



HAL
open science

Combinaison d'éléments de coque et d'éléments finis spectraux transitoires pour les problèmes de propagation d'ondes guidées dans des structures déformées

Andre Luiz Dalmora, Alexandre Imperiale, Sébastien Imperiale, Philippe Moireau

► To cite this version:

Andre Luiz Dalmora, Alexandre Imperiale, Sébastien Imperiale, Philippe Moireau. Combinaison d'éléments de coque et d'éléments finis spectraux transitoires pour les problèmes de propagation d'ondes guidées dans des structures déformées. CFA 2022 - 16ème Congrès Français d'Acoustique, Société Française d'Acoustique; Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Apr 2022, Marseille, France. hal-03848149

HAL Id: hal-03848149

<https://hal.science/hal-03848149>

Submitted on 26 Jun 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Combinaison d'éléments de coque et d'éléments finis spectraux transitoires pour les problèmes de propagation d'ondes guidées dans des structures déformées

André Luiz Dalmora¹, Alexandre Imperiale¹, Sébastien Imperiale², Philippe Moireau²

¹ Université Paris-Saclay, CEA, List, F-91120, Palaiseau, France

² Project-Team M3DISIM, Inria Saclay-Ile-de-France, Inria, 91128 Palaiseau, France

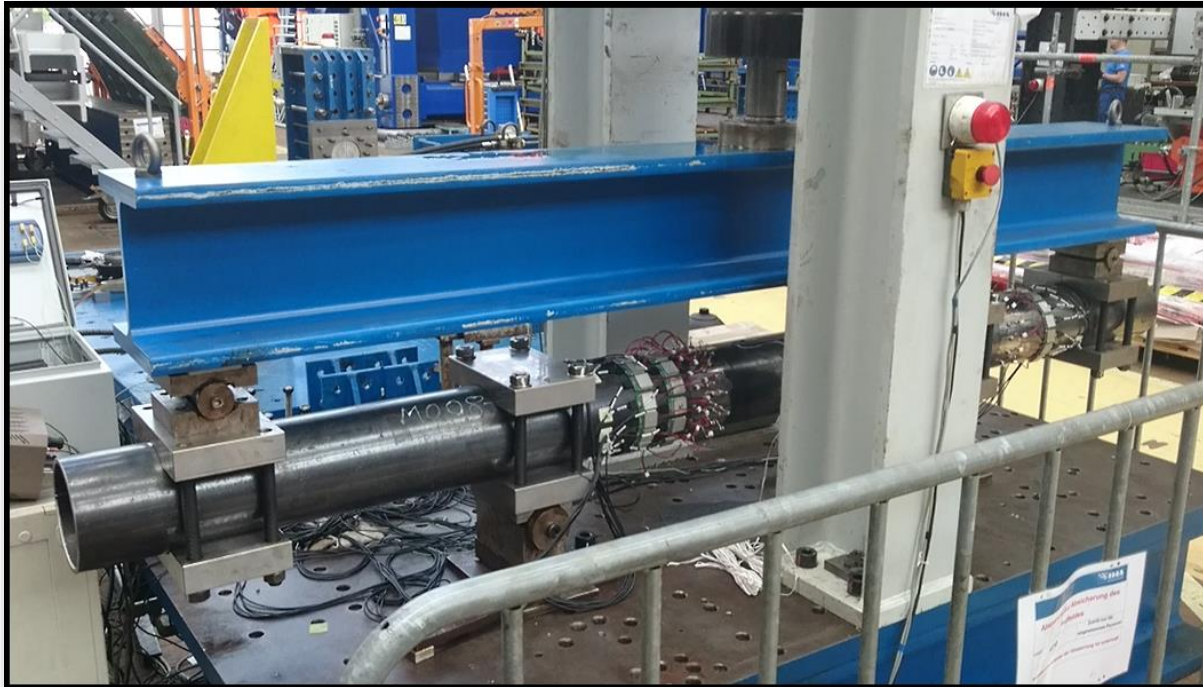
- **Contexte :**

- Modélisation et Simulation pour le CND, en particulière, le SHM.
- SHM: Environmental and Operational conditions (EOCs). [Gorgin et al. 2020](#)
- Ce travail vise à modéliser la propagation d'ondes ultrasonores sur des structures fines soumises à une déformation, et leurs applications aux ondes guidées.

- **Modèle et chaîne de calcul proposés :**

- Calculer les précontraintes et déformations causées par une force externe quasi-statique.
- Simuler la propagation des ondes dans la structure déformée.
- Lois de comportements hyper-élastiques et forces externes arbitraires.

- **L'industrie aéronautique et pétrolière sont des potentiels domaines d'applications.**



- Le tuyau est soumis à une force dynamique de 220kN qui oscille jusqu'à 2Hz.
- Une soudure avec un défaut se trouve entre les anneaux des transducteurs.
- L'effet de la précontrainte a diminué considérablement la probabilité de détection du défaut.

Image fournie par Kilian Tschöke à partir d'expériences réalisées dans les installations de l'Institut Fraunhofer, un partenaire du projet **GW4SHM**.

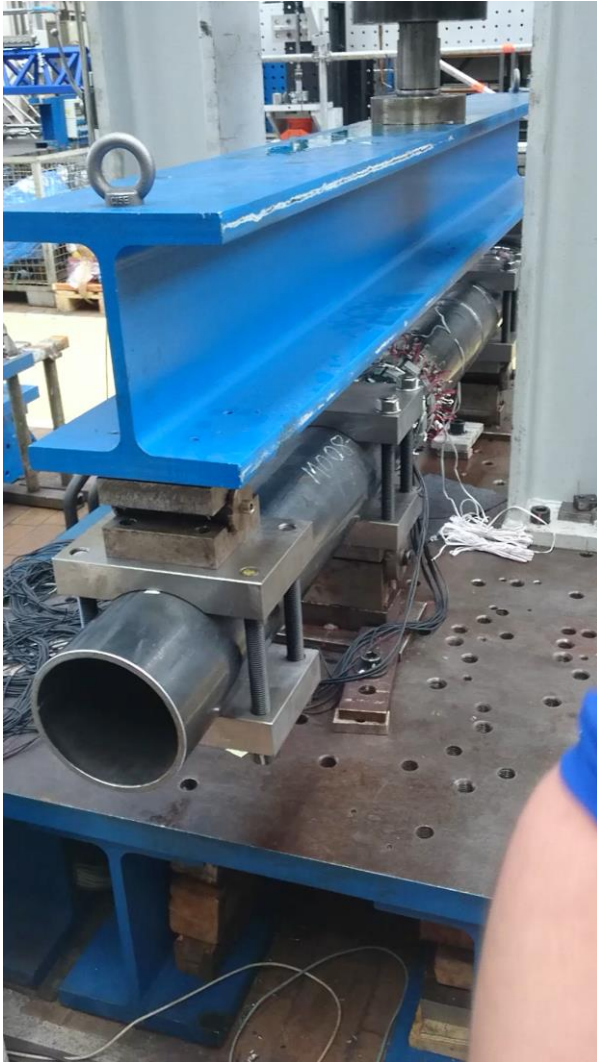
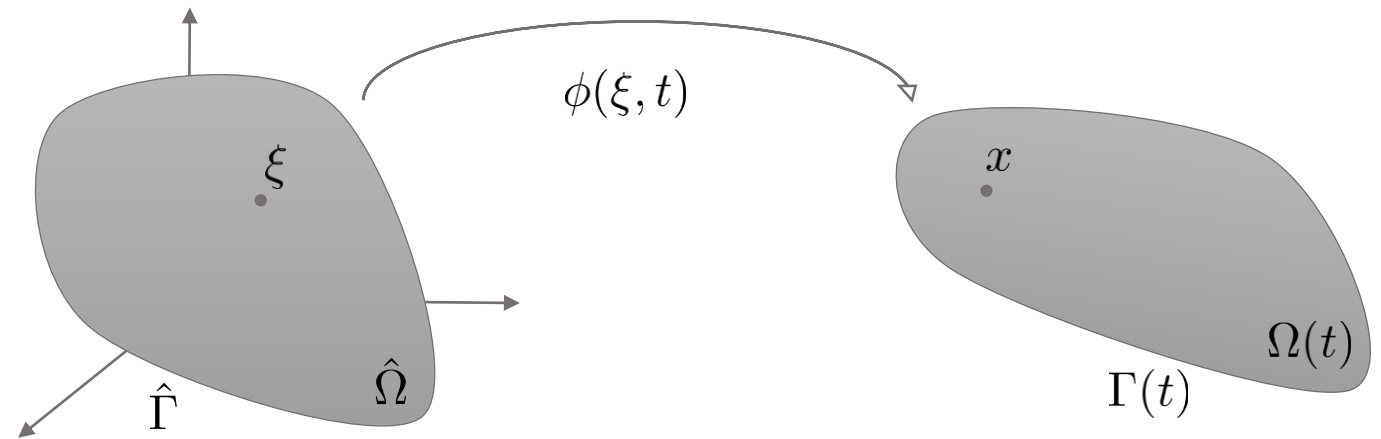


