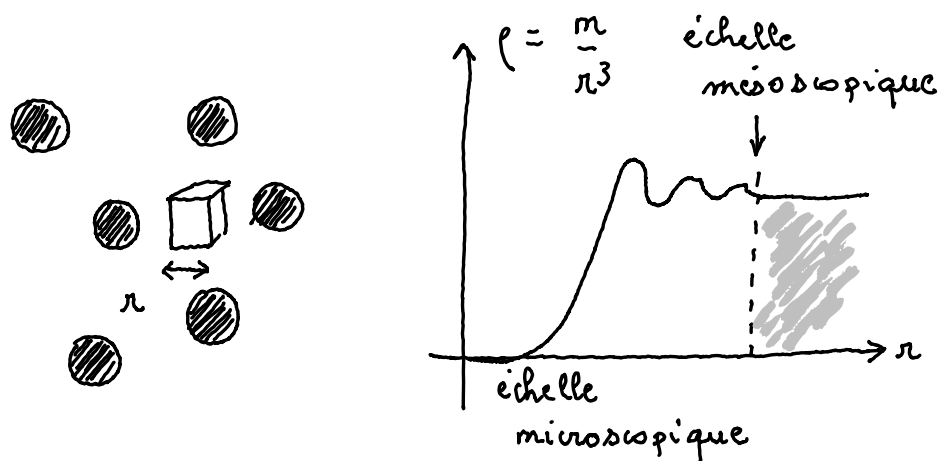


FIGURE 3 – De l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique. Notion de particule fluide et d'échelle mésoscopique.

Ainsi, il est possible de définir plusieurs échelles dans un fluide :

- l'échelle microscopique est l'échelle des molécules du fluide. C'est l'échelle fixée par le libre parcours moyen noté  $\lambda$  dans le fluide.
- l'échelle macroscopique. C'est à cette échelle de l'expérience.
- l'échelle mésoscopique caractérisée par une taille  $\delta = 100\lambda$ . C'est l'échelle minimale pour pouvoir faire de la mécanique des milieux continus. On pourra construire des particules fluides dont on pourra définir, masse, vitesse, compte-tenu de la discussion précédente.

Pour un liquide, le libre parcours moyen est de l'ordre de la taille des molécules. Ainsi, on a typiquement  $\lambda = 0,5 \text{ nm}$ . Ce qui fait une particule fluide de  $125\,000 \text{ nm}^3$ .

**Question : Quel est la taille d'une particule fluide dans l'air ?**

En théorie cinétique des gaz, on peut montrer que le libre parcours moyen est typiquement

$$\lambda \simeq \frac{V}{N\pi d^2} = \frac{kT}{\pi d^2 p}$$

Si on prend  $p = 1,013 \times 10^5$  Pa,  $T = 298$  K,  $d = 0,315$  nm (pour l'azote), on trouve  $\lambda = 130$  nm. Il est à noter que cette distance est très supérieure à la distance moyenne entre deux molécules dans le gaz  $(V/N)^{1/3}$  qui vaut typiquement 3,5 nm dans ces conditions. Ainsi, la taille de la particule fluide fait typiquement 13  $\mu\text{m}$  soit un volume de 2200  $\mu\text{m}^3$ .

L'approximation des milieux continus, associée à l'existence de cette échelle mésoscopique, permet de définir des champs scalaires et vectoriels, issus de processus de moyenne :  $\vec{a}(M, t)$ ,  $\vec{v}(M, t)$  et  $\rho(M, t)$  qui représentent ainsi les champs d'accélération, de vitesse et de densité dans un fluide. La mécanique est donc ainsi une théorie de champs.

## 1.2 La pression

### 1.2.1 Direction de la contrainte dans un fluide

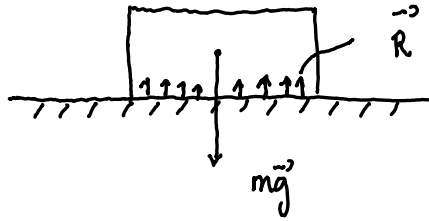


FIGURE 4 – Les forces de surface entre deux solides en contact sont responsables de la réaction du support.

Il existe en mécanique des fluides, comme en mécanique des systèmes, des forces à distance comme la pesanteur qui va s'exercer sur un fluide, et des forces «de contact». Ainsi, au contact entre deux solides, comme on peut le voir sur la figure 4, les interactions entre les atomes des deux solides sont responsables de la force de réaction qui est une force répartie. La manière classique de représenter les forces de contact et la réaction du support est de penser que ce sont les nuages électroniques des molécules du solide qui sont repoussées par les nuages électroniques du support. Néanmoins, une autre façon de voir les choses, est d'imaginer que le solide applique une force pressante qui conduit à la déformation élastique du support, et que c'est la réponse élastique du support qui est responsable de la réaction. On fait alors rentrer ce problème, naturellement, dans le champ de la mécanique des milieux continus.

Les fluides sont l'autre grande classe de milieux continus... Si l'on imagine un volume de fluide, comme représenté sur la figure 5, les molécules du volume 1, interagissent avec les molécules du volume extérieur, noté 2 ici. Si on considère les interactions de contact, et le transfert de quantité de mouvement entre 1 et 2, il est raisonnable de penser que les forces qui s'exercent sur un petit élément de volume  $dS$  sont proportionnelles au nombre de molécules en interaction et donc à la surface  $dS$ . Plus précisément, la force infinitésimale que le milieu 2 exerce sur le milieu 1 au niveau de la surface  $dS$  peut s'écrire :

$$d\vec{F}_{21} = \vec{\sigma}_{21} dS \quad (4)$$

Le vecteur  $\vec{\sigma}_{21}$ , qui représente la force par unité de surface qu'exerce le milieu 2 sur le milieu 1, est appelé contrainte interfaciale. Il s'agit à nouveau d'un champ de vecteurs qui peut être défini en chaque point du fluide. Sa norme a la dimension d'une force, divisée par une surface. La contrainte se mesure en pascals. Le vecteur contrainte, peut-être séparé en deux composantes :

- Une composante normale, perpendiculaire à l'interface et portée par le vecteur unitaire  $\vec{n}_{12}$ . Cette composante normale peut s'écrire :

$$\vec{\sigma}_{21} \cdot \vec{n}_{12} = -p_{12} \quad (5)$$

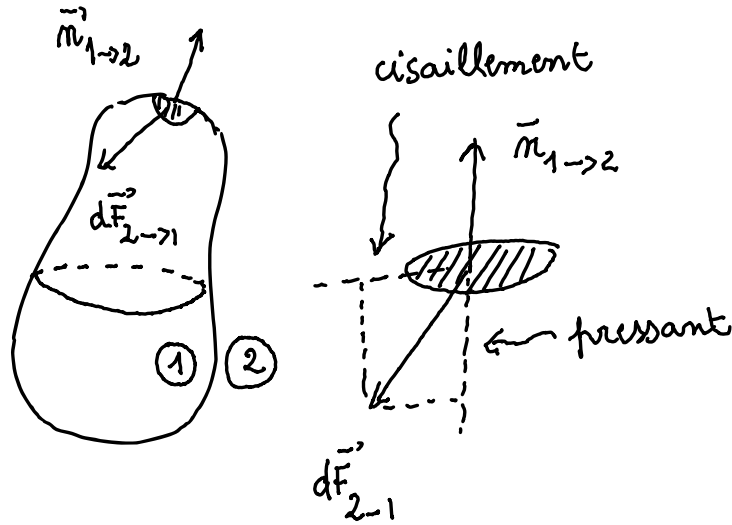


FIGURE 5 – Contraintes dans un fluide.

Le signe négatif est là pour signifier qu'en général, les forces du milieu 2 «appuient» sur le milieu 1.

— Une composante dans le plan de l'élément de  $dS$  appelée contrainte de cisaillement

Le principe de l'action et la réaction s'applique sur le petit élément  $dS$ . Ainsi, on peut écrire :

$$d\vec{F}_{12} = -d\vec{F}_{21} \quad (6)$$

Ce qui conduit à  $p_{12} = p_{21} = p$ .  $p$  est la pression dans le fluide. Les forces s'expriment en newtons, les surfaces en  $m^2$ , la pression se mesure en pascals, avec  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ .

**Question : D'un point de vue mécanique, comment définir un fluide ?**

On définit un fluide comme un matériau qui ne peut pas maintenir une contrainte de cisaillement, sans s'écouler.

Les matériaux granulaires, les pâtes, les gels, ou plus généralement les matériaux dits à seuil d'écoulement, c'est-à-dire qui sont capables, lorsqu'on les cisaille un peu, de soutenir cette contrainte de cisaillement, et de revenir à leur position initiale si on supprime cette contrainte ne vérifions pas les équations que nous développerons dans la suite de ce cours. En particulier, ils ne vérifieront pas la relation fondamentale de l'hydrostatique. Des fluides newtoniens, même très visqueux, vérifieront, eux, la relation fondamentale de l'hydrostatique.

Ainsi, on retiendra que, dans un fluide au repos, la seule contrainte à prendre en compte est la composante normale de la contrainte : la pression. La pression est une caractéristique d'un fluide au repos, définie par la relation :

$$d\vec{F}_{21} = -pdS\vec{n}_{12} \quad (7)$$

où  $p$  est la pression du fluide. Il s'agit d'une propriété du fluide, définie en chaque point.

Réciproquement, le fluide 1 exerce sur le milieu extérieur une force élémentaire

$$d\vec{F}_{12} = pdS\vec{n}_{12} \quad (8)$$

### À retenir

La force pressante élémentaire que le fluide 1 exerce sur le milieu extérieur noté 2, notée  $d\vec{F}_{12}$  est normale à la surface  $dS$ . Sa norme est proportionnelle à la pression dans le fluide, au voisinage de la surface élémentaire  $dS$  :

$$p = \frac{dF_{12}}{dS} \quad (9)$$

La pression est homogène à une force par unité de surface. Elle se mesure en pascals (Pa) avec  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ . Si la pression dans le fluide est uniforme sur une surface  $S$  macroscopique, cette relation peut-être intégrée et donne la force pressante exercée par un fluide sur une surface  $S$  si la pression du fluide est  $p$  :

$$p = \frac{F_{12}}{S} \quad (10)$$

Il existe plusieurs unités de pressions usuelles, qui ne sont pas l'unité du système international.

- 1 atmosphère (atm) =  $1,013 \times 10^5$  Pa.
- 1 bar =  $10^5$  Pa.
- 1 millimètre de mercure (mm Hg ou Torr) = 133 Pa (voir 2.1.2).

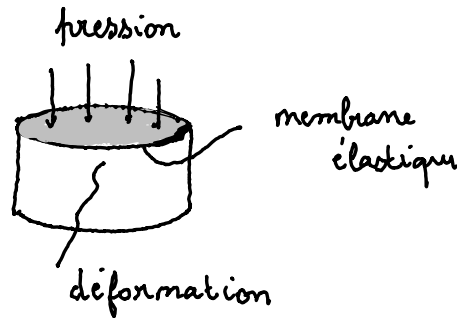


FIGURE 6 – Principe de réalisation d'un manomètre.

Il est possible de mesurer la pression dans un fluide grâce à un manomètre comme représenté sur la figure 6. Un manomètre est un système de mesure de la pression dans lequel une membrane élastique est en contact avec le fluide. Si on note  $p$  la pression du fluide uniforme au voisinage de la membrane, alors la force pressante déforme la membrane élastique du manomètre. En mesurant la déformation de la membrane, dans le régime de déformation élastique, on peut mesurer la pression.

L'expérience montre que dans un fluide au repos, la pression est indépendante de l'orientation du manomètre, même si le fluide est placé dans un champ de pesanteur. On écrit parfois abusivement que la pression est isotrope, ce qui n'a pas de sens mathématiquement, la pression étant une grandeur scalaire. Mathématiquement, l'indépendance de la pression avec la direction d'orientation du manomètre devrait plutôt s'exprimer comme l'isotropie du tenseur des contraintes, mais qui ne peut pas être exprimé ainsi, ni devant un élève de lycée ni devant un élève de CPGE. Ce résultat est contre-intuitif, mais est complètement lié à la définition du fluide que nous venons de faire.

**Question : Montrer qu'un fluide qui n'est soumis à aucune contrainte de cisaillement est forcément un fluide dans lequel la contrainte de pression ne dépend pas de l'orientation.**

On peut comprendre l'isotropie de la force pressante dans un fluide grâce au schéma de la figure 7. Imaginons un cube de taille  $a^3$  soumis à des pressions  $p_1$  et  $p_2$  différentes dans les directions respectivement  $x$  et  $y$ . Sur la figure, on a représenté le cas de pressions positives. Si on coupe le cube en deux, suivant une diagonale, il sera soumis sur cette surface  $a^2\sqrt{2}$  à une autre pression  $p_3$ . L'équilibre des forces donne par projection sur les directions  $x$  et  $y$  :

$$p_2 a^2 - p_3 \cos(45^\circ) \sqrt{2} a^2 = p_2 a^2 - p_3 a^2 = 0 \quad (11)$$

$$-p_1 a^2 + p_3 \cos(45^\circ) \sqrt{2} a^2 = -p_1 a^2 + p_3 a^2 = 0 \quad (12)$$

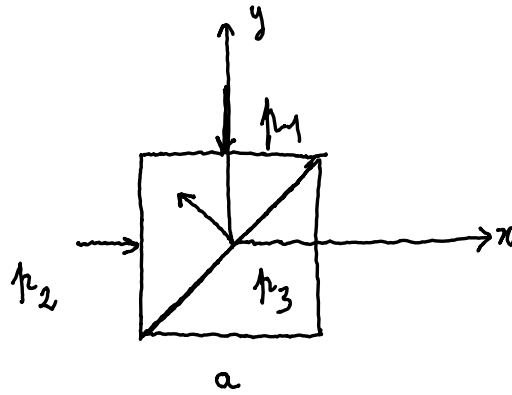


FIGURE 7 – Isotropie des contraintes dans un fluide.

Ce qui donne  $p_1 = p_2 = p_3$ . Ainsi dire que toutes les contraintes sont normales dans un fluide implique nécessairement que la force pressante est la même dans toutes les directions.

### 1.2.2 Pression atmosphérique et ordres de grandeur

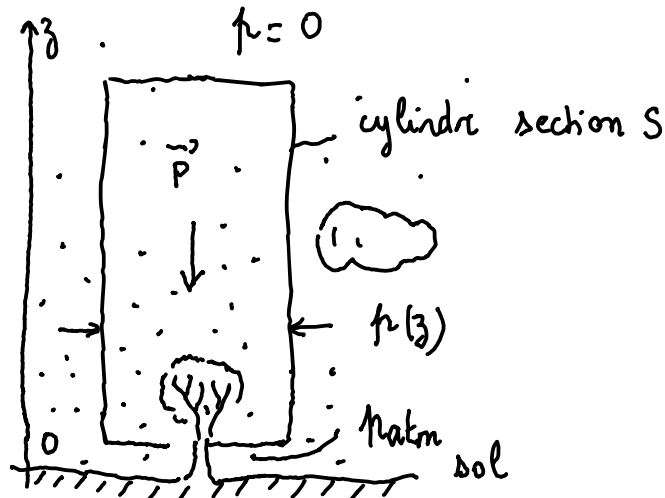


FIGURE 8 – Pression atmosphérique et colonne d'air.

L'origine de la pression atmosphérique peut être comprise par des arguments de mécanique. Si on imagine une colonne d'air comprise entre le sol (mais juste au-dessus) et la haute atmosphère dans lequel la pression est nulle, cette colonne d'air est soumise à son poids de norme  $P$ , et à la force pressante de l'air sur toutes les faces du cylindre. La pression de l'air étant la même dans tout plan horizontal, les forces sur les faces latérales du cylindre s'annulent. Sur la face du cylindre contenu dans la haute atmosphère, la pression est nulle, et donc la force pressante aussi. Sur la face inférieure, la norme de la force pressante est :  $p_{\text{atm}}S$ . Ainsi, l'équilibre de la colonne d'air impose :

$$p_{\text{atm}} = P/S \quad (13)$$

La pression atmosphérique au niveau du sol équilibre le poids de la colonne d'air. La pression atmosphérique, au niveau de la mer est en moyenne de 1 013,25 hPa ou 1 atm. Cela correspond typiquement à 1 kg/cm<sup>2</sup>. Il s'agit d'une force très importante.

