



**HAL**  
open science

# Development of new elasto-plastic constitutive models of metallic materials by an energy approach

A. Gaurus

► **To cite this version:**

A. Gaurus. Development of new elasto-plastic constitutive models of metallic materials by an energy approach. 25ème Congrès Français de Mécanique, Association Française de Mécanique, Aug 2022, Nantes, France. hal-03872901

**HAL Id: hal-03872901**

**<https://hal.science/hal-03872901>**

Submitted on 26 Nov 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Développement des nouveaux modèles constitutifs élasto-plastique des matériaux métalliques par une approche énergétique

A. GAVRUS<sup>a</sup>

a. Laboratoire de Génie Civil et de Génie Mécanique LGCGM (EA 3913), Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 35700 Rennes, France.

Adresse électronique : [adinel.gavrus@insa-rennes.fr](mailto:adinel.gavrus@insa-rennes.fr)

**Mots clés :** Approche énergétique, Thermodynamique, Modèles constitutifs aux équations différentielles, Energie de déformation plastiques, Ecrouissage et adoucissement dynamique

## Résumé :

*Les matériaux métalliques sont utilisés d'une manière intensive dans la majorité des secteurs de l'ingénierie à travers une palette très large des opérations de mise en forme dédiées à la fabrication des différentes composantes et structures. Il s'avère alors important de maîtriser leur comportement thermomécanique pour rendre prédictive les simulations numériques utilisées afin de limiter le recours à des études expérimentales onéreuses et pouvoir réaliser les optimisations des processus de formage. L'un du défi majeur actuel reste toujours de mieux comprendre les phénomènes physiques à l'échelle microscopique et mésoscopique intervenant au cours de la déformation élasto-plastique.*

*La littérature technique et scientifique propose une classe très large des lois constitutives modélisant le comportement thermomécanique des matériaux soumises aux différentes conditions des sollicitations. Les formulations classiques de ces lois rhéologiques expriment le tenseur de contraintes de Cauchy fonction des variables internes instantanées comme le tenseur de déformation, le tenseur de vitesse de déformation et la température, permettant de donner avec une précision suffisante la réponse des matériaux sous sollicitations quasi-statiques, mais d'une manière peu précise pour des sollicitations en dynamique rapide ou sévères. En effet dans ces derniers cas ont fait recours aux techniques de calibration paramétrique sortant du cadre physique qui requière plutôt une description assez fine des mécanismes microstructuraux. De plus dans les pluparts de cases, afin de décrire le comportement d'écrouissage sous sollicitations spécifiques, ces lois traditionnelles réduisent l'effet de l'histoire de déformation uniquement à travers la déformation plastique cumulée défini par intégration de la vitesse de déformation généralisée. Or lors des mécanismes de durcissement agissant sous des principes de la thermodynamique, la contrainte subie par le matériau à l'échelle d'un élément infinitésimal de volume est plutôt reliée à l'énergie de déformation plastique dissipée localement responsable de tout changement de l'état structurel du matériau et des interactions développées à petite-échelle.*

Ce travail de recherche propose tout d'abord l'application d'un nouveau formalisme de définition des lois d'érouissage exprimant la contrainte fonction de l'énergie dissipée par la déformation plastique. Cette nouvelle approche appelée approche énergétique permet d'intégrer l'ensemble des mécanismes physiques qui gouvernent le changement de la microstructure suite à une déformation plastique, tout en respectant le principe d'objectivité en utilisant des variables et paramètres indépendants du référentiel choisi comme l'énergie. Il est aussi important à souligner que la formulation énergétique est plus pertinente puisqu'elle traduit les phénomènes physiques se déroulant dans le matériau sous l'influence de l'énergie de déformation caractérisant aux différentes échelles d'une manière plus réaliste l'évolution de la microstructure du matériau. Cette formulation reste valable pour un grand domaine de déformation, tout le spectre des conditions de chargement et reste capable de bien prédire la réponse du matériau pour tous types de sollicitations : statiques, transitoires ou dynamiques.

Cette approche a été évoquée pour la première fois par R. HILL [1], en indiquant que le travail de l'érouissage dépend de l'énergie de déformation plastique. Ensuite un nouveau formalisme est introduit par M. YOSHINO et T. SHIRAKASHI [2] en exprimant pour la première fois une contrainte de référence caractérisant le matériau fonction de l'énergie de déformation plastique. Les auteurs présentent dans une démarche générale l'obtention de l'équation cinétique correspondante qui dans des conditions particulières donne par intégration une loi classique d'érouissage puissance fonction de la déformation plastique. L'approche énergétique visée peut-être aussi vue comme une conséquence de la loi constructuale plus générale qui postule que tout système trouve son évolution dans le temps tout en minimisant les énergies associées aux pertes, en maximisant son entropie et en minimisant la création d'entropie (Prof. A. BEJAN de Duke University - USA)[3].

Un deuxième objectif de ce travail est de donner une formulation mathématique plus générale des modèles constitutifs d'un métal avec la prise en compte des phénomènes d'adoucissement dynamiques (restauration et recristallisations) à travers une approche en énergie [4-5]. Il est démontré que dans certains cas très particuliers, liés que à l'érouissage par exemple, l'on obtient les expressions des lois usuelles et à l'inverse l'on peut exprimer les équations constitutives dites énergétiques à partir des formulations classiques i.e. :

$$\sigma_h = H(\bar{\varepsilon}) \Leftrightarrow \sigma_h = f(W) \text{ with } W = \int \sigma_h d\bar{\varepsilon}$$

Le nouveau modèle constitutif ainsi obtenu sera discuté par rapport à une implémentation numérique dans la résolution des équations de Prandtl-Reuss spécifique à une description 3D de la déformation élasto-plastique en partant d'une description énergétique de la variation de la contrainte équivalente exprimée par un ensemble des équations différentielles définies en termes d'énergie de déformation.

$$g\left(W, \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}}\right) = 0, h\left(W, \frac{dW}{d\bar{\varepsilon}}\right) = 0, W = \int \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon} \Leftrightarrow \sigma_h = f(W)$$

[1] R. Hill. *The Mathematical theory of plasticity*. Oxford, The Clarendon Press, 1950.

[2] M. Yoshino et T. Shirakashi. *Flow-stress equation including effects of strain-rate and temperature history*. Pergamon, 39(12) :1345-1362, 1997.

[3] A. Bejan. *Advanced Engineering Thermodynamics*. 2nd ed. Wiley, New York, 1997.

[4] B. Saade, A. Gavrus, J. Bodgi and N. Bejjani. *New formulation of metallic materials constitutive models by an energy approach*, XVI Int. Conf. on Computational Plasticity. *Fundamentals and Applications COMPLAS 2021*, E. Oñate, D. Peric, M. Chiumenti & Eduardo de Souza Neto (Eds), Barcelona, Spain 7-10 September 2021.

[5] B. Saade, A. Gavrus, J. Bodgi and N. Bejjani. *“Generalized Energetic Differential Equations Modeling Plasticity Behavior of Materials”*, 19th Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics ICNAAM 2021, Rhodes, Greece, 20-26 September 2021.