Image fournie par Kilian Tschöke à partir d'expériences réalisées dans les installations de l'Institut Fraunhofer, un partenaire du projet GW4SHM.

- Le tuyau est soumis à une force dynamique de 220kN qui oscille jusqu'à 2Hz.
- Une soudure avec un défaut se trouve entre les anneaux des transducteurs.
- L'effet de la précontrainte a diminué considérablement la probabilité de détection du défaut.

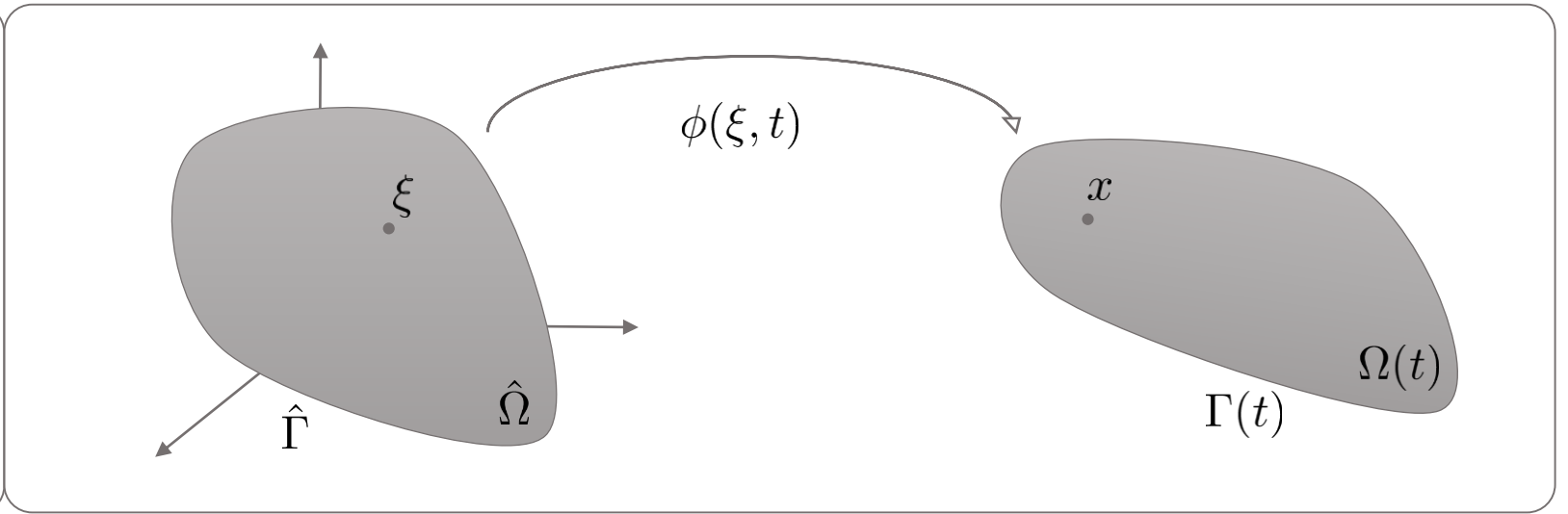
Sommaire

- **Élastodynamique non linéaire.**
 - **Loi hyper-élastique.**
 - **Formulation forte/faible.**
- Hypothèses
 - Approximation au 1er ordre.
 - Équilibre statique.
- Problèmes découplées:
 - Statique: Déformation.
 - Dynamique: Ondes.



Sommaire

- **Élastodynamique non linéaire.**
 - **Loi hyper-élastique.**
 - **Formulation forte/faible.**
- Hypothèses
 - Approximation au 1er ordre.
 - Équilibre statique.
- Problèmes découplés:
 - Statique: Déformation.
 - Dynamique: Ondes.



Formulation forte

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \nabla_x \cdot \boldsymbol{\sigma} = \rho \mathbf{f} \quad \text{dans } \Omega, \\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{G}(\mathbf{e}) \quad \text{(hyper-élastique),} \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{dans } \Gamma^N, \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}^s \quad \text{dans } \Gamma^L, \\ \mathbf{u} = 0 \quad \text{dans } \Gamma^D, \end{array} \right.$$