Une expérience classique est représentée sur la figure 9. On remplit un récipient à ras bord (ou pas), on le ferme par une plaque, ici une carte de visite, et on le retourne. L'argument classiquement



FIGURE 9 – Fiole jaugée renversée sur une carte de visite. À gauche : en l’absence de bulle. À droite : en présence d’une bulle. Crédits (Frédéric Restagno).

donné aux élèves est simplement que la pression atmosphérique est grande et que c’est elle qui «tient le liquide». Néanmoins, cette explication pourrait être considérée par trop rapide par des élèves disant «Oui, mais si on remplace le liquide par un gaz dans le récipient, bien que le gaz soit plus léger, et que la pression atmosphérique est toujours importante, la carte ne tombe pas.» Pour répondre à cette objection d’élève, une analyse détaillée de l’expérience est nécessaire. Si un récipient est rempli à ras bord avant d’être retourné, il ne contient que de l’eau. La carte de visite est soumise à son poids, à la force pressante du liquide, à la force pressante de l’air sur la carte et éventuellement la réaction du bord en verre sur la carte. La pression atmosphérique étant la même dans l’air des deux côtés, elle exerce une force pressante de norme égale à la pression atmosphérique multipliée par le rayon du tube. Il faut donc que la pression dans le liquide, au niveau du goulot de la fiole, soit plus petite que la pression atmosphérique. L’équilibre des forces permet d’écrire la pression maximale du liquide en contact avec la carte au seuil de décrochage de la carte (pour pouvoir ne pas prendre en compte la réaction dans les équation) :

$$p_{\text{liquide}} = p_{\text{atm}} - \frac{mg}{S} \quad (14)$$

où  $m$  est la masse de la carte et  $S$  la section de la fiole. Ainsi, dans cette expérience, le liquide initialement à une pression comprise entre  $p_{\text{atm}}$  et  $p_{\text{atm}} + \rho gh$  où  $h$  est la hauteur de la fiole se retrouve à une pression comprise entre  $p_{\text{atm}} - mg/S$  et  $p_{\text{atm}} - mg/S - \rho gh$  en haut de la fiole. Ainsi, en moyenne, le fluide est passé de  $p_{\text{atm}} + \rho gh/2$  à  $p_{\text{atm}} - mg/S - \rho gh/2$ . La compressibilité isotherme du liquide permet d’estimer est définie, pour un fluide comme :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right) \quad (15)$$

Qui se réécrit, pour de petites variations de pression :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\Delta V}{\Delta P} \right) \quad (16)$$

ans l’expérience de la photographie, on a :

$$\Delta p = -mg/S - \rho gh \simeq -\rho gh \quad (17)$$

Pour  $h = 20$  cm, cela correspond à  $\Delta p \simeq -2000$  Pa. Pour l’eau, on a  $\chi_T = 4.5 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ , ce qui donne  $\Delta V/V \simeq 9 \times 10^{-7}$ . Pour une fiole, de volume total 0,5 L, cela correspond à une variation de



volume de  $4.5 \times 10^{-7}$  L. Pour la fiole considérée de section  $1 \text{ cm}^2$ , cela correspond à une variation de hauteur de liquide de 4 micromètres. Une fuite de hauteur de quelques micromètres entre la fiole et la carte ne permettrait pas de faire rentrer de l'air à cause de la tension de surface, ce qui explique que la carte peut tenir [CK16].

Cette expérience est aussi possible en présence d'une bulle. Nous laissons au lecteur la possibilité d'estimer le volume maximal de bulle admissible dans cette expérience...

### 1.2.3 Signe de la pression dans un fluide

Jusqu'à présent, au moins dans ce cours, nous n'avons pas précisé le signe de la pression. Nous avons montré que la pression atmosphérique était positive, nous avons parlé de forces pressantes, mais nous n'avons pas prouvé que la pression était toujours une grandeur positive. Dans l'équation qui définit la pression (eq. 5), la pression  $p_{12}$  est une grandeur algébrique.

Pour un gaz contenu dans un récipient, il exerce une force liée aux chocs des molécules sur le mur. Un modèle de théorie cinétique des gaz permet de relier la pression au nombre de molécules par unité de volume  $N/V$ , par la relation :

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m v^2 \quad (18)$$

où  $v$  est la vitesse quadratique moyenne des molécules du gaz. Cette pression est toujours positive.

En fait, la pression, comme nous l'avons vu, est une propriété du fluide, indépendante de la pression de la paroi. Ainsi, si nous considérons une particule fluide cubique, comme représenté sur la figure 10, on voit qu'il existe un transfert permanent de molécules entre l'extérieur et l'intérieur de la particule fluide. Si l'on considère, en particulier, la face de droite, on voit qu'une molécule qui sort de la particule

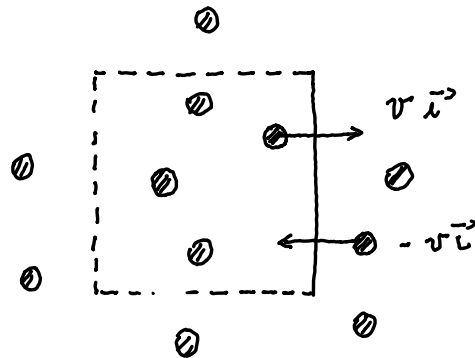


FIGURE 10 – Transfert de quantité de mouvement sur une particule fluide.

fluide emporte avec elle un peu de quantité de mouvement, et exerce donc une petite force dirigée vers la gauche sur la particule fluide (comme le feraient les réacteurs d'une fusée). Réciproquement, quand une molécule traverse la face de droite, elle apporte avec elle une petite quantité de mouvement. Cette petite quantité de mouvement contribue à une petite force vers la gauche, elle aussi. Ce sont ces transferts permanents de quantité de mouvement qui sont responsables de la pression à l'intérieur du fluide et qui expliquent qu'en général le fluide extérieur appuie sur la particule fluide, donnant naissance à une pression positive. Le même argument de théorie cinétique des gaz que celui conduisant à l'équation 18, s'applique.

**Question : La pression d'un liquide peut-elle être négative ?**

Pour mettre un liquide sous pression négative, il faut «tirer» dessus comme sur la figure de gauche de la figure 11 dans lequel on tire sur un fluide dans une seringue. On dit qu'on met le fluide sous tension. En fait, ceci est tout à fait possible et compatible avec les forces d'attraction entre les molécules représentées sur la figure 2.

Plus précisément, si on regarde l'isotherme de Van der Waals représenté sur la figure de droite de la figure 11, un fluide peut-être sous deux états : gazeux à des pressions inférieures à la pression de vapeur saturante, liquide au dessus de la température de vapeur saturante . Cette isotherme est

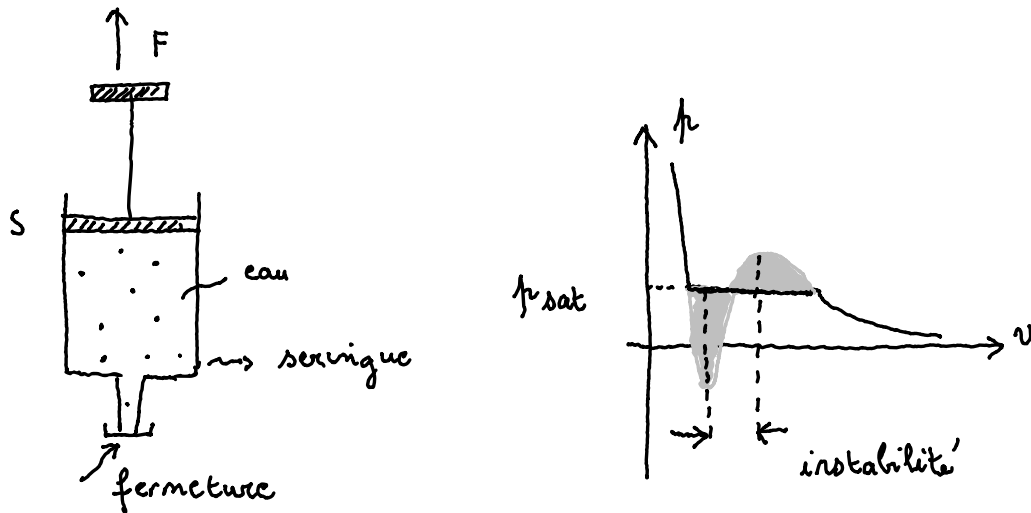


FIGURE 11 – Gauche : Mise en tension d'un liquide. Droite : Isotherme de Van der Waals. Pression minimale.

construit à la fois avec l'équation d'état de Van der Waals (eq. 3) et la règle des aires de Maxwell pour positionner la pression de vapeur saturante.

Ainsi, quand la pression de la seringue diminue, le liquide dans la seringue doit se mettre à bouillir quand la pression devient égale à la pression de vapeur saturante de la température de l'expérience. Une bulle devrait apparaître. Néanmoins, la création d'une bulle nécessite de l'énergie. Il faut passer une barrière de nucléation. En l'absence de défauts sur la seringue, on devrait être capable de tirer sur le liquide tant que la barrière d'activation de nucléation d'une bulle est grande devant l'énergie thermique dans le système. Ceci fixe une valeur de pression minimale qui correspond à la disparition de cette barrière d'énergie nécessaire pour nucléer une bulle. Cette limite s'appelle la limite de décomposition spinodale de l'eau.

Si on considère pour fixer les idées que l'isotherme de l'eau vérifie l'isotherme de van der Waals de l'équation 3, représentée sur la partie droite de la figure 11), elle correspond au minimum de l'isotherme. Pour l'eau, le minimum de l'isotherme est de plusieurs centaines de megapascals.

#### À retenir

On retiendra qu'une pression peut être positive ou négative, même si l'expérience quotidienne nous place très préférentiellement dans le cas des pressions positives.

#### 1.2.4 Influence des conditions aux limites sur la pression

Lorsqu'on considère la surface libre d'un liquide, si on considère un petit élément cubique à la surface, il est soumis à l'effet de l'air au-dessus, à la pression atmosphérique  $p_{\text{atm}}$  et à la pression  $p_{\text{surf}}$  du liquide, juste sous la surface (figure 12). Pour que ce petit élément de surface soit à l'équilibre, il faut que la contrainte de l'air, sur la face du haut soit compensée par la contrainte exercée par le liquide sur la face du bas. Ceci impose que  $p_{\text{surf}} = p_{\text{atm}}$ . On peut prendre ce petit tube aussi petit que l'on souhaite, ainsi, on retiendra qu'il y a continuité de la pression à la traversée d'une interface plane.

#### À retenir

On retiendra que la pression est une grandeur continue à la traversée d'une interface plane entre deux fluides.

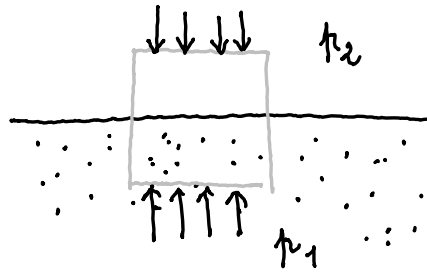


FIGURE 12 – Continuité de la pression à la traversée d’une interface.

On a décrit la pression comme une force par unité de surface dont la cause est le transfert de quantité de mouvement, ou l’interaction entre les particules des deux côtés d’une interface. La pression a été définie comme une caractéristique des fluides. Il est donc naturel de se poser la question de ce que vaut la pression dans un fluide, au voisinage d’une paroi et comment la nature chimique de la paroi affecte la valeur de la pression dans le fluide, au voisinage de la paroi. Pour être plus spécifique,

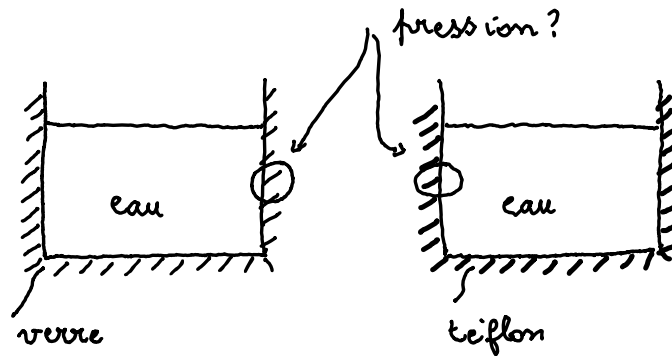


FIGURE 13 – Influence du matériau sur la pression.

la pression au voisinage d’une paroi hydrophile comme du verre ou d’une paroi hydrophobe comme du PTFE (figure 13) est-elle la même? La réponse à cette question est, oui, et pour être plus précis, on peut montrer que la composante de la contrainte normale à l’interface est continue quand on traverse l’interface eau-contenant (attention, on vient dans cette phrase, pour la première fois de parler de pression dans un solide). La présence d’une interface crée très localement une composante tangentielle du tenseur des contraintes à une échelle inférieure à l’échelle de la particule fluide que l’on considère dans ce cours. Ainsi, en toute rigueur, il peut y avoir une contrainte tangentielle dans un fluide au repos, mais uniquement localisée dans l’extrême propriété de la paroi solide. Cette anisotropie de la contrainte au voisinage est en fait reliée à l’existence d’une tension superficielle fluide-parois. Elle existe, très localement, à la traversée de toute interface et n’est absolument pas au programme ni des lycées, ni des CPGE.

Néanmoins, si on considère un fluide confiné dans des récipients de taille nanométrique, la présence des parois modifie la pression du fluide. C’est la notion de pression de disjonction dans les liquides confinés. C’est aussi une notion strictement hors programme mais fondamentale quand on veut comprendre la pression d’un liquide dans des nanopores, ou des films de savons très minces.

#### À retenir

On retiendra que la pression est une propriété du fluide, et qu’elle ne dépend pas de la nature des contenants, sauf à s’intéresser à des épaisseurs de liquide nanométriques.

### 1.3 Ne pas confondre un solide et un fluide

Lorsqu'on parle de solides, et non plus de fluide, on préférera éviter d'utiliser le terme de pression, car il existe des contraintes de cisaillement et la pression ne représente plus qu'un des différentes contraintes existantes.

Pour mieux sentir que solides élastiques et fluides se comportent de façon très différente : imaginons qu'on appuie un cylindre métallique de rayon  $R$ , sur une surface de caoutchouc, beaucoup plus déformable que le cylindre. On fait l'hypothèse qu'il y a glissement entre le cylindre et le demi-espace en caoutchouc. On applique une force  $F$  sur le cylindre. Il est tentant de demander quelle est la pression exercée par le cylindre sur la surface de caoutchouc, et on peut rencontrer ce genre de questions dans des exercices de première. La réponse attendue est alors  $p = F/(\pi R^2)$ . Ceci correspond effectivement à la pression moyenne dans le contact si on la définit ainsi. . Néanmoins, un calcul d'élasticité linéaire dans le contact montre que ceci ne correspond pas du tout à la «pression» locale dans le contact définie comme la composante de la locale de la contrainte normale. On peut trouver des solutions analytique au champ de «pression»  $p(r)$  où  $r$  est la distance au centre [JJ87] :

$$p(r) = \frac{F}{\pi R^2} \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}} \quad (19)$$

On voit que la pression, même au centre du contact, ne correspond pas à ce qu'on aurait été tenté d'appeler la pression moyenne. On remarque aussi que la contrainte normale diverge en bord de contact et devient ainsi bien plus grande que la pression qui avait été calculée.

Afin d'éviter des confusions, il est intéressant de ne parler que de pression que pour les liquides, au moins au niveau des classes de lycée. On essaiera d'éviter de dire «le piston applique une pression  $p = F/S$  sur le fluide contenu dans la seringue». On préférera dire «le piston de la seringue exerce une force de norme  $F$ . Il en résulte une pression dans le fluide égale à  $F/s$ .»

## 2 Hydrostatique

L'hydrostatique est le domaine des fluides au repos, dans lesquels, comme nous l'avons dit, il n'y a pas de contrainte tangentielle, sur aucun élément de fluide, quelle que soit son orientation. Les applications de la statique des fluides sont nombreuses, elles vont d'application en biologie, en génie civil, en géophysique, en astrophysique. Seules certaines applications seront étudiées dans ce cours, par faute de temps.

### 2.1 Relation fondamentale de l'hydrostatique

#### 2.1.1 Démonstration

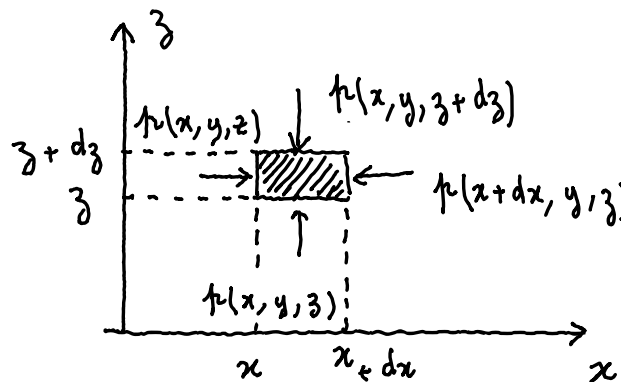


FIGURE 14 – Équilibre d'un élément de volume  $dxdydz$  sous l'effet des forces de pression et du poids.

