



HAL
open science

Implémentation d'un circuit électromécanique d'une cellule pMUT vibrant dans l'air

Valentin Goepfert, Audren Boulme, Rémi Rouffaud, Franck Levassort, Dominique
Certon

► **To cite this version:**

Valentin Goepfert, Audren Boulme, Rémi Rouffaud, Franck Levassort, Dominique Certon. Implémentation d'un circuit électromécanique d'une cellule pMUT vibrant dans l'air. 16ème Congrès Français d'Acoustique, CFA2022, Société Française d'Acoustique; Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Apr 2022, Marseille, France. <hal-03848329>

HAL Id: hal-03848329

<https://hal.science/hal-03848329v1>

Submitted on 10 Nov 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



16^{ème} Congrès Français d'Acoustique
11-15 Avril 2022, Marseille

Implémentation d'un circuit électromécanique équivalent d'une cellule PMUT vibrant dans l'air

V. Goepfert^{a,b}, A. Boulmé^b, R. Rouffaud^a, F. Levassort^a et D. Certon^a

^a GREMAN UMR 7347, Université de Tours, CNRS, INSA CVL, Tours, France

^b MODULEUS, 34 rue Pierre et Marie Curie, 37100 Tours, France



Les transducteurs ultrasonores piézoélectriques micro-usinés (PMUTs) sont aujourd'hui utilisés dans de nombreuses applications comme la biométrie ou l'imagerie médicale ultrasonore. Une cellule PMUT est formée d'une plaque, vibrant au-dessus d'une cavité. Cette plaque comprend un film piézoélectrique permettant l'actionnement du dispositif, une couche structurelle inerte de maintien et deux électrodes. L'objectif de ce travail est de développer un circuit électromécanique équivalent d'une cellule PMUT circulaire vibrant dans l'air. La méthode s'appuie sur la résolution de l'équation des plaques (théorie des plaques minces de Kirchhoff Love) par une technique de différences finies. Le couplage électromécanique est introduit de façon classique, à travers les équations de la piézoélectricité où seul le mode « 31 » est considéré. Les paramètres du modèle électromécanique complet sont obtenus par une équivalence en énergie avec le modèle exact selon l'approche de Foldy. Une validation théorique est présentée et deux cas de simulations sont traités afin de se confronter à des résultats connus de la littérature. Ces simulations permettront d'évaluer l'impact de la nature des électrodes et du matériau piézoélectrique sur les performances du transducteur PMUT.

1 Introduction

Les transducteurs ultrasonores piézoélectriques micro-usinés (PMUTs) sont utilisés pour de nombreuses applications comme la biométrie [1, 2, 3], l'imagerie ultrasonore ou encore la thérapie médicale [4, 5, 6]. Par ailleurs, ces technologies ont aussi trouvé de nombreuses applications dans l'air, on peut à ce titre souligner les travaux de D. A. Horsley [7]. Un transducteur PMUT est formé de plusieurs centaines de cellules connectées électriquement en parallèle et réparties de façon à former une surface rayonnante à la géométrie désirée. La modélisation des performances d'un transducteur PMUT est une étape essentielle de la chaîne de valeur de ce type de composant. En l'occurrence, avant le lancement d'un lot de composants PMUT il est indispensable d'avoir défini la taille et la géométrie des cellules PMUT à fabriquer afin de répondre aux spécifications visées.

En première étape, la stratégie de modélisation d'un transducteur PMUT nécessite de construire le schéma électroacoustique équivalent d'une cellule. Cela permet de réduire les coûts de calcul à seulement 4 degrés de liberté par cellule : tension et courant sur le port électrique et déplacement moyen et force sur le port acoustique. Sur la base de travaux menés préalablement pour des transducteurs CMUT (Capacitive Micromachined Ultrasonic Transducers) [8], l'objectif de cette étude est de développer un modèle électrique équivalent d'une cellule PMUT de forme circulaire. Il s'agira d'utiliser une approche mixte où les équations sont résolues numériquement par une technique de différences finies afin de construire le quadripôle équivalent d'une cellule PMUT.

Plusieurs méthodes ont par ailleurs déjà été développées, elles sont majoritairement basées sur une résolution analytique des équations comportementales de la plaque. [9, 10]. Ces mêmes modèles permettent de modéliser des structures plus complexes, notamment des transducteurs comportant plusieurs électrodes [11, 12].