avec

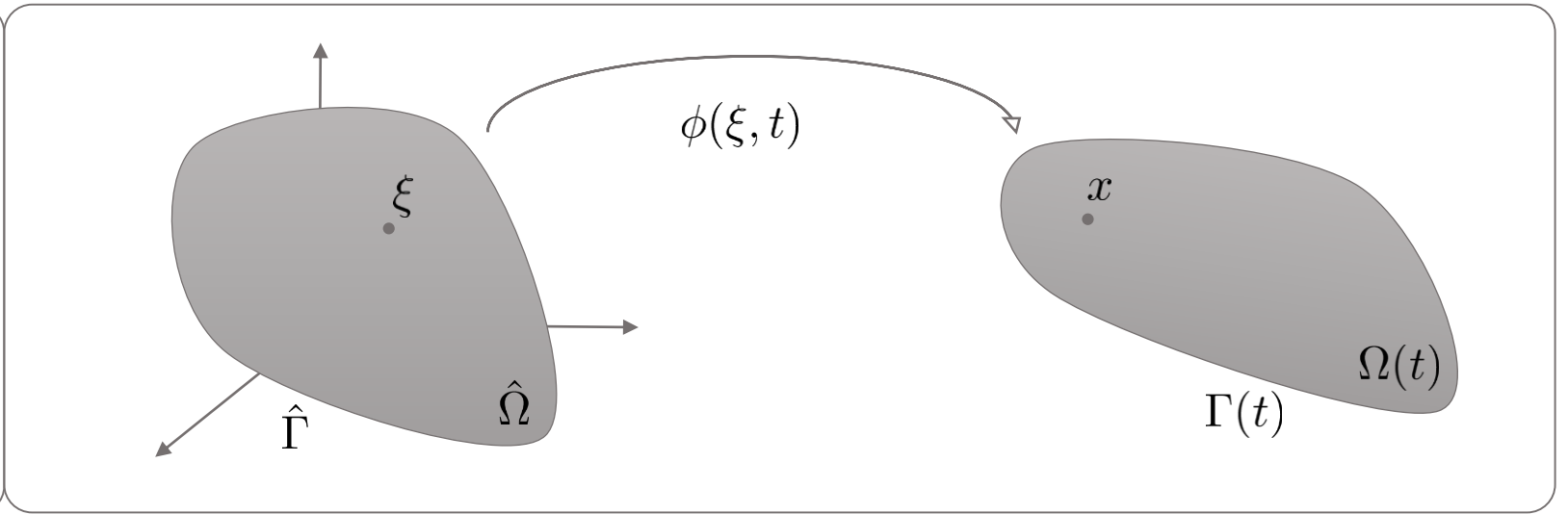
$$\mathbf{F} = \nabla_{\xi} \phi,$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F},$$

$$\mathbf{e}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{1}).$$

Sommaire

- **Élastodynamique non linéaire.**
 - **Loi hyper-élastique.**
 - **Formulation forte/faible.**
- Hypothèses
 - Approximation au 1er ordre.
 - Équilibre statique.
- Problèmes découplés:
 - Statique: Déformation.
 - Dynamique: Ondes.



Formulation faible

$$\forall w \in \mathcal{V}(\hat{\Omega}), \quad \mathcal{V}(\hat{\Omega}) = \{v \in H^1(\hat{\Omega})^3 \mid v = 0 \text{ dans } \Gamma^D\},$$

$$\frac{d^2}{dt^2} m(u; w) + a(u; w) - l(u; w) = 0 \quad \left| \quad \begin{aligned} m(u; w) &= \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} d\hat{\Omega}, \\ a(u; w) &= \int_{\hat{\Omega}} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{e}) : \mathbf{D}_u \mathbf{e}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{w} d\hat{\Omega}, \\ l(u; w) &= \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \mathbf{f} \cdot \mathbf{w} d\hat{\Omega} + \int_{\hat{\Gamma}^L} \mathbf{f}^s \cdot \mathbf{w} J \| \mathbf{F}^{-\top} \cdot \hat{\mathbf{n}} \| d\hat{\Gamma}. \end{aligned} \right. \quad \begin{aligned} J &= \det \mathbf{F}, \\ \text{avec} \\ \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{e}) &= J \mathbf{F}^{-1} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-\top}. \end{aligned}$$

Sommaire

- Élastodynamique non linéaire.
 - Loi hyper-élastique.
 - Formulation forte/faible.
- **Hypothèses**
 - **Approximation au 1er ordre.**
 - **Équilibre statique.**
- Problèmes découplées:
 - Statique: Déformation.
 - Dynamique: Ondes.

Formulation faible

$\forall w \in \mathcal{V}(\hat{\Omega}),$

$$\frac{d^2}{dt^2} m(u; w) + a(u; w) - l(u; w) = 0 \quad \left| \begin{array}{l} m(u; w) = \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} d\hat{\Omega}, \\ a(u; w) = \int_{\hat{\Omega}} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{e}) : \mathbf{D}_u \mathbf{e}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{w} d\hat{\Omega}, \\ l(u; w) = \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \mathbf{f} \cdot \mathbf{w} d\hat{\Omega} + \int_{\hat{\Gamma}^L} \mathbf{f}^s \cdot \mathbf{w} J \| \mathbf{F}^{-\top} \cdot \hat{\mathbf{n}} \| d\hat{\Gamma}. \end{array} \right.$$

- On vise à découpler le problème de déformation et de propagation d'ondes.

Sommaire

- Élastodynamique non linéaire.
 - Loi hyper-élastique.
 - Formulation forte/faible.
- **Hypothèses**
 - **Approximation au 1er ordre.**
 - **Équilibre statique.**
- Problèmes découplées:
 - Statique: Déformation.
 - Dynamique: Ondes.

Formulation faible

$$\forall w \in \mathcal{V}(\hat{\Omega}),$$

$$\frac{d^2}{dt^2} m(u; w) + a(u; w) - l(u; w) = 0 \quad \left| \begin{array}{l} m(u; w) = \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} d\hat{\Omega}, \\ a(u; w) = \int_{\hat{\Omega}} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{e}) : \mathbf{D}_u \mathbf{e}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{w} d\hat{\Omega}, \\ l(u; w) = \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \mathbf{f} \cdot \mathbf{w} d\hat{\Omega} + \int_{\hat{\Gamma}^L} \mathbf{f}^s \cdot \mathbf{w} J \| \mathbf{F}^{-\top} \cdot \hat{\mathbf{n}} \| d\hat{\Gamma}. \end{array} \right.$$

- On vise à découpler le problème de déformation et de propagation d'ondes.

Linéarisation

- On découple le problème avec l'hypothèse suivante

Pour $\delta \ll 1$,

$$\mathbf{f}^s(\boldsymbol{\xi}, t) = \mathbf{f}_0^s(\boldsymbol{\xi}) + \delta \tilde{\mathbf{f}}^s(\boldsymbol{\xi}, t) + O(\delta^2), \quad \text{on cherche donc} \quad \mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}, t) = \mathbf{u}_0(\boldsymbol{\xi}) + \delta \tilde{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\xi}, t) + O(\delta^2),$$

en négligeant les termes de second ordre.

Sommaire

- Élastodynamique non linéaire.
 - Loi hyper-élastique.
 - Formulation forte/faible.
- Hypothèses
 - Approximation au 1er ordre.
 - Équilibre statique.
- **Problèmes découplées:**
 - **Statique: Déformation.**
 - **Dynamique: Ondes.**

Linéarisation

$$\mathbf{f}^s(\boldsymbol{\xi}, t) = \mathbf{f}_0^s(\boldsymbol{\xi}) + \delta \tilde{\mathbf{f}}^s(\boldsymbol{\xi}, t) + O(\delta^2)$$

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}, t) = \mathbf{u}_0(\boldsymbol{\xi}) + \delta \tilde{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\xi}, t) + O(\delta^2)$$

+ découplage des termes en δ

Sommaire

- Élastodynamique non linéaire.
 - Loi hyper-élastique.
 - Formulation forte/faible.
- Hypothèses
 - Approximation au 1er ordre.
 - Équilibre statique.
- **Problèmes découplés:**
 - **Statique: Déformation.**
 - **Dynamique: Ondes.**

Linéarisation

$$\mathbf{f}^s(\boldsymbol{\xi}, t) = \mathbf{f}_0^s(\boldsymbol{\xi}) + \delta \tilde{\mathbf{f}}^s(\boldsymbol{\xi}, t) + O(\delta^2)$$

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}, t) = \mathbf{u}_0(\boldsymbol{\xi}) + \delta \tilde{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\xi}, t) + O(\delta^2)$$

+ découplage des termes en δ

Déformation structurelle : Non linéaire et statique.

