



**HAL**  
open science

# Fondements et mécanismes du débat scientifique en classe– Etude d’un cas sur la modélisation et la définition

Thomas Lecorre, Imène Ghedamsi

## ► To cite this version:

Thomas Lecorre, Imène Ghedamsi. Fondements et mécanismes du débat scientifique en classe– Etude d’un cas sur la modélisation et la définition. 2024. hal-03854635v2

**HAL Id: hal-03854635**

**<https://hal.science/hal-03854635v2>**

Preprint submitted on 23 Jun 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## **Fondements et mécanismes du débat scientifique en classe– Etude d'un cas sur la modélisation et la définition**

Thomas Lecorre<sup>1</sup>, et Imène Ghedamsi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*CY Cergy Paris Université*

### **Introduction**

Le débat scientifique désigne le débat qui a lieu entre les membres de la communauté scientifique au sujet d'une question dans le but de trouver un consensus et de fonder ainsi un nouveau savoir (Fontecave 2014 ; Skoyles, 2008). Initié par Marc Legrand dans les années 1980, le "débat scientifique en classe" (DSC) a été expérimenté à tous les niveaux d'enseignement, du primaire à l'université (Alibert & Al., 1987 ; Dawkins & Al. 2011, Hitt, 2017 ; Legrand 1986, 1990a, 1990b ; 2001). Le DSC désigne le débat qui a lieu entre les élèves/étudiants au sujet d'un problème, choisi par le professeur, dans le but d'approcher un consensus et de permettre ainsi un apprentissage sur l'objet du curriculum, au cœur de ce problème. Ceci suppose que les arguments échangés sont partageables et discutables. Ces débats sont appelés scientifiques dans la mesure où ces échanges ont pour but premier d'engager les élèves/étudiants dans un processus de compréhension et d'explication du problème étudié en prenant progressivement appui sur des connaissances objectives, ou considérées comme telles, et qui débouche sur l'émergence collective d'une solution à ce problème.

Le principe fondamental du DSC repose sur la rationalisation progressive des contradictions, inhérentes au problème posé, qui sont exprimées individuellement puis rendues collectives à travers le débat (Legrand, 1990b). Ce principe se nourrit fondamentalement des constructions théoriques de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) de Brousseau (1998). Par conséquent, ces débats s'apparentent avec ceux qui se manifestent dans les situations de formulation et/ou de validation des ingénieries conçues par exemple pour la primaire par Gibel (2015), et pour l'université par Bloch (2006), Bloch et Gibel (2011) et Durand- Guerrier (2007).

Bien que le DSC puisse être mobilisé dans toutes les disciplines scientifiques, nous nous restreindrons dans ce document au débat scientifique en cours de mathématiques, et par souci d'allègement nous nous contenterons de l'appeler DSC sans ajouter "en cours de mathématiques". Le DSC est aussi un outil de recherche dans la mesure où il permet de mettre à jour les conceptions des élèves/étudiants, de tester des situations didactiques et d'identifier des phénomènes d'enseignement et apprentissage. C'est principalement en tant que dispositif d'enseignement que nous l'aborderons dans ce document.

## **I. Considérations sur les connaissances supposées développées à l'école/université**

L'outil praxéologique est fondamental dans la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1999). Cet outil permet de modéliser l'organisation mathématique mise en place par une institution dans l'environnement de notions mathématiques particulières. Les praxéologies mathématiques se déclinent en deux blocs, pratique et théorique. Le bloc pratique comporte les tâches que l'institution confie à un sujet, par exemple, un professeur ou un étudiant. Ces tâches s'effectuent à l'aide de techniques. Le bloc théorique renvoie au discours justificatif de ces techniques, soit aux technologies qui à leur tour sont fondées sur des théories. Cette modélisation permet, entre autres, d'étudier en classe les niveaux praxéologiques investis et la répartition des responsabilités, entre professeur et élèves/étudiants de ces niveaux. A l'université, l'organisation traditionnelle en Cours Magistraux/ Travaux Dirigés matérialise la séparation des deux blocs pratique et théorique. Il est reconnu qu'en cours magistral, le professeur a pour mission de délivrer la théorie aux étudiants. En TD le niveau pratique est à la charge des étudiants et le bloc théorique demeure encore essentiellement l'apanage du professeur (Winslow, 2008 ; Bloch et Ghedamsi, 2005). D'autres organisations, par exemple de cours intégrés, sont parfois à l'œuvre mais le partage des responsabilités praxéologiques reste essentiellement similaire. Cette répartition est associée, naturellement, à une évaluation de connaissances centrée massivement sur la mobilisation des techniques, y compris lorsque ces techniques sont aussi des technologies ou que les tâches relèvent de démonstrations. Même si la forme scolaire est supposée être bien plus intégrée qu'à l'université, la répartition des responsabilités effectives des acteurs de la classe demeure souvent semblable.

Une telle approche de l'enseignement et apprentissage notamment à l'université a des raisons historique et économique que nous n'explorerons pas dans cet article. Nous reprenons ici la question, partagée par la communauté de chercheurs en didactique des mathématiques : Ce type de répartition praxéologique ne risque-t-il pas d'altérer le sens que les élèves/étudiants donnent aux techniques lorsque celles-ci sont en pratique découplées de leurs raisons d'être théoriques ?

La proposition pédagogique adoptée dans l'enseignement supérieur est tributaire en partie des différents choix de réponses à cette question. Les réponses des chercheurs en didactique des mathématiques à cette question soulignent leur volonté à mettre la question du sens et des significations mathématiques au cœur des situations d'enseignement et apprentissages alternatives proposées. A titre d'exemple, l'explicitation des notions autour desquelles Douady établit son développement théorique de la dialectique outil-objet, conduit Legrand (1997) à définir d'une part la notion de problème en tant que "situation permettant de faire jouer un rôle important à une connaissance et susceptible de devenir pour l'élève un véritable problème scientifique (en un certain sens comme il l'est pour le chercheur" (p.236), ainsi que la notion de "statut des entités mathématiques manipulées" (p.235).

Le DSR s'inscrit dans la lignée de dispositifs alternatifs d'enseignement tels que celui des SiRC de Grenier (2012) ou celui de Bloch et Gibel (2022). Il fait le pari que les connaissances développées en confiant à l'élève/étudiant une responsabilité à tous les niveaux

praxéologiques, y compris théorique, sont à la fois disponibles (au sens de Robert, 1998) et adaptables aux contextes de leur mobilisation.

## **II. Fondements épistémologique, cognitif et social du débat scientifique en classe/amphi**

Il est délicat de séparer, dans un modèle didactique, les aspects cognitifs et épistémologiques dans la mesure où ces aspects sont nécessairement intimement liés. Par exemple, les travaux de Bachelard usuellement rattachés à l'épistémologie, mobilisent dans la définition d'obstacle épistémologique des aspects purement cognitifs :

*"Quand on cherche les conditions psychologiques des progrès de la science, on arrive bientôt à cette conviction que c'est en termes d'obstacles qu'il faut poser le problème de la connaissance scientifique. Et il ne s'agit pas de considérer des obstacles externes, comme la complexité et la fugacité des phénomènes, ni d'incriminer la faiblesse des sens et de l'esprit humain : c'est dans l'acte même de connaître, intimement, qu'apparaissent, par une sorte de nécessité fonctionnelle, des lenteurs et des troubles." (Bachelard 1938, c'est nous qui soulignons, p. 13)*

Nous allons néanmoins séparer les fondements épistémologiques et cognitifs du débat scientifique dans un premier temps, pour ensuite montrer les cohérences possibles.

### **Fondements épistémologiques**

Nous abordons là la question de la modélisation du savoir dans une perspective de son enseignement et apprentissage. Certains des attributs essentiels du savoir que le débat scientifique entend préserver sont décrits ci-dessous.

- Le savoir est la réponse à une question.

Une modélisation linéaire du savoir, sous forme de traité par exemple, élude naturellement, pour des raisons de lisibilité, le questionnement fondamental qui a conduit à cette construction théorique lisse, rigoureuse, et désincarnée. Une telle construction est portée par une remarquable économie théorique et de moyens. Cependant le questionnement qu'elle passe sous silence, précisément pour aller droit au but, est porteur de sens sur le savoir, il permet de préciser ce qu'apporte ce savoir par rapport à d'autres savoirs, il permet de donner non seulement une fonctionnalité, une utilité, mais aussi une spécificité propre à ce savoir. Certains auteurs parlent de "raison(s) d'être" du savoir (Rogalski, 2016). Certains savoirs ont plusieurs raisons d'être dont les savoir FUG (Formalisateur, Unificateur, Généralisateur) (Robert, 1998 ; Rogalski, 2016). Cette raison d'être est centrale dans la modélisation du savoir pour le débat scientifique.

- Le savoir est associé à une écologie propre.

Si le savoir est la réponse à une question, cette question elle-même ne peut exister sans les savoirs qui permettent de la poser. Ces savoirs non seulement lui donnent sens, mais également justifient que la question soit posée. Ainsi nous parlerons d'écologie d'un savoir : le lieu où une question peut être formulée, mais surtout le lieu où naturellement elle se pose. Un objectif premier du débat scientifique consiste à installer l'écologie propre des savoirs.