Pour cette étude, nous commencerons par présenter les équations comportementales d'une cellule PMUT puis, une fois résolue par différences finies, l'implémentation du schéma électroacoustique équivalent sera réalisé. Nous proposons une validation théorique du modèle développé en confrontant les résultats obtenus avec des solutions analytiques établies pour des géométries simples. Enfin, une exploitation plus fine sera menée afin d'évaluer l'impact de la topologie de l'électrode sur l'efficacité du dispositif. Les

performances seront ensuite simulées pour différents types d'électrodes (Aluminium, Or et Platine) et différents types de matériaux piézoélectriques (Titano-Zirconate de Plomb, Nitrure d'Aluminium et Oxyde de Zinc) [13], [14].

2 Présentation du modèle

2.1 Etude comportementale d'un PMUT

La figure 1 montre le schéma d'un Transducteur Ultrasonore Piézoélectrique Micro-usiné (PMUT) circulaire. L'encadrement noir sur cette figure correspond à la partie vibrante modélisée du transducteur. Dans la suite du document cette partie vibrante sera désignée sous le nom de « plaque ». Cette plaque est constituée d'une couche piézoélectrique recouverte de part et d'autre part deux électrodes permettant d'appliquer une tension d'excitation. L'ensemble est déposé sur une couche inerte qui est généralement du silicium.

L'étude comportementale d'un PMUT de forme circulaire s'appuie sur la résolution des équations de la théorie des plaques minces de Kirchhoff Love [15]. Conformément à la géométrie du problème, l'analyse d'une structure multicouche circulaire est réalisée en coordonnées polaires avec le système (r, θ, z) . Pour notre modélisation, nous faisons l'hypothèse que les matériaux constituant toutes les couches sont isotropes. D'après la théorie classique des plaques, il est supposé que :

1. Les variations de contraintes (tenseur T) sont négligeables (contraintes nulles sur les surfaces) : $T_{zz} = T_{rz} = T_{\theta z} = 0$;
2. Les déformations (tenseur S) en cisaillement transverse sont négligées : $S_{rz} = S_{\theta z} = 0$;
3. Le déplacement se fait uniquement selon la direction transverse (z) et la direction radiale (r) : $u_{\theta} = T_{r\theta} = 0$.

Par ailleurs, on considère que le champ électrique E est principalement orienté selon la direction z. Par conséquent, la même hypothèse est faite pour le déplacement électrique D. On a alors : $E_r = E_{\theta} = 0$ et $D_r = D_{\theta} = 0$.

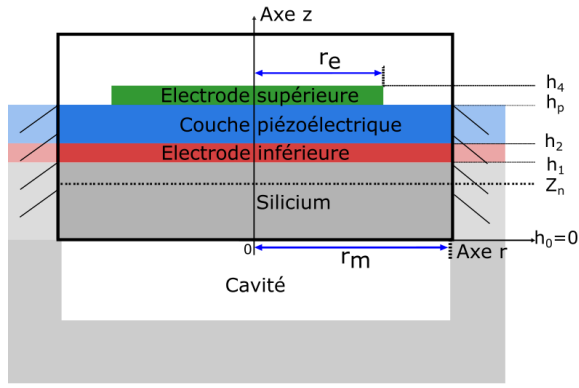


Figure 1 - Schéma représentant les couches d'un PMUT, avec r_m le rayon de la plaque, r_e le rayon de l'électrode supérieure, z_n la ligne neutre et h la position de la couche.

Les déformations selon les directions r et θ à une distance z du plan neutre (figure 1) sont données ci-dessous :

$$S_{rr} = \frac{\partial u_0}{\partial r} - (z - z_n) \frac{\partial^2 W}{\partial r^2}, \quad (1)$$

$$S_{\theta\theta} = \frac{u_0}{r} - (z - z_n) \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r}, \quad (2)$$

où w , u_0 , r , z et z_n sont respectivement la composante du déplacement transversal, la composante du déplacement radial, le rayon de la plaque, la position de la couche suivant la direction z et la position du plan neutre. Le plan neutre est défini comme le plan ne subissant ni compression ni élévation. Il a pour expression :

$$z_n = \frac{\sum_k \frac{h_k^2 - h_{k-1}^2}{2} \frac{E_k}{1 - \sigma_k^2}}{\sum_k (h_k - h_{k-1}) \frac{E_k}{1 - \sigma_k^2}}, \quad (3)$$

où h_k , σ_k et E_k sont respectivement la position supérieure de la couche, le coefficient de Poisson et le module d'Young de la $k^{\text{ième}}$ couche.

