



**HAL**  
open science

# Identification de champ par l'erreur en relation de comportement modifiée : développements théoriques et application expérimentale

Renaud Ferrier, Aldo Cocchi, Christian Hochard

## ► To cite this version:

Renaud Ferrier, Aldo Cocchi, Christian Hochard. Identification de champ par l'erreur en relation de comportement modifiée : développements théoriques et application expérimentale. Congrès Français de Mécanique, Aug 2022, Nantes, France. hal-03857018

**HAL Id: hal-03857018**

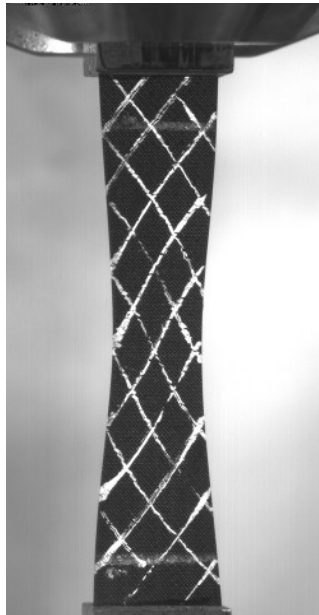
**<https://hal.science/hal-03857018v1>**

Submitted on 17 Nov 2022

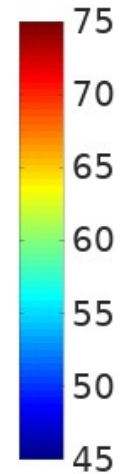
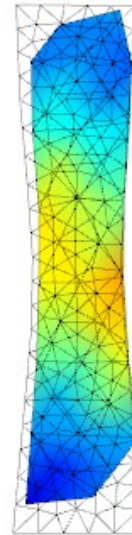
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

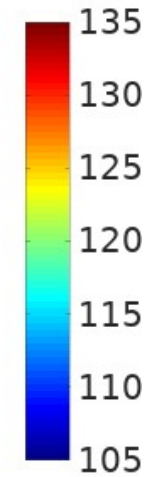
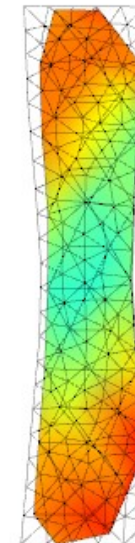
# Identification de champ par l'erreur en relation de comportement modifiée : développements théoriques et application expérimentale



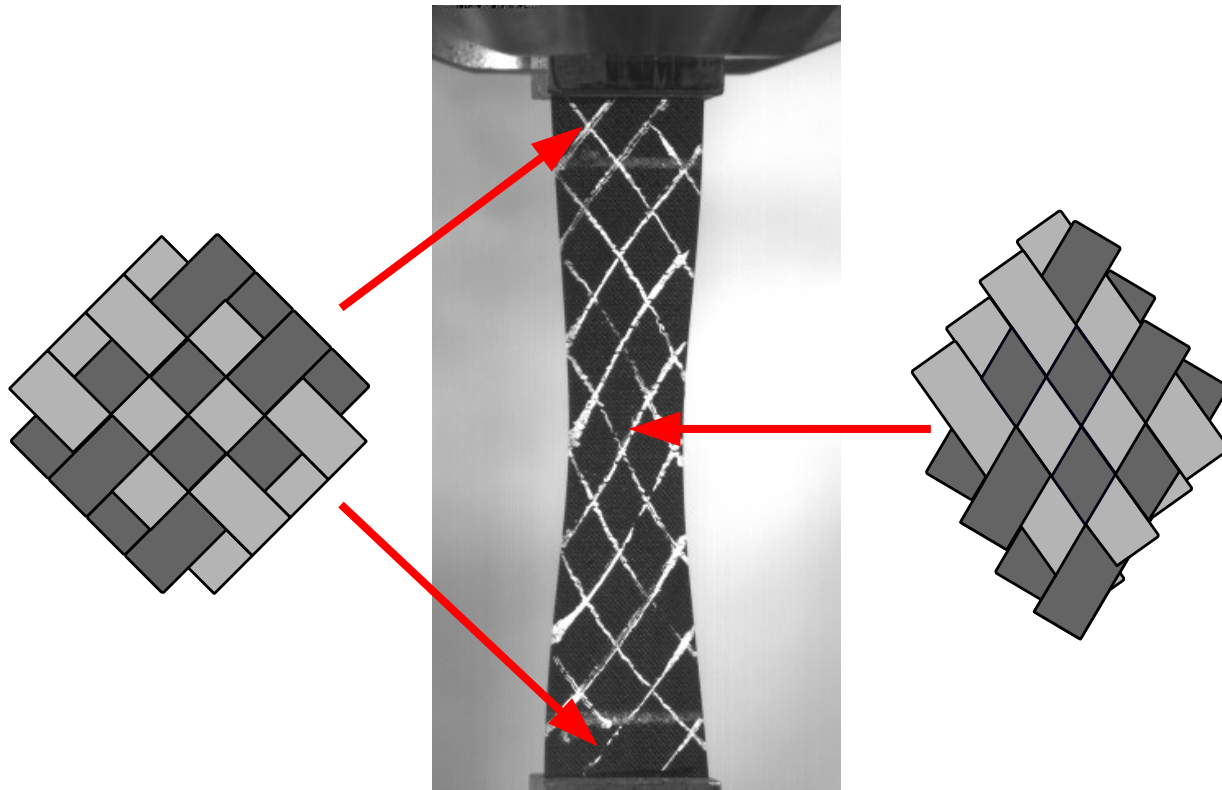
$\theta_1$  (deg)



$\theta_2$  (deg)