Trouver $u_0 \in \mathcal{V}(\hat{\Omega})$, tel que, $\forall w \in \mathcal{V}(\hat{\Omega})$,

$$a(u_0; w) = l_0(u_0; w),$$

$$\left| \begin{aligned} a(u_0; w) &= \int_{\hat{\Omega}} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{e}_0) : D_{\mathbf{u}} \mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{w} \, d\hat{\Omega} \\ l_0(u_0; w) &= \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \mathbf{f}_0 \cdot \mathbf{w} \, d\hat{\Omega} + \int_{\hat{\Gamma}^L} \mathbf{f}_0^s \cdot \mathbf{w} \| J_0 \mathbf{F}_0^{-\top} \cdot \hat{\mathbf{n}} \| \, d\hat{\Gamma}. \end{aligned} \right.$$

Sommaire

- Élastodynamique non linéaire.
 - Loi hyper-élastique.
 - Formulation forte/faible.
- Hypothèses
 - Approximation au 1er ordre.
 - Équilibre statique.
- **Problèmes découplés:**
 - **Statique: Déformation.**
 - **Dynamique: Ondes.**

Linéarisation

$$\mathbf{f}^s(\boldsymbol{\xi}, t) = \mathbf{f}_0^s(\boldsymbol{\xi}) + \delta \tilde{\mathbf{f}}^s(\boldsymbol{\xi}, t) + O(\delta^2)$$

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\xi}, t) = \mathbf{u}_0(\boldsymbol{\xi}) + \delta \tilde{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\xi}, t) + O(\delta^2)$$

+ découplage des termes en δ

Déformation structurelle : Non linéaire et statique.

Trouver $u_0 \in \mathcal{V}(\hat{\Omega})$, tel que, $\forall w \in \mathcal{V}(\hat{\Omega})$,

$$a(u_0; w) = l_0(u_0; w),$$

$$\left| \begin{aligned} a(u_0; w) &= \int_{\hat{\Omega}} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{e}_0) : \mathbf{D}_u \mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{w} \, d\hat{\Omega} \\ l_0(u_0; w) &= \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \mathbf{f}_0 \cdot \mathbf{w} \, d\hat{\Omega} + \int_{\hat{\Gamma}^L} \mathbf{f}_0^s \cdot \mathbf{w} \| J_0 \mathbf{F}_0^{-\top} \cdot \hat{\mathbf{n}} \| \, d\hat{\Gamma}. \end{aligned} \right.$$

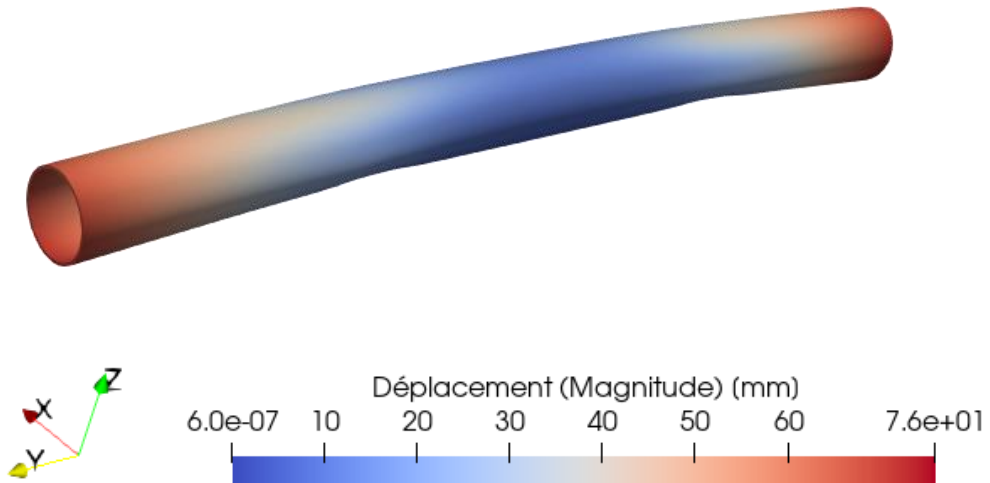
Propagation d'ondes : Linearisée et haute fréquence.

Trouver $\tilde{u}(t) \in \mathcal{V}(\hat{\Omega})$, $\forall t > 0$, tel que, $\forall w \in \mathcal{V}(\hat{\Omega})$,

$$\frac{d^2}{dt^2} m(u_0; \tilde{u}, w) + \mathbf{D}_u a(u_0; \tilde{u}, w) = \tilde{l}(u_0; w)$$

$$\left| \begin{aligned} m(u_0; \tilde{u}, w) &= \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \tilde{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{w} \, d\hat{\Omega}, \\ \mathbf{D}_u a(u_0; \tilde{u}, w) &= \int_{\hat{\Omega}} \mathbf{D}_u \mathbf{e}_0 \cdot \tilde{\mathbf{u}} : \mathbf{D}_e \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{e}_0) : \mathbf{D}_u \mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{w} \, d\hat{\Omega} + \int_{\hat{\Omega}} \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{e}_0) : \mathbf{D}_u^2 \mathbf{e}(\mathbf{u}_0; \tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{w}) \, d\hat{\Omega}, \\ \tilde{l}(u_0; w) &= \int_{\hat{\Omega}} \hat{\rho} \tilde{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{w} \, d\hat{\Omega} + \int_{\hat{\Gamma}^L} \tilde{\mathbf{f}}^s \cdot \mathbf{w} \| J_0 \mathbf{F}_0^{-\top} \cdot \hat{\mathbf{n}} \| \, d\hat{\Gamma}. \end{aligned} \right.$$

Calcul de précontrainte



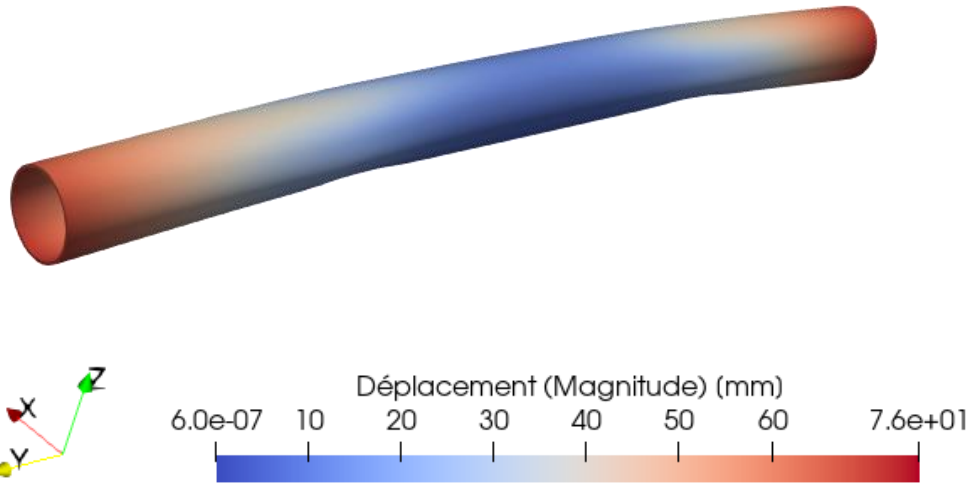
- Dimensions: 2.94m, \varnothing 0.1973m et 8mm d'épaisseur.
- Éléments Finis de Coque 3D.