Le champ des moments en flexion (M) s'obtient à partir des contraintes exercées sur la plaque de la façon suivant :

$$M = \begin{pmatrix} M_{rr} \\ M_{\theta\theta} \end{pmatrix} = \sum_k \int_{h_{k-1}}^{h_k} (z - z_n) \begin{bmatrix} T_{rr} \\ T_{\theta\theta} \end{bmatrix} dz, \quad (4)$$

où les composantes M_{rr} et $M_{\theta\theta}$ sont respectivement les moments de flexion suivant r et θ et T_{rr} et $T_{\theta\theta}$ sont respectivement les contraintes suivant r et θ .

En considérant le problème axisymétrique, les équations comportementales du déplacement transversal et du déplacement radial données par J.N. Reddy [16] peuvent être simplifiées de la façon suivante :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rM_{rr})}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial M_{\theta\theta}}{\partial r} = \rho_s \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - q \quad (5)$$

$$-\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rN_{rr}) - N_{\theta\theta} \right] = -\rho_s \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}, \quad (6)$$

où q est la pression extérieure, $\rho_s = \sum_{k=1}^n \rho_k h_k$ la masse surfacique et N_{rr} et $N_{\theta\theta}$ sont respectivement les forces radiales suivant r et θ . Le déplacement radial u_0 est généralement très faible devant le déplacement transverse et peut donc être négligé [16].

En combinant les équations (1)-(4), il en résulte la forme générale de l'équation comportementale d'un PMUT :

$$\nabla^2 (D_{eq} \nabla^2 W) + \frac{\partial^2}{\partial r^2} (D_{eq} (\sigma_{eq} - 1)) \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} (D_{eq} (\sigma_{eq} - 1)) \frac{1}{r} \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} - \nabla^2 M^p = q - \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \quad (7)$$

Avec :

$$D_{eq} = \sum_k \frac{E_k}{(1 - \sigma_k^2)} \left(\frac{h_k^3 - h_{k-1}^3}{3} - (h_k^2 - h_{k-1}^2) z_n + (h_k - h_{k-1}) z_n^2 \right), \quad (8)$$

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{D_{eq}} \sum_k \frac{E_k \sigma_k}{(1 - \sigma_k^2)} \left(\frac{h_k^3 - h_{k-1}^3}{3} - (h_k^2 - h_{k-1}^2) z_n + (h_k - h_{k-1}) z_n^2 \right), \quad (9)$$

où D_{eq} est la rigidité flexionnelle équivalente, σ_{eq} le coefficient de Poisson équivalent, M^p le moment piézoélectrique et ∇^2 l'opérateur Laplacien.

En supposant le champ électrique E_z constant entre les deux électrodes, les termes E_z et M^p sont donnés par les expressions suivantes :

$$E_z = \frac{V}{h_p - h_{p-1}}, \quad (10)$$

$$M^p = -\frac{E_p d_{31} V}{(1 - \sigma_p)} \left[\frac{(h_p + h_{p-1})}{2} - z_n \right], \quad (11)$$

où V est la tension appliquée, h_p , h_{p-1} , $E_p = \frac{1}{s_{11}^E}$, $\sigma_p = -\frac{s_{12}^E}{s_{11}^E}$ et d_{31} sont respectivement, pour la couche piézoélectrique, la position supérieure de la couche, la position inférieure de la couche, le module de Young, le coefficient de Poisson et la constante piézoélectrique.

Le modèle présenté ci-dessus est résolu par la méthode des différences finies permettant de discrétiser les équations. L'écriture sous forme matricielle de l'équation comportementale du déplacement transversal $[W]$ devient :

$$[K_m][W] + [K_{pertes}][W] - [\nabla^2 M^p] = \omega^2 [M][W], \quad (12)$$

Ici $[K_m]$ est la matrice de rigidité de la plaque résultant de la discrétisation par différences finies. Elle traduit le comportement mécanique de la plaque en fonction des conditions limites. Le terme $[K_{pertes}]$ introduit dans l'équation comportementale traduit quant à lui les pertes mécaniques de la plaque. Il a pour expression :

$$[K_{pertes}] = j\omega\beta[K_m], \quad (13)$$

où β est le facteur de perte de la plaque.