## Essai « bias tension test »



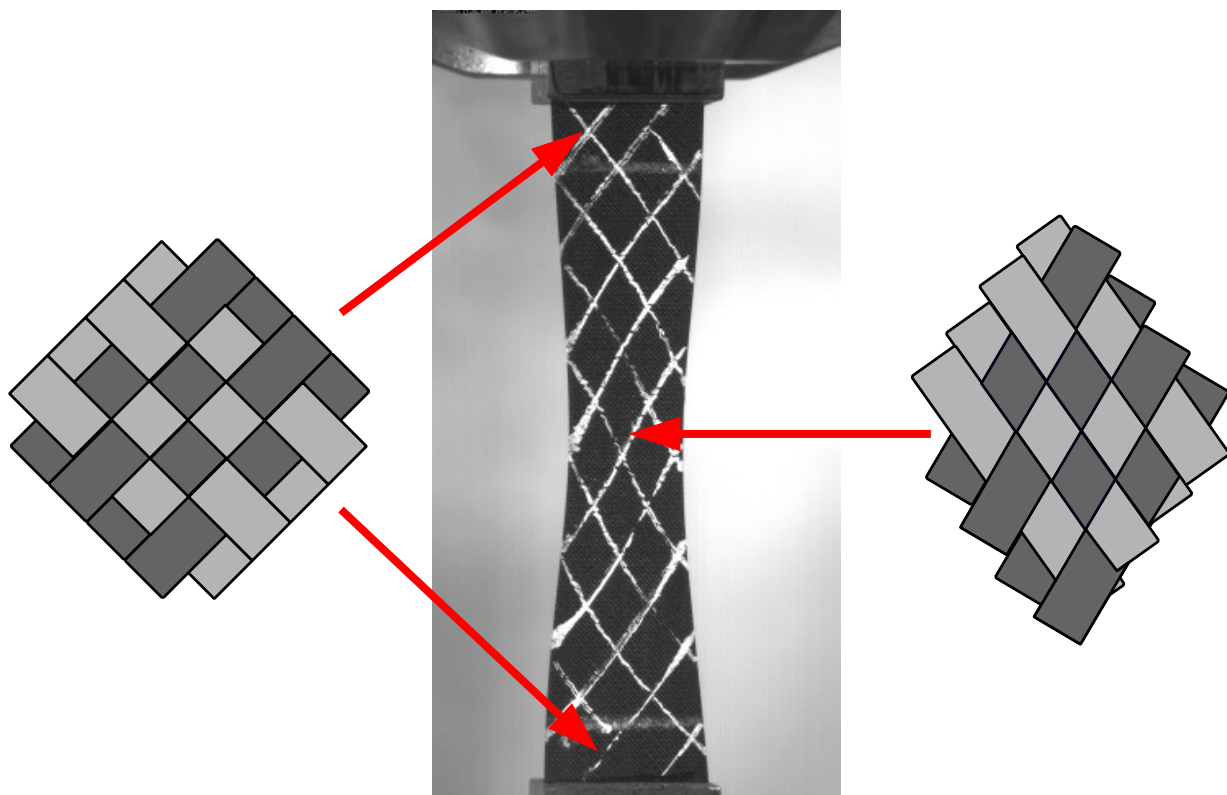
Éprouvette rectangulaire

Composite  $\pm 45^\circ$

Tissé équilibré

Thermosable pré-imprégné

# Essai « bias tension test »



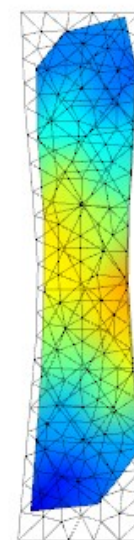
Éprouvette rectangulaire

Composite  $\pm 45^\circ$

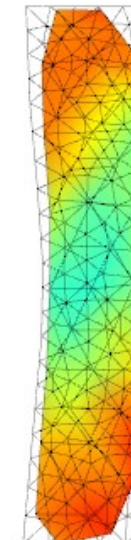
Tissé équilibré

Thermodurcissable pré-imprégné

$\theta_1$  (deg)

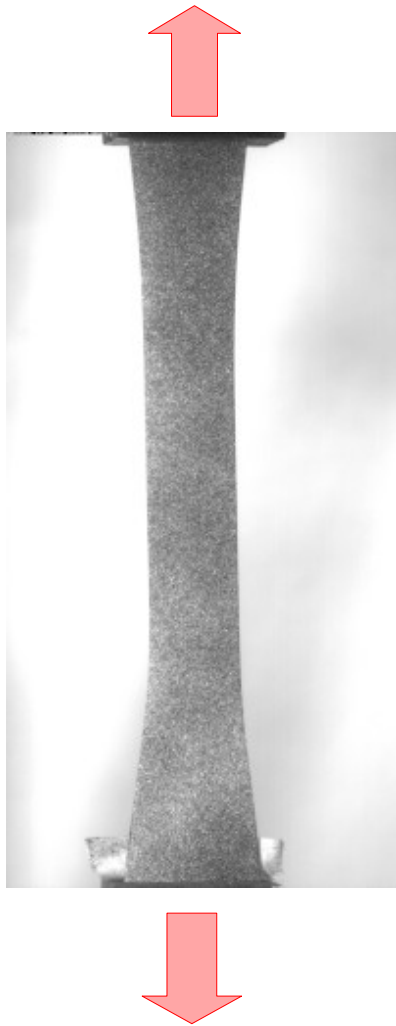


$\theta_2$  (deg)

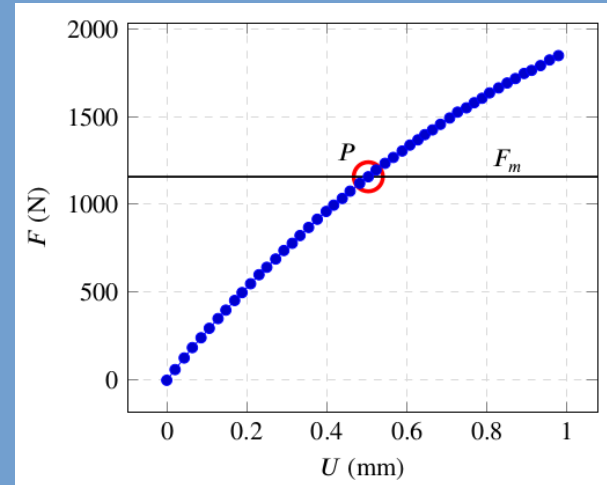


Orientations obtenues par traitement d'image (référence)  
Incertitude  $\approx \pm 5^\circ$