La modélisation d'un savoir dans le débat scientifique par la notion de métaphore fondamentale (Legrand, 1997), est une adaptation, aux savoirs de l'enseignement supérieur, de la situation fondamentale de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998). La situation fondamentale dans la TSD est régie par trois conditions que nous résumons ci-dessous (cf. Legrand, 19... pour plus de détails) :

- Elle doit faire intervenir le savoir comme solution optimale et exclusive d'un problème.
- Elle doit permettre d'identifier les variables didactiques qui ont un rôle sur le changement du statut cognitif des connaissances en jeu.
- Elle doit engendrer l'ensemble des significations du savoir visé.

Chacune de ces conditions pour une situation fondamentale est complexe à réaliser, tout particulièrement la dernière mais encore plus simultanément. En effet sur le plan théorique, les savoirs désignés comme FUG interrogent l'hypothèse selon laquelle à tout savoir correspond une situation fondamentale, dans la mesure où un tel savoir émerge historiquement d'un croisement de problématiques très distinctes initialement et qui retrouvent leur unité à travers ce savoir (c'est le quoi par exemple de la limite en analyse et du vecteur en algèbre). Engendrer cette signification unificatrice d'un savoir FUG via une situation fondamentale reste difficilement surmontable. Or, toute restriction ferait que la situation fondamentale finalement construite à propos d'un tel savoir ne pourrait posséder le caractère universel qu'on voudrait lui prêter selon la TSD. En dépit de ces difficultés intrinsèques à la notion même de situation fondamentale, Legrand stipule que :

*"Même lorsqu'on ne trouve aucune situation vérifiant strictement les trois conditions fondamentales de G. Brousseau et que cela paraît illusoire d'espérer y parvenir dans les conditions actuelles d'enseignement, la problématique de recherche des situations fondamentales demeure consistante pour la recherche en didactique comme pour l'enseignement."* (Legrand, 1997 p. 233)

Selon lui :

*"La recherche de situation fondamentale nous conduit à trouver les moyens effectifs pour que les principaux obstacles puissent être abordés dans la classe et y être travaillés suffisamment longtemps pour que s'amorcent conceptualisation et prise de sens et que néanmoins le cours avance."* (Legrand 1997 p. 234)

Autrement dit la situation fondamentale est une modélisation qui prend en compte l'essence du savoir, elle fonde ses raisons d'être, et permet ainsi de guider et délimiter les conditions de conception des situations didactiques. Or c'est justement cette fermeture ad hoc de la situation fondamentale qui est ici interrogée ; le recours à la notion de métaphore fondamentale permet de la doter d'un degré vital de liberté. Plus précisément, la recherche d'une situation fondamentale devient le cadre dans lequel on va déterminer des moyens effectifs d'accès au savoir, moyens que Legrand nomme métaphore fondamentale. Cette métaphore induit une forme de centration sur un aspect particulier mais fondateur de la situation fondamentale. Cela se traduit par une certaine atténuation des conditions caractérisant la situation fondamentale. Il s'agit de déterminer parmi les significations du savoir visé celles qui constituent une clef

d'accès à ce savoir. La situation n'aboutirait forcément pas à une conceptualisation "exhaustive" de ce savoir, l'idée est de faire en sorte à rendre accessible ce savoir en mettant en exergue ses principales significations. La métaphore fondamentale est fondamentale parce qu'elle déverrouille l'accès au savoir au niveau épistémologique, elle est métaphore car sans le décrire intégralement elle préserve l'essence de ce savoir.

### **Fondements cognitifs**

Au niveau cognitif, les significations portées par la métaphore fondamentale, associée à un savoir, sont les connaissances visées concernant ce savoir. En général, ces connaissances ne sont pas totalement absentes chez les élèves et se manifestent à travers des conceptions habituellement inadaptées ou bien limitées et éventuellement résistantes. Ce sont ces conceptions que le débat scientifique a vocation de faire évoluer en s'appuyant sur la notion de conflit sociocognitif. Dans une perspective constructiviste, l'apprentissage se réalise à travers un conflit cognitif : celui-ci est la prise de conscience du sujet d'une contradiction au sein de ses propres connaissances, soit entre deux connaissances, soit entre une connaissance et un élément du réel. Cette prise de conscience conduit le sujet à essayer de réorganiser ses connaissances afin d'éliminer cette contradiction, et devient donc une occasion d'apprentissage. Le conflit sociocognitif a lieu lors de la confrontation de deux points de vue contradictoires d'au moins deux sujets de sorte que cette confrontation produit un conflit cognitif (chez un ou plusieurs sujets). Le conflit sociocognitif constitue le pilier cognitif sur lequel repose le débat scientifique : en faisant débattre des étudiants sur un sujet "bien choisi", des points de vue contradictoires vont émerger ainsi que des conflits sociocognitifs. Ceux-ci vont déclencher le besoin d'un remaniement des connaissances. Le caractère "bien choisi" du sujet concerne les conceptions qui interviennent dans la connaissance visée ou s'y opposent. Dans le cadre du débat scientifique, la pertinence d'une métaphore fondamentale, pour un savoir donné, est tributaire de sa capacité à mettre en évidence des conceptions qui s'opposent à la connaissance visée.

### **Fondements sociaux et contrat didactique**

Pour qu'un tel processus de production de conflits socio-cognitifs à travers un débat puisse se produire, certaines conditions concernant les rôles respectifs et asymétriques des étudiants et du professeur ainsi que leur fonctionnement en groupe social sont nécessaires. Pour cela, une forme de contrat social, ici un contrat didactique particulier doit s'instaurer au sein de ce groupe. Pour que des étudiants puissent s'exprimer librement, au risque de se tromper, un contrat impliquant une forme de confiance réciproque doit être explicitée par le professeur. Le professeur, à son tour, doit être conscient des implicites qui l'entourent. Les règles sont explicitement formulées quand le professeur détermine ce contrat, et demeurent implicites quand il le fait vivre et s'y conforme lui-même. Les éléments essentiels du contrat sont les suivants.

- Le rôle du professeur est, pendant le débat, de permettre à ceux qui le veulent de donner leur avis, d'organiser les échanges et de veiller à la qualité de la communication au sein du groupe. Il reste neutre sur le fond, et ne donne jamais son propre avis, ni explicitement, ni implicitement (à travers le paraverbal). En particulier, lorsqu'il reformule les arguments des étudiants afin que ceux-ci soient vraiment

publics, il le fait comme si ces arguments sont les siens, c'est-à-dire sans permettre aux étudiants de deviner ce qu'il en pense lui-même. Cependant il n'y a pas une gestion totalement uniforme des arguments : le professeur doit organiser la confrontation des arguments et donc mettre en exergue ceux qui sont le plus à même de provoquer les conflits attendus, parfois y compris en soulignant lui-même cette opposition. En cela la posture du professeur n'est pas seulement neutre.

- Lors de l'institutionnalisation, le professeur renforce le contrat social en donnant de l'importance aux arguments inadaptés sur le plan de leur forme mais aussi sur leur fond : par exemple des arguments maladroitement exprimés sont parfois très profonds, des arguments qui s'avèrent faux peuvent permettre de faire avancer réellement le groupe.
- Le rôle de l'étudiant est de participer au débat : dire ce qu'il pense au sujet de la question posée, écouter les interventions des autres et les laisser s'exprimer. Lorsqu'il est en désaccord avec un argument, il a le droit, presque le devoir, de l'exprimer.
- L'objectif du groupe est globalement de cheminer collectivement vers une meilleure compréhension des enjeux de la question posée et de veiller au respect du contrat collectif rendant possible cet objectif.
- Sur le long terme, le groupe se saisit progressivement du contrat, et prend conscience d'une nouvelle signification de ce qu'est savoir. Ce qui aurait pu sembler initialement une perte de temps, apparaît progressivement comme un gain de temps, car les tentatives et les revers ne sont pas seulement des impasses mais des savoirs, savoir de ce qui ne marche pas et rend nécessaire le nouveau savoir. Bien sûr, le chemin de cette prise de conscience est erratique et non linéaire, bien que de plus en plus directe, avec l'habitude des étudiants.

### **III. Modalités de fonctionnement**

Le DSC commence par la conception d'une métaphore fondamentale c'est-à-dire une situation où une signification particulière, jugée cruciale ou fondamentale du savoir visé est mise en œuvre. Ceci est la première étape (E1), la plus délicate et complexe, qui soit à la charge du chercheur ou du professeur. Cette étape est suivie par quatre étapes essentielles mises en œuvre en classe : 1) Etude individuelle du problème et vote collectif sur les différents résultats de l'étude (E2) ; 2) Débat à propos des différents résultats (E3) ; 3) Emergence d'éléments du débat marqueurs de la possibilité d'institutionnalisation à propos de l'objet mathématique en jeu (E4) ; 4) Institutionnalisation par le professeur (E5). Dans la suite du paragraphe, la description de ces différentes étapes est exemplifiée par des DSC ayant fait l'objet d'expérimentations en classe.