2.2 Domaine électrique

Les électrodes étant positionnées perpendiculairement à l'axe z , le champ électrique est principalement orienté le long de cette direction. Le déplacement électrique D_z peut être calculé à l'aide de l'expression :

$$D_z = d_{31} \frac{E_p}{(1 - \sigma_p)} (S_{rr} + S_{\theta\theta}) + \varepsilon_{33}^T (1 - k_p^2) E_z, \quad (14)$$

où $k_p^2 = \frac{2E_p d_{31}^2}{\varepsilon_{33}^T (1 - \sigma_p)}$ est le coefficient de couplage et ε_{33}^T est la permittivité à contrainte constante de la couche piézoélectrique.

La charge totale est donnée comme l'intégrale du déplacement électrique dans la couche piézoélectrique sur l'ensemble de la surface de l'électrode supérieure :

$$Q = \int_0^{r_e} \int_0^{2\pi} \int_{h_{p-1}}^{h_p} \frac{D_z}{e_p} r dr d\theta dz, \quad (15)$$

où e_p est l'épaisseur de la couche piézoélectrique et r_e le rayon de l'électrode supérieure. Le courant $[I]$ est calculé comme étant la dérivée de la charge totale par rapport au temps :

$$[I] = jC_0\omega V - 2j\omega\pi \frac{d_{31}E_p}{(1 - \sigma_p)} \left[\left(\frac{(h_p + h_{p-1})}{2} - z_n \right) [K_{em}] \right], \quad (16)$$

où $C_0 = \varepsilon_{33}^T (1 - k_p^2) \frac{S_e}{e_p}$ est la capacité propre du matériau piézoélectrique, S_e la surface de l'électrode supérieure et $[K_{em}] = \left[r \frac{dW}{dr} \right]_0^{r_e}$ l'opérateur de couplage électromécanique.

L'admittance électrique $[Y]$ est alors déduite :

$$[Y] = jC_0\omega - \frac{2j\omega\pi}{V} \frac{d_{31}E_p}{(1 - \sigma_p)} \left[\left(\frac{(h_p + h_{p-1})}{2} - z_n \right) [K_{em}] \right], \quad (17)$$

2.3 Implémentation du circuit équivalent

La mise en place d'un schéma électrique équivalent nécessite avant toute chose d'identifier les grandeurs que

l'on souhaite conserver comme données d'entrée et de sortie. Le plus connu est le modèle de Mason, où les grandeurs préservées sont sur le port électrique, la tension et le courant, et sur le port acoustique, la force et la vitesse particulaire moyenne. Néanmoins ce modèle n'est pas cohérent avec le calcul de l'impédance électrique. L'approche proposée par L. Foldy [17], à savoir que les grandeurs d'entrée sont la tension et le courant, et les grandeurs acoustiques de sortie sont la vitesse particulaire moyenne et la puissance acoustique moyenne, assure une cohérence totale avec le calcul de l'impédance électrique. Le schéma électroacoustique équivalent que nous proposons est représenté en figure 2, avec :

- F_e la force d'actionnement électrique de la plaque ;
- I le courant entrant ;
- C_0 la capacité électrique propre au PMUT ;
- Z_{ms} l'impédance mécanique de la plaque ;
- $\langle \dot{u} \rangle$ la vitesse moyenne de déplacement de la plaque ;
- Φ le coefficient de transformation électroacoustique.

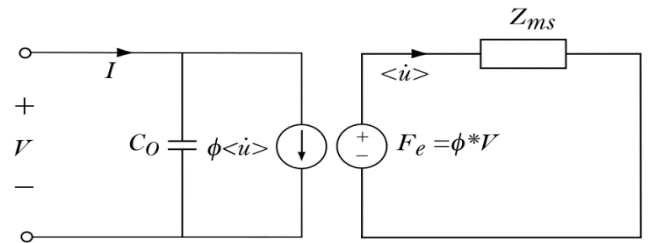


Figure 2 - Schéma électroacoustique équivalent d'un PMUT dans l'air.