# Essai de traction



Corrélation d'images  
GOM-ARAMIS





Courbe de traction globale

Déplacement en tout point  
de l'éprouvette

[Ladeveze et al. 93]  
 [Chamoin et al. 14]  
 [Ben Azzouna et al. 15]  
 [Bonnet, Aquino 15]  
 [Barbarella et al. 16]  
 [Guo et al. 19]

## Méthode de l'Erreur en Relation de Comportement Modifiée

Mesure	:	$u_m$		
Paramètres	:	$\theta$		
Matrice de raideur	:	$K(\theta)$		
Champ « Statiquement Admissible »	:	$v$		$K_1(\theta)v = f_1$
Champ « Cinématiquement Admissible »	:	$u$		$\Pi u = u_m$

[Ladeveze et al. 93]  
 [Chamoin et al. 14]  
 [Ben Azzouna et al. 15]  
 [Bonnet, Aquino 15]  
 [Barbarella et al. 16]  
 [Guo et al. 19]

## Méthode de l'Erreur en Relation de Comportement Modifiée

Mesure	:	$u_m$	
Paramètres	:	$\theta$	
Matrice de raideur	:	$K(\theta)$	
Champ « Statiquement Admissible »	:	$v$	$\leftarrow K_1(\theta)v = f_1$
Champ « Cinématiquement Admissible »	:	$u$	$\leftarrow \Pi u = u_m$

$$\min_{\substack{\theta, u, v \\ K_1(\theta)v = f_1}} \underbrace{\frac{1}{2}(u - v)^T K(\theta)(u - v)}_{\text{Écart équilibre-mesure}} + \underbrace{\frac{\bar{r}}{2} (\Pi u - u_m)^T (\Pi u - u_m)}_{\text{Écart à la mesure}} + \underbrace{\mu \bar{r} N(\theta)}_{\text{« vraisemblance » du champ}}$$

Poids des mesures
Régularisation spatiale

$\bar{r}$ 
 $\mu \bar{r}$

## Méthode de l'Erreur en Relation de Comportement Modifiée

$$\min_{\substack{\theta, u, v \\ K_1(\theta)v=f_1}} \frac{1}{2}(u-v)^T K(\theta)(u-v) + \frac{r}{2} (\Pi u - u_m)^T (\Pi u - u_m) + \mu r N(\theta)$$

Lagrangien :

$$\phi(\theta, u, v, \lambda) = \frac{1}{2}(u-v)^T K(\theta)(u-v) + \frac{r}{2} (\Pi u - u_m)^T (\Pi u - u_m) + \mu r N(\theta) + \lambda^T (K_1(\theta)v - f)$$

Stationnarité :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_u \phi = K(\theta)u - K(\theta)v + r\Pi^T \Pi u - r\Pi^T u_m \\ \nabla_v \phi = K(\theta)v - K(\theta)u + K_1^T(\theta)\lambda \\ \nabla_\lambda \phi = K_1(\theta)v - f_1 \end{array} \right. \quad \text{À annuler}$$

$$\nabla_\theta \phi = \frac{1}{2}(u-v)^T \nabla K(\theta)(u-v) + \mu r \nabla N(\theta) + \lambda^T \nabla K_1(\theta)u \quad \text{À « suivre »}$$



## Terme régularisant ?

$$\min_{\substack{\theta, u, v \\ K_1(\theta)v=f_1}} \frac{1}{2}(u - v)^T K(\theta)(u - v) + \frac{r}{2} (\Pi u - u_m)^T (\Pi u - u_m) + \mu r N(\theta)$$

Habituellement pas utilisé avec l'Erreur en Relation de Comportement modifiée

Identification de paramètres macro : [Ben Azzouna et al. 15]

Identification de champs : [Bonnet, Aquino 15]

Le paramètre  $r$  est utilisé  
comme régularisation

## Terme régularisant ?

$$\min_{\substack{\theta, u, v \\ K_1(\theta)v=f_1}} \frac{1}{2}(u-v)^T K(\theta)(u-v) + \frac{r}{2} (\Pi u - u_m)^T (\Pi u - u_m) + \mu r N(\theta)$$

Habituellement pas utilisé avec l'Erreur en Relation de Comportement modifiée

Identification de paramètres macro : [Ben Azzouna et al. 15]

Identification de champs : [Bonnet, Aquino 15]

Le paramètre  $r$  est utilisé  
comme régularisation

Cependant

Impossible de s'en passer sur le cas  
étudié ici

Choisir explicitement  
la forme de la régularisation

## Terme régularisant Norme $L^2$ du gradient

$$N_2(\theta) = \frac{1}{2} \theta^T G^T G \theta \quad G : \text{la matrice calculant le gradient à-partir de } \theta$$

But : éviter que le champ soit trop oscillant

$$\nabla_{\theta} N_2(\theta) = G^T G \theta$$

Problèmes : bords et discontinuités

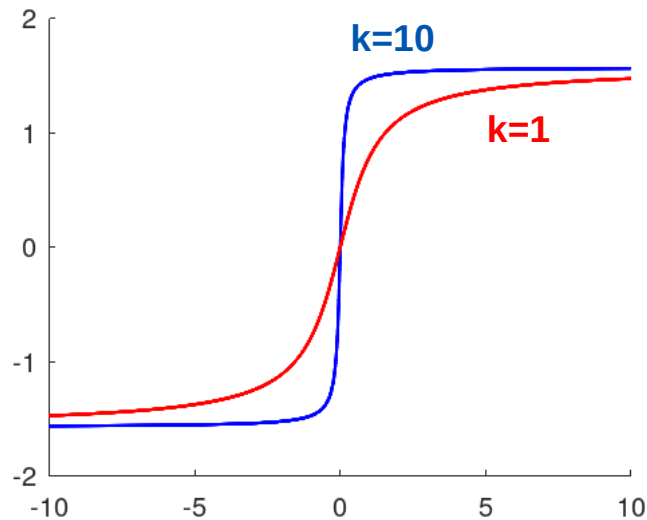
## Terme régularisant Norme $L^1$ du gradient

$$N_1(\theta) = \sum_i |(G\theta)_i|$$

Autorise les discontinuités

Exemple :  $k \in \mathbb{R}, \quad f : x \in \mathbb{R} \mapsto \arctan(kx)$

$$\|f\|_{2,\mathbb{R}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (f'(x))^2 dx = k^2 \frac{\pi}{2} \quad \text{and} \quad \|f\|_{1,\mathbb{R}} = \int_{-\infty}^{\infty} |f'(x)| dx = \pi$$