Considérons un élément de fluide de volume  $dxdydz$  comme représenté sur la figure 14. Cet élément de fluide constitue un système fermé auquel il est possible d'appliquer les théorèmes généraux de la

mécanique. On se place dans un référentiel supposé galiléen. Les forces exercées sur cet élément de volume sont :

- le poids de cet élément de fluide  $\rho \vec{g} dx dy dz$ ,
- les contraintes sur les différentes faces.

On applique le principe fondamental de la dynamique sur le système :

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad (20)$$

On s'intéresse ici uniquement à la projection de cette loi sur l'axe  $Ox$  et sur l'axe  $Oz$  respectivement :

$$p(x, y, z) dy dz - p(x + dx, y, z) dy dz = 0 \quad (21)$$

$$p(x, y, z) dx dy - p(x, y, z + dz) dx dy - \rho g dx dy dz = 0 \quad (22)$$

L'équation 21 donne naturellement :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (23)$$

#### À retenir

On retiendra que la pression est la même dans tout plan horizontal d'un fluide au repos : les lignes de niveau sont des isobares.

L'équation 21 donne naturellement :

$$-\frac{dp}{dz} - \rho g = 0, \quad (24)$$

Dans laquelle les dérivées partielles ont été remplacées par des dérivées simples, la pression ne dépendant plus que de  $z$ .

#### À retenir

L'équation fondamentale de l'hydrostatique relie le gradient vertical de pression locale à l'accélération de la pesanteur  $g$  et à la masse volumique locale du fluide  $\rho$ , et s'écrit, pour un axe  $Oz$  orienté vers le haut :

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g, \quad (25)$$

Le signe négatif signifie que la pression diminue avec la hauteur dans un fluide.

**Cas des liquides incompressibles** Considérons la situation de la figure 15a) dans le cas des liquides pour lesquels, on peut considérer  $\rho$  comme une constante. Il est possible d'intégrer simplement cette relation entre deux altitudes  $z_A$  et  $z_B$  pour lesquelles les pressions seront respectivement  $p(z_A)$  et  $p(z_B)$  :

$$\int_{p(A)}^{p(B)} \frac{dp}{dz} dz = - \int_{z_A}^{z_B} \rho g dz \quad (26)$$

#### À retenir

La différence de pression entre deux points A et B où la pression est notée respectivement  $p_A$  et  $p_B$ , repérés par leurs positions  $z_A$  et  $z_B$ , est donnée par la loi fondamentale de la statique des fluides :

$$p(B) - p(A) = -\rho g(z_B - z_A) = \rho g h \quad (27)$$

où  $h = z_A - z_B > 0$  sur le schéma. Pour que cette équation soit valide, il faut que l'axe vertical soit orienté vers le haut. On note que  $p_B > p_A$  si  $z_B < z_A$  : La pression augmente lorsqu'on s'enfonce dans un liquide.

Dans le cas de l'eau,  $\rho = 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ , on trouve qu'une différence de hauteur  $h = 10 \text{ m}$  correspond à une différence de pression de  $0,98 \times 10^5 \text{ Pa}$ , soit environ une atmosphère.

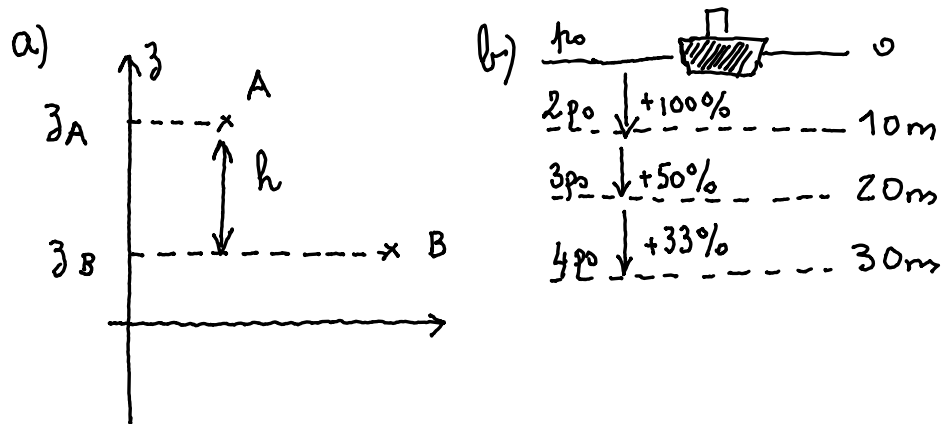


FIGURE 15 – a) Variation de pression à l'intérieur d'un fluide incompressible. b) Évolution de la pression en plongée.

Néanmoins, comme on peut le voir sur le schéma 15b), en pourcentage, la pression augmente davantage dans les dix premiers mètres que par la suite. D'où la nécessité d'être particulièrement vigilant dans la zone des 10 m, en prévention des accidents barotraumatiques entre autres.

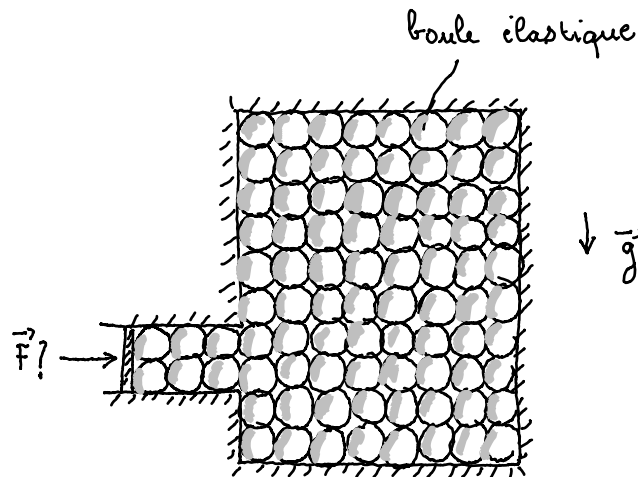


FIGURE 16 – Boules dans un récipient : isotropie des contraintes.

La compréhension de la statique des fluides est assez contre-intuitive. En effet, on dit que si on connaît la pression en un point du liquide, on peut connaître la pression du liquide dans tout le fluide avec deux hypothèses : la pression est la même sur toute ligne horizontale dans le fluide, la pression augmente si on s'enfonce dans le fluide, la pression diminue si on monte dans le fluide. Ceci peut être qualitativement compris en regardant l'expérience de pensées représentée sur la figure 16. On imagine un récipient de forme complexe qui contient des boules élastiques sans frottement. Il est clair que l'application d'une force  $F$  va se transmettre dans tout l'empilement de boules. De plus, la force qu'exerce une boule sur sa voisine dépend de la position dans l'empilement. Au bas du récipient, les boules sont affectées par la présence des boules du dessus, ce qui n'est pas le cas pour les boules du dessus.

### 2.1.2 Applications

**Le baromètre** Torricelli imagine l'expérience suivante : un tube de verre contenant du mercure est retourné sur un récipient lui-même rempli de mercure (figure 17). Une partie du mercure contenu dans

le tube s'écoule dans le récipient, laissant un espace vide en apparence en haut du tube de verre. Cette expérience est réalisée en 1644. Torricelli en donne l'explication suivante : «La force qui empêche le mercure de tomber, comme cela devrait normalement être le cas, est extérieure à l'espace laissé libre au-dessus du mercure.» Il convient de reformuler cette explication de façon plus moderne en disant que ce qui empêche le mercure de tomber est la présence d'air, au-dessus du bain, à la pression atmosphérique. Ainsi, l'air étant à la pression atmosphérique impose la pression du liquide au point A.

La pression du liquide est constante sur toute ligne horizontale. Ainsi :

$$p(A') = p_{\text{atm}} \quad (28)$$

Pour que le fluide dans le tube entre A' et B soit en équilibre, il faut, d'après l'équation 27 :

$$p(z_B) - p(z'_A) = p(z_B) - p(z_{\text{atm}}) = -\rho gh < 0 \quad (29)$$

Si à l'époque de Torricelli, la nature du fluide au-dessus du point B pose débat, car le dogme de l'époque est l'*horror vacui* : la nature à horreur du vide. En fait, au point B, il n'y a pas du vide, mais de la vapeur de mercure à la pression de vapeur saturante du mercure, en accord avec le diagramme d'état du mercure qui ressemble à celui présenté sur la figure 1. La pression de vapeur saturante du mercure est typiquement de 20 Pa, soit négligeable devant la pression atmosphérique.

#### À retenir

La hauteur de la colonne de mercure dans un baromètre de Torricelli est proportionnelle à la pression atmosphérique,  $p_{\text{atm}}$  à la masse volumique du mercure  $\rho$  et à l'accélération de la pesanteur  $g$  :

$$p(z_{\text{atm}}) = \rho gh \quad (30)$$

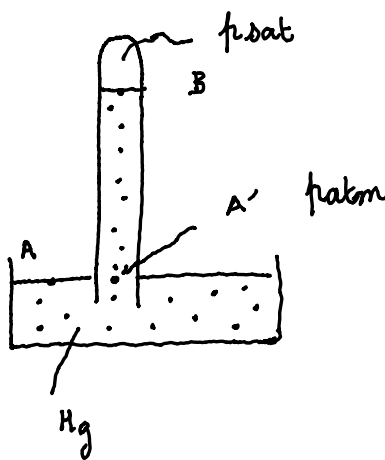


FIGURE 17 – Principe du baromètre.

Pour du mercure de masse volumique  $\rho = 13,6 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , une pression  $p_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ , on trouve  $h = 760 \text{ mm}$ . Si les pressions en météorologies étaient souvent données en millimètres de mercure jusque dans les années 1980, la pression atmosphérique n'est plus guère donnée dans cette unité. Néanmoins, l'équation 30 permet une conversion naturelle entre les deux unités qui avait été annoncé, sans justification dans la section 1.2.1.

Aujourd'hui, les médecins utilisent encore le millimètre de mercure pour mesurer la tension artérielle. La valeur normale de la pression artérielle est de 120/80. Le chiffre le plus élevé est la pression maximale, lorsque le cœur se contracte pour se vider. C'est la pression systolique. Le chiffre le moins élevé est la pression minimale, lorsque le cœur se relâche pour se remplir. C'est la pression diastolique. Ces deux chiffres sont mesurés en millimètres de mercure.

**Question : Comment interpréter le texte suivant de Galilée ?**

**Dans son Discours concernant les deux sciences nouvelles, Galilée rapporte que les**

fontainiers du parc du Grand Duc de Florence ne parviennent pas à pomper l'eau d'un puits par aspiration au-delà d'une profondeur de dix mètres : « Il m'arriva un jour d'observer une citerne à laquelle on avait adapté une pompe dans la conviction qu'on en pourrait tirer de l'eau à moindre peine ; l'eau montait par aspiration et non sous une poussée. Tant que l'eau atteignait un niveau déterminé dans la citerne, la pompe la tirait en abondance, mais elle cessait d'opérer en deçà d'une certaine hauteur. Je crus que l'appareil était détérioré, mais l'artisan que j'avais trouvé pour faire la réparation me dit qu'il n'y avait aucun défaut, sinon du côté de l'eau qui, étant trop basse, ne souffrait plus d'être élevée aussi haut. Et il ajouta qu'aucune pompe, qu'aucune machine agissant par aspiration n'avait le pouvoir de la faire monter d'un cheveu au-delà de dix-huit coudées, ce chiffre représentant la hauteur maximale, quelle que soit la largeur des pompes. » Pour répondre à cette question, il faut imaginer l'expérience de Torricelli avec de l'eau, plutôt que du mercure. Dans ce cas, la hauteur pour laquelle on aurait équilibre est la solution de l'équation 30 en prenant pour masse volumique, celle de l'eau (On fait ici l'hypothèse que la pression de vapeur saturante de l'eau à température ambiante est aussi négligeable devant la pression atmosphérique.) est 10,33 m. C'est la hauteur pour laquelle l'eau va se vaporiser si elle ne se met pas en tension.

### Un peu d'histoire...

**Blaise Pascal**, né le 19 juin 1623 à Clermont (aujourd'hui Clermont-Ferrand) en Auvergne et mort le 19 août 1662 à Paris, est un mathématicien, un physicien, un inventeur, un philosophe, moraliste et théologien français. Blaise Pascal a réalisé la fameuse expérience des liqueurs (qu'on traduirait aujourd'hui par expérience des liquides), qui prouva qu'il existait une « pression atmosphérique ».



**Tonneau de Pascal** Dans le *Traité des liqueurs* de Pascal, on ne retrouve aucune description de l'expérience du tonneau de Pascal, parfois connue sous le nom d'expérience du crève-tonneau. L'expérience, souvent de pensée, est la suivante : on remplit un tonneau de plusieurs centaines de litres à l'aide d'un petit tuyau (figure 18). On montre qu'un volume assez faible d'eau permet de faire crever le tonneau.

Si l'on se donne un tonneau de rayon  $R = 0,5$  m, de hauteur  $H = 1$  m et qu'on le met en contact avec un tuyau de diamètre  $r = 10$  mm. On peut calculer que le volume du tonneau est de  $8 \times 10^2$  L. Si on verse 1 L d'eau supplémentaire dans le tuyau, cela correspond à une hauteur d'eau dans le tuyau  $h = 10^{-3}/(\pi r^2) = 3$  m. Ces trois mètres d'eau, qui ne « pèsent » qu'un kilogramme, conduisent à une augmentation de la pression dans le tuyau de  $3 \times 10^4$  Pa. Cette pression, dans le fluide, crée une force pressante sur les planches du tonneau extrêmement importante. Pour des planches de 10 cm de large, cela correspond à une force pressante typique de  $3 \times 10^3$  N. Ceci correspond au poids d'une masse de 300 kg rajouté sur chaque planche !

**Presse hydraulique** Une autre expérience classique est l'expérience de la presse hydraulique représentée sur la figure 19. On imagine qu'un opérateur exerce au point A une force  $F_A$ . Pour que le piston en A soit en équilibre, il faut que la pression du fluide en A, équilibre la force appliquée et soit égale à  $p_A = F_A/S_A$ . Pour que le piston en B soit en équilibre, lui aussi, il faut que la pression du fluide en B, équilibre la force appliquée et soit égale à  $p_B = F_A/S_A = B$  ou  $F_B$  est la force sur le piston B.



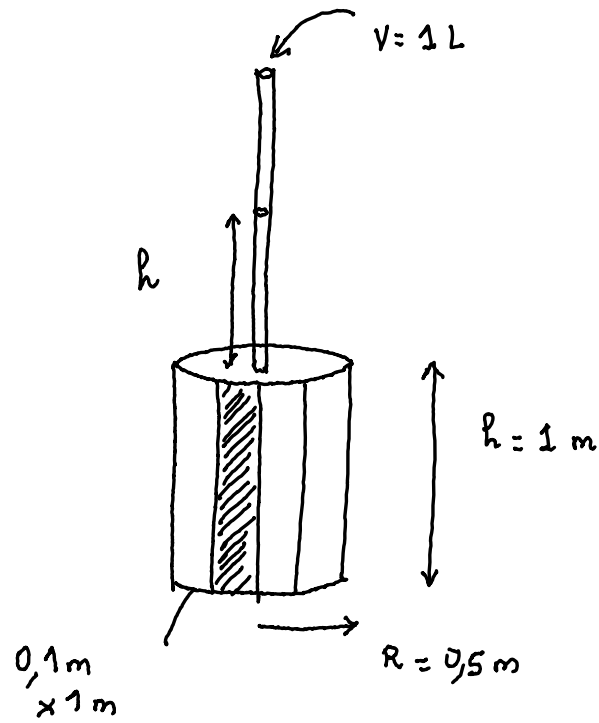


FIGURE 18 – Tonneau de Pascal.

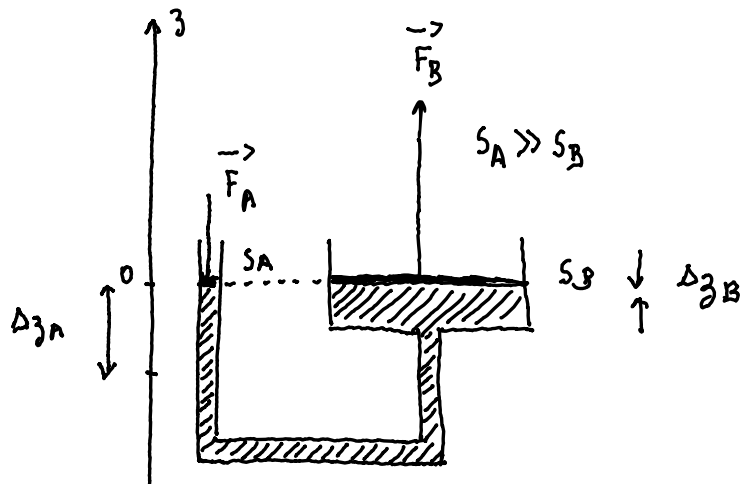


FIGURE 19 – Principe d'une presse hydraulique.