D'après la définition de Foldy, l'impédance mécanique et le coefficient électroacoustique du schéma précédent s'expriment de la façon suivante :

$$Z_{ms} = 2 \frac{W_m}{|\langle \dot{u} \rangle|^2}, \quad (18)$$

$$\Phi = \frac{2W_m}{\langle \dot{u} \rangle V}, \quad (19)$$

La puissance mécanique W_m est obtenue à partir de la résolution par différences finies de l'équation comportementale. Elle s'obtient de la façon suivante :

$$W_m = \frac{1}{2} [\dot{u}]^T \left[-\omega^2 [M] + [K_m] + [K_{pertes}] \right] [\dot{u}]^*, \quad (20)$$

A partir du schéma équivalent, l'expression du courant est établie :

$$I = jC_0\omega V + \frac{|\Phi|^2 V}{Z_{ms}}, \quad (21)$$

L'admittance électrique a donc pour expression :

$$Y = \frac{I}{V} = jC_0\omega + \frac{|\Phi|^2}{Z_{ms}}, \quad (22)$$

Cette relation est identique à celle que donne la résolution des équations comportementales (relation 17).

3 Exploitation et discussion

3.1 Confrontation théorique

Dans un premier temps, afin de valider le modèle numérique développé, une plaque inerte de Silicium a été simulée pour un rayon de 50 µm. Les propriétés sont données dans le Tableau 1. La figure 3 représente l'évolution de la fréquence de résonance de la plaque en fonction de son épaisseur. Sur cette figure, nous comparons la fréquence de résonance obtenue à partir du modèle à celle obtenue à partir de la formule analytique suivante [15] :

$$fr = \frac{(3.19)^2}{2\pi r_m^2} \left(\frac{D}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{23}$$

$$\mu = \rho h, \tag{24}$$

où r_m , D , μ , ρ , h sont respectivement, le rayon de la plaque, la rigidité flexionnelle, la masse par unité de surface, la densité et l'épaisseur. La figure 3 montre que le modèle numérique permet de prédire avec exactitude la fréquence de résonance de la plaque lorsque son épaisseur est comprise entre 0.5µm et 5µm.

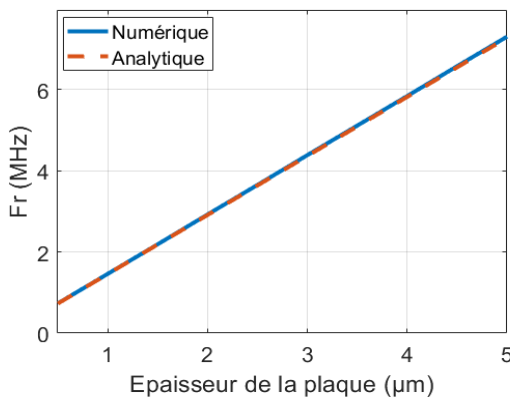


Figure 3 - Fréquence de résonance en fonction de l'épaisseur de la plaque de Si.

Dans un second temps, nous avons simulé le comportement d'une cellule PMUT de 50 µm de rayon,

composée d'une couche de silicium, une couche de PZT et deux électrodes en or. Les propriétés des matériaux sont précisées dans le Tableau 1. La figure 4 représente l'admittance et l'impédance électrique de cette cellule PMUT. La fréquence de résonance relevée sur la courbe de l'admittance est de 3.85 MHz et la fréquence d'antirésonance relevée sur la courbe de l'impédance est de 3.98 MHz. Nous pouvons en déduire un coefficient de couplage de 0.063 à l'aide de l'expression donnée dans [18].

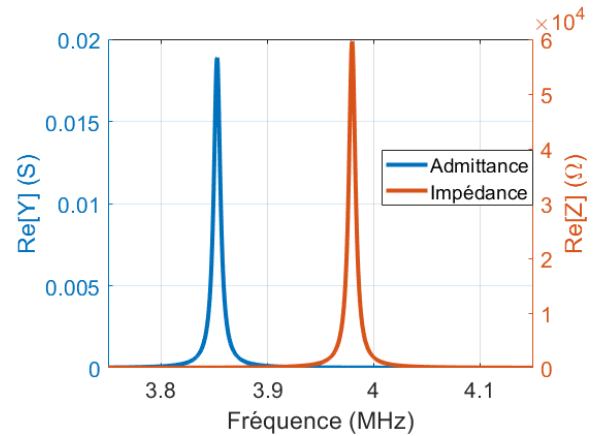


Figure 4 - Partie réelle de l'admittance et partie réelle de l'impédance électrique du PMUT.