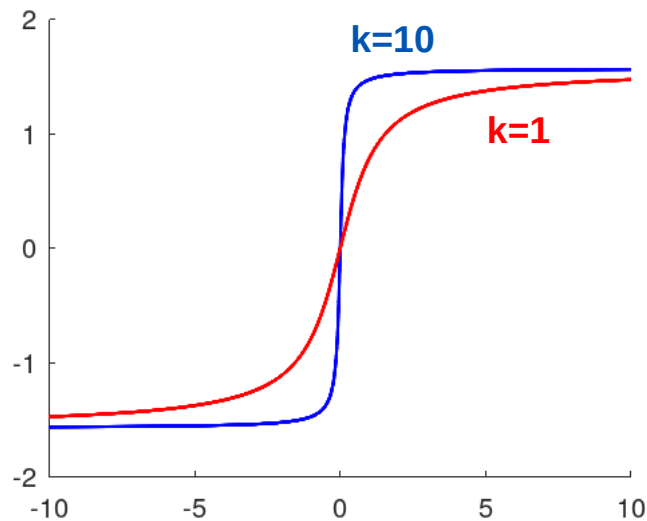
## Terme régularisant Norme $L^1$ du gradient

$$N_1(\theta) = \sum_i |(G\theta)_i|$$

Autorise les discontinuités

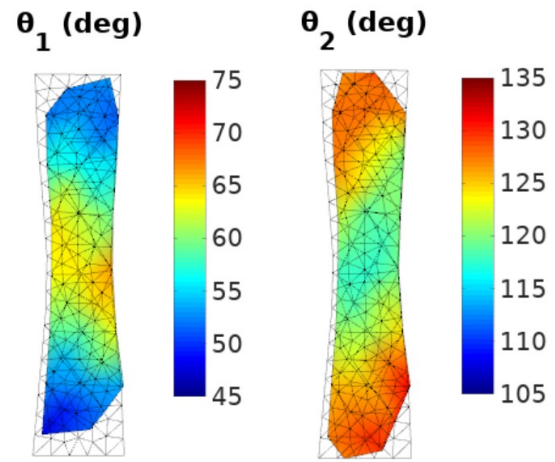
Exemple :  $k \in \mathbb{R}, \quad f : x \in \mathbb{R} \mapsto \arctan(kx)$

$$\|f\|_{2,\mathbb{R}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (f'(x))^2 dx = k^2 \frac{\pi}{2} \quad \text{and} \quad \|f\|_{1,\mathbb{R}} = \int_{-\infty}^{\infty} |f'(x)| dx = \pi$$



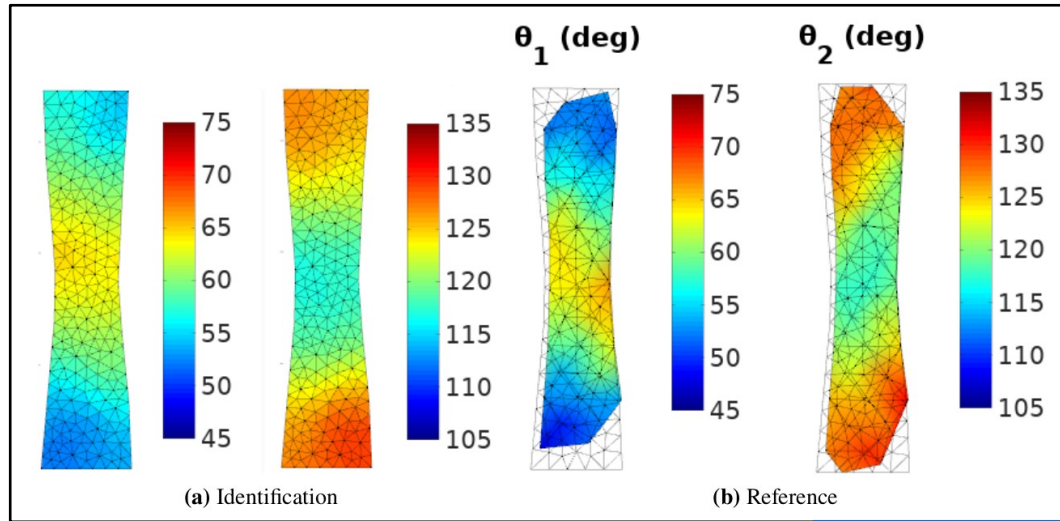
Inconvénient :  
Technique de minimisation