#### **1) Conception d'une métaphore (E1)**

Compte tenu du savoir visé et du niveau scolaire ou universitaire investi, le problème concrètement mis au débat est soit directement formulé sous forme de conjectures à résoudre soit cadré par une situation réelle débouchant sur ces conjectures. Le choix de(s) signification(s) fondamentale(s) investies est soit à la charge du chercheur soit à la charge du

professeur. Nous ne discuterons pas dans cet article l'étude préalable entreprise en vue de déboucher sur un tel choix.

Dans l'exemple du champ de patates, le DSC expérimenté en amphitheâtre avec des futurs professeurs des écoles (PE), l'objectif central est d'engager les étudiants dans les règles du nouveau contrat didactique. Sur le plan des savoirs mathématiques, la transversalité de cet objectif conduit au choix d'initier les étudiants aux rudiments fondamentaux de la pensée mathématique, à savoir la question de la modélisation, incluant les règles de base de la logique.

Les significations fondamentales liées à la notion de modèle se structurent autour de la différence entre réalité empirique et interprétation scientifique. L'interprétation requise est une assertion mathématique. Elle conduit à l'interrogation de la notion de vérité des assertions mathématiques dont le contre-exemple est la signification fondamentale retenue dans le cadre de ce DSC. La métaphore fondamentale prend appui sur l'étude de la conjecture suivante : "Plus la clôture d'un champ de patates est longue, plus on produit de patates sur ce champ". Les notions en jeu, aire et périmètre, sont de plus des éléments clés de la formation des PE.

Le savoir visé dans le deuxième exemple concerne le théorème de Bézout. Une fois énoncé dans le cours et parfois "démonstré", l'apprentissage du théorème de Bézout, en première année universitaire, se résume souvent à sa mobilisation sous forme de technique qui n'a d'autres sens que celui de résoudre les cas standards d'application. En effet, le théorème de Bézout sous sa forme "pour tout  $a$  et  $b$  entiers premiers entre eux, il existe  $u$  et  $v$  entiers tels que  $au + bv = 1$ " ne fait pas apparaître le sens d'une égalité dont les membres sont une combinaison linéaire et 1, au-delà de sa mobilisation en tant que technique de résolution d'autres énoncés arithmétiques. Une des métaphores fondamentales de ce théorème concerne la signification donnée aux ensembles engendrés par combinaisons linéaires d'autres ensembles. Dans le cadre de Bézout, il s'agit de  $aZ + bZ = dZ$  où  $a$  et  $b$  sont deux entiers dont le pgcd est égal à  $d$ . Le théorème de Bézout exprime le cas particulier de deux entiers premiers entre eux. Une métaphore fondamentale relative à cette signification est basée sur la situation suivante : "On dispose de deux récipients pouvant contenir  $a$  litres et  $b$  litres, d'une source intarissable d'eau et d'un troisième récipient de contenance inconnue et non limitée. Quels volumes d'eau peut-on mesurer avec ces récipients". La recherche peut être initiée avec un cas particulier de  $a$  et  $b$  premiers entre eux ( $a=5$  et  $b=12$ ). Ce premier cas va permettre aux étudiants de proposer des conjectures et de les valider assez facilement.

Le troisième et dernier exemple concerne la définition de la limite finie d'une fonction en plus l'infini. Une des métaphores fondamentales de cette définition concerne la signification de voisinage de plus l'infini et sa formalisation. Cette métaphore peut tabler sur une situation qui déstabilise des conceptions de type : l'ordre des limites détermine l'ordre des fonctions. Dans le cadre de cet DSC, cette métaphore se matérialise par l'étude de la conjecture suivante "si la limite de la fonction  $f$  en plus l'infini est inférieure strictement à la limite à la fonction  $g$  en plus l'infini alors  $f(x)$  est inférieur strictement à  $g(x)$  pour tout  $x$  réel".

## **2) Etude individuelle du problème et vote collectif (E2)**



Un moment d'étude est laissé aux étudiants pour énoncer une conjecture (comme dans le cas de Bezout) ou statuer sur la vérité de celle proposée. Des échanges peuvent avoir lieu en comité restreint, c'est-à-dire dans la proximité immédiate, cela afin de permettre à ceux qui en ont besoin de se rassurer. Le professeur laisse le temps nécessaire pour que tous puissent passer au moment suivant.

Dans le cas où plusieurs conjectures sont issues de l'étude individuelle, le professeur a le choix entre trois possibilités pour la suite de l'étude individuelle. Il peut décider de la conjecture à étudier parmi celles proposées par les élèves/étudiants. Il peut aussi demander à l'auditoire d'en choisir une qui leur paraît fautive de manière évidente (des conjectures simples, car ayant des contre-exemples évidents). Finalement, il peut demander aux étudiants de classer les conjectures par ordre d'intérêt, une conjecture sera dite plus intéressante qu'une autre (indépendamment de sa valeur de vérité) si elle a moins d'hypothèses (à conclusion égale) ou plus de conclusions (à hypothèse égale). Cet ordre proposé par les étudiants servira d'ordre d'étude en commençant par la conjecture la plus intéressante (probablement la plus fautive). Il faut dire que l'établissement d'un tel ordre est aussi l'occasion de commencer à développer une culture de la hiérarchie des résultats mathématiques. C'est ce dernier cas de figure qui se pose en général dans le DSC relatif à l'identité de Bezout.

Un vote collectif, du type Vrai/Faux/Autre, sur la conjecture en jeu ou finalement retenue a ensuite lieu. Ce vote a pour vocation de faire réaliser aux étudiants que les avis à propos du sujet d'étude sont différents et ne sont pas forcément partagés. Il a pour le professeur le rôle d'indicateur sur les positions initiales des étudiants. Il doit être clair que ce vote n'engage pas l'avis des étudiants de manière définitive. Ceux-ci ont naturellement la possibilité de réviser cet avis et pourront en faire part au reste du groupe pendant le débat. Des votes intermédiaires (en nombre raisonnable) pourront être effectués par le professeur afin de vérifier l'évolution des positions dans le groupe et prendre ainsi des décisions plus adaptées pour l'animation.

Le vote Autre correspond à de multiples situations dans lesquelles forcer un étudiant à voter seulement Vrai ou Faux n'aurait pas de sens. En effet, il se peut qu'un étudiant ne comprenne pas la conjecture. Il se peut qu'un étudiant veuille voter vrai et faux à la fois. Il se peut qu'un étudiant pense qu'une telle conjecture n'est pas assez précise pour être déclarée vraie ou fautive. Dans toutes ces situations, et d'autres encore, il paraît évident que la possibilité du vote Autre préserve le sens des autres votes (Vrai ou Faux). De plus, forcer à voter seulement vrai ou faux implique également de négliger la question du doute et de l'incertitude qui sont pourtant souvent les indices de développement des connaissances, une forme d'état transitoire dans la conceptualisation. Il s'agira, dans le débat, d'élucider les sens des éventuels votes Autres. L'expérience montre que les positions Autre relèvent souvent d'une grande nuance et éclairent significativement les enjeux du débat lorsqu'elles s'expriment.

### **3) Débat à propos des différents résultats (E3)**

Le professeur organise le débat en donnant la parole aux étudiants afin d'exprimer les arguments relatifs à leurs choix de vote. Il privilégie systématiquement la parole de ceux qui sont les moins loquaces lorsque ceux-ci demandent la parole.

Dans un premier temps les prises de position se juxtaposent : les étudiants donnent leur avis sans forcément prendre en compte les autres arguments. Par exemple, dans le cas des champs de patates, les arguments liés aux considérations géométriques ignorent ceux liés aux considérations agricoles, météorologiques, de variétés de pomme de terre, de qualité du terrain, etc. Dans un deuxième temps les arguments ont vocation à se répondre. Sans cela les éventuelles positions contradictoires ne produisent pas de conflit sociocognitif. Cependant ces échanges ont lieu assez naturellement, et parfois sont même vifs, prouvant ainsi l'engagement cognitif. Le but du professeur est de provoquer ce deuxième temps lorsque qu'il peine à advenir. Il réalise cela en soulignant lui-même les arguments contradictoires.

Ces deux premiers temps de débat se terminent souvent avec des changements de positions vers 'Autre', témoins d'une déstabilisation des certitudes initiales. Dans le cas particulier du champ de patates conduit à la nécessité, collectivement partagée, de formuler une conjecture moins ambiguë : Plus le périmètre d'un rectangle est grand, plus son aire est grande. Ainsi la première conjecture ne relève pas d'un simple habillage pseudo-concret, comme on peut rencontrer usuellement dans nombre de manuels, mais relève précisément d'une problématique qui montre que sans déshabiller ce pseudo-concret aucune réponse n'est valable, raison d'être de la modélisation, ici matérialisée par la nouvelle conjecture. Son étude conduit à affronter une connaissance résistante au sujet du lien aire-périmètre. Cette connaissance est d'autant plus résistante qu'elle s'avère adaptée à nombre de cas. C'est également la question des contre-exemples et de leur caractère décisif en mathématiques qui se pose là. Le conflit a lieu entre ceux qui produisent des contre-exemples pour justifier la fausseté et ceux qui produisent des exemples pour justifier la vérité de la conjecture. Dans le cadre de l'exemple de la limite, lorsque les étudiants se sont mis d'accord sur le caractère faux de la conjecture proposée grâce à un contre-exemple, le professeur fait un appel à conjecture pour la réparer (modifier la conjecture pour qu'elle devienne vraie).