L'équilibre du fluide, impose, lui que  $p_A = p_B$  puisque les points A et B sont à la même hauteur dans le fluide. On voit une nouvelle fois que les fluides transmettent les pressions. On se place dans la situation de la figure pour laquelle  $S_B \gg S_A$ . On a donc :

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B} \quad (31)$$

Soit :

$$F_B = F_A \frac{S_B}{S_A} \gg F_A \quad (32)$$

C'est le principe des presses hydrauliques : contrairement aux solides qui transmettent des forces, les liquides incompressibles transmettent des pressions.

**Question : Cette amplification drastique de la force n'est-elle pas en violation avec le principe de conservation de l'énergie.**

La réponse à cette question est bien évidemment non. Pour sortir de ce paradoxe, il faut «faire travailler» les forces, c'est-à-dire, déplacer le point de la force en A. Si on déplace A, d'une quantité  $\Delta z_A$ , le point d'application en B sera déplacé d'une quantité  $\Delta z_B \ll \Delta z_A$ . Pour être plus précis, la conservation du volume impliquera  $\Delta z_B = S_A \Delta z_A / S_B$ , ce qui permet d'écrire que le travail fourni en A est exactement récupéré en B.

## 2.2 Poussée d'Archimède

### Un peu d'histoire...

**Archimède de Syracuse** né à Syracuse vers 287 av. J.-C. et mort en cette même ville en 212 av. J.-C., est un grand scientifique grec de Sicile (Grande-Grèce) de l'Antiquité, physicien, astronome, mathématicien et ingénieur. Il est considéré comme l'un des principaux scientifiques de l'Antiquité classique. Ses travaux sur la flottabilité des corps et son travail sur le levier sont des piliers de la physique classique.



Tout corps plongé dans un fluide au repos, subit une force verticale, dirigée de bas en haut et égale (et opposée) au poids du volume de fluide déplacé. Cette force est appelée poussée d'Archimède. Elle s'applique au centre de masse du fluide déplacé, appelé centre de poussée. Cette relation n'implique rien sur l'homogénéité ou la compressibilité du fluide.

Considérons un fluide au repos comme représenté sur la figure 20. On délimite, par la pensée, un certain volume de forme quelconque au sein de ce fluide. Ce volume est, lui aussi, au repos : malgré son poids  $\vec{P}$ , ce volume ne tombe pas. Cela signifie donc que son poids est rigoureusement compensé par une force  $\vec{R}$  opposée, qui le maintient sur place, et qui provient de la résultante des forces de pression du fluide extérieur. On a :

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \quad (33)$$

On remplace maintenant, toujours par la pensée, ce volume par un corps quelconque. Comme la force qui maintenait le fluide en équilibre est la résultante des contraintes que le liquide exerce sur la surface, c'est-à-dire l'effet de la pression, il est possible de supposer que cette même force s'applique encore au corps immergé : elle est toujours opposée au poids de fluide déplacé. C'est la poussée d'Archimède :

$$\vec{\Pi} = -\vec{P} \quad (34)$$

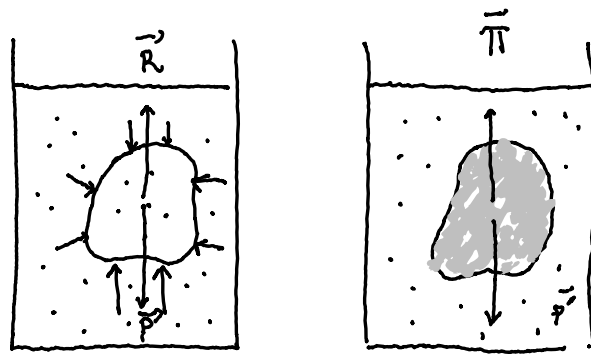


FIGURE 20 – Démonstration du théorème d'Archimède.

### À retenir

Tout corps plongé dans un fluide au repos, subit une force verticale, dirigée de bas en haut et égale (et opposée) au poids du volume de fluide déplacé. Cette force est appelée poussée d'Archimède, notée  $\vec{\Pi}$ . Elle s'applique au centre de masse du fluide déplacé, appelé centre de poussée. Dans le cas particulier où le fluide est un fluide homogène de masse volumique  $\rho$ , cette force s'écrit simplement :

$$\vec{\Pi} = -\rho\vec{g}V_{\text{fluide}} \quad (35)$$

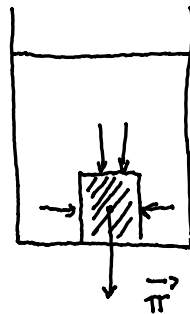


FIGURE 21 – Résultante des forces sur un objet déposé au fond d'un récipient.

### Question : Quel est le sens de la poussée d'Archimède sur un cube posé sur le fond du récipient

On peut voir la figure 20 que l'origine d'une poussée d'Archimède vers le haut est que la pression sous le corps immergé est plus grande que la pression du fluide au dessus du corps. Si le corps est posé au fond du récipient alors on voit sur la figure 21 que toutes les forces pressantes sur le corps immergé sont soit horizontales, soit vers le bas. La poussée d'Archimède, définie comme la résultante des forces pressantes est dirigée vers le bas.

**Cas d'objets flottants à la surface d'un liquide** lorsqu'on considère un solide qui flotte à la surface d'un liquide, le poids du volume d'eau déplacé est le poids du gaz et le poids du liquide déplacés. Ces deux fluides exercent des forces sur l'objet, à cause de leurs champs de pression. Néanmoins, en première approximation, il est raisonnable de négliger la masse du gaz déplacé par rapport à la masse du liquide déplacé. Néanmoins, il faut prendre garde à la phrase «la poussée d'Archimède des gaz est négligeable». En effet, c'est la poussée d'Archimède qui est responsable de l'ascension des dirigeables.

**Fonte d'un glaçon** Il est facile de vérifier que la fonte d'un morceau de glace pure flottant sur de l'eau pure se produit sans changement de niveau de l'eau. Le volume de glace immergé correspond en effet au volume d'eau liquide nécessaire pour équilibrer le poids du glaçon. En fondant, le glaçon produit (par conservation de la masse) exactement ce volume d'eau, qui « bouche le trou laissé par la disparition de la glace solide ». Le niveau de l'eau reste le même.

### 3 Dynamique des fluides parfaits

#### 3.1 Définitions

**Fluide parfait** On imagine maintenant qu'on s'intéresse au mouvement de fluides. On s'intéresse ainsi à déterminer le champ de vitesse  $\vec{v}(M, t)$ , en plus du champ de pression  $p(M, t)$ . On s'attend à ce que l'écoulement crée des forces supplémentaires dans le liquide.

##### À retenir

On appelle fluide parfait, un fluide dans lequel, il n'y a pas de forces de frottements internes dans le fluide, ni à la surface du fluide. Les seules forces surfaciques sur un élément de fluide sont les forces de pression.

Ceci revient, mathématiquement à dire que la contrainte interfaciale définie dans l'équation 5 reste normale aux surfaces d'intérêt, quelle que soit la surface. C'est l'exact analogue de l'hypothèse d'une réaction normale en mécanique des solides et cela conduit au fait qu'il y a conservation de l'énergie (on précisera cela dans un instant de façon plus formelle) dans un tel système. Ainsi, les seules forces à prendre en compte dans un fluide sont les forces liées à l'existence d'une pression dans le fluide.

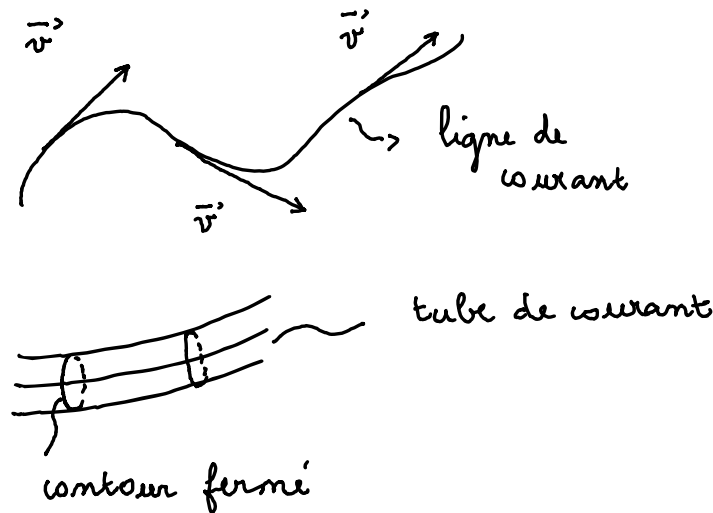


FIGURE 22 – Lignes et tubes de courant.

Une autre définition du fluide parfait revient à dire qu'un fluide parfait est un fluide dont la viscosité est nulle, mais, cette définition, nécessite de définir préalablement la viscosité, ce qui n'est pas une notion du programme.

**Lignes et tubes de courant** En mécanique des fluides, on définit deux notions importantes, définies sur la figure 22 : les notions de lignes et tubes de courant.

- Une ligne de courant est une courbe de l'espace décrivant le mouvement d'un fluide et qui, à tout instant, possède en tout point une tangente parallèle à la vitesse des particules du fluide.

— Un tube de courant est un ensemble de lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé.

**Écoulement permanent** En mécanique des fluides, un écoulement stationnaire (ou permanent, on utilisera indifféremment les deux mots) est un écoulement dans lequel le vecteur vitesse en tout point (par rapport à un certain référentiel) est constant. Les variables d'état du système sont également constantes.

**Fluide incompressible** On appellera fluide incompressible, un fluide dont la masse volumique est constante (dans le temps, et dans l'espace). En toute rigueur, il n'existe pas de fluides incompressibles, car tous les fluides sont légèrement compressibles. Ceci est connu des élèves qui savent que les sons se propagent dans les gaz et les liquides et que les sons sont des ondes de compression. En fait, on appellera fluide incompressible un fluide pour lequel les variations relatives temporelles et spatiales de la masse volumique sont petites  $\Delta\rho/\rho \ll 1$ . S'il est assez facile d'accepter cette hypothèse dans le cas des liquides, l'utilisation d'un modèle de fluide incompressible dans le cas des écoulements gazeux est plus difficile à accepter pour des élèves.

### 3.2 Débit en régime permanent

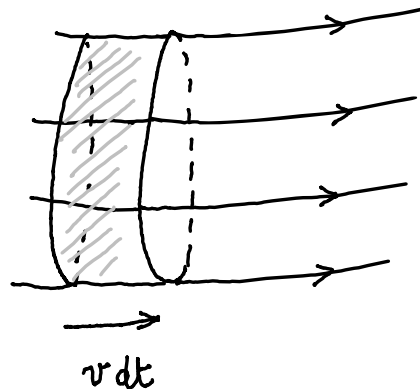


FIGURE 23 – Définitions du débit massique et volumique.

Considérons un tube de courant entre deux sections s'appuyant sur un contour délimitant une surface  $dS$  comme représenté sur la figure 23. On peut calculer le volume  $dV$  de liquide qui traverse la surface  $dS$  pendant une durée  $dt$  : c'est le fluide qui a le temps d'atteindre la surface  $dS$  en un temps  $dt$ . Cela correspond au petit élément de volume situé entre la surface  $dS$  et légèrement avant  $dS$ , dans un élément de cylindre de longueur  $v dt$  :

$$dV = v dt dS \quad (36)$$

On définit le débit volumique qui traverse la surface  $dS$  comme le volume qui traverse  $dS$  par unité de temps :

$$dQ_v = \frac{dV}{dt} = v dS \quad (37)$$

#### À retenir

On définit le débit volumique d'un fluide traversant une surface  $S$  avec une vitesse uniforme sur cette surface comme :

$$Q_v = vS \quad (38)$$

Le débit volumique s'exprime en  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

On peut calculer, de la même façon, la masse  $dm$  de liquide qui traverse la surface  $dS$  pendant une durée  $dt$  : c'est la masse du fluide qui a le temps d'atteindre la surface  $dS$  en un temps  $dt$ .

$$dm = \rho v dt dS \quad (39)$$

#### À retenir

On définit le débit massique d'un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$  traversant une surface  $S$  avec une vitesse uniforme sur cette surface comme :

$$Q_m = \rho v S \quad (40)$$

Le débit massique s'exprime en  $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ . On a :

$$Q_m = \rho Q_v \quad (41)$$

**Cas du régime stationnaire** Dans le cas d'un régime stationnaire, la masse ne «s'accumule pas», ainsi ce qui traverse une section  $dS$  d'un tube de courant est aussi ce qui traverse une section  $dS'$  de courant, située un peu plus loin, où la vitesse et la masse volumique peuvent être différentes (et notées respectivement  $v'$  et  $\rho'$ ).

#### À retenir

On appelle relation de continuité la relation de conservation du débit massique le long d'un tube de courant :

$$dQ_m = dQ'_m \quad (42)$$

$$\rho v dS = \rho' v' dS' \quad (43)$$

Pour un fluide incompressible,  $\rho = \text{constante}$ , la conservation du débit massique en régime permanent implique la conservation du débit volumique :

$$v dS = v' dS' \quad (44)$$

$$dQ_v = dQ'_v \quad (45)$$

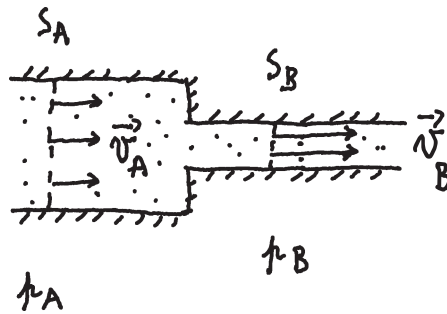


FIGURE 24 – Évolution des vitesses en hydraulique à un raccordement de deux tuyaux.

### À retenir

En hydraulique, si on considère des écoulements dans des tuyaux, l'absence de frottements du fluide sur lui-même, ou du fluide sur les parois conduit à avoir des vitesses constantes entre les différents points d'une section des tuyaux.

Lors d'un raccordement, comme représenté sur la figure 24, la relation de conservation s'écrit :

$$v_A S_A = v_B S_B \quad (46)$$

C'est la relation de continuité qui explique par exemple que l'eau sort plus vite d'un tuyau d'arrosage quand il est pincé.

### 3.3 Relation de Bernoulli

#### Un peu d'histoire...

**Daniel Bernoulli** est un médecin, physicien et mathématicien suisse, né à Groningue le 8 février 1700, et mort à Bâle, le 17 mars 1782. Il montre l'importance du principe de la conservation de l'énergie, et expose les premiers éléments de la théorie cinétique des gaz. Il développe aussi le théorème fondamental de la mécanique des fluides qui porte son nom : le théorème de Bernoulli.



Considérons un tube de courant dans lequel circule un fluide parfait, incompressible. On se place en régime permanent. On considère le système fermé constitué du fluide compris entre les côtes  $z_A$  et  $z_B$  à l'instant  $t$ . Le fluide, à l'instant  $t + dt$  se trouve entre les points  $A'$  et  $B'$  (très proches de respectivement  $A$  et  $B$ ). Le système est un système fermé auquel on peut appliquer les théorèmes généraux de la mécanique, et, en particulier, le théorème de l'énergie cinétique. Avant, cela, il faut identifier les forces en jeu sur les systèmes. Les forces sont :

- le poids de la colonne de liquide,
- les forces sur la surface externe du fluide,
- les forces internes dans le tube de courant.

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les deux instants :

$$dE_{c,f} - dE_{c,i} = \Sigma_{\text{interne, externe}} \delta W(\vec{F}) \quad (47)$$

La variation d'énergie cinétique entre le système initial et le système final correspond au fait que du fluide de vitesse  $v_A$ , entre  $A$  et  $A'$  se trouve à l'état final entre  $B$  et  $B'$  avec une vitesse  $v_B$  puisque l'énergie cinétique du fluide entre  $A'$  et  $B$  ne change pas :

$$dE_{c,f} - dE_{c,i} = \frac{1}{2} dm (v_B^2 - v_A^2) \quad (48)$$

où  $dm = \rho v_A dS_A dt = \rho v_B dS_B dt$

- Le fluide étant parfait, les forces internes ne travaillent pas.
- Entre  $A'$  et  $B$ , rien ne change. Le travail du poids correspond au fait de déplacer la masse initialement entre  $A$  et  $A'$  entre  $B$  et  $B'$  :

$$\delta W(\vec{P}) = dm g (z_B - z_A) \quad (49)$$

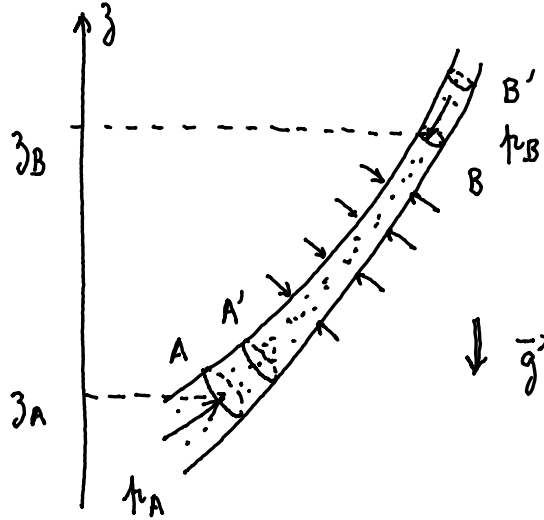


FIGURE 25 – Démonstration énergétique du théorème de Bernoulli.