Chapelle et al. 2004

Calcul statique; 0.3 MDoFs; 4 minutes; 4.7GB

- Déformation max: 76mm.
- Code MoReFEM (équipe MEDISIM - Inria)
<https://gitlab.inria.fr/MoReFEM>

Calcul de précontrainte



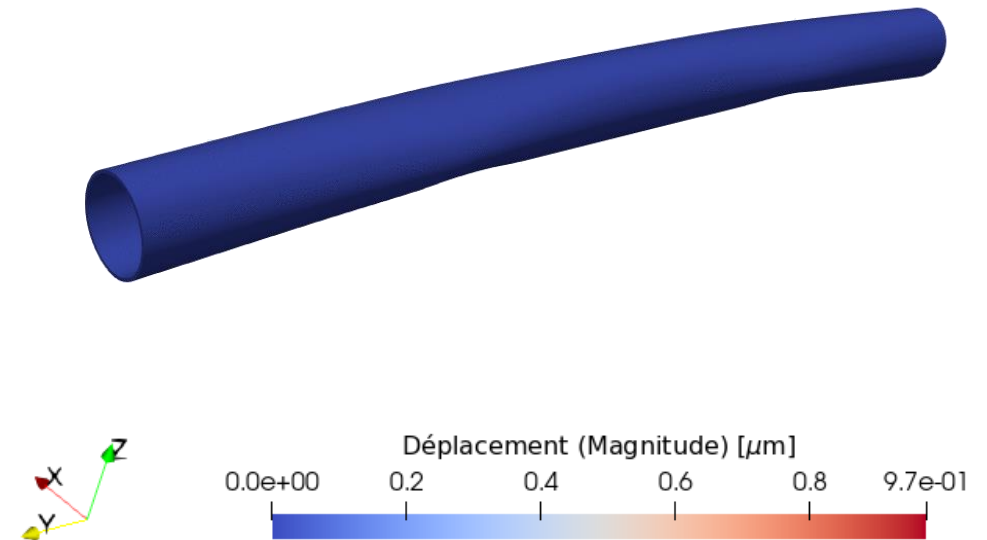
- Dimensions: 2.94m, \emptyset 0.1973m et 8mm d'épaisseur.
- Éléments Finis de Coque 3D.

Chapelle et al. 2004

Calcul statique; 0.3 MDoFs; 4 minutes; 4.7GB

- Déformation max: 76mm.
- Code MoReFEM (équipe M \overline{E} DISIM - Inria)
<https://gitlab.inria.fr/MoReFEM>

Propagation des ondes



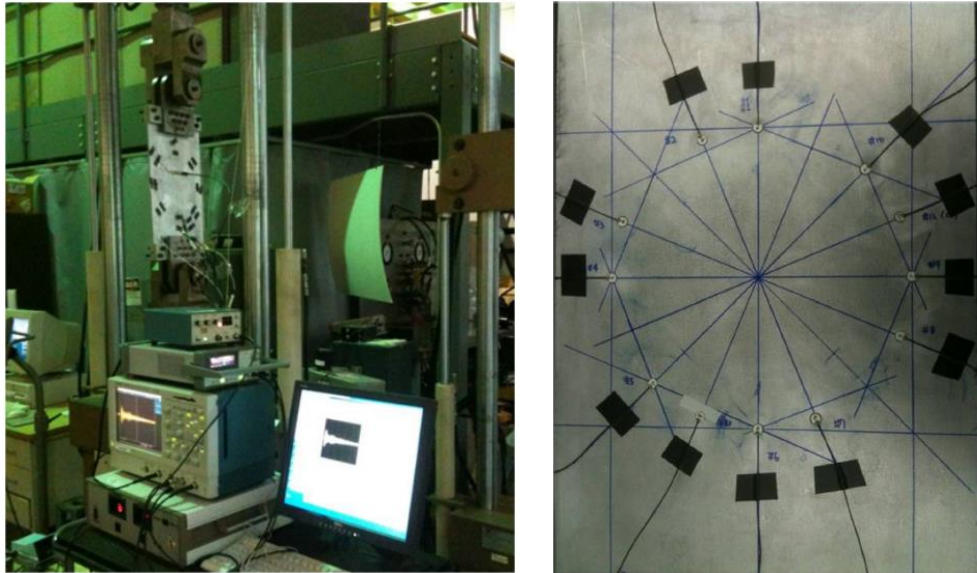
- Éléments Finis Spectraux 3D (Ordre élevé)

Cohen, Gary C. 2002

12 MDoFs; 5100 timesteps; 20 minutes; 2.8GB

- Transitoire (Saute Mouton explicite).
- Excitation à 80kHz.
- Code SFEM CIVA (CEA)

Configuration expérimentale

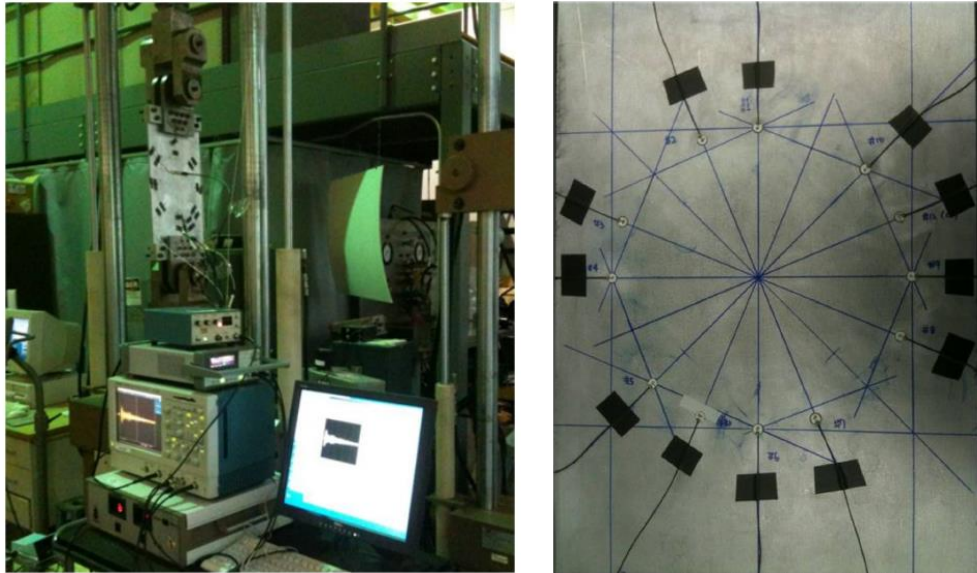


Configuration expérimentale pour mesurer les changements de vitesse dus à la précontrainte.