#### **4) Emergence d'éléments du débat marqueurs de la possibilité d'institutionnalisation à propos des savoirs mathématiques visés (E4)**

Le professeur clôt lorsque l'essentiel des arguments ont été donnés et se sont suffisamment affrontés, c'est-à-dire lorsque l'écologie du savoir visé a suffisamment été travaillé, pour que l'institutionnalisation puisse avoir lieu.

Plus précisément, deux cas de figure peuvent se manifester :

- Le premier cas de figure conduit, grâce à la scénarisation de la rencontre avec une contradiction, à concevoir que les anciennes connaissances sont insuffisantes et qu'un autre savoir est nécessaire. Dans ce type de situation, le savoir visé commence à émerger des tentatives infructueuses mais porteuses de sens sur ce nouveau savoir qui se dessine progressivement en creux. Les DSC relatifs au champ de patates et à la limite de fonction relèvent de ce premier cas de figure.
- Le deuxième cas de figure conduit seulement à prendre conscience des limites des anciennes connaissances sans que la situation ne désigne les contours d'un nouveau savoir, à part dans la perception de l'inadéquation des anciennes connaissances pour le

nouveau type de problème rencontré. Ceci est le cas du DSC relatif à la balle rebondissante décrit dans le paragraphe IV.

Le premier cas de figure est adapté comme première rencontre avec un savoir puisqu'il conduit les élèves/étudiants à la rencontre avec certaines significations du savoir visé et le rend de facto nécessaire. Le deuxième cas de figure est beaucoup plus adapté à un objet déjà rencontré puisqu'on découvre que cet objet que l'on connaissait a une signification que l'on ignorait ou ne savait pas mobiliser.

### **5) Institutionnalisation**

Le professeur, représentant de l'institution, donne le statut de savoir aux connaissances qui émergent du débat, reconnaissant ainsi que les vérités établies dans le groupe classe s'accordent, ou pas, avec celles de l'institution. Le travail du professeur, à ce moment-là, ne se limite pas seulement à donner une garantie institutionnelle. En effet, comme nous l'avons déjà signalé, le terme du débat est rarement celui du savoir sous sa forme achevée. C'est beaucoup plus celui d'un enchevêtrement de raisonnements qui contribuent tous à donner sens au savoir visé. Il s'agit maintenant de le structurer en un discours linéaire, logique et "dépoussiéré", que la classe peut reconnaître comme une mise en forme de ses propres idées, interrogations. Car cette filiation directe avec ce qui a été pensé et exprimé et qui apparaît maintenant dans une clarté nouvelle, celle d'un savoir dépersonnalisé et décontextualisé, est précisément ce qui est censé rendre ce savoir hautement signifiant pour la classe. L'institutionnalisation est aussi l'occasion de pointer ces connaissances qui se sont effectivement opposées au nouveau savoir. Par exemple pour le cas du champ de patates, la connaissance : "il existe des cas où l'aire n'est pas une fonction croissante du périmètre" est une connaissance à institutionnaliser. Ces résultats "négatifs" (faux ou menant à une impasse) et leurs raisons donnent sens aux savoirs visés qui apparaissent finalement comme solution optimale et unique du problème (première condition de situation fondamentale). Dans un cours qui fait l'économie aux étudiants de vivre en quoi ces connaissances s'opposent à la résolution du problème, ces résultats (négatifs), lorsqu'ils sont néanmoins mentionnés, ne peuvent qu'apparaître comme des informations secondaires ne donnant pas plus de sens aux résultats attendus. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle souvent ils n'apparaissent pas dans ces cours, car ils y sont beaucoup plus une gêne à la lisibilité que des informations signifiantes et donnant du sens aux savoirs visés.

Dans le cas du champ de patates, la première institutionnalisation porte prioritairement sur la question de la modélisation. Pour pouvoir avoir des réponses assurées en science on se place dans un modèle, c'est-à-dire une forme simplifiée du réel. Un deuxième élément de l'institutionnalisation concerne le contrat didactique instauré : ceci permet de ne pas avoir à renégocier en permanence les rôles de chacun au sein de l'amphi mais il peut également devenir sclérosant lorsqu'il confie au seul professeur le contrôle épistémologique. La deuxième institutionnalisation porte alors sur la question des exemples, des contre-exemples et leur fonction respective par rapport à la vérité en mathématiques. Ces règles logiques sont déclarées comme un modèle de la vérité en mathématiques, modèle qui, comme évoqué préalablement, simplifie le réel : dans la vie, on ne dit pas que "Paul est ponctuel" est faux lorsque celui-ci est arrivé en retard seulement une seule fois les dix dernières années. Cette

institutionnalisation est aussi l'occasion de revenir sur le périmètre d'une figure, son aire et sur le lien entre les deux. Pour le professeur, ce premier DSC instauré lors du premier cours en amphithéâtre a surtout permis d'initier les étudiants aux futurs débats et à ses règles fondamentales. Il existe d'autres types de situations d'initialisation, dont certaines plus appropriées à l'enseignement des mathématiques en première année d'université par exemple "la situation du circuit" (Legrand, 1990).

#### IV. Le débat scientifique à partir de l'exemple de la balle rebondissante

Nous détaillerons dans ce paragraphe une exemplification du débat scientifique tiré du travail de Lecorre (2016). Dans ce paragraphe, il s'agit d'abord de concrétiser les mécanismes propres au débat scientifique. Il s'agit ensuite de chercher à identifier comment interviennent les aspects fondamentaux du débat scientifique dans la construction ou choix de la situation de la balle rebondissante mais aussi dans un script décrivant son expérimentation (Lecorre, 2016 ; Lecorre et Ghedamsi, 2018).

##### 1. Description de la situation et début d'analyse

Il s'agit d'une situation conçue pour donner du sens à la fois au rôle de la définition dans la modélisation mais également à la question de l'adéquation d'un modèle au réel. Dans cette situation, une contradiction apparaît comme liée à la prégnance de la signification du terme "s'arrêter" qui peut être interprété de plusieurs manières qui conduisent à des conclusions opposées. Suivant les choix associés à la définition de "s'arrêter", le modèle discuté soit ne répond plus du réel modélisé car il y a inadéquation, soit y répond seulement partiellement. Cette deuxième possibilité est évidemment le propre d'un modèle mais est de nature à bousculer les représentations liées à la notion de modélisation, en particulier celle qui veut qu'un modèle soit totalement fidèle au réel.

Le scénario est simple. Le professeur explique qu'on va discuter d'une balle rebondissante : il joint le geste à la parole en laissant tomber un ballon devant lui jusqu'à ce qu'il s'arrête de rebondir. Il précise immédiatement que la balle dont on va parler n'est pas celle-ci mais une balle très particulière qui *rebondit systématiquement exactement à la moitié de sa hauteur de chute* (et note cette phrase mot pour mot au tableau). Il produit le schéma suivant (figure 1).

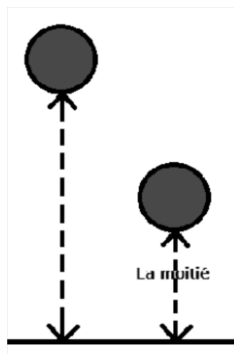


Figure 1 - La balle rebondissante

Puis il demande : quand on lâche cette balle d'une hauteur non nulle, s'arrête-t-elle de rebondir ?

La situation comporte deux étapes.

- La première étape permet de commencer à discuter de la question posée. Il est assez habituel que cette étape finisse sur un constat assez partagé sur le manque d'information pour pouvoir conclure. En particulier les étudiants réclament des informations supplémentaires sur la modélisation : Est-ce une vraie balle ? Y-a-t-il des frottements ? Cette expérience a-t-elle lieu dans le vide ? Sur terre ? Et beaucoup d'autres questions sur la modélisation.
- La seconde étape commence par une clarification du professeur au sujet de la situation : on se place dans un modèle idéal et mathématique où la balle devient un point ayant la masse de la balle qui ne subit pas de frottement (en dehors de ceux qui agissent sur la diminution de hauteur) et qui a un mouvement rectiligne de hauteur chaque fois divisée *exactement* par deux. Cette masse est soumise aux lois de la gravité terrestre. Une fois ces informations données, une discussion délivrée de ces aspects modélisateurs fondamentaux a lieu.