- Les contraintes le long du tube de courant étant uniquement liées à la pression dans le fluide, elle sont perpendiculaires au vecteur vitesse en chaque point du tube et ne travaillent pas.
- Les contraintes sur les faces  $dS_A$  et  $dS_B$  travaillent. Il s'agit du travail associé aux pressions :

$$\delta W(\vec{F}) = p_A dS_A v_A dt - p_B dS_B v_B dt = \frac{dm}{\rho} (p_A - p_B) \quad (50)$$

On déduit :

$$\frac{1}{2}(v_B^2 - v_A^2) = g(z_B - z_A) + \frac{1}{\rho}(p_A - p_B) \quad (51)$$

#### À retenir

Dans un fluide parfait, incompressible, on peut écrire la conservation de la charge entre deux points situés sur une même ligne de courant, appelée relation de Bernoulli :

$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B \quad (52)$$

Cette relation suppose que l'axe  $Oz$  est orienté vers le haut.

La charge comprend trois termes, un terme de pression  $p$ , un terme cinétique  $\rho v^2/2$  et un terme de pesanteur  $\rho g z$ .

**Généralisation** Dans le cas d'un fluide parfait incompressible en régime permanent, on peut généraliser la conservation de la charge à l'ensemble du fluide si l'écoulement est irrotationnel. On parle de relation de Bernoulli en régime irrotationnel.



### 3.4 Applications de l'équation de Bernoulli

#### 3.4.1 Phénomène de Venturi

Un peu d'histoire...

**Giovanni Battista Venturi** né en 1746 à Reggio d'Émilie et décédé en 1822 dans sa ville natale est un physicien italien. Il a découvert et formalisé l'effet portant son nom. Deux dispositifs utilisant cet effet portent également son nom, la pompe Venturi et le tube de Venturi.

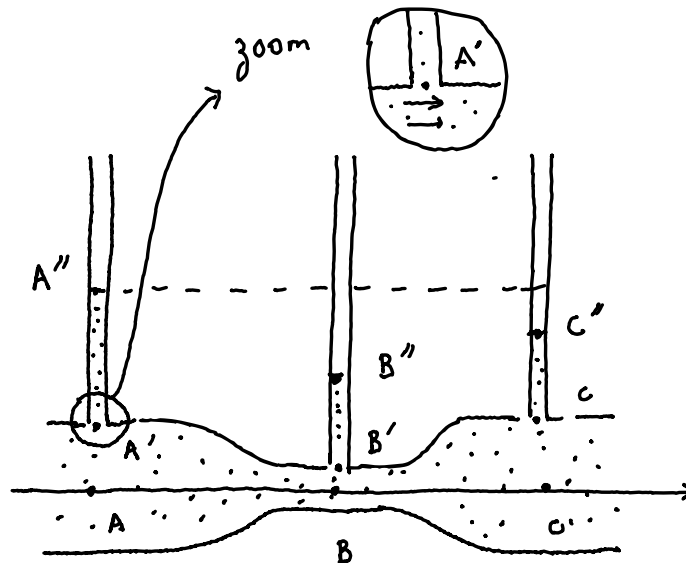


FIGURE 26 – Dépression à une contraction. Phénomène de Venturi.

Le tube de Venturi constitue une application permettant de mesurer des débits et est fréquemment présenté en classe. Nous nous plaçons dans le cas d'un écoulement stationnaire, d'un fluide parfait incompressible. Le tube possède un rétrécissement au point B. Si nous supposons que la vitesse est uniforme sur les sections  $S_A$  et  $S_B$ , alors la conservation du débit volumique implique  $v_B S_B = v_A S_A$ , c'est-à-dire que  $v_B = \frac{S_A}{S_B} v_A > v_A$ . Sur la ligne de courant allant de A à B, la relation de Bernoulli, en régime stationnaire, pour un fluide incompressible permet d'écrire :

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \quad (53)$$

d'où :

$$p_A - p_B = \frac{1}{2} \rho v_A^2 \left[ \left( \frac{S_A}{S_B} \right)^2 - 1 \right] \quad (54)$$

La pression au point B est donc plus faible que la pression au point A. Les tubes verticaux sont ouverts à l'air libre. Dans ces tubes, qui ne perturbent pas trop l'écoulement si leur diamètre n'est pas trop

important, le fluide est au repos. Nous pouvons donc écrire

$$p_{A'} = p_{\text{atm}} + \rho g(z_{A''} - z_{A'}) \quad (55)$$

car  $p_{A''} = p_{\text{atm}}$ . De même :

$$p_{B'} = p_{\text{atm}} + \rho g(z_{B''} - z_{B'}) \quad (56)$$

car  $p_{B''} = p_{\text{atm}}$ . D'un point de vue conceptuel, savoir si le point A' est dans le fluide au repos, ou dans le fluide en mouvement est une question qui peut sembler difficile. Mais, si la zone de transition est petite, devant la hauteur du liquide dans les tubes, le fait que la pression soit continue (pour pouvoir équilibrer les forces sur ce petit élément de volume) fait qu'on peut choisir la position du point A' à notre guise.

Il reste à exprimer la différence de pression entre les points A et A' (choisis dans l'écoulement, à la vitesse uniforme  $v_A$ ). La justification n'est pas possible avec les outils du programme de terminale. C'est l'utilisation du théorème de Bernoulli irrotationnel, énoncé plus haut qui permet de dire que :

$$p_{A'} = p_A + \rho g(z_A - z_{A'}) \quad (57)$$

On peut faire de même au point B et on obtient :

$$p_{B'} = p_B + \rho g(z_B - z_{B'}) \quad (58)$$

Il est donc possible, en combinant ces équations, d'écrire, avec une bonne approximation :

$$p_A - p_B = \rho g(z_A - z_B) \quad (59)$$

On peut donc mesurer la vitesse au point A par la relation :

$$v_A = \sqrt{\frac{2g(z_A - z_B)}{\left(\frac{S_A}{S_B}\right)^2 - 1}} \quad (60)$$

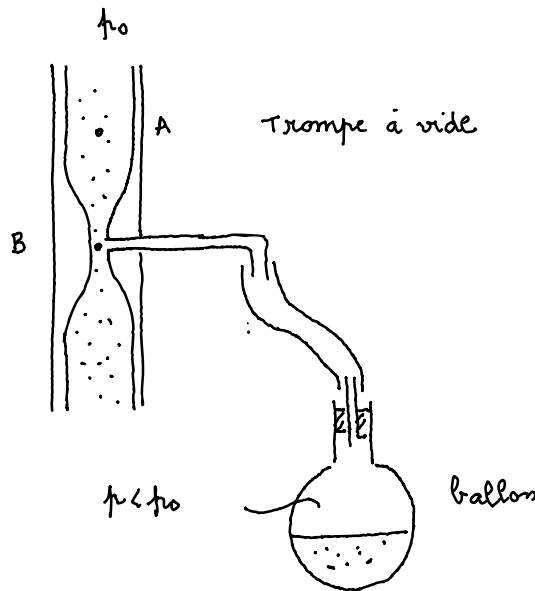


FIGURE 27 – Principe d'une trompe à vide.

À noter : cette démonstration rigoureuse a fait utiliser un théorème hors programme. Devant des élèves de terminale, l'utilisation de la continuité des pressions en A' et le fait que le tube horizontal est de taille petite devant les hauteurs de montée dans les tubes verticaux peuvent aider les élèves à accepter le raisonnement.

Remarque : en pratique, l'application du théorème de Bernoulli devrait donner une pression en C égale à la pression en A et donc une hauteur de liquide en C égale à celle en A. Quand on n'observe pas cela, c'est qu'il y a une diminution de la pression entre A et C, et donc une diminution de la charge. On parle alors de perte de charge liée à la viscosité de l'écoulement.

**Trompe à vide** Si on utilise un rétrécissement, comme dans l'écoulement du Venturi, en connectant le point B à un ballon, et en mettant le point C à l'air libre, alors on a (en négligeant les pertes de charge),  $p_A = p_{\text{atm}}$  et la pression au point B est plus petite que la pression atmosphérique. C'est le principe de la trompe à vide décrit schématiquement sur la figure 27. La mesure de la dépression en fonction de la vitesse est un TP classique de la classe de terminale.

### 3.4.2 Vidange de Torricelli

Un peu d'histoire...

**Evangelista Torricelli**, né le 15 octobre 1608 à Faenza en Émilie-Romagne et mort le 25 octobre 1647 à Florence, est un physicien et un mathématicien italien du XVII<sup>e</sup> siècle, connu notamment pour avoir inventé le baromètre.

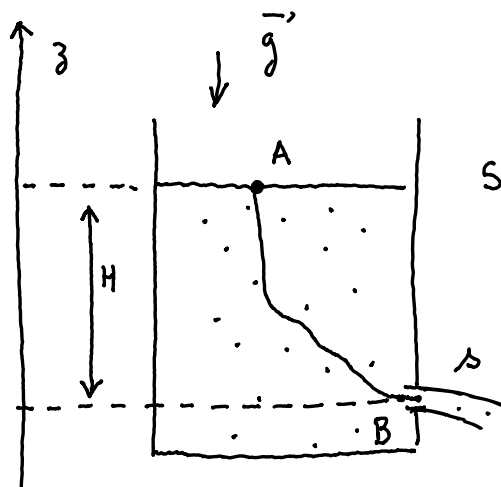


FIGURE 28 – Expérience de Torricelli. Vidange d'un réservoir.

**Vitesse de sortie et dynamique de la vidange** Un réservoir de section  $S$  est muni d'un orifice de section  $s$  dans lequel un fluide parfait incompressible peut s'écouler comme représenté sur la figure 28). Nous cherchons à déterminer la vitesse d'éjection  $v_B$  du fluide au niveau de cet orifice.

L'écoulement n'est pas rigoureusement stationnaire, mais si la section  $s$  de l'orifice est petite devant la surface  $S$ , nous pouvons faire l'hypothèse que le théorème de Bernoulli s'applique. En fait, une justification légèrement plus précise revient à dire que le terme d'accélération locale est négligeable devant le terme d'accélération convective dans ce problème, mais cela ferait aborder les notions d'accélération lagrangienne et eulérienne qui ne sont pas au programme de terminale. On a donc en appliquant le théorème de Bernoulli allant de A à B :

$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B, \quad (61)$$

avec  $p_A = p_{\text{atm}}$ .

La contrainte en un point d'un fluide étant la même dans toutes les directions, il est facile de se convaincre que la pression «latérale» sur le jet au point B est égale à la pression atmosphérique. Mais

la pression latérale est «la» pression dans le fluide. Ainsi, la pression du jet libre au point B est égale à la pression atmosphérique :

On a donc :

$$gz_A + v_A^2 = gz_B + v_B^2 \quad (62)$$

La conservation du débit volumique implique que  $Sv_A = sv_B$ , et donc que  $v_A \ll v_B$  :

$$v_B^2 = 2g(z_A - z_B) \quad (63)$$

Soit

$$v_B^2 = 2gH \quad (64)$$

### À retenir

La vitesse d'éjection d'un liquide à partir d'un récipient de grande section, par un trou de petite section situé à une différence de hauteur  $H$  de la surface, est donnée par l'équation de Torricelli :

$$v_B = \sqrt{2gH} \quad (65)$$

Cette équation impose que les deux surfaces libres soient à la même pression.

Si on perce une bouteille de 30 cm de haut, la vitesse de sortie au niveau d'un trou réalisé en bas de bouteille est typiquement de  $2,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

On remarque que cette vitesse est aussi la vitesse de chute libre d'une hauteur  $H$  : en l'absence de frottement dans le fluide, tout se passe comme si des particules fluides à la surface du réservoir étaient accélérées le long de la ligne de courant pour être en chute libre jusqu'au point B.

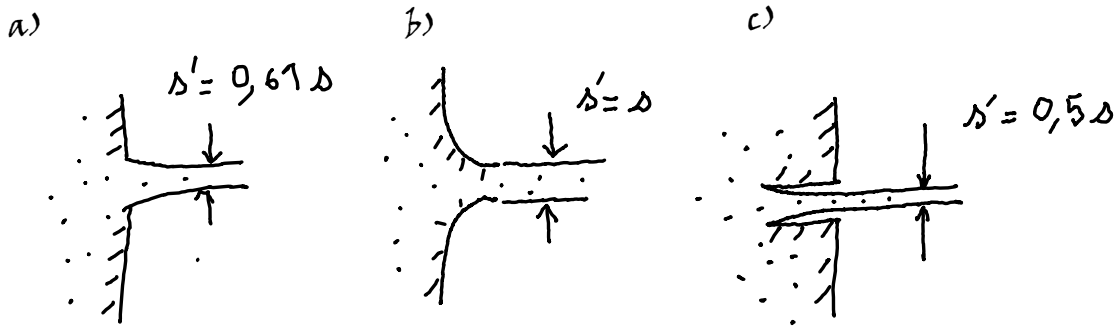


FIGURE 29 – Influence de la forme de l'orifice de sortie. Perte de charge singulière.

**Influence de l'ajustement de sortie** Il ne faut pas croire que l'on peut en général obtenir l'expression du débit de sortie du réservoir simplement en multipliant la vitesse de sortie  $v_B$  par la section  $s$ . En fait, comme on peut le voir sur le schéma 29-a, en sortie du jet, l'écoulement n'est pas totalement parallèle et est légèrement convergent. Il faudrait en fait faire une mesure de la section  $s'$  au point où le jet devient bien parallèle. Une solution, en pratique, est d'accompagner le jet en sortie avec un ajustement qui amène progressivement le jet à être parallèle, comme sur la figure 29-b).

En fait, si on fait juste un trou circulaire abrupt, comme sur la figure 28-a le jet se contracte et on trouve  $s' \simeq 0,61s$ . L'existence de ce coefficient de contraction est strictement hors de portée de ce cours, mais on peut montrer qu'il existe en sortie d'un orifice, une perte de charge dite singulière, qui conduit à  $s' = \alpha s$ , avec un coefficient  $\alpha$  compris entre 0,5 et 1. Cette perte de charge singulière peut-être comprise de la manière suivante : la sortie du liquide par l'orifice en B s'accompagne d'un débit de quantité de mouvement qui est responsable d'une force agissant sur fluide conduisant à cette contraction [Bat00]. Un calcul analytique est possible dans le cas 28-c où on trouve  $\alpha = 0,5$ .

**Temps de vidange d'un réservoir** Dans le cas où le profil de vitesse est ajusté, on peut calculer la vitesse de vidange d'un réservoir en utilisant le débit de sortie. On écrit que le débit au point A est

égal au débit au point B :

$$-\frac{dz}{dt}S = vs = \sqrt{2gz}s \quad (66)$$

Soit :

$$-\frac{dz}{dt}v = \frac{s}{S}\sqrt{2gz} \quad (67)$$

Cette équation est une équation différentielle du premier ordre, non linéaire, à variables séparables :

$$\frac{dz}{z^{1/2}} = -\frac{s}{S}\sqrt{2g}dt \quad (68)$$

On peut intégrer cette équation :

$$\int_{z(t)}^0 \frac{dz}{z^{1/2}} = -\int_0^t \frac{s}{S}\sqrt{2g}dt \quad (69)$$

$$\left[-2\sqrt{z(t)}\right]_{z(t)}^0 = -\frac{s}{S}\sqrt{2g}t \quad (70)$$

$$z(t) = -\frac{s}{S}\sqrt{\frac{2g}{2}}t \quad (71)$$

On en déduit le temps de vidange défini par  $z(t_v) = -H$  :

$$t_v = \frac{S}{s}\sqrt{\frac{2}{g}}H \quad (72)$$

Cette équation peut être testée expérimentalement.

### Un peu d'histoire...

**L'abbé Edme Mariotte** est un physicien et un botaniste français, né vers 1620 à Dijon et mort le 12 mai 1684 à Paris. Il montre que le volume des gaz varie inversement à la pression, fait qui avait été découvert en 1660 par Robert Boyle et découvre la tâche de l'œil. C'est dans *Le traité du mouvement des eaux* publié en 1686 qu'on trouve décrit l'appareil très ingénieux, connu sous le nom de Vase de Mariotte, qui lui servit à démontrer l'existence de la pression atmosphérique et qui fut employé plus tard pour obtenir l'écoulement d'un liquide sous une pression constante.