3.2 Impact des électrodes

En partant de la configuration précédente, nous avons fait varier la nature du matériau composant les électrodes. Le choix s'est porté sur des matériaux de densités différentes, avec l'Aluminium ayant une densité nettement inférieure à celle de l'Or et du Platine. La figure 5.a montre que la fréquence de résonance varie légèrement en fonction du rapport entre le rayon de l'électrode supérieure et le rayon de la plaque, nommé ici taux de métallisation. On observe également que plus un matériau est dense plus la fréquence de résonance est faible dû aux effets de masse. Il est observé sur la figure 5.b que les déplacements les plus importants sont obtenus pour une taille d'électrode supérieure approchant un taux de métallisation de 70 % et ce quel que soit le type de métallisation. Concernant le coefficient de couplage électromécanique k_e^2 , on observe sur la figure 5.c que le maximum est obtenu cette fois-ci pour un taux de métallisation proche de 55 %.

Tableau 1 Dimensions des couches et propriétés des matériaux utilisés pour les simulations.

	Description	Si	Couche piézoélectrique			Electrodes		
			AlN	ZnO	PZT	Al	Au	Pt
h	Epaisseur [µm]	3	1.5			0.2		
E	Module de Young [GPa]	130	283	120	58.8	70	43.03	136.3
σ	Coefficient de Poisson	0.28	0.29	0.446	0.388	0.34	0.46	0.42
ρ	Densité [Kg/m ³]	2330	3230	5680	7500	2690	19300	21400
d₃₁	Constante piézoélectrique [pm/V]	-	- 2.65	- 5	- 170	-	-	-
ε^T_{33/ε0}	Constante diélectrique à contrainte	-	10.82	10.9	1593	-	-	-

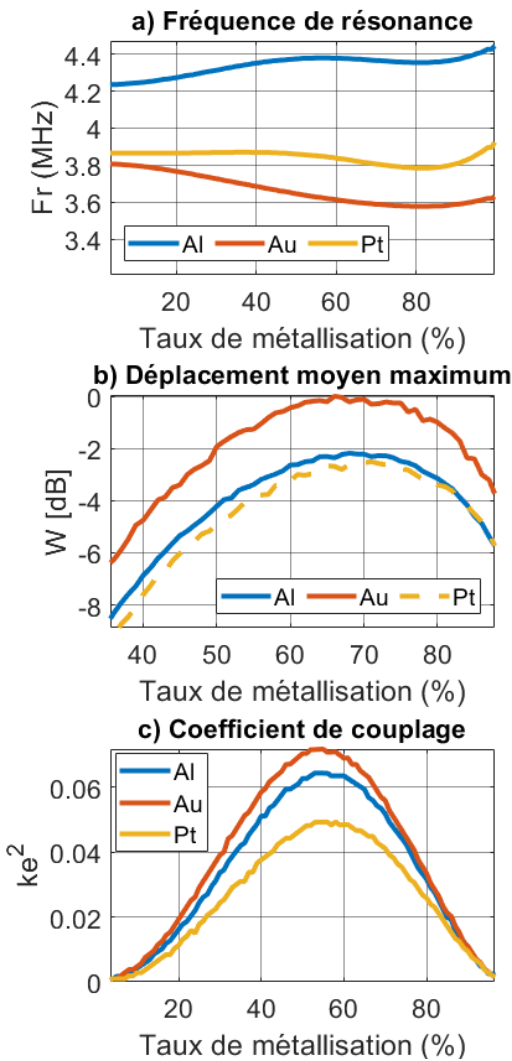


Figure 5 - Evolution de a) la fréquence de résonance, b) le déplacement moyen maximum et c) le coefficient de couplage pour trois types d'électrode (Al, Au et Pt), en fonction du taux de métallisation. Résultats obtenus pour une tensions d'excitation de 1V.

Cette partie montre que le matériau utilisé pour les électrodes influe sur la fréquence de résonance, sur le déplacement, le coefficient de couplage et donc sur les performances du PMUT. On constate un gain de 2 dB sur le déplacement maximum de la plaque lorsque l'on utilise de l'or comme électrode.