- Fréquence: 250khz (mode S0)
- Plaque d'aluminium 610 x 305 x 6.35 mm
- Chargement axial de 0MPa à 57.5MPa

Gandhi et al. 2012

Configuration expérimentale



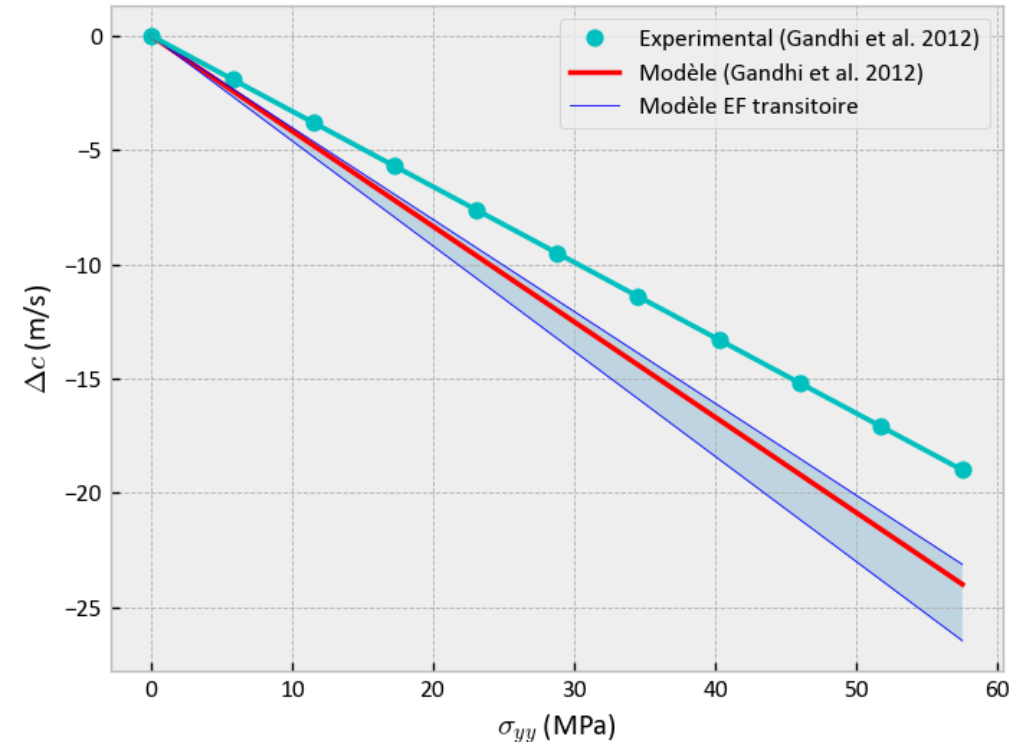
Configuration expérimentale pour mesurer les changements de vitesse dus à la précontrainte.

- Fréquence: 250khz (mode S0)
- Plaque d'aluminium 610 x 305 x 6.35 mm
- Chargement axial de 0MPa à 57.5MPa

Gandhi et al. 2012

Comparaison des modèles

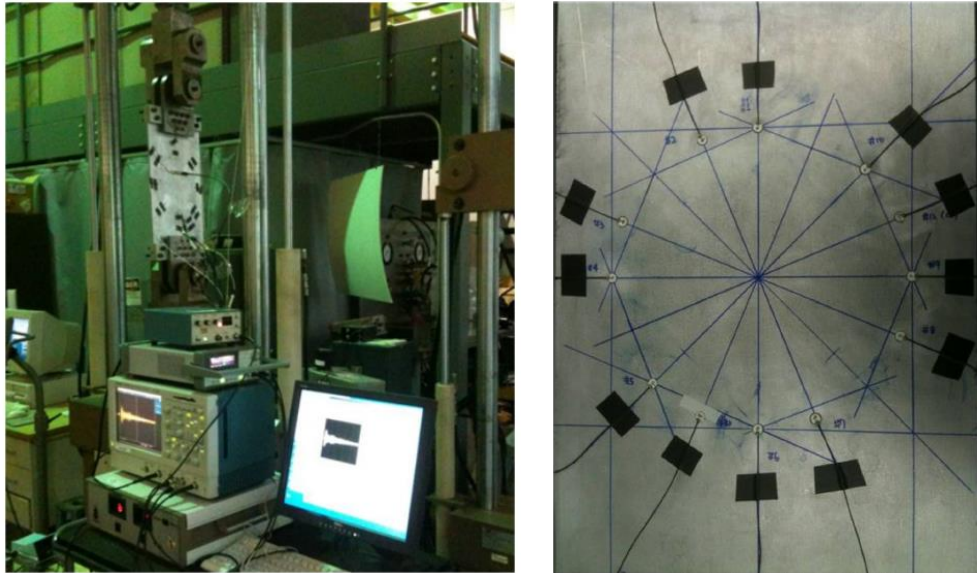
Différences sur l'axe de chargement



Changement de vitesse (mode S0) dû à la précontrainte.

- Comportement isotrope: Murnaghan (λ , μ , l , m et n)
 - Hughes, D. S., and J. L. Kelly. 1953
 - Smith et al. 1966
- Acoustoelasticité.

Configuration expérimentale

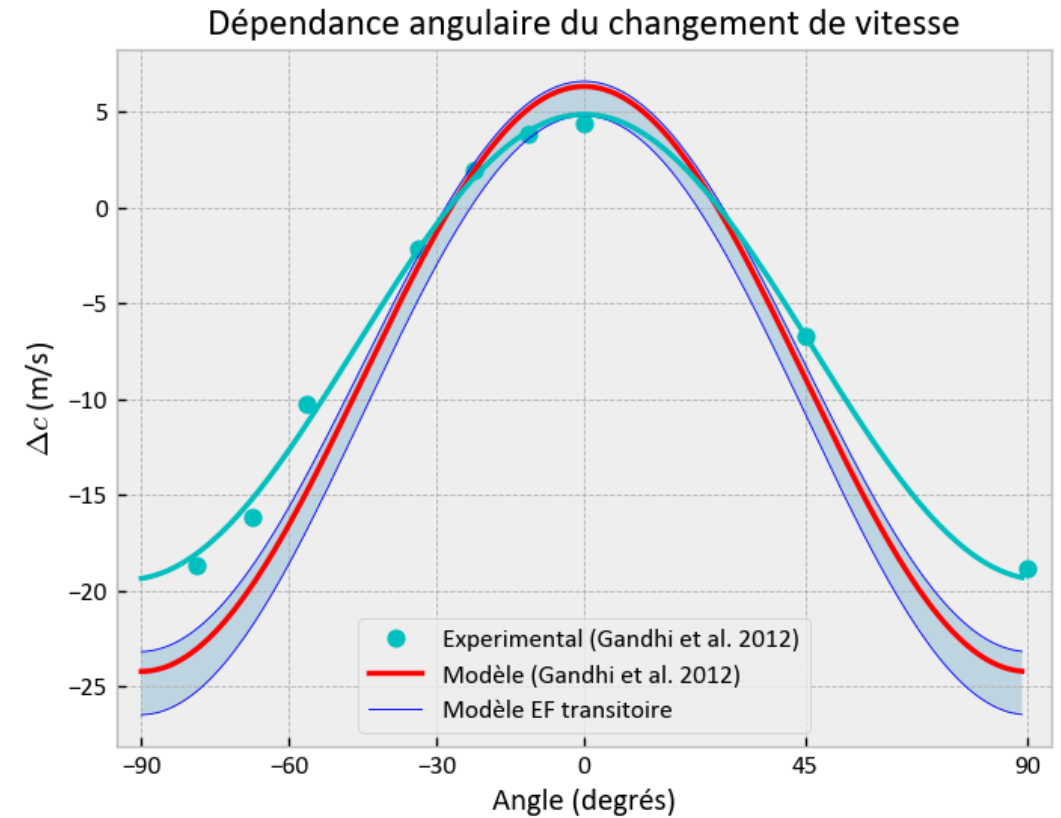


Configuration expérimentale pour mesurer les changements de vitesse dus à la précontrainte.