**Vase de Mariotte** Un autre dispositif pour tester la vitesse de Torricelli est le vase de Mariotte représenté sur la figure 30. Un vase de Mariotte se compose d'un récipient muni d'un orifice de sortie à la partie inférieure. La partie supérieure est fermée par un bouchon hermétique percé d'un trou par lequel passe un tube assez long. On peut régler le niveau  $h$  du bas du tube en faisant coulisser celui-ci dans le bouchon. On étudie le débit de l'eau lorsque l'orifice est ouvert. La pression au point B étant égale à la pression atmosphérique, car on peut négliger la perte de charge dans le tube AB. Ainsi, l'expérience est équivalente à l'expérience de Torricelli, avec une hauteur de liquide rigoureusement constante, uniquement fixée par la position du tube.

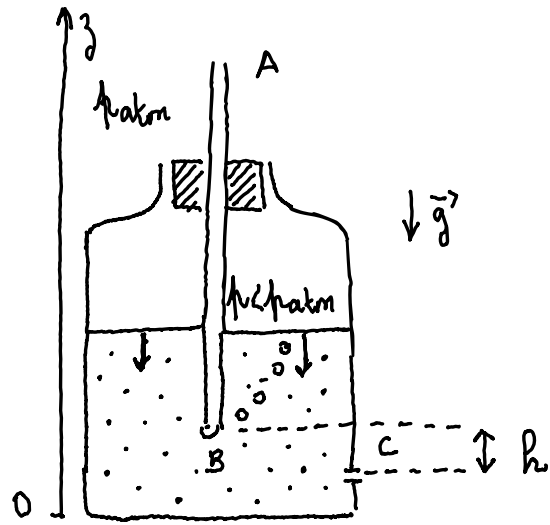


FIGURE 30 – Vase de Mariotte.

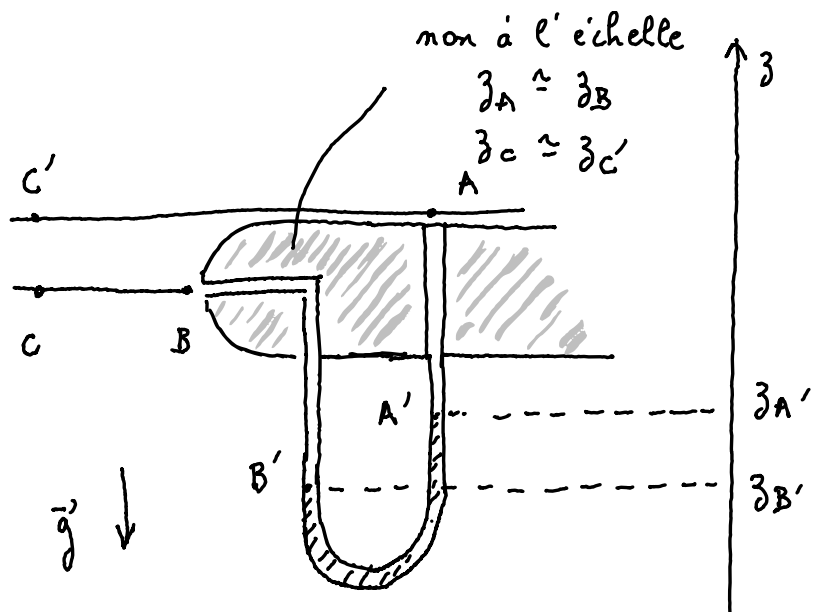


FIGURE 31 – Principe du tube de Pitot.

### 3.4.3 Tube de Pitot

Un tube de Pitot (ou simplement Pitot) est l'un des éléments d'un système de mesure de vitesse des fluides.

On décrit sur la figure 31 une antenne de Prandtl ou tube de Pitot double. Il est constitué de deux orifices en communication avec le fluide dont on veut mesurer la vitesse. Les tubes sont disposés de façon particulière : le tube intérieur est parallèle à l'écoulement du fluide, et est ouvert en son bout au point B, face au flux. Le tube latéral s'ouvre perpendiculairement à l'écoulement du fluide, au point A.

Les applications du tube de Pitot sont nombreuses : aéronautique, marine, formule 1 (quand la vitesse du véhicule ne peut pas être simplement déduite de la vitesse de rotation des roues).

### 3.4.4 Portance des avions

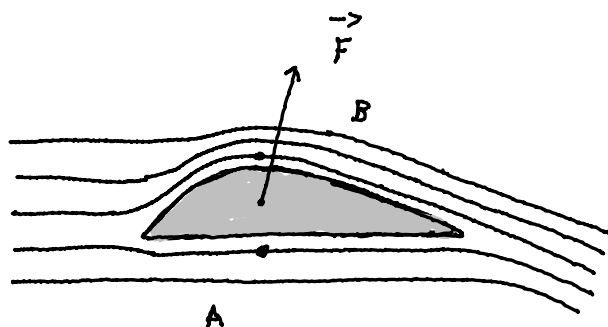


FIGURE 32 – Portance d'une aile d'avion.

La portance aérodynamique est la composante de la force subie par un corps en mouvement dans un fluide qui s'exerce perpendiculairement à la direction du mouvement (au vent relatif). La modélisation détaillée de la portance d'une aile est largement au-delà de ce qu'il est possible d'enseigner de façon précise à des élèves, y compris au niveau CPGE.

Plusieurs camps s'affrontent de façon assez stérile sur la meilleure façon d'expliquer l'origine de la portance. Une première explication repose sur l'utilisation de l'équation de Bernoulli. Lorsque l'aile est en mouvement, on observe que la vitesse du fluide sur la face supérieure est plus importante que la vitesse de l'aile sur la face inférieure si l'aile a une courbure comme représenté sur la figure 32 ou sur une aile symétrique, mais inclinée par rapport à l'écoulement. La différence de vitesse conduit, d'après le théorème de Bernoulli, à une différence de pression, et donc ici à une portance. Il est important de ne pas justifier devant les élèves le fait que la vitesse du dessus serait plus grande que la vitesse du dessous par l'argument du temps de trajet égal parfois rencontré. Une autre explication, toute aussi correcte, repose sur l'observation que la géométrie de l'aile implique que l'air soit forcé vers le bas. Cette déflexion implique une portance à cause de la troisième loi de Newton.

En fait, on peut montrer, que la portance est liée à la circulation du vecteur vitesse autour de l'aile, et que sans viscosité, cette circulation serait totalement nulle. Ainsi, la portance est ici expliquée qualitativement avec le théorème de Bernoulli, mais nécessite la présence de viscosité.

### 3.4.5 Effet Magnus

Lorsqu'une balle (ou un ballon) en rotation se déplace dans l'air (figure 33), le frottement engendré par la rotation modifie l'écoulement d'air autour d'elle. L'effet est dissymétrique : d'un côté la balle entraîne l'air qui accélère et la pression diminue. De l'autre côté la balle freine l'écoulement d'air et la pression augmente. La balle subit alors une force qui la pousse de la zone de haute pression à la zone de basse pression. Selon le sens de rotation de la balle, la force peut-être vers le haut ou vers le bas.

C'est cet effet qui explique par exemple la trajectoire travaillée des tirs de coups francs au football, l'effet lifté et le *slice* au de tennis de table.

Il est remarquable que l'explication de cet effet nécessite la viscosité de l'air (sinon il n'y aurait pas d'entraînement d'air) mais s'explique par un argument de fluide parfait.

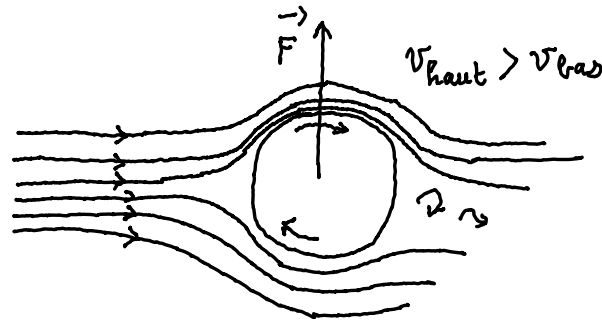


FIGURE 33 – La rotation de la balle vers la droite entraîne le fluide. Le fluide sur la partie haute a une vitesse plus grande que sur la partie basse. Cela entraîne une force de poussée verticale, vers le haut.

### 3.4.6 Cavitation

Une conséquence remarquable de l'équation de Bernoulli est que, lorsque la vitesse augmente beaucoup, la pression diminue beaucoup, et peut même devenir en théorie négative. . .

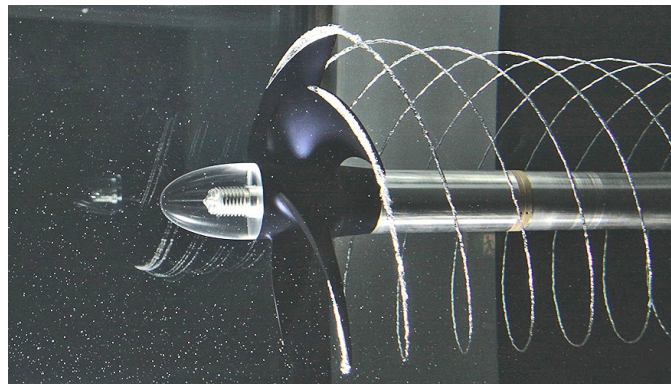


FIGURE 34 – Photographie des bulles de cavitation derrière une hélice.

Même si cela ne pose pas de problème comme nous l'avons vu, la mise sous tension des fluides n'est pas toujours possible. Ainsi, des bulles peuvent apparaître dès que la pression atteint la pression de vapeur saturante du fluide, à la température de l'expérience. En écrivant l'équation de Bernoulli sur une ligne de courant allant d'un point où le fluide est au repos, à la pression atmosphérique, au point où le fluide est à une vitesse  $v$  pour laquelle la pression est égale à la pression de vapeur saturante du fluide on obtient l'équation :

$$p_{\text{atm}} = p_{\text{sat}} + \frac{1}{2}\rho v^2 \quad (73)$$

Soit pour  $p_{\text{atm}} \gg p_{\text{sat}}$  :

$$v = \sqrt{\frac{2p_{\text{atm}}}{\rho}} \quad (74)$$

On obtient  $v = 14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  ce qui est tout à fait atteignable expérimentalement. C'est le phénomène de cavitation qu'on observe sur les pales des hélices (figure 34).

## 3.5 Limites des modèles

### 3.5.1 Force tangentielle dans les fluides réels : notion de viscosité

**Viscosité** Imaginons un fluide en mouvement (figure 35). Considérons un plan horizontal à l'intérieur de ce fluide. En dessous de ce plan horizontal, la vitesse du fluide est  $V$ . au-dessus de ce plan, la vitesse moyenne est  $V + v$ , avec  $v > 0$ . Au cours du mouvement, il existe des échanges de molécules entre le fluide qui est au-dessus et le fluide qui est au-dessous et donc des échanges de quantité de mouvement.



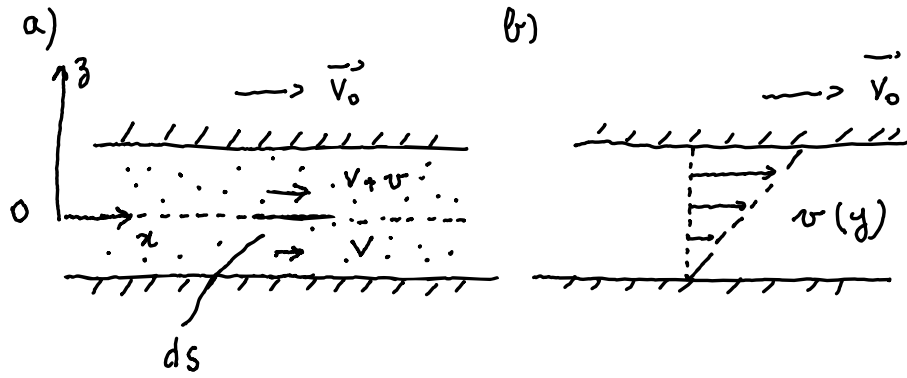


FIGURE 35 – Notion de viscosité.

Un transfert de quantité de mouvement peut être associé à une force. Le fluide du dessus exerce donc une force vers la droite sur le fluide du dessous. Réciproquement, le fluide de dessous subit, de la part du fluide du dessus, une force vers la gauche.

Plus précisément, on peut estimer que la force exercée par le fluide du dessus sera proportionnelle au nombre de molécules qui traversent la surface et à la différence de vitesse  $v$ . En pratique, cette variation n'est pas abrupte et se fait sur une taille de l'ordre de  $\lambda$ , le libre parcours moyen du fluide. Ceci permet d'estimer la différence de vitesse entre deux «couches» du fluide :  $v \simeq \lambda dv(z)/dz$ .

Ainsi, dans le cas unidimensionnel, il est possible de définir la viscosité en calculant la contrainte de cisaillement que la partie inférieure du fluide exerce sur la partie supérieure :

$$\sigma_{\text{bas-haut}} = \eta \frac{dv}{dz} \quad (75)$$

Dans le système international,  $\sigma$  étant homogène à une pression, se mesure en pascals (Pa),  $v$  se mesure en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , d'où : la viscosité se mesure en  $\text{Pa}\cdot\text{s}$ , parfois appelé le poiseuille (Pl) .

L'équation générale de la mécanique, faisant intervenir à la fois l'inertie et la viscosité, pour des écoulements incompressibles est appelée, équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \eta \Delta \vec{v} \quad (76)$$

où  $D/Dt$  est la dérivée lagrangienne, et  $\vec{\nabla} p$  le gradient de pression. Cette équation est valable uniquement dans le cas de fluides pour laquelle la viscosité est indépendante de la vitesse de cisaillement.

### Un peu d'histoire...

**Jean-Léonard-Marie Poiseuille** né le 22 avril 1797 à Paris et mort dans cette même ville le 26 décembre 1869 est un physicien et médecin français. On lui doit différents mémoires sur le cœur et la circulation du sang dans les vaisseaux (l'hémodynamique), qui lui permettent d'établir en 1844 — à travers son ouvrage *Le Mouvement des liquides dans les tubes de petits diamètres* — les lois de l'écoulement laminaire des fluides visqueux dans les tuyaux cylindriques.



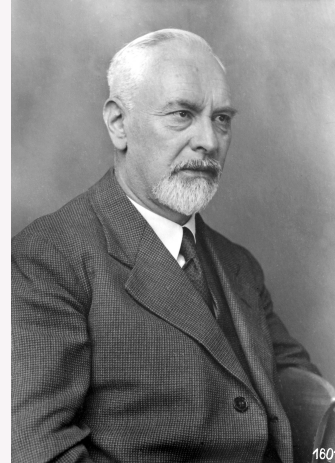
**Écoulement de Poiseuille** La loi de Poiseuille, également appelée loi de Hagen-Poiseuille, décrit l'écoulement laminaire d'un liquide visqueux dans une conduite cylindrique. De manière générale, la loi de Poiseuille énonce de façon théorique la relation entre le débit d'un écoulement  $Q_v$  et la viscosité du fluide  $\eta$ , la différence de pression aux extrémités de la canalisation  $\Delta P$ , la longueur  $L$  et le rayon  $R$  de cette canalisation. Cette relation est vérifiée expérimentalement dans les canalisations de rayons faibles et est souvent utilisée dans les viscosimètres, car elle énonce notamment que le débit est inversement proportionnel à la viscosité.

Elles s'exprime par

$$Q_v = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta L} \quad (77)$$

#### Un peu d'histoire...

**Ludwig Prandtl** est un ingénieur et physicien allemand né le 4 février 1875 à Freising (Allemagne) et mort le 15 août 1953 à Göttingen. Il a apporté d'importantes contributions à la mécanique des fluides (où il dégagait notamment la théorie de la couche limite) et à la théorie de la résistance des solides.