Remarquons que les informations de modélisation auraient pu être données initialement, dès le départ. Cependant en introduisant une étape initiale qui débouche sur cette demande, le professeur peut répondre à l'intégralité des questions qui se posent à ce sujet et ainsi fermer "assez définitivement" ce sujet. Le débat qui a lieu à la deuxième étape peut alors se focaliser sans échappatoire sur le paradoxe visé (dans le modèle, la balle rebondit une infinité de fois en un temps fini). Il ne s'agit plus d'un problème de choix du modèle mais d'un problème d'adéquation du modèle à la réalité, adéquation mesurée à l'aune de l'objectif défini, savoir si la balle s'arrête ou pas de rebondir. En séparant cette première étape de la seconde, on peut traiter séparément les deux problèmes (choix du modèle et adéquation) et cela simplifie un débat qui sinon serait trop complexe à mener car ayant trop d'enjeux simultanément. Cette séparation repose aussi sur un phénomène remarquablement invariant que la pratique du débat scientifique révèle car les étudiants s'y expriment librement : lorsque le professeur annonce des hypothèses, celles-ci ne sont véritablement prises en compte collectivement qu'une fois qu'elles ont été discutées. Il est alors vain de croire que donner ces hypothèses initialement permettrait d'éviter cette discussion. Finalement, on voit là que la scénarisation fine (ce découpage) joue un rôle déterminant dans la possibilité d'exploiter une métaphore de façon optimale. Cette finesse de la scénarisation peut être prévue initialement par une analyse a priori, ou bien imaginée à la suite d'une première expérimentation dans une analyse a posteriori.

### Le paradoxe de la balle rebondissante

Dans le modèle mathématique, élaboré sur la base des lois de la physique, le nombre de rebonds est infini et le temps de rebond est fini (cf. annexe pour des détails de la modélisation). Or, le modèle de ce système dynamique discret (la balle qui rebondit) peut être considéré comme fortement abstrait par rapport au phénomène du monde réel associé dès lors qu'un système statique se substitue à ce phénomène pour les besoins de la modélisation (voir Robert, 1982 et Gilbert et Rouche, 2001, pour plus de précisions sur la distinction entre l'aspect dynamique et l'aspect statique de la limite). Par exemple, dans le même ordre d'idée que le paradoxe d'Achille et de la Tortue de Zénon, une vision dynamique de la modélisation

du temps peut conduire à une situation qui fera rebondir la balle pendant  $\frac{1}{2}$  seconde,  $\frac{1}{4}$  seconde, ... et ainsi de suite mais ne l'immobilisera "réellement" jamais au sol. Pour contourner ce paradoxe, certains physiciens non-théoriciens posent une condition de majoration du temps d'un rebond par un nombre infiniment petit pour attester de la finitude du temps de rebonds (par exemple, dès que le temps d'un rebond est inférieur à  $10^{-6}$  secondes, alors on néglige les rebonds qui le suivent). Dans le cadre de notre étude, l'adaptation des modèles à la physique du monde réel est fondamentalement questionnée du point de vue de ce qui a été neutralisé dans ce réel et finalement pas pris en compte dans le modèle.

Sur le plan empirique, on ne peut pas compter/réaliser une infinité d'événements dans un temps fini, et en conséquence il est inutile de distinguer le temps de rebond et le nombre de rebonds, si l'un est fini, l'autre l'est aussi. Mais le modèle de cette réalité est ici celui des réels ( $\mathbf{R}$ ). Et dans l'ensemble des nombres réels, des sommes infinies peuvent être finies et on peut compter/réaliser une infinité d'événements en un temps fini. Ce que révèle cette expérience de la balle rebondissante est le fossé qui existe entre, d'une part, notre appréhension immédiate des phénomènes dans un monde accessible par le fini et, d'autre part, ce que les ensembles infinis comme  $\mathbf{N}$  et  $\mathbf{R}$  permettent de fonder comme type de "réalisation plausible".

Dans tous les cas, "la balle rebondit ou pas" ne peut faire consensus qu'une fois la définition de ce que signifie pour une balle de "s'arrêter de rebondir" est bien établie. La réponse à la question de l'arrêt et donc la mise en œuvre de la définition finalement choisie ne peut pas, à son tour, se réduire à la seule expérience par les sens et le choix d'un modèle d'interprétation est crucial indépendamment de sa nature et/ou de sa qualité.

## **2. Eléments d'étude a priori**

### **2.1 Pragmatique, physique et mathématiques à l'œuvre**

Nous distinguons trois plans d'accès au phénomène du rebond d'une balle : le plan de la réalité pragmatique, le plan de la physique, le plan des mathématiques. Nous étudions pour chacun des plans ce qu'il comporte comme éléments ainsi que leurs possibles rapports.

*Le plan de la réalité pragmatique.* Dans le réel les balles lâchées finissent par s'arrêter, plus exactement on n'est pas capable de voir si elles continuent de rebondir de manière microscopique ou si elles sont stables, mais dans ce cas on les considère comme au repos. Dans "le réel" il n'existe pas de balle rebondissante éternellement, ce qui signifie que son temps de rebond est fini, le nombre de rebonds est manifestement aussi fini.

Pour ce qui est de la situation de la balle rebondissante, on peut s'attendre à ce que cette réalité pragmatique soit invoquée comme une forme de recours ultime à la rationalité. En dehors de tout calcul on peut savoir ce que fait une balle qui rebondit : elle s'arrête ! S'arrêter, ici, ne distingue pas le temps de rebond et le nombre de rebonds, ils sont tous les deux finis. On peut s'attendre à un contre-argument à l'invocation du réel modélisé fidèlement par la physique : une balle dans la réalité ne rebondit pas systématiquement exactement à la moitié de sa hauteur de chute. C'est à la fois la question de la nature d'une balle rebondissante qui est posée (cette invariance des rapports des hauteurs de rebond) mais aussi la question de l'exactitude (dans le réel).

*Le plan de la physique.* Sur ce plan, les lois et la prise en compte des différents paramètres impliqués (lois de la gravité, friction avec l'air, choc (in)élastique...) sont sensés rendre compte de la réalité pragmatique au travers de modèles dans lesquels on réalise des calculs, on résout des équations. Il ne s'agit donc pas de la réalité mais d'un modèle qui a vocation à être cohérent et plus ou moins adapté à la réalité étudiée.

*Le plan des mathématiques.* Sur ce plan on s'occupe d'abord de résoudre des équations et le réel ne guide pas ce travail. Autrement dit il y a une forme d'indépendance entre réalité et mathématiques. Cette indépendance peut aider à identifier les variables en jeu, temps, distance, ou encore nombre de rebonds, car le réel est moins aveuglant. Voici les variables en jeu :

- La hauteur de rebond en fonction du nombre de rebonds est modélisée par la suite  $(h(n))$  où  $n$  est le nombre de rebonds. On a  $h(n)=h_0 0,5^n$  où  $h_0$  est la hauteur initiale. Cette suite est géométrique, décroissante et a pour limite zéro.
- Le temps de rebond en fonction du nombre de rebonds est a priori donné par la somme des temps de chaque rebond. En utilisant les lois de la gravité, on peut calculer le temps  $t_1$  de chute qui est indépendant de la hauteur du rebond suivant. Reste à calculer alors le temps de remontée. Par le principe de conservation de l'énergie, ce temps  $t_2$  est égal au temps de chute de la même hauteur (la moitié de la précédente). On fait la somme de ces temps de rebond et on obtient (voir annexe pour détail) que  $T(n)$  est la somme d'une suite géométrique  $t_n$  de raison  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  et de premier terme  $t_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$  où  $h_0$  est la hauteur de chute initiale et  $g$  la constante de gravité. C'est donc une suite convergente et c'est la limite de cette suite qui donne le temps total de rebond ( $T_{\text{total}} = \frac{3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$ ). A priori cette réponse est non intuitive et les calculs nécessitent des connaissances en physique. Cependant en raisonnant simplement on peut avoir l'idée, sans calcul, du fait que le temps de rebond total est une somme des temps de rebonds et que cette somme infinie peut être évidemment divergente mais surtout aussi convergente. C'est justement cette convergence possible qui est contre-intuitive sur le plan du réel : comment peut-on rebondir une infinité de fois en temps fini ?

Le nombre de rebonds peut être pris comme une variable, ce qui revient à dire implicitement que l'on dispose d'un moyen de compter les rebonds, dans ce cas on voit que le nombre de rebond total est infini puisque la hauteur du  $n$ ème rebond n'est jamais nulle.

Le nombre de rebonds peut aussi être envisagé selon la variable temps. La fonction est alors une fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; T_{\text{total}}[$  et constante par morceaux sur les intervalles  $[t_i ; t_{i+1}[$ . Sa limite à droite lorsque  $t$  tend vers  $T_{\text{total}}$  est infinie.

- On pourrait exprimer aussi la hauteur de la balle en fonction du temps, et dans ce cas-là il s'agirait d'une forme d'oscillations amorties et la fonction deviendrait nulle à partir de  $T_{\text{total}}$ .

Nous pensons que cette situation est de nature à provoquer l'utilisation de ces fonctions ou séries mathématiques de manière explicite ou bien implicite.