3.3 Impact du matériau piézoélectrique

Il existe différents matériaux piézoélectriques classiquement utilisés pour les PMUTs. Ici nous allons confronter l'AlN et le ZnO au PZT, qui est le matériau le plus souvent utilisé. Reprenons l'architecture précédente, avec l'or comme matériau d'électrodes. Il est montré sur la figure 6.a, que la nature du matériau piézoélectrique a un impact sur la fréquence de résonance du transducteur. Cela s'explique principalement par le fait que les matériaux piézoélectriques ont des propriétés mécaniques différentes. On observe aussi sur la figure 6.b que le maximum du déplacement moyen est atteint pour un taux de métallisation d'environ 70 % et ce quelle que soit la nature du matériau

piézoélectrique. Le PZT montre un déplacement nettement supérieur à l'AlN et au ZnO. Si l'on regarde l'évolution du coefficient de couplage électromécanique, comme attendu, la figure 6.c montre clairement qu'avec le matériau PZT, le PMUT présente un coefficient de couplage électromécanique bien supérieur aux deux autres configurations. Ces résultats sont cohérents avec les travaux présentés dans la littérature [13].

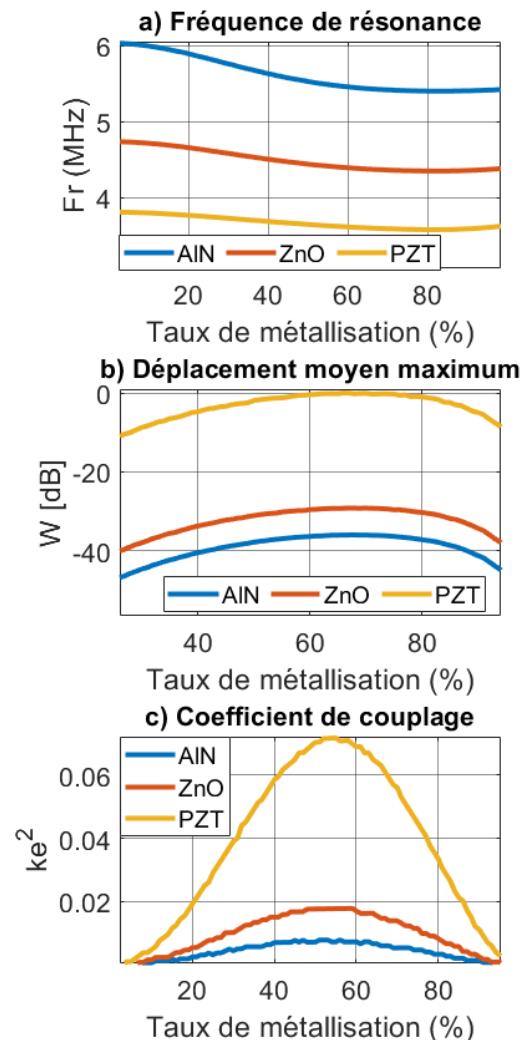


Figure 6 - Evolution de a) la fréquence de résonance, b) le déplacement moyen maximum et c) le coefficient de couplage pour trois matériaux piézoélectrique (AlN, ZnO et PZT), en fonction du taux de métallisation. Résultats obtenus pour une tensions d'excitation de 1V.

4 Conclusion

Dans ce papier, nous avons détaillé le développement de l'équation comportementale transverse d'un PMUT dans l'air. L'écriture d'un schéma électroacoustique équivalent a été réalisé à partir de la définition de Foldy en cohérence avec le calcul de l'impédance électrique. A partir d'une plaque de Silicium inerte, le modèle implémenté a été partiellement validé en confrontant, pour différentes

épaisseurs, les fréquences de résonance obtenues à celles obtenues de façon analytique. Pour valider complément le modèle, il sera nécessaire de mettre en place une analyse plus fine, en confrontant nos résultats à ceux obtenus par un modèle éléments finis. Il a aussi été démontré que les matériaux des électrodes et de la couche piézoélectrique avaient un fort impact sur les performances d'une cellule PMUT. Pour ce modèle, nous avons fait l'hypothèse que le déplacement radial était négligeable. Il s'agira par la suite, d'intégrer le déplacement radial dans le calcul et de confirmer cette hypothèse.

La suite de ce travail sera également de modéliser le comportement d'une cellule PMUT dans un fluide (typiquement de l'eau) puis d'introduire les couplages mutuels inter cellules afin de prédire le comportement d'une barrette PMUT.