**Profil de vitesse** Dans un écoulement de Poiseuille, on peut montrer que le profil des vitesses est parabolique, comme représenté sur la figure 36 (gauche). En réalité, si on augmente la vitesse de l'écoulement de fluide, le profil de vitesse s'écarte de la parabole, et devient de plus en plus plat au centre. À part sur les bords, l'effet de la viscosité n'est plus perceptible et l'écoulement du fluide réel devient proche de celui d'un fluide parfait. La petite zone, sur le bord, où le profil de vitesse

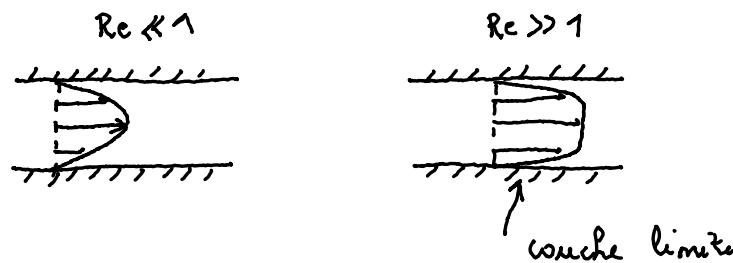


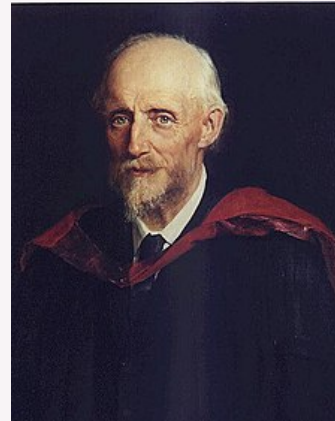
FIGURE 36 – Transition entre un écoulement visqueux et un écoulement parfait.

quasi-vertical, se raccorde à une vitesse nulle est appelée couche limite.

Le modèle de fluide parfait est donc un modèle de fluide réel à grande vitesse, pour lequel l'effet de la viscosité est limité à la couche limite.

### Un peu d'histoire...

**Osborne Reynolds** est un ingénieur et physicien irlandais né à Belfast le 23 août 1842 et mort à Watchet (Angleterre) le 21 février 1912 qui fait d'importantes contributions à l'hydrodynamique et à la dynamique des fluides, la plus notable étant l'introduction du nombre de Reynolds en 1883.



**Nombre de Reynolds - Turbulence** Dans le paragraphe précédent, nous n'avons pas précisé ce qu'on appelait une grande vitesse, en fait, il est possible de construire un nombre sans dimension à partir de la vitesse moyenne du fluide, de l'écoulement  $V$ , de la viscosité  $\eta$ , de la masse volumique du fluide  $\rho$  et d'une dimension caractéristique de l'écoulement. Ce nombre est appelé, nombre de Reynolds et s'exprime comme :

$$\text{Re} = \frac{\rho V L}{\eta} \quad (78)$$

Pour pouvoir négliger la viscosité de l'écoulement, il faut que le nombre de Reynolds soit grand. Néanmoins, si le nombre de Reynolds devient trop grand, l'écoulement perd son caractère laminaire (couches de fluides parallèles) pour devenir turbulent et le théorème de Bernoulli ne devient plus applicable.

### 3.5.2 Fluide incompressible

#### Un peu d'histoire...

**Ernst Mach** né le 18 février 1838 à Chirlitz-Turas (Autriche) et mort le 19 février 1916 (Allemagne), est un physicien et épistémologue autrichien. Il est connu en physique pour un article de 1877 dans lequel il décrit correctement les effets des ondes de choc observés lors du déplacement supersonique d'un projectile.



Comme nous l'avons dit, l'hypothèse de fluide incompressible est contraire à l'expérience de la propagation du son dans les fluides et il est plus juste de dire que nous considérons dans ce cours des fluides dont la masse volumique est presque constante. Cette hypothèse est parfaitement vérifiée dans de nombreux cas de mécanique des fluides, y compris pour un fluide comme l'air. Dans le cas particulier de l'air, on peut identifier deux forces susceptibles de créer une variation de masse volumique : la pesanteur qui pourrait «tasser» le fluide, et la vitesse, ou plus exactement l'inertie qui pourrait «tasser le fluide» quand il arrive à grande vitesse sur une plaque.

Le rôle de la pesanteur peut être assez facilement quantifié : l'agitation thermique du gaz s'oppose au fait qu'il tombe à la surface du sol. La densité à une altitude  $z$ , dans l'hypothèse d'un gaz homogène,

peut ainsi être calculée grâce au facteur de Boltzmann :

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right) \quad (79)$$

où  $m$  est la masse d'une molécule,  $k$  la constante de Boltzmann,  $T$  la température et  $\rho_0$  la masse volumique du fluide à l'altitude  $z = 0$ . C'est l'évolution de la masse du gaz dans une atmosphère isotherme. Cette expression fait apparaître une longueur caractéristique  $\ell$  :

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{z}{\ell}\right) \quad (80)$$

où  $\ell = kT/(mg) = 8000$  m pour de l'air à  $T = 20$  °C. Ainsi, nous pourrions négliger l'effet de la pesanteur sur la masse volumique du fluide tant que les variations de hauteur dans le fluide seront négligeables devant cette hauteur caractéristique de 8 000 m. C'est particulièrement vrai à l'échelle du laboratoire.

Le rôle de l'inertie du fluide, peut aussi être quantifié. Pour identifier, les variations de masse volumique  $\Delta\rho$  créées par l'écoulement, on peut identifier le rôle de la pression cinétique  $\rho v^2/2$  sur la masse volumique  $\rho$  du fluide. La grandeur physique qui permet de quantifier la variation de masse volumique d'un corps, soumis à une variation de pression est la compressibilité  $\chi_T$  (ici on considère que les transformations sont isothermes) :

$$\chi_T = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (81)$$

On considère ici la compressibilité isotherme. Pour des petites variations de masse volumique, on peut réécrire cette définition :

$$\chi_T = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\Delta \rho}{\Delta p} \right) = \frac{1}{\rho} \left( \frac{2\Delta \rho}{\rho v^2} \right) \quad (82)$$

On en déduit la variation relative de masse volumique induite par le fluide :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{1}{2} \rho \chi_T v^2 \quad (83)$$

Pour un gaz parfait, la compressibilité isentropique est reliée à la compressibilité isotherme par la relation :

$$\chi_T = \gamma \chi_S \quad (84)$$

où  $\gamma$  est le coefficient de Laplace, rapport des capacités calorifiques à pression et volume constant. On a donc :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{1}{2v^2} \gamma \rho \chi_T \quad (85)$$

La vitesse du son  $c$  dans un fluide est donnée par la relation :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho \chi_S}} \quad (86)$$

D'où :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{v^2}{2c^2} \simeq 0,7 \frac{\gamma v^2}{c^2} \quad (87)$$

Pour un gaz parfait diatomique. Si on définit le nombre de Mach comme le rapport de la vitesse de l'écoulement divisé par la vitesse du son dans le gaz :

$$\text{Ma} = \frac{v}{c} \quad (88)$$

Alors la condition  $\Delta\rho/\rho \ll 1$  revient à écrire, en négligeant le préfacteur numérique d'ordre un :

$$\text{Ma}^2 \ll 1 \quad (89)$$

Cette condition est très peu contraignante (beaucoup moins contraignant que  $\text{Ma} \ll 1$ ). Pour un vent fort de 130 km/h ( $36 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , on trouve  $\text{Ma}^2 = 0,01$ ). Le modèle des fluides incompressibles sera utilisé pour modéliser le fonctionnement des éoliennes. Pour un Airbus A380 volant à sa vitesse de croisière 950 km/h (Mach 0,89), la compressibilité de l'air ne peut plus être négligée.

### 3.5.3 Pression au voisinage d'une interface courbée. Tension de surface. Mouillage

Lorsqu'on regarde en détail un liquide dans un récipient, on observe sur le bord du récipient une zone dans laquelle la surface du liquide n'est pas horizontale. Cette zone est appelée ménisque. Suivant la nature du liquide et du solide, le ménisque peut-être dirigé vers le haut ou vers le bas. C'est la mouillabilité du solide qui fixe le sens du ménisque.

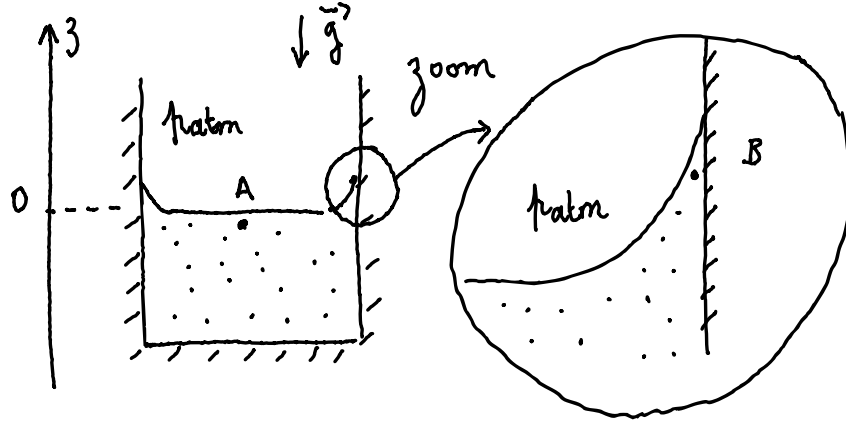


FIGURE 37 – Ménisques au voisinage de la paroi d'un récipient.

Dans cette zone, la relation fondamentale de l'hydrostatique, s'applique et donc la pression en B est plus faible que la pression en A. Hors, le point A est à la pression atmosphérique, ce qui signifie qu'il n'y a pas continuité de la pression dans la zone du ménisque : la courbure du ménisque induit une dépression dans le liquide, qui fait que le liquide monte le long de la paroi.

Le fait que la pression ne soit pas continue au voisinage d'une interface courbe est relié à une loi physique, qui relie la courbure d'une interface au saut de pression à cette interface :

$$p_{\text{atm}} - p_B = \gamma C \quad (90)$$

où  $\gamma$  est la tension superficielle du liquide (qui se mesure en  $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $C$  est la courbure de l'interface (qui se mesure en  $\text{m}^{-1}$ ). Physiquement, la tension superficielle est une propriété de la surface des liquides, qui fait que les surfaces sont sous tension. Sous tension, la surface se comporte ainsi comme un film élastique : pour qu'il se courbe, il faut exercer une différence de part et d'autre de l'interface.

La notion de tension de surface n'est pas au programme de terminale et sera abordée sous forme uniquement expérimentale en CPGE (programme de PC).

## 4 Conclusions

### 4.1 Quelques représentations initiales des élèves

La thèse de Ugo Besson est une excellente base pour recenser les conceptions initiales des élèves avec lesquelles il faut travailler dans un enseignement de mécanique des fluides [Bes01]. Ce paragraphe est largement tiré de son travail de recension et ne constitue en aucun cas un travail original.

**Conceptions concernant les gaz** Une première conception des élèves est que l'existence de l'air est assez souvent associée au mouvement. Ainsi, un élève de collège peut proposer de courir face au vent pour remplir un récipient avec de l'air. Cet idée peut être renforcée par l'expérience de classe dans laquelle les élèves tirent sur une seringue. Si on ne prend pas garde à faire quelques mesures en statique, il est aisé de penser que l'air dans une seringue n'aura un effet que quand on a une action sur lui, ou qu'on tire ou pousse sur lui.

Dans l'expérience du ballon d'hélium qui s'élève dans l'air, la plupart des élèves considèrent que le mouvement du ballon est le résultat de la pression de l'air, plutôt que de la différence de pression entre le bas et le haut du ballon.

Plusieurs élèves considèrent l'air comme un facteur nécessaire pour l'action de la gravité. En l'absence d'air, il n'y aurait pas de gravité, ni de poids, et les objets ne tomberaient pas. Selon cette conception, la pression de l'air favorise la chute des corps en altitude, le poids est plus faible, car l'air y est plus rare.

On peut noter qu'un cas fréquent, est d'associer à la pression des propriétés qui sont celles du fluide. Ainsi, certains élèves pourront dire «la pression est enfermée dans l'autocuiseur».

Les élèves ayant une tendance à la spatialisation du raisonnement, ils associent préférentiellement la pression et la densité des gaz. Ainsi, au niveau microscopique, ils font une association entre pression et nombre de chocs des molécules, sans associer à ces chocs la vitesse des particules.

**Conceptions concernant les liquides** Si la plupart des élèves pensent que la pression augmente avec la profondeur, une part significative des élèves pensent que la pression augmente aussi avec le volume total du liquide.

Une part significative des élèves considère que la pression agit seulement vers le bas, ou qu'elle est plus basse vers le bas que vers le haut et sur les côtés. Parmi les élèves qui acceptent l'idée que la pression mesurée ne sera pas la même dans toutes les directions, plusieurs associent cette idée au mouvement du fluide qui permet d'homogénéiser la pression.

Beaucoup d'élèves n'ont pas accepté l'idée que les liquides sont incompressibles et que leur densité est constante, une idée qui ferait partie du modèle scientifique du liquide. Comme nous l'avons présenté dans ce cours, il est sans doute préférable de dire aux élèves que les liquides sont compressibles, mais que les variations de masse volumique sont faibles, et souvent négligeables dans les calculs. En effet, les élèves savent que les sons se propagent dans les liquides, et donc que les liquides sont compressibles.

**Conceptions concernant la pression** Les élèves ont tendance à ne pas faire de différence entre la pression qui est une propriété intrinsèque du fluide et la force pressante qui est la force qu'un opérateur va exercer sur un fluide. C'est une idée extrêmement difficile à déconstruire, les fluides que nous utilisons étant en général dans des récipients.

Les élèves attribuent la résistance d'un objet se déplaçant dans l'air au fait qu'il faut comprimer l'air en avant de l'objet. Cette hypothèse est très forte et leur fait accepter très difficilement l'utilisation du théorème de Bernoulli aux écoulements gazeux.

Les élèves sont très attachés à l'idée de force, qui semble finalement plus robuste que l'idée de pression. Ainsi, le caractère intensif de la pression est souvent abandonné au profit d'une idée d'additivité des pressions. Ceci peut-être renforcé par l'enseignant par des phrases comme «la pression atmosphérique s'ajoute au poids du liquide par unité de surface» qu'il est parfois difficile d'éviter.

## 4.2 Remarques finales

L'introduction de la mécanique des fluides au programme de terminale spécialité est une bonne nouvelle. Les applications sont nombreuses. Elles vont de l'ingénierie, à la médecine. Il s'agit de science concrète, ancrée dans le quotidien. Cela permet de faire de l'histoire des sciences, et montrer aux élèves qu'il est possible de se poser les mêmes questions que celles que se posaient Pascal, Archimède.

Néanmoins, la fréquentation quotidienne de phénomènes physiques crée la nécessité de s'en faire une représentation initiale. Ainsi, les élèves abordent le cours de mécanique des fluides avec ces représentations qu'il faudra parfois déconstruire. Ce n'est pas aisé, car, nous-même, professeurs, ne sommes pas à l'abri de faire ressurgir nos propres conceptions initiales, que nous surmontons uniquement grâce à notre *habitus* opératoire.

Il est donc possible, à l'issue de ce cours, de faire quelques préconisations dans nos enseignements :

- Ne pas hésiter à rappeler la phrase «les fluides transmettent des pressions, les solides transmettent des forces.»
- Insister sur le fait que la pression est une propriété du fluide et qu'il s'agit d'un champ scalaire, comme la température.
- Expérimenter devant les élèves, ou mieux, avec les élèves, pour leur faire voir les phénomènes dont on parle.
- Limiter au maximum les images moléculaires dans ce cours de mécanique des fluides. L'introduction d'images microscopiques conduit souvent les élèves à ne pas voir le tenseur des contraintes dans un fluide comme un tenseur isotrope.

- Surveiller notre vocabulaire qui nous fait rendre équivalent force et pression. En effet, les élèves ont assimilé que la force a une direction, et cela renforce leur conception initiale que la pression a une direction.
- Éviter les formules comme «la pression atmosphérique est le poids de la colonne d'air par unité de surface.»
- Dire aux élèves qu'il est possible de justifier les modèles utilisés. En effet, le modèle de fluide parfait semble décorrélé de toute réalité expérimentale. Dans son cours de physique générale, Richard Feynman qualifie d'«eau sèche» le fluide parfait

La relecture de ce cours, au vue de ces recommandations, fera dire au lecteur de ces quelques notes de cours, qu'il est plus facile d'énoncer des règles que de les appliquer.