# Résultats numériques



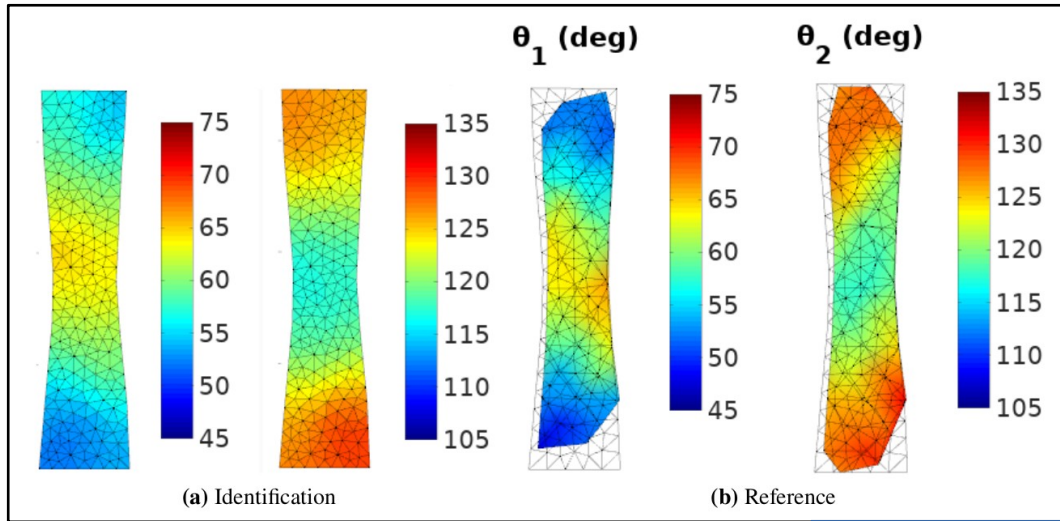
(b) Reference

# Résultats numériques

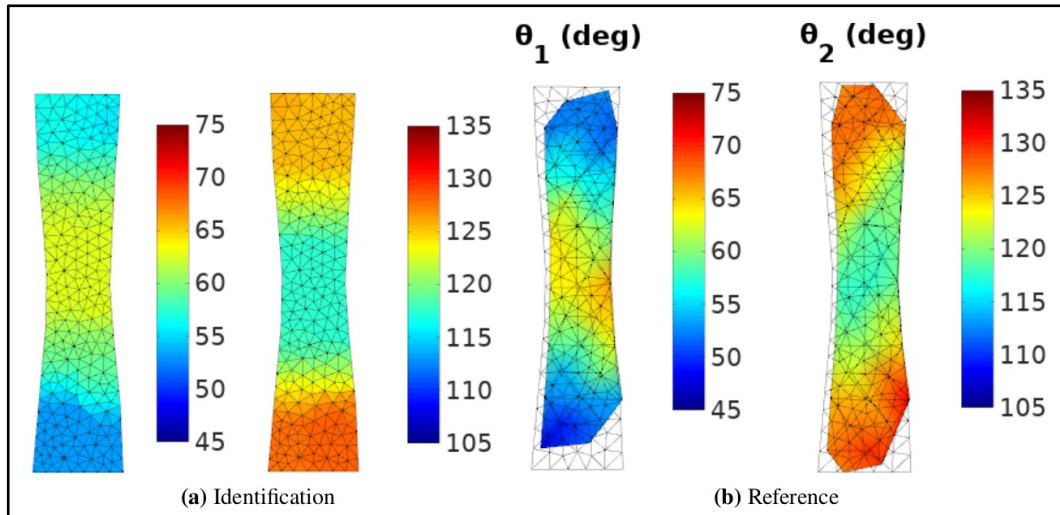


Norme 2

# Résultats numériques



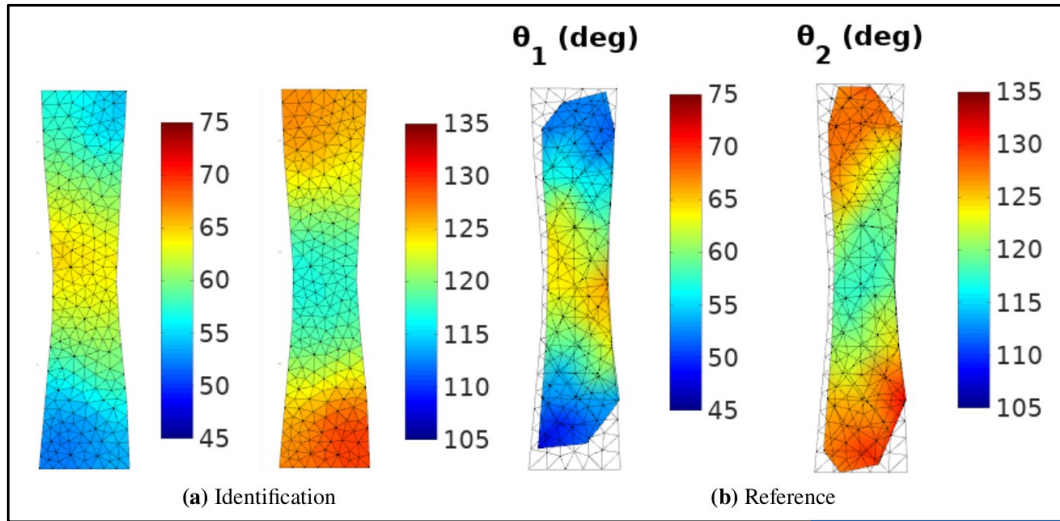
Norme 2



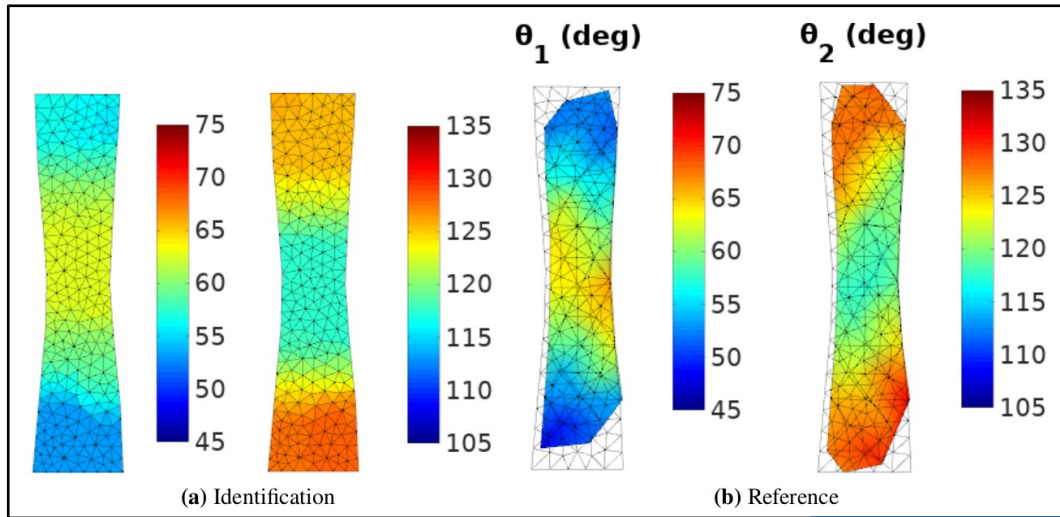
Norme 1



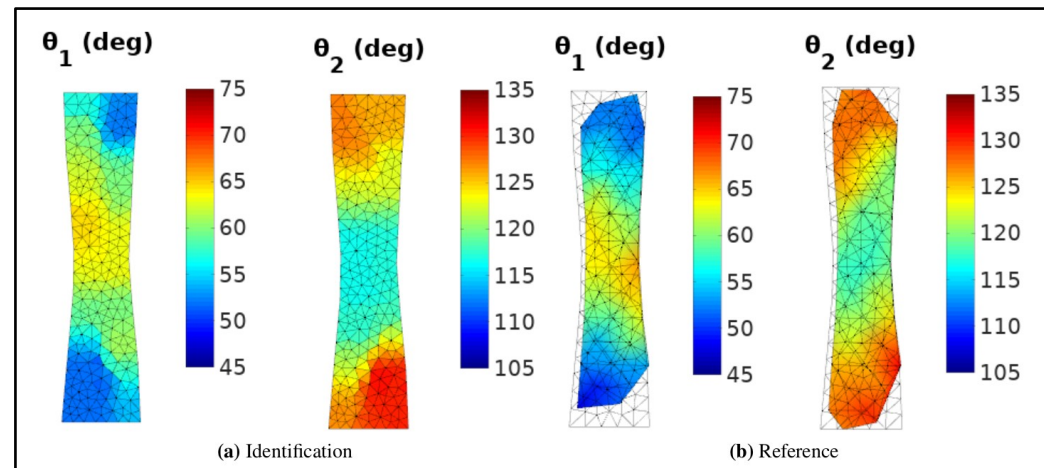
# Résultats numériques



Norme 2

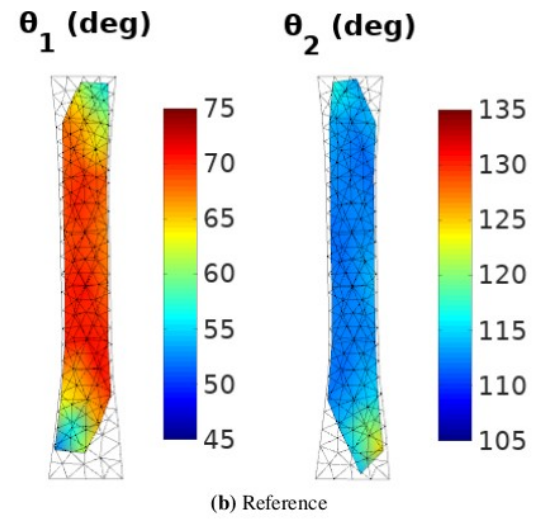


Norme 1

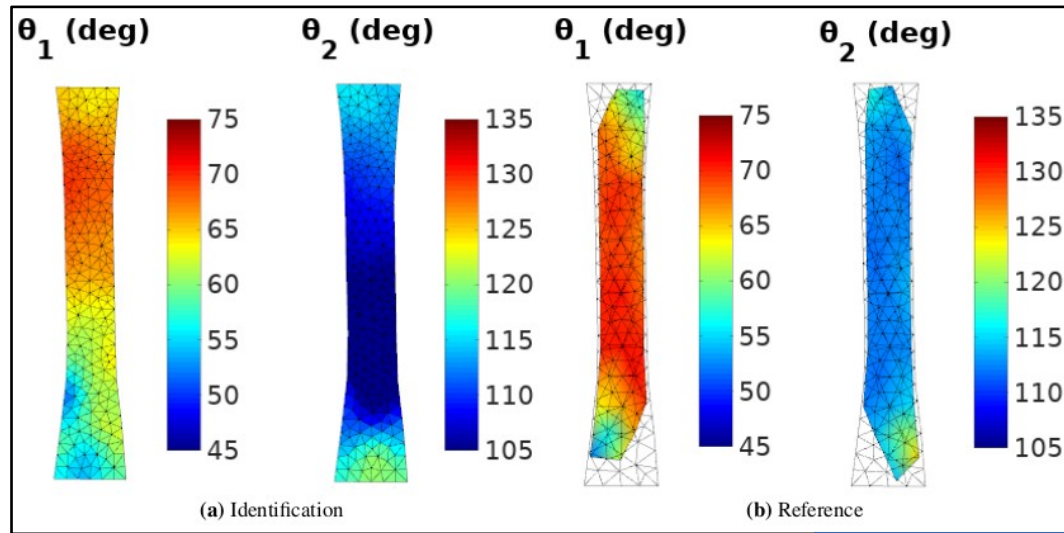


Norme 1  
Paramètre déterminé manuellement

# Résultats numériques

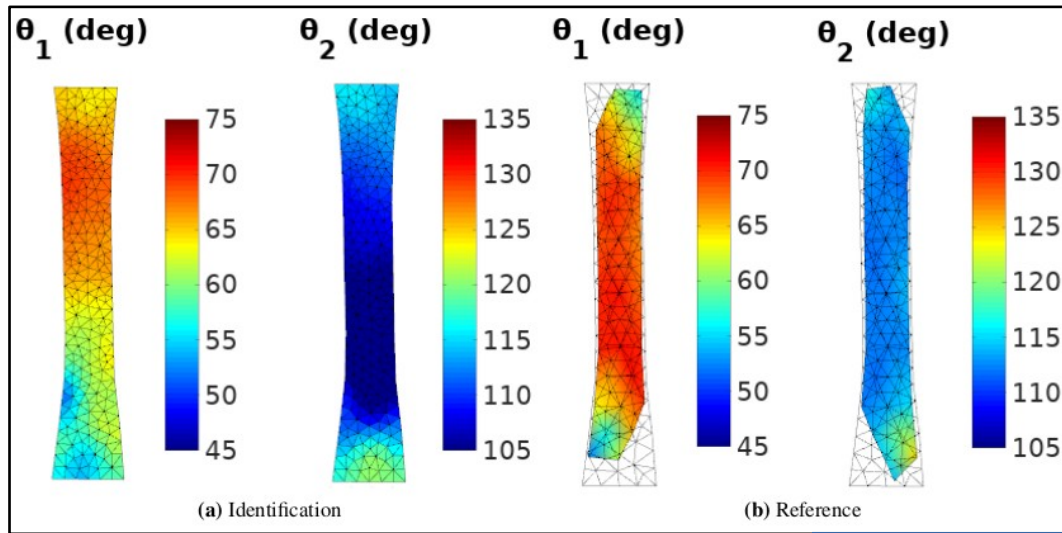


# Résultats numériques

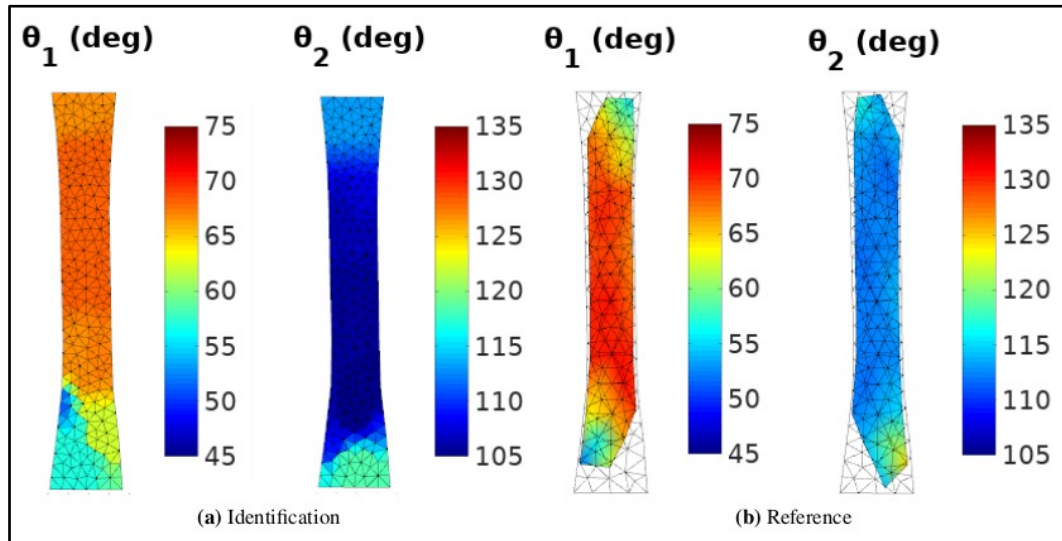


Norme 2

# Résultats numériques



Norme 2



Norme 1

# Conclusion



Méthode de l'erreur en relation de comportement modifiée pour l'identification de champs en statique



Ajout d'un terme de régularisation



La régularisation  $L^2$  et  $L^1$  ont chacune leurs cas d'application optimaux



Identification fine de l'orientation des fibres d'un composite à-partir de mesures par corrélation d'images sur un essai en statique



Identification en dynamique



Convergence de la méthode pour la régularisation  $L^1$