## 2.2 Etude de la situation en termes de limites

Nous prendrons ici les trois suites suivantes  $(h(n))$  et  $(t(n))$  et  $(n)$ . Nous prendrons aussi les deux définitions raisonnables<sup>1</sup> suivantes :

Définition 1 : la balle s'arrête si le temps de rebond total  $T$  est fini.

Définition 2 : la balle s'arrête si le nombre de rebonds  $N$  est fini.

A priori le couple  $(T ; N)$  peut correspondre à 4 configurations.

- 1)  $(T ; N) = (\text{fini} ; \text{fini})$  c'est le cas de notre appréhension de la réalité. Dans ce cas les deux définitions sont cohérentes. C'est justement cette cohérence qui rend difficile à imaginer que ces deux définitions ne sont pas équivalentes.
- 2)  $(T ; N) = (\text{infini} ; \text{infini})$  Il n'y a pas de phénomène réel de ce type mais on peut l'imaginer facilement, toujours à cause de la cohérence des deux résultats.
- 3)  $(T ; N) = (\text{infini} ; \text{fini})$  Cette configuration supposerait qu'un rebond dure une éternité. C'est difficile à concevoir tant c'est loin d'un phénomène imaginable.
- 4)  $(T ; N) = (\text{fini} ; \text{infini})$  Pour les raisons données précédemment cette configuration est très difficile à imaginer, sauf à oublier la réalité dont on parle et se positionner uniquement dans le cadre mathématique.

Dans la résolution mathématique du modèle physique, c'est la configuration 4 qui se réalise :

- Pour la suite  $(n)$  où  $n$  est le nombre de rebonds, la limite de la suite  $(n)$  quand  $n$  tend vers l'infini est l'infini. Cela suffit pour dire qu'au sens de la définition 2, la balle ne s'arrête pas. Mais au sens de la définition 1, avec cette seule limite on ne peut pas conclure.
- Pour la suite  $(h(n))$ , la limite de la suite  $(h(n))$  lorsque  $n$  tend vers l'infini est zéro. Cela ne signifie pas que la balle ne s'arrête ni au sens de la définition 1, par exemple si les temps de rebonds sont constants indépendamment de la hauteur, ni au sens de la définition 2.
- Pour la suite  $(t(n))$ , la limite de  $(t(n))$  lorsque  $n$  tend vers l'infini est  $\frac{3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$  qui est un nombre fini. Cela permet de conclure que le temps de rebond est fini, donc que la balle s'arrête au sens de la définition 1.

On remarquera que pour ces différentes fonctions mathématiques, on peut tirer des conclusions ou pas selon les limites. Le temps de rebond total est une limite et seule la suite du temps de rebond peut avoir une limite qui permet de conclure au sens de la définition 1. Et seule la suite du nombre de rebonds peut avoir une limite qui permette de conclure au sens de la définition 2. Il y a donc une certaine indépendance entre le temps et le nombre de rebonds, l'un pourrait être fini et l'autre pas ou bien tous les deux infinis, ou bien tous les deux finis.

---

<sup>1</sup> Au sens où elles ne heurtent pas l'intuition



Mais cette indépendance n'est pas totale puisque si le nombre de rebonds est fini nécessairement le temps aussi (à moins d'admettre le temps d'un seul rebond comme infini). C'est la croyance en une totale dépendance (qui semble exister dans « le réel ») qui peut amener à penser implicitement les deux définitions équivalentes.

### **2.3 La balle rebondissante comme situations pour la définition et la modélisation**

Il existe beaucoup de types de situations pour la définition. Pour les seules situations de construction de définition, Ouvrier Buffet (2003) identifie 3 enjeux majeurs : 1) classifier des objets, 2) départager les théories, 3) générer et montrer un théorème. La situation de la balle rebondissante correspond au deuxième enjeu. En effet, les définitions liées au temps ou au nombre de rebonds correspondent à deux théories de modélisation du réel. Rappelons que notre accès au réel est limité du fait même de la qualité de nos sens et de nos instruments. Dans le cas qui nous concerne, départager les théories relève de l'arbitraire. Ainsi, de manière contre-intuitive, dans notre cas c'est la définition in fine, donc la théorie, qui choisit le réel dans lequel on vit. Inversement, il ne serait pas raisonnable d'envisager que, dans le réel, une balle rebondissante ne s'arrête pas. Cette position étant guidée par la perception commune du phénomène. Comme il y a peu d'enjeu sur le phénomène, c'est-à-dire aucune conséquence grave possible (aucun pont ne va s'écrouler), on peut raisonnablement accepter l'argument de la perception : le temps de rebond et le nombre de rebonds sont tous les deux finis, la balle s'arrête. Mais, si on accepte ce sens commun, alors seule la modélisation par le temps de rebond est adaptée. Or, si celle-ci est conforme au réel (décidé), la balle s'arrête à un moment de rebondir, elle ne l'est pas pour le nombre de rebond (il est infini dans ce modèle et perçu comme fini dans le réel). Cette conjonction n'est pas acceptable pour celui-celle qui croit qu'un modèle doit être entièrement fidèle au réel. Ceci est un deuxième objectif de la situation de la balle rebondissante : la modélisation, par essence, néglige toujours une partie du réel qu'elle prend en charge<sup>2</sup>.

### **3. Eléments d'analyse a posteriori**

Dans ce paragraphe, nous examinons, à travers une analyse a posteriori de l'expérimentation, les différentes dimensions du débat scientifique identifiées dans la première partie : épistémologique, cognitive et sociale.

#### **3.1 Quelques éléments de contexte**

L'expérimentation dont est objet l'analyse a posteriori a été faite dans le cadre d'un atelier d'une manifestation scientifique. Elle est réalisée auprès d'un groupe d'une vingtaine de doctorants et de jeunes enseignants chercheurs en didactique des mathématiques. Ici, le professeur, qui est aussi chercheur et un des auteurs de l'article, est plutôt un animateur puisqu'il ne s'agit pas de contexte d'enseignement. La séance du DSC, qui a duré 1h30, a été enregistrée et transcrite. La méthode d'analyse des données est qualitative ; elle prend appui sur la catégorisation des interventions de l'animateur et des participants compte tenu des trois étapes du DSC détaillées dans le paragraphe III relatif aux modalités de fonctionnement. Par

---

<sup>2</sup> Bachelard (1938) écrit plus poétiquement : *La connaissance du réel est une lumière qui projette toujours quelque part des ombres.*

conséquent, l'analyse des données est fondée sur les éléments théoriques introduits dans le paragraphe II des fondements du DSC.

De nombreuses expérimentations (plus de 10 fois dans des contextes très différents entre 2015 et 2022) de cette situation, toujours auprès de public de haut niveau en science (minimum master) et parfois seulement devant des enseignants chercheurs, ont toujours donné lieu à des phénomènes semblables. En cela, l'analyse qui vient est assez paradigmatique.

### **3.2 Etude sur le plan du contrat social**

Dans la mesure où le public rencontre une situation de débat scientifique pour la première fois, l'animateur commence par une explication des différents enjeux et rôles. Cette explicitation du contrat est évidemment nécessaire mais comme prévu non suffisante. C'est la vie réelle de ce contrat qui permet de l'installer. Voici quelques éléments de la situation qui montre à la fois le renvoi systématique de responsabilité de l'animateur et en même temps son effet sur le débat.

Quelques membres du public n'ont pas participé au premier vote car ils ont des questions et voudraient des réponses de l'animateur à leurs questions. L'animateur (A) rappelle le sens du vote Autre, et renvoie ces questions au débat lui-même :

[>A] : Si tu as des questions... libre à toi d'avoir des questions...simplement toutes les questions que vous posez...vous pouvez répondre Oui Non Autre et Autre c'est une situation où on peut dire "moi tant que je n'ai pas de réponse à cette question précise, je ne peux pas répondre à la question". C'est le sens du Autre qui est là. Et ensuite dans le débat vous exposerez vos questions, les raisons pour lesquelles vous votez Autre.

A la suite de cette intervention un nouveau vote a lieu, tous participent et les premiers arguments concernant le vote Autre sont émis.

Un des participants se demande s'il s'agit d'une balle idéale ou pas. Cette intervention correspond à la discussion qui est attendue sur le modèle. Puis un autre participant se demande si le rayon de la balle est nul car pour lui selon que ce rayon soit nul ou pas alors la balle s'arrête ou pas. Cette question renvoie à la distinction ou confusion entre la nullité du rayon et celle de la hauteur de rebond qui partirait du sol pour aller jusqu'au centre de la balle. Cette hauteur est pourtant définie clairement par le dessin donné. Dans un contrat classique, le professeur interviendrait et montrerait le dessin pour lever l'ambiguïté. C'est ce qu'il ferait également si le contrat du débat scientifique était franchement installé, mais ce n'est pas encore le cas :

[>A] : Oui alors tu dis ça dépend de ça. C'est pour cela que tu te mets dans Autre.