- Fréquence: 250khz (mode S0)
- Plaque d'aluminium 610 x 305 x 6.35 mm
- Chargement axial de 0MPa à 57.5MPa

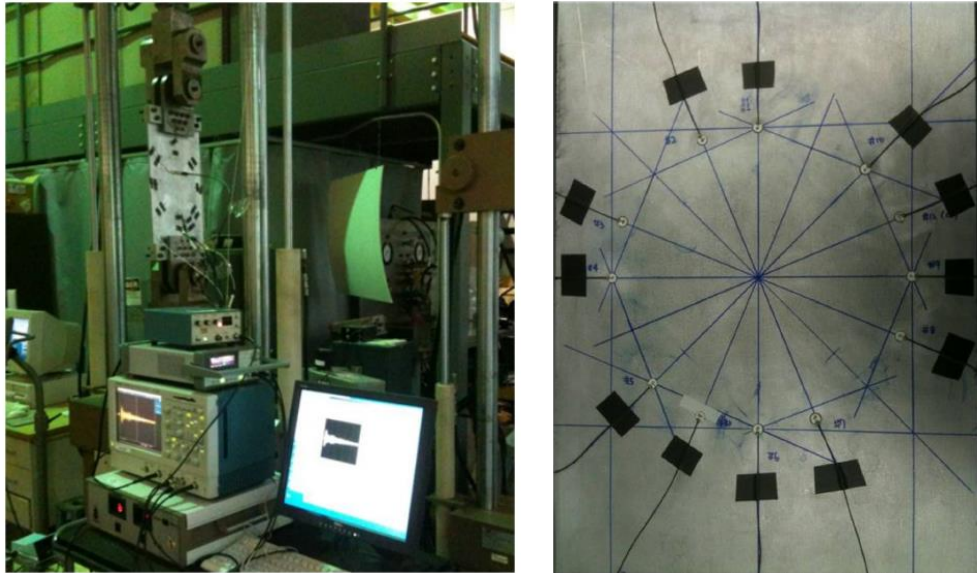
Gandhi et al. 2012

Comparaison des modèles



Changement de vitesse (mode S0) dû à la précontrainte (57.5MPa) par rapport à l'angle de propagation.

Configuration expérimentale

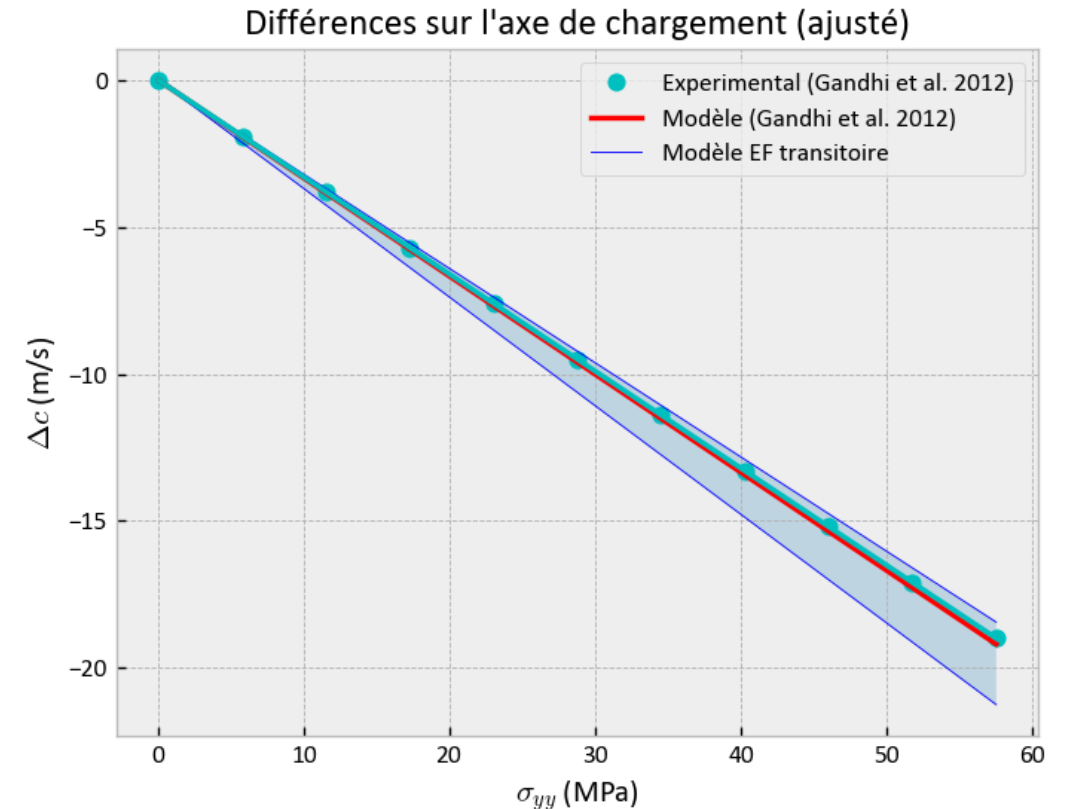


Configuration expérimentale pour mesurer les changements de vitesse dus à la précontrainte.

- Fréquence: 250khz (mode S0)
- Plaque d'aluminium 610 x 305 x 6.35 mm
- Chargement axial de 0MPa à 57.5MPa

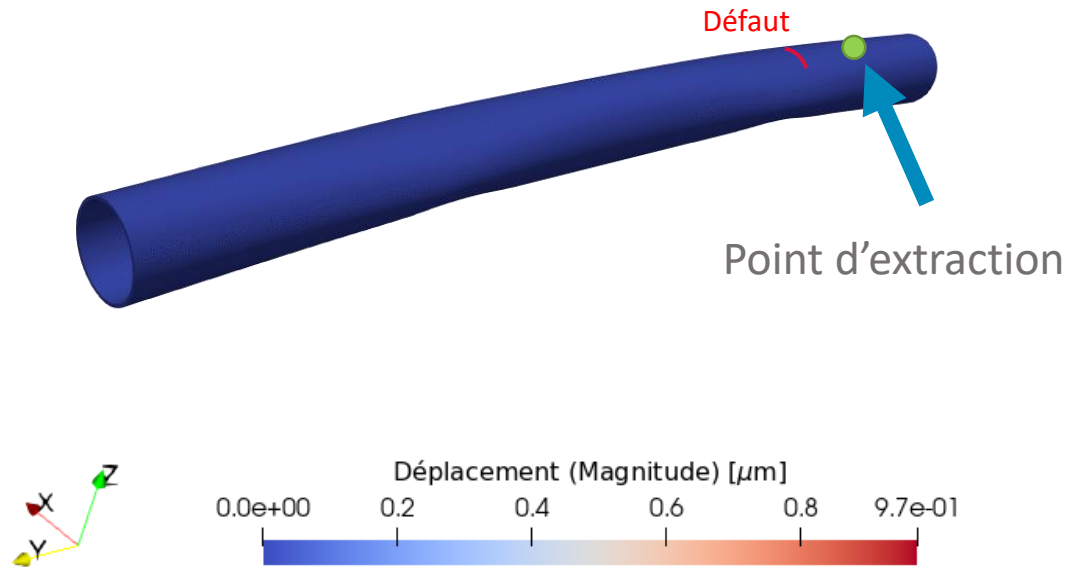
Gandhi et al. 2012

Comparaison des modèles



Changement de vitesse (mode S0) dû à la précontrainte avec des paramètres matériaux ajustés.