## 5 Annexe : Notions utilisées et développées dans ce cours sur les fluides dans le programme de physique-chimie de lycée (voie générale uniquement)

### 5.1 Seconde générale

Notions et contenus	Capacités exigibles
Composition massique d'un mélange. Composition volumique de l'air.	Citer la valeur de la masse volumique de l'eau liquide et la comparer à celles d'autres corps purs et mélanges. Distinguer un mélange d'un corps pur à partir de données expérimentales. Mesurer une température de changement d'état, déterminer la masse volumique d'un échantillon, réaliser une chromatographie sur couche mince, mettre en œuvre des tests chimiques, pour identifier une espèce chimique et, le cas échéant, qualifier l'échantillon de mélange. Composition massique d'un mélange. Composition volumique de l'air. Citer la composition approchée de l'air et l'ordre de grandeur de la valeur de sa masse volumique. Établir la composition d'un échantillon à partir de données expérimentales. Mesurer des volumes et des masses pour estimer la composition de mélanges. Capacité mathématique : utiliser les pourcentages et les fractions.
Écriture symbolique d'un changement d'état. Modélisation microscopique d'un changement d'état. Transformations physiques endothermiques et exothermiques. Énergie de changement d'état et applications.	Citer des exemples de changements d'état physique de la vie courante et dans l'environnement. Établir l'écriture d'une équation pour un changement d'état. Distinguer fusion et dissolution. Identifier le sens du transfert thermique lors d'un changement d'état et le relier au terme exothermique ou endothermique. Exploiter la relation entre l'énergie transférée lors d'un changement d'état et l'énergie massique de changement d'état de l'espèce. Relier l'énergie échangée à la masse de l'espèce qui change d'état.
Système. Échelles caractéristiques d'un système. Référentiel et relativité du mouvement. Description du mouvement d'un système par celui d'un point. Position. Trajectoire d'un point.	Identifier les échelles temporelles et spatiales pertinentes de description d'un mouvement. Choisir un référentiel pour décrire le mouvement d'un système. Expliquer, dans le cas de la translation, l'influence du choix du référentiel sur la description du mouvement d'un système. Décrire le mouvement d'un système par celui d'un point et caractériser cette modélisation en termes de perte d'informations. Caractériser différentes trajectoires. Capacité numérique : représenter les positions successives d'un système modélisé par un point lors d'une évolution unidimensionnelle ou bidimensionnelle à l'aide d'un langage de programmation.
Modèle du point matériel. Principe d'inertie. Cas de situations d'immobilité et de mouvements rectilignes uniformes. Cas de la chute libre à une dimension.	Exploiter le principe d'inertie ou sa contraposée pour en déduire des informations soit sur la nature du mouvement d'un système modélisé par un point matériel, soit sur les forces. Relier la variation entre deux instants voisins du vecteur vitesse d'un système modélisé par un point matériel à l'existence d'actions extérieures modélisées par des forces dont la somme est non nulle, en particulier dans le cas d'un mouvement de chute libre à une dimension (avec ou sans vitesse initiale).



## 5.2 Première spécialité

Notions et contenus	Capacités exigibles
Échelles de description. Grandeurs macroscopiques de description d'un fluide au repos : masse volumique, pression, température. Modèle de comportement d'un gaz : loi de Mariotte. Actions exercées par un fluide sur une surface : forces pressantes. Loi fondamentale de la statique des fluides.	Expliquer qualitativement le lien entre les grandeurs macroscopiques de description d'un fluide et le comportement microscopique des entités qui le constituent. Utiliser la loi de Mariotte. Tester la loi de Mariotte, par exemple en utilisant un dispositif comportant un microcontrôleur. Exploiter la relation $F = P \cdot S$ pour déterminer la force pressante exercée par un fluide sur une surface plane $S$ soumise à la pression $P$ . Dans le cas d'un fluide incompressible au repos, utiliser la relation fournie exprimant la loi fondamentale de la statique des fluides : $P_2 - P_1 = \rho g(z_1 - z_2)$ . Tester la loi fondamentale de la statique des fluides.
Onde mécanique progressive. Grandeurs physiques associées. Célérité d'une onde. Retard. Ondes mécaniques périodiques. Ondes sinusoïdales. Période. Longueur d'onde. Relation entre période, longueur d'onde et célérité.	Décrire, dans le cas d'une onde mécanique progressive, la propagation d'une perturbation mécanique d'un milieu dans l'espace et au cours du temps : houle, ondes sismiques, ondes sonores, etc. Expliquer, à l'aide d'un modèle qualitatif, la propagation d'une perturbation mécanique dans un milieu matériel. Produire une perturbation et visualiser sa propagation dans des situations variées, par exemple : onde sonore, onde le long d'une corde ou d'un ressort, onde à la surface de l'eau. Exploiter la relation entre la durée de propagation, la distance parcourue par une perturbation et la célérité, notamment pour localiser une source d'onde. Déterminer, par exemple à l'aide d'un microcontrôleur ou d'un smartphone, une distance ou la célérité d'une onde. Illustrer l'influence du milieu sur la célérité d'une onde. Distinguer périodicité spatiale et périodicité temporelle. Justifier et exploiter la relation entre période, longueur d'onde et célérité. Déterminer les caractéristiques d'une onde mécanique périodique à partir de représentations spatiales ou temporelles. Déterminer la période, la longueur d'onde et la célérité d'une onde progressive sinusoïdale à l'aide d'une chaîne de mesure. Capacités numériques : Représenter un signal périodique et illustrer l'influence de ses caractéristiques (période, amplitude) sur sa représentation. Simuler à l'aide d'un langage de programmation, la propagation d'une onde périodique. Capacité mathématique : Utiliser les représentations graphiques des fonctions sinus et cosinus.

Réaliser les activités expérimentales suivantes :

- Mesurer une pression dans un gaz et dans un liquide.
- Mesurer et traiter un signal au moyen d'une interface de mesure ou d'un microcontrôleur.
- Commander la production d'un signal grâce à un microcontrôleur.
- Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de collecter des données sur la propagation d'une perturbation mécanique (vidéo, chronophotographie, etc.).
- Mettre en œuvre un dispositif permettant de mesurer la période, la longueur d'onde, la célérité d'une onde périodique.

### 5.3 Terminale spécialité

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Poussée d'Archimède. Écoulement d'un fluide en régime permanent. Débit volumique d'un fluide incompressible. Relation de Bernoulli. Effet Venturi.</p>	<p>Expliquer qualitativement l'origine de la poussée d'Archimède. Utiliser l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède. Mettre en œuvre un dispositif permettant de tester ou d'exploiter l'expression de la poussée d'Archimède. Exploiter la conservation du débit volumique pour déterminer la vitesse d'un fluide incompressible. Exploiter la relation de Bernoulli, celle-ci étant fournie pour étudier qualitativement puis quantitativement l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent. Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'écoulement permanent d'un fluide et pour tester la relation de Bernoulli.</p>
<p>Modèle du gaz parfait. Masse volumique, température thermodynamique, pression. Équation d'état du gaz parfait.</p>	<p>Relier qualitativement les valeurs des grandeurs macroscopiques mesurées aux propriétés du système à l'échelle microscopique. Exploiter l'équation d'état du gaz parfait pour décrire le comportement d'un gaz. Identifier quelques limites du modèle du gaz parfait.</p>
<p>Énergie interne d'un système. Aspects microscopiques. Premier principe de la thermodynamique. Transfert thermique, travail. Capacité thermique d'un système incompressible. Énergie interne d'un système incompressible. Modes de transfert thermique. Flux thermique. Résistance thermique. Bilan thermique du système Terre-atmosphère. Effet de serre. Loi phénoménologique de Newton, modélisation de l'évolution de la température d'un système au contact d'un thermostat.</p>	<p>Citer les différentes contributions microscopiques à l'énergie interne d'un système. Prévoir le sens d'un transfert thermique. Distinguer, dans un bilan d'énergie, le terme correspondant à la variation de l'énergie du système des termes correspondant à des transferts d'énergie entre le système et l'extérieur. Exploiter l'expression de la variation d'énergie interne d'un système incompressible en fonction de sa capacité thermique et de la variation de sa température pour effectuer un bilan énergétique. Effectuer l'étude énergétique d'un système thermodynamique. Caractériser qualitativement les trois modes de transfert thermique : conduction, convection, rayonnement. Exploiter la relation entre flux thermique, résistance thermique et écart de température, l'expression de la résistance thermique étant donnée. Effectuer un bilan quantitatif d'énergie pour estimer la température terrestre moyenne, la loi de Stefan-Boltzmann étant donnée. Discuter qualitativement de l'influence de l'albédo et de l'effet de serre sur la température terrestre moyenne. Effectuer un bilan d'énergie pour un système incompressible échangeant de l'énergie par un transfert thermique modélisé à l'aide de la loi de Newton fournie. Établir l'expression de la température du système en fonction du temps. Suivre et modéliser l'évolution de la température d'un système incompressible. Capacité mathématique : Résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec un second membre constant.</p>

## 5.4 Enseignement scientifique de première

Notions et contenus	Capacités exigibles
Dans le cas des solides amorphes, l'empilement d'entités se fait sans ordre géométrique. C'est le cas du verre. Certaines roches volcaniques contiennent du verre, issu de la solidification très rapide d'une lave.	Mettre en relation la structure amorphe ou cristalline d'une roche et les conditions de son refroidissement.
La cellule est un espace séparé de l'extérieur par une membrane plasmique. Cette membrane est constituée d'une bicouche lipidique et de protéines. La structure membranaire est stabilisée par le caractère hydrophile ou lipophile de certaines parties des molécules constitutives.	Relier l'échelle de la cellule et celle de la molécule (exemple de la membrane plasmique). Schématiser la membrane plasmique à partir de molécules dont les parties hydrophile/lipophile sont identifiées.

## 6 Annexe : quelques repères historiques

L'article [RB05] permet de lister un certain nombre de repères historiques utiles pour tenter d'introduire quelques notions d'histoire de la mécanique des fluides.

### 6.1 Quelques noms célèbres

Dates	Nom
287 – 212 av. J. C.	Archimède
40 – 103	Sextus Julius Frontinus
1452 – 1519	Leonardo da Vinci
1564 – 1642	Galileo Galilei
1608 – 1647	Evangelista Torricelli
1623 – 1662	Blaise Pascal
1642 – 1727	Isaac Newton
1695 – 1771	Henry de Pitot
1700 – 1782	Daniel Bernoulli
1707 – 1783	Leonhard Euler
1717 – 1783	Jean le Rond d'Alembert
1718 – 1798	Antoine Chezy
1746 – 1822	Giovanni Battista Venturi
1785 – 1836	Louis Marie Henri Navier
1789 – 1857	Augustin Louis de Cauchy
1797 – 1884	Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen
1799 – 1869	Jean Louis Poiseuille
1802 – 1870	Heinrich Magnus
1803 – 1858	Henri Philibert Gaspard Darcy
1806 – 1871	Julius Weisbach
1810 – 1879	William Froude
1816 – 1897	Robert Manning
1819 – 1903	George Gabriel Stokes
1829 – 1908	Lester Pelton
1838 – 1916	Ernst Mach
1842 – 1912	Osborne Reynolds
1842 – 1919	Lord Rayleigh (John William Strutt)
1850 – 1922	Vincenz Strouhal
1867 – 1940	Edgar Buckingham
1871 – 1951	Moritz Weber
1875 – 1953	Ludwig Prandtl
1880 – 1953	Lewis Ferry Moody
1881 – 1963	Theodor von Karman
1883 – 1970	Paul Richard Heinrich Blasius

### 6.2 Quelques repères historiques

Dates	Grands développements théorique
390 av. J.-C.	Platon, un philosophe grec décrit l'origine des rivières comme de l'eau s'échappant du sol par des trous.
250	Archimède publie "Les corps flottants" dans lequel il discuté le principe de la force de flottaison et de l'hydrostatique
200	Les scientifiques chinois découvrent que les marées sont reliées au cycle de la lune.
1643	Evangelista Torricelli écrit la relation entre la hauteur et la vitesse dans un jet libre

1738	Daniel Bernoulli publie éhydrodynamiqueé qui discute la pression et la vitesse dans les fluides, et dérive la relation de Bernoulli
1768	Antoine Chezy décrit la relation entre pente, débit et diamètre pour les écoulements.
1839	Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen décrit les propriétés d'un écoulement visqueux laminaire.
1840	Jean Louis Poiseuille décrit les propriétés d'un écoulement visqueux laminaire.
1850	Rudolf Clausius développe la théorie cinétique des gaz.
1877	J. Boussinesq décrit dans sa <i>Théorie des eaux courantes</i> écrit une approximation des équations de Navier-Stokes pour des écoulements incompressibles à surface libre dans lesquels existe un gradient de masse volumique vertical.
1883	Osborne Reynolds décrit la transition entre écoulement laminaire et turbulent dans une conduite.
1889	R. Manning pour avoir étudié les vitesses d'écoulement dans un canal.
1891	Samuel Langley publie Expériences en aérodynamique.
1895	Osborne Reynolds décrit l'écoulement turbulent et la contrainte associée.
1904	Ludwig Prandtl développe des solutions sur la couche limite laminaire.
1908	Paul Richard Heinrich Blasius calcule le profil de vitesse dans la couche limite au voisinage d'un plan.
1918	Ludwig Prandtl développe sa théorie sur les ailes d'avion.
1919	Robert Goddard publie <i>Une méthode pour atteindre les altitudes extrêmes</i> .
1944	L. Moody développe le graphe de Moody pour calculer la relation entre la friction et le débit d'écoulement dans un tuyau.

# Index

- Échelle macroscopique, 6
- Échelle microscopique, 6
- Échelle mésoscopique, 6
- Écoulement
  - permanent, 24
  - stationnaire, 24
- Élastique, 7
- Élève, 4, 24, 29, 40
- Émulsions, 4
- État
  - solide, 4
  - de la matière, 4
  - gazeux, 4
  - liquide, 4
  
- Permanent (Écoulement), 24
  
- Altitude, 38
- Archimède, 21
- Artérielle (pression), 18
- Atmosphère, 10
- Atmosphère isotherme, 39
- Atmosphérique (pression), 10
  
- Ballon de baudruche, 40
- Baromètre, 17
- Bernoulli, 26–28, 35, 41
- Bulle, 4, 13
  
- Cavitation, 35
- Champ, 7
- Cisaillement, 8
- Compressibilité, 39
- Continuité de la pression, 13
- Contrainte, 7
- Contrainte de cisaillement, 8
- Couche limite, 37
- Courant (Ligne de), 23
- Courant (Tube de), 24
- Courbure, 40
  
- Diagramme d'état, 4
- Débit
  - massique, 25
  - volumique, 24
  
- Eolienne, 39
- Equation d'état, 5
  
- Fluide, 4, 8
  - incompressible, 24
  - parfait, 23
  - réel, 35
- Force pressante, 9
- force pressante, 9
- Force pressante, 7
  
- Frottements, 23
  
- Galilée, 18
- Gaz, 4
- Gaz parfait, 5
- Glaçon, 23
  
- Histoire, 47
- Hydrostatique, 15, 16
- hydrostatique, 15
- Hélices, 35
  
- Incompressible, 24
- Isotropie, 9
  
- Laminaire, 38
- Laplace, 39
- Lennard-Jones, 4
- Libre parcours moyen, 6, 36
- Ligne de courant, 23
- Liquide, 4
  
- Mach, 39
- Macroscopique, 6
- Manomètre, 9
- Mariotte, 32
- Mercure, 18
- Microscopique, 6
- Millimètre de mercure, 18
- Mouillabilité, 40
- Mousse, 4
- Ménisque, 40
- Mésoscopique, 6
  
- Nombre
  - de Mach, 39
  - de Reynolds, 38
  
- Parfait, 23
- Particule fluide, 6
- Pascal (unité), 8
- Pauli (Principe de), 5
- Poiseuille (loi de), 37
- Poiseuille (unité), 36
- Pompe, 19
- Poussée d'Archimède, 21
- Pressante (Force), 9
- Pression, 5, 8
  - artérielle, 18
  - atmosphérique, 10
  - cinétique, 5
  - de vapeur saturante, 12, 35
  - moléculaire, 5
  - négative, 35
- Profil de vitesse, 37

Quantité de mouvement, 35

Relation de Bernoulli, 27

Reynolds, 38

Réaction, 7, 23

Son, 39

Stationnaire (Écoulement), 24

Suspensions, 4

Tension, 40

Tension superficielle, 40

Torr, 18

Torricelli, 17

Torricelli, Vidange, 30

Transition de phase, 4

Tube de courant, 24

Turbulent, 38

Van der Waals, 5

Vapeur saturante, 35

Variable d'état, 5

Vase de Mariotte, 32

Viscosité, 23, 35

Vitesse du son, 39

## Références

- [Bat00] George Keith Batchelor. *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge university press, 2000.
- [Bes01] Ugo Besson. *Une approche mésoscopique pour l'enseignement de la statique des fluides. Étude des raisonnements des apprenants, élaboration et expérimentation d'une séquence d'enseignement*. PhD thesis, Université Denis Diderot-Paris 7, 2001.
- [CK16] Jean-Michel Courty and Edouard Kierlik. Des fluides sans dessus dessous. *Pour la science*, 467 :89–90, aout 2016.
- [JJ87] Kenneth Langstreth Johnson and Kenneth Langstreth Johnson. *Contact mechanics*. Cambridge university press, 1987.
- [RB05] Kurt Rosentrater and Radha Balamuralikrishna. Essential highlights of the history of fluid mechanics. In *2005 Annual Conference*, pages 10–579, 2005.