[Launay et al 07] : Launay J, Hivet G, Duong AV, Boisse P. Experimental analysis of the influence of tensions on in plane shear behaviour of woven composite reinforcements. *Composites science and technology* 2008; 68(2): 506–515.

[Jauffret et al. 20] : Jauffret M, Cocchi A, Naouar N, Hochard C, Boisse P. Textile Composite Damage Analysis Taking into Account the Forming Process. *Materials* 2020; 13(23): 5337.

[F. et al. 21] : Ferrier R, Cocchi A, and Hochard C. Modified Constitutive Relation Error for field identification : theoretical and experimental assessments on fiber orientation identification in a composite material. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2021, 122(24) :7553–7580.

[Barbarella et al. 16] : Barbarella E, Allix O, Daghia F, Lamon J, Jollivet T. A new inverse approach for the localization and characterization of defects based on compressive experiments. *Computational Mechanics* 2016; 57(6): 1061–1074.

[Bonnet, Aquino 15] : Bonnet M, Aquino W. Three-dimensional transient elastodynamic inversion using an error in constitutive relation functional. *Inverse Problems* 2015; 31(3): 035010.

[Guo et al. 19] : Guo J, Wang L, Takewaki I. Frequency response-based damage identification in frames by minimum constitutive relation error and sparse regularization. *Journal of Sound and Vibration* 2019; 443: 270–292.

[Ladeveze et al. 93] : Ladeveze P, Reynier M, Nedjar D. Parametric correction of finite element models using modal tests. In: Springer. 1993 (pp 91–100).

[Chamoin et al. 14] : Chamoin L, Ladevèze P, Waeytens J. Goal-oriented updating of mechanical models using the adjoint framework. *Computational mechanics* 2014; 54(6): 1415–1430.

[Ben Azzouna et al. 15] : Ben Azzouna M, Feissel P, Villon P. Robust identification of elastic properties using the modified constitutive relation error. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2015; 295: 196–218.

[Mascareñas 13] : Mascareñas D, Cattaneo A, Theiler J, Farrar C. Compressed sensing techniques for detecting damage in structures. *Structural Health Monitoring* 2013; 12(4): 325–338.

[Zhang et al. 15] : Zhang Z, Xu Y, Yang J, Li X, Zhang D. A survey of sparse representation: algorithms and applications. *IEEE access* 2015;3: 490–530.