Ainsi c'est un autre participant (P1) qui va intervenir, montrant ainsi que ce contrat commence à s'installer :

[>P1] : Et par rapport à l'argument de R4 ce qui est dessiné, les schémas, il montre que ce qui est diminué de moitié c'est la distance entre le sol et le bas de la balle...

Puis R4 qui répond à R1 :

[>P4] : Ouais ouais...Je suis d'accord...parce que moi dans ma tête ce n'était pas par rapport au milieu...

Même si le renvoi de responsabilité commence à prendre forme, la rupture de contrat est telle que d'autres interventions visant à revenir à un contrat plus habituel apparaissent encore. L'animateur continue son renvoi de responsabilité :

[>P8] : Si tu veux tu as lancé le débat de deux façons : tu nous mets un texte affiché et en même temps tu nous fais une simulation avec la balle. (Rires) C'est toi qui l'as créé le trouble...

[>A] : Ah tu dis que le professeur crée des troubles...

On peut constater tout au long du débat que les participants s'adressent de moins en moins à l'animateur et se répondent de plus en plus entre eux. Même leurs questions ne sont plus adressées à l'animateur mais aux autres membres du groupe. Ces éléments sont l'indice d'une dévolution qui se réalise.

### **3.3 Etude sur le plan épistémologique**

#### La question du choix du modèle

Pendant la première partie du débat les positions sont les suivantes.

- Ceux qui pensent que la balle s'arrête ont des arguments pragmatiques :

[>P11] : Moi j'ai voté Oui parce que si on le fait vraiment alors on verra que la balle s'arrête. J'en suis sûre.

- Ceux qui pensent qu'il faut préciser le modèle pour pouvoir trancher :

[>P3] : Ça dépend si la balle est une balle idéale ou bien une balle de la réalité...

[>P2] : Physique...

[>A] : Physique ?

[>P3] : Qui est physique et sujette... assujetties aux lois... à la friction de l'air...et tout ça.

- Et enfin ceux qui pensent que la balle ne s'arrête pas car ils se sont mis dans le modèle :

[>P1] : Ben moi je pense que la réponse à la question : est-ce qu'on est dans le cas d'une balle idéale, on l'a en fait. Parce que qu'une balle qui rebondit à une hauteur exactement...Je trouve que le exactement est un indice du fait que l'on est dans une situation théorique idéale et cetera...

Et qu'à partir de là ils peuvent proposer des arguments mathématiques :

[>P1] : Donc pour moi c'est vraiment, on lâche cette balle qui est une balle idéale et ce qui fait moitié à chaque fois c'est la distance entre le sol et le bas de cette balle et moitié ça tend vers zéro mais ça ne fait jamais.../.../

[>P1] : Du coup la réponse est non. Du coup la distance sol-bas de la balle diminue à chaque fois donc on a la distance qui tend vers zéro mais qui ne fait jamais zéro à chaque fois.

Le débat est riche mais vient un moment où des précisions supplémentaires sur le modèle sont nécessaires pour concentrer le débat sur l'adéquation au modèle : le choix de définition entre le nombre de rebond et le temps de rebonds, lequel est-il le plus en adéquation avec le réel ?

#### La question de l'adéquation du modèle

Pour que ce choix apparaisse il faudrait que la question du temps soit posée :

[>P6] : C'est que ça dépend du temps...parce ce que ce qu'on a c'est des considérations de

distances...Mais ça dépend du temps de rebond...et en fait si...En fait c'est parce qu'on en a parlé avec R2 et du coup ça a fait son chemin...Parce que si le temps est proportionnel à la distance...Finalement dans un temps fini...Si on considère que l'infini actuel est réalisé, on dit que oui ça s'arrête. Mais là on n'a pas le temps.

Le temps entre ainsi dans la discussion et cela crée des hésitations :

[>P9] : Moi j'aimerais bien la voir cette balle qui fait ça, parce que je n'ai pas assez de connaissance en physique, non ce n'est pas possible qu'elle puisse faire ça...il y a quand même...il me manque des connaissances en physique là...

[>A] : Toi tu as voté quoi ?

[>P9] : Ben moi j'ai voté Autre d'un point de vue matheux je dis ben oui on prend des moitiés de moitié de moitié...Mais on n'est pas en maths on est en physique. Et là ça m'enquiquine !

Et un participant identifie la possibilité d'un nombre de rebond infini en temps fini :

[>P2] : Oui mais ce que je dis c'est qu'il y a infinité de rebonds, ça ne me dit pas que ça va rebondir pendant une infinité de temps, parce que je sais que je peux additionner une infinité d'intervalle de temps, si ces intervalles de temps sont deux fois plus petits que le précédent, je sais qu'il y a un temps que je ne vais jamais dépasser, et peut-être qu'elle va rebondir une infinité de fois dans un laps de temps fini...théoriquement...dans le modèle théorique...

[>A] : Toi tu dis qu'il peut y avoir une infinité de rebonds dans un temps fini...

[>P2] : Je dis que ce n'est pas qu'une question de modèle, parce que dans le modèle peut-être qu'elle s'arrête de rebondir parce que il y a un temps  $t$  après lequel elle n'est plus en train de rebondir puisque le temps pendant lequel elle rebondit s'arrête.

La difficulté de concevoir les suites strictement croissantes et majorée est alors exprimée :

[>P12] : Le temps peut avoir une limite ?? C'est à dire ne pas dépasser une certaine valeur mais continuer à croître tout le temps ??? Non ? Je ne suis pas certaine de bien comprendre : le temps peut ne pas dépasser une certaine valeur mais ça peut quand même toujours augmenter ?

Un nombre croissant de participants semblent réaliser ce que le choix de la définition implique comme conséquence sur le modèle et sur son adéquation au réel. Mais le paradoxe semble tellement fort qu'il n'apparaît pas dépassé.

[>P1] : Du coup tout le ...c'est des jeux sur les termes, parce que moi l'ambiguïté elle est sûr de s'arrêter parce que ce que tu dis c'est que quelque part elle ne s'arrête jamais de rebondir mais à un moment elle a arrêté de rebondir.

[>P2] : Voilà.

[>P7] : C'est ça qui est exceptionnel...

[>P1] : Alors moi je ne sais pas comment c'est possible... (Rires)

[>P7] : La balle va s'arrêter...

[>P1] : De fait à un moment la balle a arrêté...

[>P2] : Je n'ai pas dit que j'étais complètement cohérent... (Rires)

Après cette discussion un nouveau vote est proposé qui montre que le paradoxe est persistant. La précision du modèle a permis à ceux qui avaient voté Autre pour des raisons de modèle insuffisamment précis de passer à Non, pour des raisons de nombre de rebonds infini. Le seul

Oui est celui qui accepte le temps fini, et les Autre sont ceux qui ont compris la nature du paradoxe mais qui ne savent pas trancher.

### **3.4 Eléments d'analyse sur le plan cognitif**

Le dernier vote signifie que la discussion et les arguments sur le temps fini n'ont pas convaincus. On voit là, y compris à des niveaux très élevés une illustration d'un phénomène cognitif fondamental pour le débat scientifique : un argument donné par un pair reste l'argument d'un pair, il n'a un caractère décisif pour le sujet épistémique que si le niveau de compréhension qu'il a développé lui confère ce caractère. Il arrive d'ailleurs parfois qu'un étudiant, dans un débat, donne "la solution" dès sa première intervention. Cela est très angoissant pour un professeur débutant dans la pratique du débat scientifique qui croit que le débat est ainsi avorté. Cependant, pour peu que le professeur ne valide pas immédiatement cette solution, souvent le débat peut se dérouler comme si la première intervention n'avait pas eu lieu. Les étudiants ont entendu formellement la solution mais ne sont pas du tout prêts à l'intégrer. Pour être prêts ils ne peuvent pas faire l'économie du questionnement que le débat leur permet. Ce doute profond qui habite les étudiants, tant que le professeur n'a pas donné son avis, s'estompe avec la pratique du débat scientifique : ils apprennent à beaucoup mieux trier ce qui est certain de ce qui mérite d'être objet de doute. Ainsi avec l'entraînement, l'efficacité du dispositif lui-même s'améliore car les discussions ne s'attardent plus sur ce qui est secondaire. Le doute s'exerce alors beaucoup plus et plus rapidement là où résident des enjeux d'apprentissage.

Réciproquement, tant que les étudiants ne sont pas habitués, la parole du professeur garde cette autorité décisive. Pendant cette période le professeur doit s'interdire de prendre position pendant le débat, au risque de déstabiliser le doute ou de l'anéantir artificiellement. Il ne prend alors position que pendant l'institutionnalisation. Dans le cas de l'expérimentation de la balle rebondissante, les participants n'ont pas changé eux-mêmes d'avis mais sont prêts à entendre l'animateur et ses explications sur le paradoxe car ils en ont déjà discuté longuement entre eux. L'expérience montre qu'avec la pratique du débat les étudiants acquièrent une forme d'autonomie de pensée qui leur permet de résister à ce qui n'est pas encore conforme à ce qu'ils pensent vraiment y compris quand c'est le professeur qui donne des explications. Ceci peut être déstabilisant pour le professeur qui a encore l'illusion de l'aspect performatif de son discours. Cette résistance est également un facteur de stabilité dans le débat : les erreurs d'animation que le professeur commet éventuellement, par manque de neutralité par exemple, ont alors beaucoup moins de conséquences sur le déroulement du débat.