Références

- [1] H.-Y. Tang *et al.*, "3-D Ultrasonic Fingerprint Sensor-on-a-Chip," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 51, no. 11, pp. 2522–2533, Nov. 2016, doi: 10.1109/JSSC.2016.2604291.
- [2] Y.-Q. Chen *et al.*, "Large-Scale and High-Density pMUT Array Based on Isolated Sol-Gel PZT Membranes for Fingerprint Imaging," *J. Electrochem. Soc.*, vol. 164, no. 7, pp. B377–B381, May 2017, doi: 10.1149/2.0891707jes.
- [3] X. Jiang *et al.*, "Monolithic ultrasound fingerprint sensor," *Microsystems Nanoeng.*, vol. 3, no. 1, p. 17059, Dec. 2017, doi: 10.1038/micronano.2017.59.
- [4] D. E. Dausch, J. B. Castellucci, D. R. Chou, and O. T. Von Ramm, "Theory and operation of 2-D array piezoelectric micromachined ultrasound transducers," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 55, no. 11, pp. 2484–2492, 2008, doi: 10.1109/TUFFC.956.
- [5] T. Wang, R. Sawada, and C. Lee, "A piezoelectric micromachined ultrasonic transducer using piston-like membrane motion," *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 36, no. 9, pp. 957–959, 2015, doi: 10.1109/LED.2015.2459075.
- [6] S. Akhbari, F. Sammoura, B. Eovino, C. Yang, and L. Lin, "Bimorph Piezoelectric Micromachined Ultrasonic Transducers," *J. Microelectromechanical Syst.*, vol. 25, no. 2, pp. 326–336, Apr. 2016, doi: 10.1109/JMEMS.2016.2516510.
- [7] D. A. Horsley *et al.*, "Piezoelectric micromachined ultrasonic transducers for human-machine interfaces and biometric sensing," *2015 IEEE SENSORS - Proc.*, no. 1, pp. 2–5, 2015, doi: 10.1109/ICSENS.2015.7370564.
- [8] D. Certon, F. Teston, and F. Patat, "A finite difference model For cMUT devices," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 52, no. 12, pp. 2199–2210, Dec. 2005, doi: 10.1109/TUFFC.2005.1563263.
- [9] F. Sammoura, K. Smyth, and S.-G. Kim, "Working equations of a circular multimorph piezoelectric micromachined ultrasonic transducer," in *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, Oct. 2012, pp. 3991–3996, doi: 10.1109/IECON.2012.6389252.
- [10] F. Sammoura and S. G. Kim, "Modeling of the neutral axes of a circular piezoelectric micromachined transducer in transmit and receive mode," *Tech. Dig. - Solid-State Sensors, Actuators, Microsystems Work.*, vol. 1, pp. 485–488, 2012, doi: 10.31438/trf.hh2012.128.
- [11] K. Smyth, S. Bathurst, F. Sammoura, and Sang-Gook Kim, "Analytic solution for N-electrode actuated piezoelectric disk with application to piezoelectric micromachined ultrasonic transducers," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 60, no. 8, pp. 1756–1767, Aug. 2013, doi: 10.1109/TUFFC.2013.2756.
- [12] K. Smyth and S. Kim, "Analytical Equivalent Circuit Model for Piezoelectric Micromachined Ultrasonic Transducers," vol. 62, no. 4, pp. 744–765, 4894.
- [13] J. G. E. Gardeniers, Z. M. Rittersma, and G. J. Burger, "Preferred orientation and piezoelectricity in sputtered ZnO films," *J. Appl. Phys.*, vol. 83, no. 12, pp. 7844–7854, 1998, doi: 10.1063/1.367959.
- [14] J. Li, W. Ren, G. Fan, and C. Wang, "Design and Fabrication of Piezoelectric Micromachined Ultrasound Transducer (pMUT) with Partially-Etched ZnO Film," *Sensors*, vol. 17, no. 6, p. 1381, Jun. 2017, doi: 10.3390/s17061381.
- [15] S. Timoshenko *et al.*, *Theory of Plates and Shells McGraw-Hill Book Company*. 1959.
- [16] J. N. Reddy, "Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells," vol. 148, pp. 148–162.
- [17] L. L. Foldy, "Theory of Passive Linear Electroacoustic Transducers with Fixed Velocity Distributions," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 21, no. 1, pp. 57–57, Jan. 1949, doi: 10.1121/1.1917037.
- [18] G. G. Yaralioglu, A. S. Ergun, B. Bayram, E. Haeggstrom, and B. T. Khuri-Yakub, "Calculation and measurement of electromechanical coupling coefficient of capacitive micromachined ultrasonic transducers," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 50, no. 4, pp. 449–456, Apr. 2003, doi: 10.1109/TUFFC.2003.1197968.