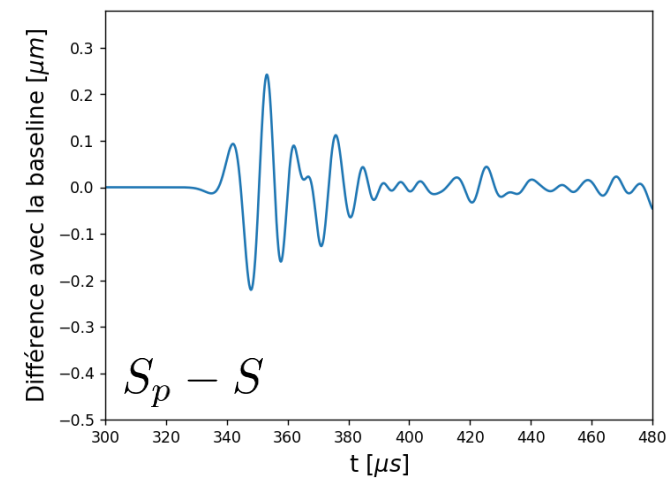
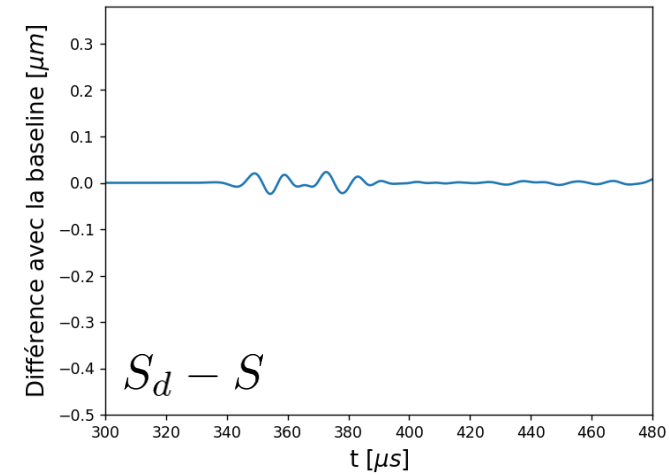
Propagation des ondes



On évalue numériquement l'effet de la précontrainte par rapport à l'effet d'un défaut.

- En considérant les signaux mesuré sur le point vert
 - S : tuyau non déformé (baseline; sans défaut).
 - S_p : tuyau déformé (sans défaut).
 - S_d : tuyau avec défaut.

Effet du défaut vs de la précontrainte



Conclusions

- Un outil pour la propagation des ondes en milieu précontraint est proposé pour des lois de comportements hyper-élastiques et pour des déformations **arbitraires** (dans des conditions de non-flambement).
- Résultats cohérents en comparaison avec l'expérimentale et un modèle. [Gandhi et al. 2012](#)
- L'évaluation de l'effet de la précontrainte peut être faite avec l'outil proposé.

Perspectives

- Continuer la validation.
[Abderahmane et al. 2021](#) [Shi et al. 2013](#) [Muir et al. 2009](#)
- Étendre les configurations traitées aux matériaux composites stratifiés.
[Bonet, J, and AJ Burton. 1998.](#) [Rauter, Natalie, and Rolf Lammering. 2018](#) [Chapelle et al. 2003](#)
- Intégration dans la plateforme CIVA de simulation pour le CND.

- Gandhi, Navneet, Jennifer E Michaels, and Sang Jun Lee. 2012. "Acoustoelastic Lamb Wave Propagation in Biaxially Stressed Plates." *The Journal of the Acoustical Society of America* 132 (3): 1284–93.
- Cohen, Gary C. 2002. *Higher-Order Numerical Methods for Transient Wave Equations*. Softcover reprint of the hardcover 1st edition. Scientific Computation. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Gorgin, Rahim, Ying Luo, and Zhanjun Wu. 2020. "Environmental and Operational Conditions Effects on Lamb Wave Based Structural Health Monitoring Systems: A Review." *Ultrasonics*, 106114.
- Tallec, Patrick Le. 2009. *Modélisation et Calcul des Milieux Continus*. Les Editions de l'Ecole Polytechnique. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00542313>.
- Hughes, D. S., and J. L. Kelly. 1953. "Second-Order Elastic Deformation of Solids." *Physical Review* 92 (5): 1145–49. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.92.1145>.
- Chapelle, Dominique, Anca Ferent, and K. Bathe. 2004. "3D-Shell Elements and Their Underlying Mathematical Model." *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 14. <https://doi.org/10.1142/S0218202504003179>.
- Abderahmane, Abdellahi, Alain Lhémy, and Laurent Daniel. 2021. "Effects of Multiaxial Pre-Stress on Lamb and Shear Horizontal Guided Waves." *The Journal of the Acoustical Society of America* 149 (3): 1724–36. <https://doi.org/10.1121/10.0003630>.
- Shi, Fan, Jennifer E. Michaels, and Sang Jun Lee. 2013. "In Situ Estimation of Applied Biaxial Loads with Lamb Waves." *The Journal of the Acoustical Society of America* 133 (2): 677–87. <https://doi.org/10.1121/1.4773867>.
- Muir, Dave D., Thomas E. Michaels, and Jennifer E. Michaels. 2009. "One-sided Liquid Coupled Ultrasonic Method for Recovery of Third Order Elastic Constants." *AIP Conference Proceedings* 1096 (1): 1275–82. <https://doi.org/10.1063/1.3114102>.
- Smith, R. T., R. Stern, and R. W. B. Stephens. 1966. "Third-Order Elastic Moduli of Polycrystalline Metals from Ultrasonic Velocity Measurements." *The Journal of the Acoustical Society of America* 40 (5): 1002–8. <https://doi.org/10.1121/1.1910179>.
- Bonet, J, and AJ Burton. 1998. "A Simple Orthotropic, Transversely Isotropic Hyperelastic Constitutive Equation for Large Strain Computations." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 162 (1–4): 151–64.
- Rauter, Natalie, and Rolf Lammering. 2018. "A Constitutive Model for the Analysis of Second Harmonic Lamb Waves in Unidirectional Composites." *International Journal of Solids and Structures* 135 (March): 184–96. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.11.019>.
- Chapelle, Dominique, and Anca Ferent. 2003. "Modeling of the Inclusion of a Reinforcing Sheet within a 3D Medium." *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 13 (4): 573–95. <https://doi.org/10.1142/S0218202503002635>.

Remerciements à Dominique Chapelle et Jérôme Diaz de l'équipe M Ξ DISIM (Inria) pour l'implémentation du Shell FE 3D dans le code MoReFEM.



Merci de votre attention

andre.dalmora@cea.fr