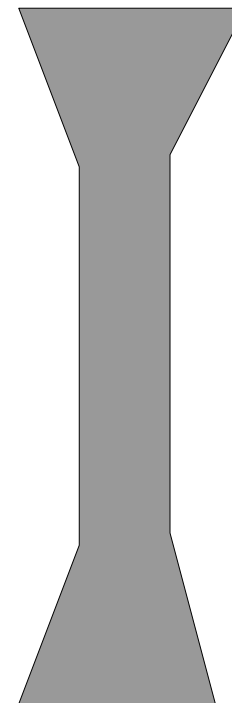
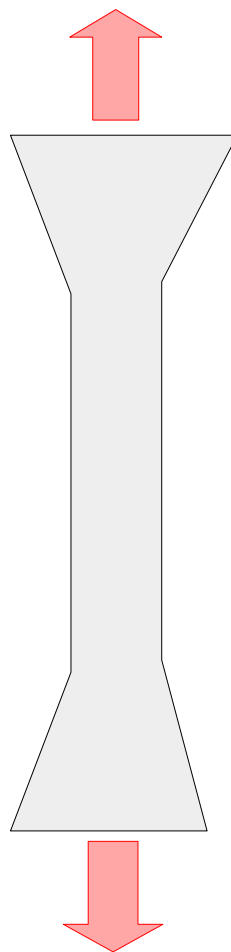
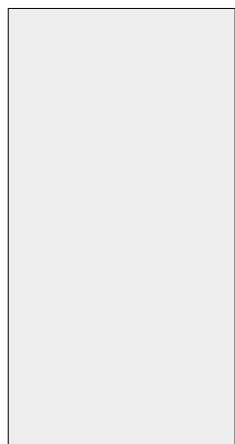
[Morozov 68] : Morozov VA. The error principle in the solution of operational equations by the regularization method. *Zhurnal Vychislitel'noi Matematiki i Matematicheskoi Fiziki* 1968; 8(2): 295–309.

[Miller 70] : Miller K. Least squares methods for ill-posed problems with a prescribed bound. *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 1970; 1(1): 52–74.

[Reginska 96] : Regińska T. A regularization parameter in discrete ill-posed problems. *SIAM Journal on Scientific Computing* 1996; 17(3):740–749.

[Johnston, Gulrajani 00] : Johnston PR, Gulrajani RM. Selecting the corner in the L-curve approach to Tikhonov regularization. *IEEE Transactions on biomedical engineering* 2000; 47(9): 1293–1296.

## Essai « bias tension test »



Éprouvette rectangulaire

Composite  $\pm 45^\circ$

Tissé équilibré

Thermodurcissable pré-imprégné

Mise en traction

Polymérisation

## Objectifs de l'étude

[Barbarella et al. 16]

1- Identification d'orientation des fibres sur un cas simplifié...

...pour lequel on peut contrôler visuellement

[Bonnet, Aquino 15]  
[Guo et al. 19]

2- Méthode de l'Erreur en Relation de Comportement  
pour l'identification de champs

Notamment en statique





## Méthode de l'Erreur en Relation de Comportement Modifiée

Système couplé

Découplable si l'équilibre  
est « total »

$$\begin{pmatrix} r\Pi^T\Pi & K_1^T(\theta) \\ K_1(\theta) & -K_{11}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\Pi^T u_m \\ f_1 \end{pmatrix}$$

$v$  obtenu par simple post-traitement

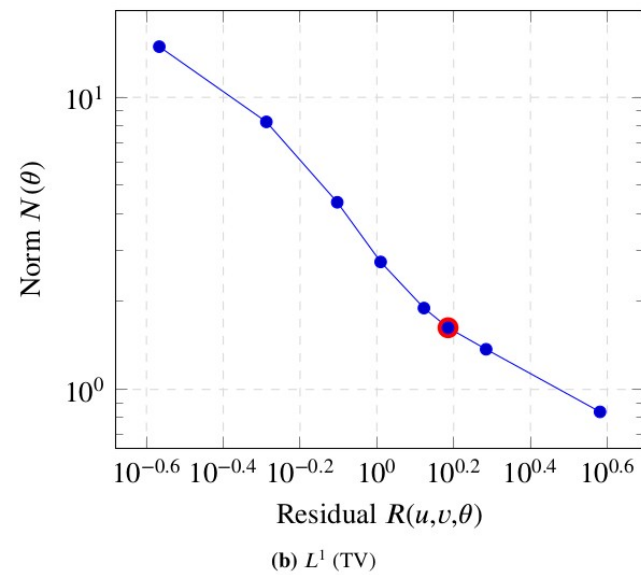
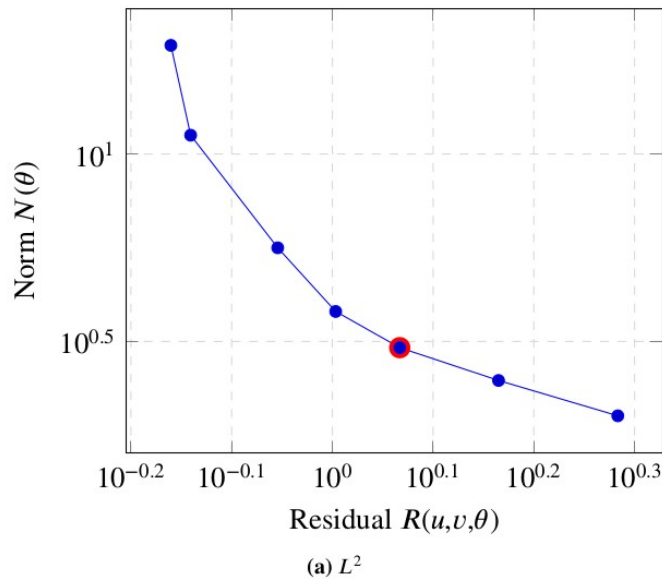
Descendre le long de :

$$\nabla_{\theta}\phi = \frac{1}{2}(u - v)^T \nabla K(\theta)(u - v) + \mu r \nabla N(\theta) + \lambda^T \nabla K_1(\theta)u$$

# Détermination des paramètres de régularisation

$$\min_{\substack{\theta, u, v \\ K_1(\theta)v=f_1}} \frac{1}{2}(u - v)^T K(\theta)(u - v) + \frac{r}{2} (\Pi u - u_m)^T (\Pi u - u_m) + \mu r N(\theta)$$

Choix de  $\mu$  : différentes méthodes de la littérature (L-curve, Morozov, produit minimum)



Choix de  $r$  : tend vers 0 => Méthode CASE de [Seidl et al. 19]