### **Conclusion**

Nous avons cherché à montrer, à travers l'exemple de la balle rebondissante, comment les aspects épistémiques, cognitifs et sociaux se conjuguent effectivement pour permettre un accès aux significations essentielles d'un savoir. La solidité du "débat scientifique en classe" conduit très régulièrement à ce résultat. De nombreux obstacles limitent cependant la mobilisation de ce dispositif d'enseignement. En effet la pratique du débat scientifique en classe n'est pas une formule économique pour les apprentissages, ni pour l'enseignement :

elle demande aux étudiants comme au professeur des efforts. Il est beaucoup plus rassurant pour tous, professeur comme étudiant, de suivre/proposer un cours sous forme monstrative (où le professeur essentiellement montre, explique...). Cela est rassurant pour le professeur car peu d'indices transparaissent dans ce mode d'enseignement sur le niveau de (in)compréhension des étudiants et le cours avance à son rythme. Cela est rassurant pour les étudiants car ils peuvent croire saisir l'essentiel. Or dès que ces connaissances sont interrogées lors d'un débat, de nombreuses questions se révèlent, l'étudiant se trouve confronté à de multiples incertitudes (la situation de la balle rebondissante est éloquente à ce sujet). Le professeur lui fait l'expérience que le (faux) ordre dans les connaissances des étudiants est un (vrai) désordre. Tout professeur qui tente le débat dans sa classe relate cet étonnement-là. La balle rebondissante est également révélatrice à ce sujet : des étudiants, très avancés en mathématiques, confrontés à une variante du paradoxe de Zénon d'Elée prennent soudainement conscience des difficultés de modélisation du réel par les réels.

Mais le professeur relate aussi son étonnement devant la construction collective de la connaissance, de la profondeur du questionnement de ses étudiants et d'un potentiel qu'il ne soupçonnait pas. Avec la pratique, l'étudiant, lui, s'aperçoit qu'il ne donne plus le même sens ni à Comprendre, ni à Savoir. Il ne s'agit pas seulement d'être capable de répéter certains gestes, certaines techniques, mais surtout être capable de les transformer en fonction des besoins, de faire opérer ces techniques ailleurs que là où elles ont été montrées.

L'adhésion n'est ni générale, ni instantanée chez les étudiants mais là n'est souvent pas la première résistance. Les principales réticences résident chez le professeur. En effet il reste généralement difficile d'imaginer que la confrontation au doute et à l'incertitude puisse faire émerger efficacement des éléments d'apprentissage. L'expérience de la recherche de tout enseignant-chercheur devrait pourtant avertir : les ferments de la connaissance sont toujours ceux-là. Pouvons-nous en faire l'économie pour nos étudiants ?

## Bibliographie

- Alibert, D., Legrand, M. & Richard, F. (1987). Alteration of didactic contract in the codidactic situation. *Proceeding of PME 11*, Montréal, (pp. 379-386).
- Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique : contribution à une psychanalyse de la connaissance* (Nouvelle édition). Paris : J. Vrin.
- Bloch I., & Ghedamsi I. (2005). L'enseignement du début de l'Analyse. *Petit x*, 69, 7-30.
- Bloch, I. (2006). *Quelques apports de la théorie des situations à la didactique des mathématiques dans l'enseignement secondaire et supérieur*. Note de synthèse HDR de l'Université Paris 7.
- Bloch, I., Gibel, P. (2011). Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(2), 191-228.
- Bloch, I., Gibel, P. (2022). Situations de recherche pour l'accès aux concepts mathématiques à l'entrée à l'université. *Revue EpiDEMES, Épijournal de Didactique et Epistémologie des Mathématiques pour l'Enseignement Supérieur*. Numéro spécial.
- Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. *Recherche en didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 19(2), 221–266. <https://revue-rdm.com/1999/1-analyse-des-pratiques/>
- Dawkins, P., & Roh, K-H. (2011). Mechanisms for scientific debate in real analysis classrooms. In Wiest, L. R., & Lamberg, T. (Eds.). (2011). *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 820-828). Reno, NV: University of Nevada, Reno.
- Durand-Guerrier, V. (2007). Retour sur le schéma de la validation explicite dans la théorie des situations didactiques. In A. Rouchier (Ed), *Actes du colloque Didactiques : quelles références épistémologiques ? (Cédérom)*. Bordeaux : IUFM d'Aquitaine.
- Fontecave, M. (2014) The Terms of Scientific Debate and the Issue of its Reception , *La lettre du Collège de France* URL : <http://journals.openedition.org/lettre-cdf/2024> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/lettre-cdf.2024>
- Gibel, P. (2015). Mise en œuvre d'un modèle d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques à l'école primaire. *Education et Didactique*, 9-2, 51-72, Presses Universitaires de Rennes.
- Grenier D. (2012) La démarche d'investigation dans les situations de recherche pour la classe (SiRC). In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21<sup>e</sup> siècle – Actes du colloque EMF2012 (GT10)*, pp. 1354–1364). <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012>

Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflexion) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201–219.

Lecorre, T. (2016). Des conditions de conception d'une ingénierie relative à la définition de limite – *Elaboration d'un cadre basé sur un modèle de rationalité*. Thèse, Université Grenoble-Alpes.

Legrand, M. (1986). Le débat scientifique, *Actes du Colloque franco-allemands de Marseille*, (pp. 53-66).

Legrand, M. (1990a). « Circuit » ou les règles du débat mathématique. In *Enseigner autrement les mathématiques en deug A première année: Principes et réalisations*. Commission inter-IREM universités.

Legrand, M. (1990b). Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3(9), 365- 406.

Legrand, M. (1993). Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. *Repères*, 10, 123- 158.

Legrand, M. (1997). La problématique des situations fondamentales- Confrontation du paradigme des situations à d'autres approches didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16(2), 221-280.

Legrand, M. (2001). Scientific Debate in Mathematics Courses. In: Holton, D., Artigue, M., Kirchgräber, U., Hillel, J., Niss, M., Schoenfeld, A. (eds) *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level*. New ICMI Study Series, vol 7. Springer, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7\\_12](https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7_12)

Ramdani, Y. (2014). Scientific debate instructional for the enhancement Creative thinking ability of student. *Social and Development Journal*, 30(1).

Robert, A. (1982). L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 3, 307–341.

Robert, A. (1998). Outil d'analyse des contenus mathématiques enseignés au lycée et à l'Université. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 18(2), 191-230.

Rogalski, M. (2016). Revenir au sens de la notion de limite par certains de ses raisons d'être : un chantier pour le début de l'analyse à l'université. In Nardi et al. (Eds.), *Proceedings of the first conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics* (INDRUM 2016), pp. 133-143.

Skoyles, John (2008) The logic of scientific debate: Epistemological quality control practices and Bayesian inference – a neoPopperian perspective. [Preprint] URL: <http://philsci-archive.pitt.edu/id/eprint/4230> (accessed 2022-11-15).

Winsløw, C. (2008). Transformer la théorie en tâches : la transition du concret à l'abstrait en analyse réelle. In A. Rouchier & I. Bloch (Eds.), *Actes de la XIIIème école d'été en didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage.



## Annexes

Temps de rebond d'une balle rebondissante avec le modèle physique standard

La somme vectorielle des forces qui s'exercent sur la balle est égale au produit de la masse par l'accélération, c'est-à-dire ici  $m\vec{g} = m\vec{a}$  où  $m$  est la masse de la balle,  $g$  la constante vectorielle de gravitation,  $a$  l'accélération vectorielle de la balle). Par projection sur l'axe vertical, il vient que  $a = -g$ , et, en intégrant et en tenant compte des conditions initiales, que  $V(t) = -gt + V(0)$ . Nous prendrons alors une vitesse nulle (on lâche la balle), et donc  $V(t) = -gt$ . En intégrant une fois de plus, on obtient  $X(t) = -gt^2/2 + X(0)$  où  $X(t)$  est la hauteur de la balle à l'instant  $t$ . Imaginons que nous lâchions la balle d'une hauteur  $h_0$  à l'instant  $t = 0$ , on a alors  $X(t) = -gt^2/2 + h_0$ .

Maintenant nous pouvons calculer le temps  $t_1$  mis avant le premier rebond :

$$0 = -g t_1^2/2 + h_0 \text{ donc } t_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

La hauteur de rebond suivante est de moitié. Le temps de remontée suivant est égal au temps de redescente suivant donc le temps de remontée suivant est :

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2h_0}{g^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \frac{1}{\sqrt{2}} t_1 \text{ et ainsi de suite...}$$

Le temps total est donc

$$T_{total} = t_0 + \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n 2t_i = t_0 + \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^i \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \frac{3\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

Ainsi si on lâche une balle de 2m de hauteur le temps d'arrêt est environ de 5 secondes.